

# Структура и особенности автомодуляции сверхизлучательных состояний в асимметричном резонаторе Фабри-Перо

© Е.Р. Кочаровская<sup>1</sup>, Вл.В. Кочаровский<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук, 603950 Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия

E-mail: katty@appl.sci-nnov.ru

Поступила в Редакцию 5 мая 2023 г.

В окончательной редакции 29 июня 2023 г.

Принята к публикации 6 июля 2023 г.

Исследована зависимость структуры и устойчивости сильно асимметричных стационарных состояний сверхизлучающего лазера, обусловленных самосогласованной неоднородной полуволновой решеткой инверсии населенностей, в несильно асимметричном низкодобротном резонаторе Фабри-Перо от его длины, коэффициентов отражения зеркал и уровня накачки. Установлена возможность существования двух динамических фазовых переходов из стационарного (монокроматического) состояния в нестационарное: диссипативного сверхизлучательного перехода в режим с квазинепрерывным спектром (в слабо асимметричном резонаторе) и автомодуляционного перехода в режим с дискретным спектром генерации. Показано, что последний может быть вызван возбуждением как поляритонных, так и электромагнитных мод лазера под действием резонансных раби-осцилляций активных центров с достаточно большим временем фазовой релаксации.

**Ключевые слова:** сверхизлучательный фазовый переход, решетка инверсии населенностей, поляритонные моды, электромагнитные моды, автомодуляция, дискретный спектр, непрерывный спектр, низкодобротный резонатор, раби-осцилляции.

DOI: 10.21883/FTP.2023.05.56202.29k

## 1. Введение

Согласно результатам недавних работ [1–4], в сверхизлучающих лазерах с низкодобротным резонатором Фабри-Перо и не сильно различающимися коэффициентами отражения зеркал, где время жизни фотонов  $T_E$  много меньше времени фазовой релаксации оптических дипольных колебаний активных центров  $T_2$ , возможно существование сильно асимметричных стационарных (монокроматических) или периодически осциллирующих состояний электромагнитного поля и поляризации активной среды. Эти состояния связаны с формированием самосогласованной асимметричной полуволновой решетки инверсии населенностей рабочих энергетических уровней активных центров, наведенной встречными волнами. Данное явление ожидается для плотных ансамблей активных центров со слабым неоднородным уширением спектральной линии, много меньшим спектральной ширины мод резонатора  $2/T_E$  и меньшим однородного уширения спектральной линии  $2/T_2$ , которое в свою очередь должно быть много меньше так называемой кооперативной частоты (см. формулу (5) далее).

В настоящей работе исследуются свойства стационарных состояний данного типа в зависимости от длины резонатора, коэффициентов отражения его зеркал и уровня накачки, а также характер неустойчивости этих состояний, возникающей при изменении параметров резонатора или накачки и определяющей динамический фазовый переход в тот или иной нестационарный режим работы

лазера. Подобные сильно асимметричные стационарные и нестационарные режимы генерации достигаются при многократном превышении порога генерации и могут существовать в различных, в том числе полупроводниковых, лазерах с достаточно слабым неоднородным уширением спектральной линии активных центров, в качестве которых могут выступать, например, экситоны, примеси или электроны и дырки в сильно замагниченных квантовых ямах (см. работы [5–11]). Отметим, что исследователи сверхизлучательных фазовых переходов еще не обсуждали возможность существования рассматриваемых нами сильно асимметричных когерентных состояний, возникающих в неравновесных ансамблях активных центров (см., например, [12–21]). Актуальность теоретического и экспериментального исследований подобных состояний обусловлена как фундаментальным характером связанных с ними физических явлений в открывающейся новой области лазерной физики, так и возможностями различных применений когерентного излучения активных сред в системах с низкодобротными резонаторами, добротность и асимметрия свойств которых в существенной мере определяются самой активной средой посредством полуволновой решетки инверсии населенностей активных центров.

План статьи следующий. В разд. 2 дано краткое описание используемой модели сверхизлучающего лазера. В разд. 3 представлены типичные стационарные асимметричные профили инверсии населенностей и встречных волн поля и поляризации активной среды. Разд. 4

посвящен влиянию различия противоположных зеркал резонатора на указанные профили стационарного состояния и результатам анализа его динамических фазовых переходов в нестационарное состояние. В разд. 5 на примере лазеров существенно различной длины изучаются структуры сильно асимметричного сверхизлучательного состояния и характер его автомодуляции в зависимости от уровня накачки. Разд. 6 содержит сравнительный анализ автомодуляции за счет возбуждения электромагнитных и поляритонных мод лазера. Общие выводы даны в разд. 7.

## 2. Модель сверхизлучающего лазера

Исходными являются известные одномерные оптические уравнения Максвелла–Блоха [1–3, 22–24], описывающие  $(z, t)$ -динамику сверхизлучательного состояния протяженной системы двухуровневых активных центров (кубитов с частотой перехода  $\omega_0$  и оптическим дипольным моментом  $d$ ) под действием непрерывной некогерентной накачки на основе введения встречных волн поля и поляризации (плотности оптических дипольных моментов) с плавно меняющимися комплексными амплитудами

$$E = \text{Re} [A_+(z, t) \exp(ik_0z - i\omega_0t) + A_-(z, t) \exp(-ik_0z - i\omega_0t)] / \sqrt{\varepsilon_0}, \quad (1)$$

$$P = \text{Re} [P_+(z, t) \exp(ik_0z - i\omega_0t) + P_-(z, t) \exp(-ik_0z - i\omega_0t)] \sqrt{\varepsilon_0} \quad (2)$$

и явного разделения инверсии населенностей на плавно неоднородную компоненту  $n(z, t)$  (в расчете на один активный центр) и полуволновую решетку  $n_z(z, t)$  (с пространственным периодом  $\lambda_0/2 = \pi/k_0$ )

$$D(z, t) = n(z, t) + \text{Im} [n_z(z, t) \exp(2ik_0z)], \quad (3)$$

где  $k_0 = \omega_0 c^{-1} \sqrt{\varepsilon_0}$  — волновое число,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость матрицы активной среды. Уравнения для функций  $n$ ,  $n_z$ ,  $p_{\pm} = P_{\pm}/(dN_0)$ ,

$$\alpha_{\pm} = a_{\pm} \frac{v_c}{\omega_0} = \frac{A_{\pm}}{2\pi d N_0} \equiv \frac{dA_{\pm}}{\hbar v_c \varepsilon_0} \quad (4)$$

