

# Оптические спектры фотонно-кристаллической структуры со слоями графена

© С.В. Елисеева, Д.И. Семенцов

Ульяновский государственный университет,  
432017 Ульяновск, Россия

e-mail: eliseeva-sv@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.02.2022 г. В окончательной редакции 19.11.2022 г. Принята к публикации 25.06.2023 г.

Исследуется трансформация оптических спектров графен-содержащей фотонно-кристаллической структуры при изменении химпотенциала ( $\mu$ ) графена. В периоде структуры один слой является графен-содержащей периодической средой  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})^n$ , а второй предполагается выполненным из чистого кремния. В случае невозбужденного графена ( $\mu = 0$ ) поглощение в структуре превышает отражение и пропускание для частот, лежащих вне фотонных запрещенных зон. Внутри этих зон большая часть падающего излучения отражается, а прохождение вообще отсутствует. С ростом  $\mu$  вне запрещенных зон поглощение уменьшается в области низких частот, а прохождение растет тем сильнее, чем больше  $\mu$ . В структуре с дефектом инверсии внутри запрещенных зон происходит либо подавление, либо существенная перестройка дефектной моды.

**Ключевые слова:** графен, эффективная среда, фотонно-кристаллическая структура, передаточные матрицы, спектры отражения, прохождения и поглощения, фотонная запрещенная зона, дефектная мода.

DOI: 10.21883/OS.2023.07.56131.3260-23

## Введение

В течение последнего десятилетия удивительные оптические свойства графена стали предметом широкого исследования и обсуждения [1–6]. В частности, было выявлено одно из фундаментальных свойств графена — даже один его лист (т.е. моноатомный слой) может поглощать значительную часть падающего излучения, а именно  $A \approx \pi\alpha \approx 0.023$ , где  $\alpha = e^2/c\hbar$  — постоянная тонкой структуры. Связано это прежде всего с дираковским спектром и нулевой массой электронов графена, которые приводят к большой подвижности электронов, высокой проводимости и существенному отличию его оптических свойств от свойств традиционных материалов [7,8].

Отметим, что несмотря на особое внимание к графену как к предполагаемому основному элементу электроники будущего, в настоящее время всё же кремниевые структуры играют ключевую роль. Поэтому развитие „графеновой“ электроники на данном этапе связано не с замещением кремниевых элементов графеновыми, а с постепенной интеграцией графена со структурами на основе кремния и его соединений [9–14]. Сочетание графена и полупроводниковой подложки с соответствующей толщиной и диэлектрической проницаемостью (ДП) позволяет эффективно управлять оптическим спектром такой структуры за счет изменения химического потенциала графена электрическим полем [15–18].

Настоящая работа посвящена изучению спектральных характеристик конечной фотонно-кристаллической структуры (ФКС), состоящей из  $m$  периодов. Первый слой периода представляет собой конечную плоскостную структуру из повторяющейся  $n$  раз системы сло-

ев — „двуокись кремния/графен“. Второй слой в периоде ФКС предполагается выполненным из чистого кремния. Исследуется влияние на оптические спектры отражения, прохождения и поглощения ФКС энергетического состояния графена, определяемого его химпотенциалом.

## Материальные параметры

Рассмотрим конечную ФКС  $[(\text{SiO}_2/\text{Gr})^n]^m$  с числом периодов  $m = 20$ . Период структуры включает два оптически изотропных в своей плоскости слоя с толщинами  $L_1$  и  $L_2$ . Материалом первого слоя является структура, состоящая из  $N = 10$  слоев двуоксида кремния и графена,  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})^n$ . Вторым слоем в периоде ФКС является чистый кремний (рис. 1). Будем считать, что ДП покровной среды и подложки  $\epsilon_a = \epsilon_b = 1$ . Магнитные проницаемости всех материалов равны единице. Подобная структура обладает выделенным направлени-