приведены, например, в статье [3], а также в работе [1], где вместо  $\alpha_{\pm}$  введены  $a_{\pm}$  ( $N_0$  — концентрация активных центров,  $\hbar$  — постоянная Планка). Важными параметрами рассматриваемой задачи являются кооперативные частота

$$v_c = \sqrt{\frac{2\pi d^2 \omega_0 N_0}{\varepsilon_0 \hbar}} \quad (5)$$

и длина  $B_c = c/v_c \sqrt{\varepsilon_0}$ , на которые далее нормированы отстройки частот  $\Delta = (\omega - \omega_0)/v_c$ , скорости релаксации поля, инверсии населенностей и поляризации  $\Gamma_{E,1,2} = 1/(v_c T_{E,1,2})$ , длина лазера  $L = B/B_c$ , время

$\tau = v_c t$  и координата  $\xi = z/B_c$ . Для определенности считаем, что резонатор содержит целое число полуволов излучения, т. е. его длина  $B$  кратна  $\lambda_0/2$ .

Уравнения Блоха для комплексных амплитуд встречных волн поляризации (см. (2))

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_2 \right] p_+ &= -in\alpha_+ - \frac{n_z}{2} \alpha_-, \\ \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_2 \right] p_- &= -in\alpha_- + \frac{n_z^*}{2} \alpha_+ \end{aligned} \quad (6)$$

включают нелинейное взаимодействие волн и обогащение их спектра за счет известного эффекта раби-осцилляций инверсии населенностей (3) рабочих энергетических уровней активных центров с частотой [3, 24, 25]  $\omega_R = v_c \sqrt{\varepsilon_0} |\alpha(\xi, \tau)|$  под действием резонансного поля (1). Здесь  $\alpha = \alpha_+ \exp(ik_0z) + \alpha_- \exp(-ik_0z)$  — нормированная комплексная амплитуда поля, действительная часть которой  $\text{Re} [\alpha \exp(-i\omega_0t)]$  характеризует отношение частоты Раби и кооперативной частоты.

С целью изучения свойств сверхизлучательного состояния лазера с низкодобротным асимметричным резонатором Фабри-Перо уравнения Максвелла–Блоха решались численно для различных уровней однородной непрерывной накачки  $D_p = n_p$  с использованием модифицированного метода Рунге–Кутты 4-го порядка и сеточного метода. Отличие коэффициентов отражения зеркал учитывалось разными граничными условиями на противоположных торцах резонатора:  $\alpha_+(-L/2) = R_1 \alpha_-(-L/2)$  и  $\alpha_-(L/2) = R_2 \alpha_+(L/2)$ . Для определенности в начальный момент времени задавались только малые шумы поляризации активной среды  $|p_{\pm}| \sim 10^{-4}$ , а электрическое поле и решетка инверсии населенностей считались отсутствующими:  $\alpha_{\pm} = 0$ ,  $n_z = 0$ .

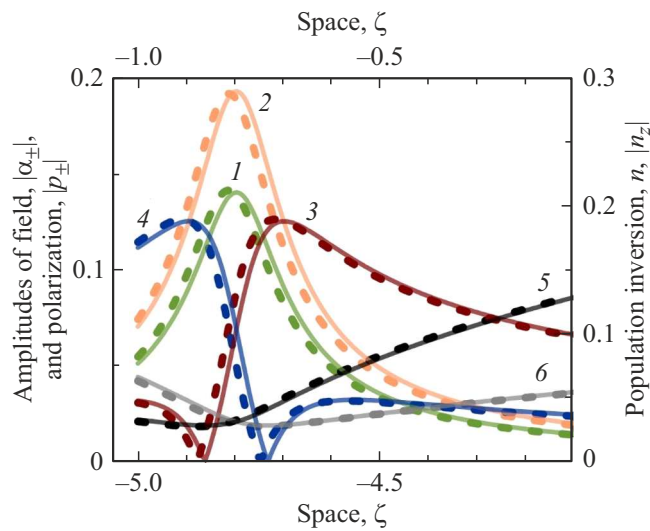
В качестве характерных значений в работе выбраны следующие скорости релаксации поляризации и инверсии населенностей:  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0.02$ . Расчеты показали, что нужны достаточно малые значения этих релаксационных параметров и достаточно большое превышение порога генерации лазера, для того чтобы встречные импульсы сверхизлучения, возникающие не совсем одновременно на начальном переходном этапе процесса, могли спонтанно сформировать сильно неоднородную полуволновую решетку инверсии населенностей вблизи одного из зеркал лазера, обычно того, у которого больше коэффициент отражения. Далее считаем, что это — левое зеркало и  $R_1 \geq R_2$ , причем отношение этих коэффициентов отражения  $\rho = R_2/R_1$  может быть как близко к единице, так и заметно меньше ее. В установившемся режиме возникшая сильно асимметричная решетка оказывается стационарной или колеблется, не переходя на другую половину лазера и обеспечивая его сильно асимметричное излучение, только для определенных интервалов длины, коэффициентов отражения зеркал и уровней накачки. Вне этих интервалов параметров численные решения показывают, что решетка инверсии

населенностей является слабой или сильно флуктуирующей и обычно реализуется квазистационарная одно-модовая генерация или различные режимы квазипериодической либо квазихаотической генерации импульсов сверхизлучения.

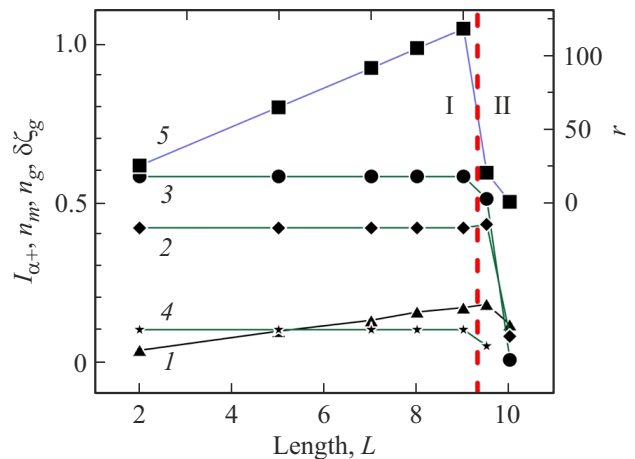
### 3. Стационарные профили полей, поляризации и инверсии населенностей

Согласно проведенным многочисленным расчетам, формирование сильно асимметричных сверхизлучательных состояний, обусловленных самосогласованной полуволновой решеткой инверсии населенности, возможно в широких диапазонах длин резонатора  $L \sim 1-10$  и коэффициентов отражения его зеркал  $R_{1,2} \gtrsim 0.1$ ,  $1 - R_{1,2} \gtrsim 0.1$  в подходящем интервале уровней накачки, значительно превышающем порог генерации. При этом во всех рассмотренных случаях было выполнено условие  $\Gamma_2 \ll \Gamma_E \lesssim n_p^{1/2}$ .

Типичные профили инверсии населенностей и амплитуд встречных волн поляризации и поля в резонаторе Фабри-Перо с коэффициентами отражения зеркал  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.4$  для длин  $L = 2$  и  $L = 10$  при уровне накачки  $n_p = 0.5$  показаны на рис. 1. В данном конкретном и общем случаях, согласно стационарным уравнениям Максвелла-Блоха, для указанных функций



**Рис. 1.** Типичные асимметричные профили плавно неоднородной компоненты  $n$  (1) и амплитуды решетки инверсии населенностей  $|n_z|$  (2), амплитуд встречных волн поляризации  $|p_{\pm}|$  (3, 4) и поля  $|\alpha_{\pm}|$  (5, 6) в установившейся стационарной генерации сверхизлучающего лазера с коэффициентами отражения зеркал  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.4$ . Сплошными линиями изображены структуры в левой части лазера с безразмерной длиной  $L = 10$  (нижняя координатная ось), штриховыми —  $L = 2$  (верхняя координатная ось). Уровень накачки  $n_p = 0.5$ . (Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи).



**Рис. 2.** Характеристики установившейся сильно асимметричной генерации сверхизлучающего лазера с коэффициентами отражения зеркал  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.4$  и уровнем накачки  $n_p = 1$  в зависимости от длины  $L$ : средняя интенсивность излучения  $\langle I_{\alpha_{\pm}} \rangle_{\tau}$  из правого торца с координатой  $\xi = L/2$  (линия 1), среднее значение максимума плавно неоднородной компоненты инверсии населенностей  $n_m$  (линия 2), среднее значение максимума амплитуды полуволновой решетки инверсии населенностей  $n_g$  (линия 3), расстояния от него, т.е. от пика решетки в точке  $\xi_g < 0$ , до левого торца  $\delta\xi_g = L/2 + \xi_g$  (линия 4), фактор асимметрии излучения  $r$  (линия 5). Штриховая вертикальная линия разделяет зоны стационарной (I) и нестационарной (II) генерации (автомодуляции или сверхизлучения).

положения максимумов пиков решетки и плавно неоднородной компоненты инверсии населенностей совпадают, и в этой точке имеет место равенство амплитуд встречных волн как поля, так и поляризации. На правом склоне указанных пиков для волны, бегущей влево, в одной и той же точке амплитуда поля достигает минимума, а амплитуда поляризации обращается в нуль, тогда как амплитуда встречной волны поляризации в области этой точки имеет плавный максимум. Напротив, на левом склоне этих пиков в одной и той же точке становится минимальной амплитуда поля и обращается в нуль амплитуда поляризации волны, бегущей вправо, и в области той же точки имеется плавный максимум амплитуды поляризации встречной волны.

Подобная симметричная структура сверхизлучательного состояния с сильно выраженной решеткой инверсии населенностей формируется в весьма ограниченной области лазера вблизи зеркала с наибольшим коэффициентом отражения (левого) и занимает сравнительно небольшую область, длиной меньше или порядка кооперативной  $V_c$ . Данная структура практически не зависит от длины лазера (рис. 2) и при удалении от нее в оставшуюся часть лазера вправо имеет место монотонное нарастание амплитуд обеих встречных волн поля, значительно большее для волны, бегущей вправо, и монотонное спадание амплитуд обеих встречных волн поляризации. В стационарном случае последние про-

порциональны производным от соответствующих волн поля, и поэтому бегущая вправо волна поляризации преобладает над бегущей влево. С ростом длины лазера преобладание волны, бегущей вправо, над волной, бегущей влево, нарастает, так как именно первой передается практически вся энергия накачки, так что происходит существенное увеличение фактора асимметрии излучения (линия 5 на рис. 2):

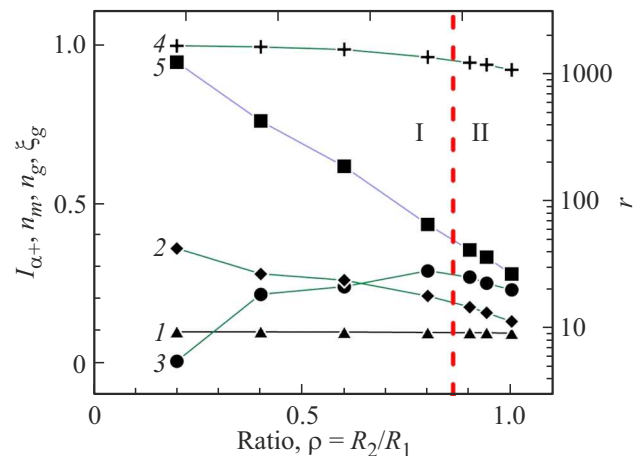
$$r = \max \left[ \frac{(1 - R_2^2)|\alpha_+(\xi = L/2)|^2}{(1 - R_1^2)|\alpha_-(\xi = -L/2)|^2} \right]. \quad (7)$$

Данный фактор практически линейно зависит от длины лазера при заданном уровне накачки и прямо пропорционален этому уровню при заданной длине лазера, поскольку, как показывают численные расчеты, интенсивность излучаемой из лазера влево встречной волны  $I_{\alpha_-} = (1 - R_1^2)|\alpha_-|^2$  слабо зависит от указанных величин, если фактор асимметрии  $r$  существенно превышает асимметрию моды резонатора в отсутствие решетки  $r_0 = R_1(1 - R_2^2)/(R_2(1 - R_1^2))$ . При этом интенсивность излучения из правого торца  $I_{\alpha_+} = (1 - R_2^2)|\alpha_+|^2$  прямо пропорциональна длине лазера (см. линию 1 на рис. 2 до зоны нестационарной генерации II, в которой интенсивности излучения встречных волн значительно выравниваются, в частности, благодаря ослаблению влияния на них решетки инверсии населенностей из-за ее осцилляций и уменьшения амплитуды).

#### 4. Влияние различия противоположных зеркал резонатора на сверхизлучательное состояние и динамические фазовые переходы

Все проведенные расчеты (при выбранных отношениях скоростей релаксации поляризации и инверсии населенностей к кооперативной частоте  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0.02$ ) свидетельствуют о том, что в указанных диапазонах длин 1–10 и коэффициентов отражений зеркал 0.1–0.9 сильно асимметричные сверхизлучательные состояния оказываются стационарными (в определенном диапазоне уровней накачки) только при достаточно большой разнице коэффициентов отражения зеркал  $R_1 - R_2 \gtrsim 0.1R_1$ , т. е.  $1 - \rho \gtrsim 0.1$ . При этом, в отличие от длины лазера  $L$ , величины коэффициентов отражения  $R_1, R_2$ , а также величина уровня накачки  $n_p$  (см. разд. 5 и 6) существенно влияют на профили как пиков решетки и плавно неоднородной компоненты инверсии населенностей, так и амплитуд связанных с ними встречных волн поля и поляризации.

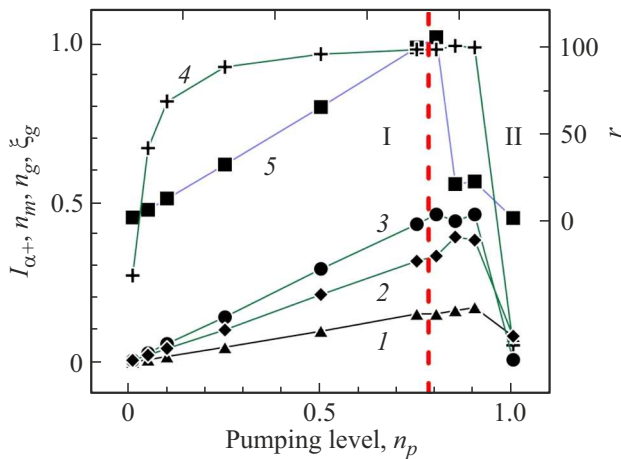
Для очень близких (обычно с точностью до одного или нескольких процентов,  $1 - \rho < 0.1$ ) значений коэффициентов отражения зеркал во всех рассмотренных примерах наблюдается автомодуляция сильно асимметричного сверхизлучательного состояния. В том диапазоне уровней накачки, в котором эта автомодуляция



**Рис. 3.** Характеристики установившейся сильно асимметричной генерации сверхизлучающего лазера с длиной  $L = 10$  и уровнем накачки  $n_p = 0.5$  в зависимости от асимметрии  $\rho = R_2/R_1$  резонатора Фабри-Перо с коэффициентом отражения левого зеркала  $R_1 = 0.5$ : средняя интенсивность излучения  $\langle I_{\alpha_+} \rangle_\tau$  из правого торца с координатой  $\xi = L/2$  (линия 1), среднее значение максимума плавно неоднородной компоненты инверсии населенностей  $n_m$  (линия 2), среднее значение максимума амплитуды полуволновой решетки инверсии населенностей  $n_g$  (линия 3), его относительное положение внутри лазера  $\xi_g = |\xi_g|/(L/2)$  (линия 4), фактор асимметрии излучения  $r$  (линия 5). Штриховая вертикальная линия разделяет зоны стационарной (I) и нестационарной (II) генерации (автомодуляции).

невелика, средняя по времени структура сверхизлучательного состояния сравнительно слабо зависит, а средняя интенсивность  $\langle I_{\alpha_+} \rangle_\tau$  сильной волны, бегущей вправо, практически не зависит от величины отличия коэффициентов отражения зеркал  $\rho$  (см. зону II на рис. 3). Указанное на рисунке довольно значительное изменение фактора асимметрии излучения лазера (7)  $r$  с изменением величины  $\rho = R_2/R_1$  обусловлено в основном изменением средней интенсивности  $\langle I_{\alpha_-} \rangle_\tau$  слабой встречной волны, бегущей влево.

В случае умеренно близких (обычно с точностью  $\sim 10\%$ ,  $1 - \rho \sim 0.1$ ) коэффициентов отражения зеркал, согласно проведенному анализу численных расчетов, потеря устойчивости стационарного сильно асимметричного сверхизлучательного состояния при всех длинах лазера возможна по двум причинам. Во-первых, при выравнивании коэффициентов отражения зеркал ( $\rho \rightarrow 1$ ) либо с увеличением длины лазера или уровня накачки (см. далее) неустойчивость возникает благодаря возбуждению дискретных поляритонных мод резонансными раби-осцилляциями активных центров, находящихся в области пика инверсии населенности под действием согласованного электромагнитного поля встречных волн; этот механизм динамического фазового перехода к автомодуляции с дискретным спектром рассмотрен в работах [3,4]. Во-вторых, при приближении к порогу



**Рис. 4.** Характеристики установившейся сильно асимметричной генерации сверхизлучающего лазера с коэффициентами отражения зеркал  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.4$  и длиной  $L = 10$  в зависимости от уровня накачки  $n_p$ : средняя интенсивность излучения  $\langle I_{\alpha_+} \rangle_{\tau}$  из правого торца с координатой  $\xi = L/2$  (линия 1), среднее значение максимума плавно неоднородной компоненты инверсии населенностей  $n_m$  (линия 2), среднее значение максимума амплитуды полуволновой решетки инверсии населенностей  $n_g$  (линия 3), его относительное положение внутри лазера  $\xi_g = |\xi_g|/(L/2)$  (линия 4), фактор асимметрии излучения  $r$  (линия 5). Штриховая вертикальная линия разделяет зоны стационарной (I) и нестационарной (II) генерации (автомодуляции или сверхизлучения).

лазерной генерации, а именно при уменьшении длины лазера или уровня накачки, неустойчивость сильно асимметричного стационарного состояния обуславливается динамическим фазовым переходом к импульсной сверхизлучательной генерации с квазинепрерывным спектром и почти симметричными средними по времени профилями встречных волн (что типично для сверхизлучающих лазеров с низкодобротным резонатором, в которых отдельные дискретные моды не играют ведущей роли (см. работы [1,22,26])).

В случае достаточно большого отличия коэффициентов отражения зеркал  $R_1 - R_2 \gtrsim 0.2R_1$ , т.е.  $1 - \rho \gtrsim 0.2$ , динамический фазовый переход к сверхизлучательной генерации с непрерывным спектром оказывается невозможным и неустойчивость сильно асимметричного состояния с увеличением уровня накачки или длины лазера может быть связана только с фазовым переходом к автомодуляции с дискретным спектром. Как показано далее, для достаточно длинных лазеров последний фазовый переход может быть обусловлен и возбуждением электромагнитных мод резонатора, а не только указанных выше поляритонных мод. В обоих случаях с дальнейшим превышением порога генерации лазера (например, за счет увеличения его длины, как на рис. 2, или уровня накачки, как на рис. 4) автомодуляция сменяется квазихаотическим режимом генерации импульсов сверхизлучения с квазинепрерывным спектром.

Этот режим исключает сильную асимметрию излучения, величина которой в среднем по времени обычно не превышает асимметрию мод резонатора Фабри-Перо  $r_0$ .

С увеличением различия коэффициентов отражения зеркал до десятков процентов или в несколько раз область устойчивости стационарного сверхизлучательного состояния по отношению к изменению длины лазера и уровня накачки, как правило, расширяется, а при заданных длине и накачке интенсивность излучения сильной волны, бегущей вправо и выходящей через слабо отражающее зеркало, в стационарном состоянии практически не меняется (см. линию 1 на рис. 3). Вместе с тем отраженная встречная волна оказывается все слабее, ее усиление в активной среде мало и фактически происходит лишь вблизи левого, сильнее отражающего зеркала, где сохраняется высокий (линия 2 на рис. 3), но узкий пик инверсии населенностей. При этом пик полуволновой решетки, порождаемой встречными волнами, также оказывается все слабее (линия 3 в зоне I), причем оба пика, имеющие максимумы в одной и той же точке, прижимаются к левому зеркалу (линия 4). В результате с уменьшением параметра  $\rho$  в области  $\rho \lesssim 0.5$  фактор асимметрии излучения лазера становится очень большим (линия 5 в зоне I).

В этих условиях с увеличением длины лазера или уровня накачки (при фиксированном значении  $\rho$ ) структура сверхизлучательного состояния — стационарного или с умеренной автомодуляцией — качественно не меняется, но его асимметрия растет и отвечает все более сильной локализации слоя высокой инверсии населенностей вблизи зеркала с большим коэффициентом отражения. Более того, совпадающие по положению пики решетки и плавно неоднородной компоненты инверсии населенностей могут так близко примыкать к левому зеркалу, что их левые склоны в значительной мере или полностью теряются, а следовательно, пропадают располагавшиеся там и тоже совпадавшие по положению (ср. рис. 1) нуль амплитуды поляризации и минимум амплитуды поля волны, бегущей вправо, и максимум амплитуды поляризации волны, бегущей влево. Такая ситуация, в частности, для лазеров с параметрами  $L = 10$ ,  $R_1 = 0.5$ ,  $n_p = 0.5$  при  $\rho < 0.5$ , характеристики которых указаны на рис. 3.

## 5. Влияние накачки на сверхизлучательное состояние и его неустойчивость

Возвращаясь к случаю весьма близких значений коэффициентов отражения зеркал, проведем показательное сравнение эволюции асимметричных состояний лазера с ростом уровня накачки при двух существенно различных длинах резонатора  $L = 2$  и  $L = 10$  для варианта слабо асимметричного резонатора  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.47$ , т.е. в случае 6-процентного отличия коэффициентов отражения зеркал ( $\rho = 0.94$ ).

В коротком лазере с  $L = 2$  недалеко от порога генерации, например для  $n_p = 0.05$ , реализуется стационарный (монохроматический) режим слабо асимметричного излучения (с  $r \approx r_0 = 1.1$ ) одной резонансной поляритонной моды при крайне слабой решетке инверсии населенностей. Для значительного превышения порога генерации, например для  $n_p = 0.1$ , имеет место режим квазипериодического излучения импульсов сверхизлучения с квазинепрерывным спектром, указанный в предыдущем разделе и тоже слабо асимметричный в среднем по времени. Однако для еще большего, уже многократного превышения порога генерации, например для  $n_p = 0.25$ , в лазере спонтанно создается сильно неоднородная решетка инверсии населенностей и обусловленное ею сильно асимметричное стационарное (снова монохроматическое) сверхизлучательное состояние с фактором асимметрии излучения  $r = 2$ . Наконец, для интервала предельно высоких уровней накачки  $n_p \sim 0.5 - 1$  это сверхизлучательное состояние приобретает автомодуляцию с дискретным спектром за счет возбуждения „боковых“, отстроенных от частоты двухуровневого перехода, поляритонных мод лазера, сохраняя в среднем по времени сильную асимметрию излучения с фактором  $r > 5$ .

В длинном лазере с  $L = 10$  недалеко от порога генерации для  $n_p \sim 0.003$  тоже реализуется одномодовый стационарный режим слабо асимметричного излучения с тем же  $r \approx r_0 = 1.1$  и крайне слабой решеткой инверсии населенностей. Для значительного превышения порога генерации, когда  $n_p \sim 0.05$ , опять имеет место сверхизлучение с квазинепрерывным спектром и слабой асимметрией. Однако для еще большего (в десятки раз) превышения порога генерации в интервале уровней накачки  $n_p \sim 0.1 - 0.5$  в лазере не только спонтанно создается сильно неоднородная решетка инверсии населенностей, согласованная со встречными волнами резонансной поляритонной моды и поддерживающая сильно асимметричное сверхизлучательное состояние, но и одновременно возбуждаются „боковые“, отстроенные от частоты перехода в активной среде поляритонные моды. Они вносят автомодуляцию с дискретным спектром и исключают существование стационарного состояния, но не нарушают в среднем по времени сильную асимметрию излучения с фактором  $r \sim 20$ . Наконец, для предельного уровня накачки  $n_p \sim 1$  оказывается возможна более сложная автомодуляция сильно асимметричного сверхизлучательного состояния с квазидискретным спектром. Последний состоит из сильной основной гармоники, которая уширена поляритонными модами с разбросом частот  $|\Delta| \lesssim 0.03$  (обсуждавшимися в предыдущем разделе), и двух симметричных слабых, тоже немного уширенных, „боковых“ гармоник, которые отстроены по частоте от основной гармоники на величину  $\Delta \approx \pm 0.3$  и обусловлены возбуждением электромагнитных мод резонатора под действием раби-осцилляций активных центров в резонансном поле этой гармоники (подробнее об этом см. разд. 6).

За исключением указанного последнего шага для длинного лазера с  $L = 10$ , в случае совершенно симметричного резонатора с  $R_1 = R_2 = 0.5$  для короткого лазера с длиной  $L = 2$  в целом имеет место качественно та же последовательность смены режимов генерации. В частности, сильно асимметричное сверхизлучательное состояние с  $r \approx 10$ , обладающее слабой автомодуляцией за счет пары возбужденных поляритонных мод, реализуется при предельных уровнях накачки  $n_p \sim 0.5 - 1$  и уже не может быть стационарным.

Напротив, в случае более асимметричного резонатора с  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.4$ , т.е. с 20-процентным отличием коэффициентов отражения зеркал ( $\rho = 0.8$ , см. разд. 3), не только для короткого ( $L = 2$ ), но и для длинного ( $L = 10$ ) лазеров имеется широкий интервал уровней накачки, в котором реализуется стационарное сильно асимметричное сверхизлучательное состояние. Подобное состояние со слабой автомодуляцией может существовать в еще большем интервале уровней накачки. Этот факт проиллюстрирован на рис. 4 для лазера с длиной  $L = 10$ , где стационарное сильно асимметричное состояние реализуется при  $0.05 \lesssim n_p < 0.8$  (зона I). Его фактор асимметрии излучения растет (до  $r \sim 100$ , линия 5) с ростом уровня накачки одновременно с ростом пиков решетки инверсии населенностей и плавной неоднородной компоненты инверсии населенностей (линии 2 и 3) и их смещением к левому зеркалу (линия 4). При больших уровнях накачки  $n_p$ , примерно в интервале  $0.8 - 0.9$  (зона II), имеет место квазипериодическая автомодуляция асимметричного состояния, в котором указанные, теперь колеблющиеся, пики инверсии населенностей остаются прижатыми к левому зеркалу, но фактор асимметрии излучения оказывается значительно меньше и по порядку величины составляет  $r \sim 20$ , как и при низких уровнях накачки  $n_p \sim 0.1$  (в зоне I).

## 6. Автомодуляция с участием поляритонных и (или) электромагнитных мод

Вопрос о характере автомодуляции сильно асимметричного сверхизлучательного состояния является весьма сложным и мало исследованным (еще менее исследована проблема динамического фазового перехода подобного состояния в режим импульсной сверхизлучательной генерации с квазинепрерывным спектром, являющийся почти симметричным в среднем по времени). Поэтому, используя рассмотренные примеры численных расчетов, в настоящем разделе ограничимся качественными замечаниями о работе механизма данной автомодуляции с участием не только поляритонных мод (обсуждавшемся ранее [3,4]), но и электромагнитных мод резонатора. Последние для интересующей нас инвертированной активной среды сверхизлучающего лазера имеют значительно большие отстройки по частоте от основной моды (строго резонансной активным центрам),

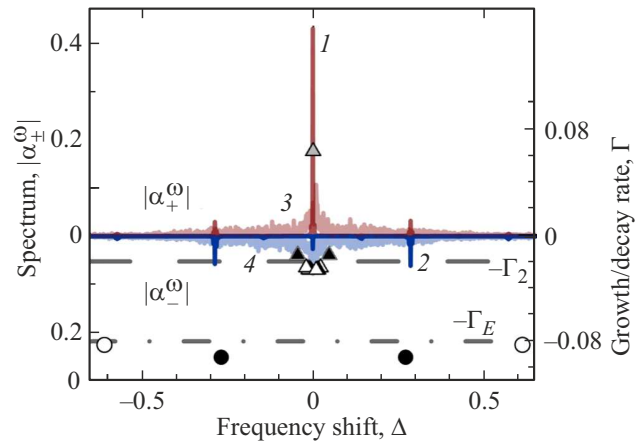
чем поляритонные моды (о спектре мод см., например, работы [1,3,22,26,27]). Следовательно, согласно уравнению Блоха для поляризации среды (6), возбуждение тех или других „боковых“ мод за счет резонансных им колебаний дипольных моментов активных центров (играющих роль резонансных источников тока) обусловлено нелинейными процессами в разных частях лазера. Именно в таких частях, где амплитуда поля основной моды отвечает той частоте Раби  $\Omega_R = dE/\hbar$  колебаний инверсии населенностей активных центров, которая равна отстройке частоты возбуждаемой моды от частоты основной моды, т.е. от частоты двухуровневого лазерного перехода.<sup>1</sup>

Выполнение указанного условия, дополненного требованием поддержания незатухающих осцилляций Раби активных центров благодаря нелинейному взаимодействию и неадиабатической динамике неоднородных встречных волн в низкодобротном резонаторе, зависит от многих факторов, включая длину лазера  $L$  и коэффициенты отражения зеркал  $R_1, R_2$ , уровень  $n_p$  и скорость  $\Gamma_1$  накачки, соотношение времен релаксации  $T_2$  и  $T_E$ .

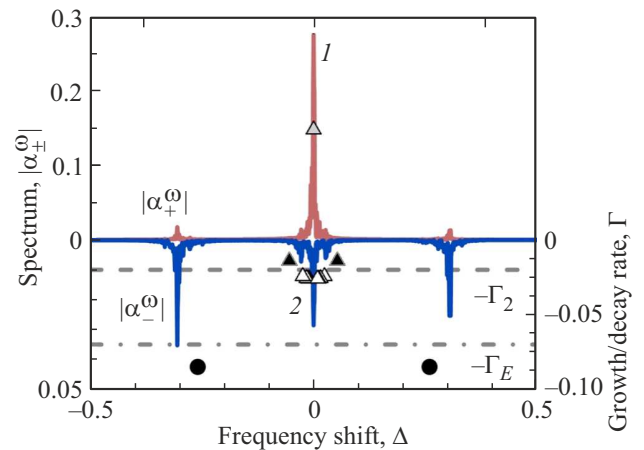
Так, для рассмотренного в конце разд. 5 варианта (рис. 4)  $L = 10$ ,  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.4$ ,  $n_p = 0.85$ ,  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = \Gamma_E/4$ , как показано на рис. 5, возбуждаются две спектрально симметричные электромагнитные моды с минимальными (для этого типа мод) отстройками частоты от основной центральной моды  $\Delta \approx \pm 0.3$  и нет возбуждения поляритонных мод с меньшими отстройками частоты. Картина спектра качественно остается такой же при уровнях накачки  $n_p = 0.8$  и  $n_p = 0.9$ . Однако и возбуждение электромагнитных мод, а следовательно, автомодуляция прекращается при меньших уровнях накачки. При максимальном уровне накачки  $n_p = 1$  сильно асимметричное состояние полностью разрушается благодаря возникновению сверхизлучения импульсов с непрерывным спектром (см. рис. 5 и правый край зоны П на рис. 2 и 4).

Для рассмотренного в середине разд. 5 варианта  $L = 10$ ,  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.47$ ,  $n_p = 1$ ,  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = \Gamma_E/3.6$ , как показано на рис. 6, возбуждаются не только примерно те же спектрально-симметричные электромагнитные моды, но и две поляритонные моды с максимальными (для такого типа мод) отстройками частоты от основной центральной моды  $\Delta \approx \pm 0.03$ . При этом в данном и предыдущем вариантах лазера бегущая влево волна основной моды (более слабая из ее двух встречных волн) оказывается даже слабее сонаправленных с ней

<sup>1</sup> Для вариантов достаточно длинных лазеров с одновременным возбуждением как поляритонных, так и электромагнитных мод, имеющих существенно различающиеся частотные отстройки от основной, „центральной“ моды, в численных расчетах наблюдаются не только колеблющиеся довольно острые пики решетки и плавно неоднородной компоненты инверсии населенностей, прижатые к левому зеркалу (ср. рис. 1), но и аналогичные колеблющиеся, правда, не такие острые пики ближе к центру лазера. Там поле основной моды сильнее и частота Раби выше, а следовательно, реализуются условия для резонансного нелинейного возбуждения электромагнитных мод, несмотря на то что они являются низкодобротными.



**Рис. 5.** Типичные амплитудные спектры  $|\alpha_{\pm}^{\omega}|$  (показаны на шкалах слева, идущих вверх и вниз от уровня 0) встречных волн на торцах  $\xi = \pm L/2$  сверхизлучающего лазера: дискретный (1, 2) для установившейся асимметричной квазимонохроматической генерации при уровне накачки  $n_p = 0.85$  и непрерывный (3, 4) для хаотической генерации сверхизлучательных импульсов при  $n_p = 1$  в зависимости от нормированной отстройки частоты  $\Delta = (\omega - \omega_0)/\nu_c$ . Треугольниками показаны частоты и инкременты/декременты  $\Gamma$  поляритонных мод, кружками — электромагнитных мод, вычисленные в рамках линейной теории при однородной инверсии населенностей, равной ее среднему установившемуся значению в нелинейном расчете  $\langle \bar{n} \rangle_{\tau} = 0.013$ . Штриховой линией указан уровень  $-\Gamma_2 = -0.02$ , штрихпунктирной —  $-\Gamma_E = -0.08$ . Лазер имеет коэффициенты отражения зеркал  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.4$  и длину  $L = 10$ .



**Рис. 6.** Типичные дискретные амплитудные спектры  $|\alpha_{\pm}^{\omega}|$  (показаны на шкалах слева, идущих вверх и вниз от уровня 0) встречных волн (1, 2) на торцах  $\xi = \pm L/2$  сверхизлучающего лазера для установившейся асимметричной квазимонохроматической генерации при уровне накачки  $n_p = 1$  в зависимости от нормированной отстройки частоты  $\Delta = (\omega - \omega_0)/\nu_c$ . Треугольниками показаны частоты и инкременты/декременты  $\Gamma$  поляритонных мод, кружками — электромагнитных мод, вычисленные в рамках линейной теории при однородной инверсии населенностей, равной ее среднему установившемуся значению в нелинейном расчете  $\langle \bar{n} \rangle_{\tau} = 0.015$ . Штриховой линией указан уровень  $-\Gamma_2 = -0.02$ , штрихпунктирной —  $-\Gamma_E = -0.07$ . Лазер имеет коэффициенты отражения зеркал  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.47$  и длину  $L = 10$ .

волн в двух „боковых“ электромагнитных модах, биения с которыми основной моды обуславливают главную составляющую автомодуляции.

Наконец, для рассмотренного в начале разд. 5 варианта  $L = 2$ ,  $R_1 = 0.5$ ,  $R_2 = 0.47$ ,  $n_p \sim 0.5-1$ ,  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = \Gamma_E/18$  возбуждаются только две поляритонные моды с максимальными (для такого типа мод) отстройками частоты от основной центральной моды  $\Delta \approx \pm 0.03$ . При этом бегущая влево волна основной моды оказывается сильнее сонаправленных с ней волн в двух „боковых“ поляритонных модах, биения с которыми основной моды также обуславливают главную составляющую автомодуляции. В этом случае уровень накачки и амплитуда поля основной моды недостаточны для работы раби-механизма возбуждения электромагнитных мод, для которых декремент затухания и частотная отстройка от основной моды гораздо больше, чем для поляритонных мод.

## 7. Заключение

В настоящей работе выявлен ряд основополагающих свойств сильно асимметричных стационарных и нестационарных состояний сверхизлучающего лазера в несильно асимметричном низкодобротном резонаторе Фабри-Перо. Показано, что эти свойства в значительной мере обусловлены самосогласованной неоднородной полуволновой решеткой инверсии населенностей, создаваемой самосогласованными встречными волнами, и зависят от длины, коэффициентов отражения зеркал и уровня накачки лазера. Указаны особенности двух динамических фазовых переходов — импульсного сверхизлучательного и квазипериодического автомодуляционного — между подобными стационарными и нестационарными состояниями. Установлено, что для этих состояний автомодуляция с дискретным спектром может быть связана и с поляритонными, и с электромагнитными модами лазера, нелинейное возбуждение которых происходит благодаря резонансным раби-осцилляциям активных центров в поле основной лазерной моды. Дальнейшее изучение найденных сверхизлучательных состояний для системы многих частиц с радиационным взаимодействием в низкодобротном резонаторе представляет интерес с точки зрения как фундаментальной физики диссипативных фазовых переходов, так и прикладной физики самоорганизующихся лазерных систем, в частности, допускающих спонтанный переход между режимами почти симметричного и почти однонаправленного излучения.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 21-72-30027).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Вл.В. Кочаровский, В.В. Железняков, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский. УФН, **187**, 367 (2017).
- [2] Вл.В. Кочаровский, В.А. Кукушкин, С.В. Тарасов, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский. ФТП, **53**, 1321 (2019).
- [3] Е.Р. Кочаровская, А.В. Мишин, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. ФТП, **56**, 651 (2022).
- [4] Е.Р. Кочаровская, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. Изв. вузов. Радиофизика, **66** (2-3), 187 (2023).
- [5] M. Scheibner, T. Schmidt, L. Worschech, A. Forchel, G. Bacher, T. Passow, D. Hommel. Nature Physics, **3**, 106 (2007).
- [6] Y.D. Jho, X. Wang, D.H. Reitze, J. Kono, A.A. Belyanin, V.V. Kocharovskiy, V.I.V. Kocharovskiy, G.S. Solomon. Phys. Rev. B, **81**, 155314 (2010).
- [7] K. Cong, Q. Zhang, Y. Wang, G.T. Noe II, A. Belyanin, J. Kono. JOSA B, **33**, 80 (2016).
- [8] N. Vukovic, J. Radovanovic, V. Milanovic, D.L. Boiko, Opt. Express, **24**, 26911 (2016).
- [9] G. Pozina, M.A. Kaliteevski, E.V. Nikitina, D.V. Denisov, N.K. Polyakov, E.V. Pirogov, L.I. Goray, A.R. Gubaydullin, K.A. Ivanov, N.A. Kaliteevskaya, A.Yu. Egorov, Phys. Status Solidi B, **254**, 1600402 (2016).
- [10] W. Zhang, E.R. Brown, A. Mingardi, R.P. Mirin, N. Jahed, D. Saeedkia. Appl. Sci., **9**, 3014 (2019).
- [11] E.Y. Paik, L. Zhang, G.W. Burg, R. Gogna, E. Tutuc, H. Deng. Nature, **576**, 80 (2019).
- [12] H. Ritsch, P. Domokos, F. Brennecke, T. Esslinger. Rev. Mod. Phys., **85**, 553 (2013).
- [13] P. Longo, C.H. Keitel, J. Evers. Sci. Rep., **6**, 23628 (2016).
- [14] Zhigang Wu, Yu Chen, Hui Zhai. Science Bulletin, **63**, 542 (2018).
- [15] V.D. Vaidya, Y. Guo, R.M. Kroeze, K.E. Ballantine, A.J. Kollár, J. Keeling, B.L. Lev. Phys. Rev. X, **8**, 011002 (2018).
- [16] V. Fleurov, A. Kuklov. Phys. Rev. A, **101**, 043836 (2019).
- [17] F. Minganti, I. Arkhipov, A. Miranowicz, F. Nori. New J. Phys., **23**, 122001 (2021).
- [18] Q. Wu, Y. Zhang, X. Yang, Shi-Lei Su, C. Shan, K. Mølmer. Sci. China Phys. Mech. Astron., **65**, 217311 (2022).
- [19] H. Taheri, A.B. Matsko, L. Maleki, K. Sacha. Nature Commun., **13**, 848 (2022).
- [20] N. Liu, S. Huang, J.-Q. Liang. Results Phys., **40**, 105813 (2022).
- [21] A.Yu. Bazhenov, M. Nikitina, A.P. Alodjants. Optics Lett., **47** (12), 3119 (2022).
- [22] V.V. Kocharovskiy, A.A. Belyanin, E.R. Kocharovskaya, V.I.V. Kocharovskiy, in *Advanced Lasers: Laser Physics and Technology for Applied and Fundamental Science* (Berlin, Springer, 2015) p. 49.
- [23] Я.И. Ханин. *Основы динамики лазеров* (М., Наука, 1999) с. 78.
- [24] Л. Аллен, Дж. Эберли. *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (М., Мир, 1978) с. 222.
- [25] Л. Мандель, Э. Вольф. *Оптическая когерентность и квантовая оптика* (М.: Физматлит, 2000). с. 896
- [26] Вл.В. Кочаровский, П.А. Калинин, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский. В сб.: *Нелинейные волны 2012* под ред. А.Г. Литвака, В.И. Некоркина (Н. Новгород, ИПФ РАН, 2013) с. 398
- [27] В.В. Железняков, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. УФН, **159**, 193 (1989).

Редактор А.Н. Смирнов



## Structure and self-modulation features of the superradiant states in asymmetric Fabry-Perot cavity

*E.R. Kocharovskaya<sup>1</sup>, V.I. Kocharovskiy<sup>1,2</sup>*

<sup>1</sup> Institute of Applied Physics,  
Russian Academy of Sciences,  
603950 Nizhny Novgorod, Russia

<sup>2</sup> Lobachevsky State University,  
603950 Nizhny Novgorod, Russia

**Abstract** The dependence of the structure and stability of strongly asymmetric stationary states of a superradiant laser with a slightly asymmetric low-Q Fabry-Perot cavity on its length, reflection factors of mirrors, and pumping level is studied. The states are related to a self-consistent inhomogeneous half-wavelength population inversion grating. The possibility of the existence of two dynamic phase transitions from a stationary (monochromatic) state of this type to a nonstationary one is established: 1) a dissipative superradiant transition to a regime with a quasi-continuous lasing spectrum (in a weakly asymmetric cavity) and 2) a self-modulation transition to a regime with a discrete lasing spectrum. It is shown that the latter can be caused by excitation of both polariton and electromagnetic laser modes due to resonant Rabi oscillations of active centers with a sufficiently long phase relaxation time.