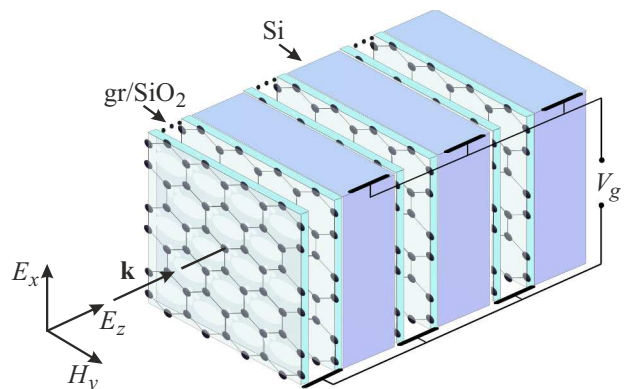
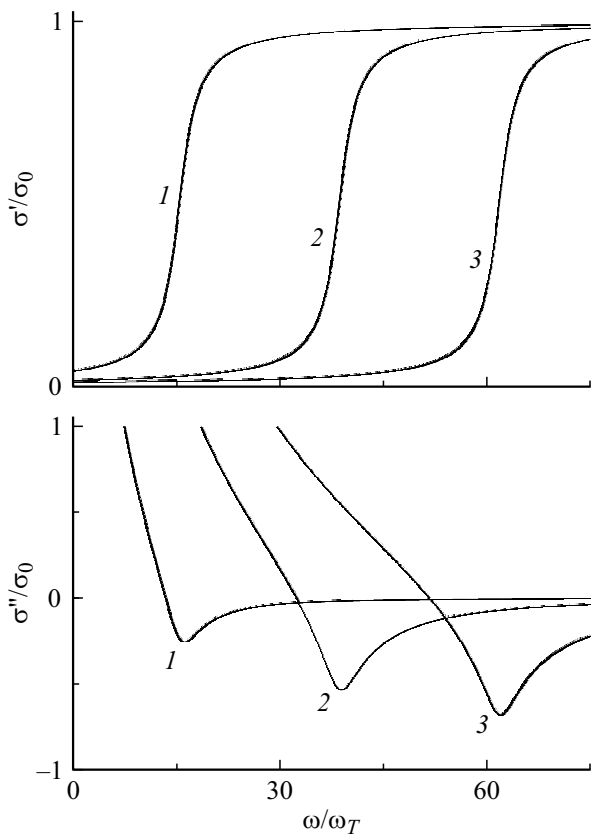


Рис. 1. Геометрия задачи.



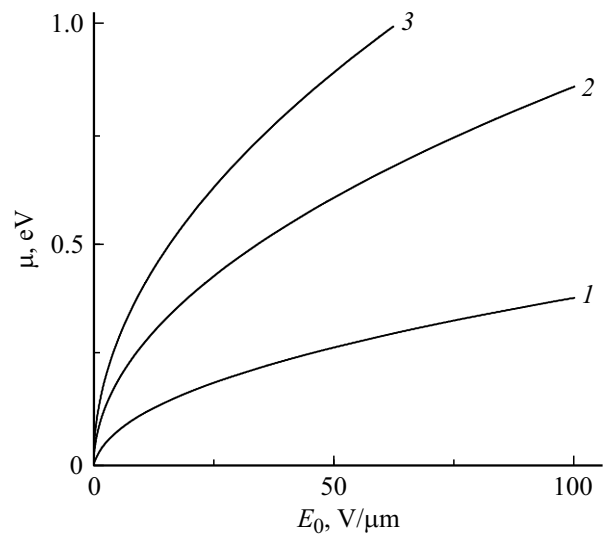
**Рис. 2.** Частотная зависимость действительной и мнимой частей нормированной проводимости графена и ДП эффективной среды SiO<sub>2</sub>/Gr при  $\mu = 0.2, 0.5, 0.8$  eV (кривые 1, 2 и 3 соответственно).

ем, нормальным границе раздела слоев, что определяет одноосную анизотропию ее свойств.

Многие электродинамические свойства графена связаны с его поверхностной проводимостью, которая, в свою очередь, определяется химпотенциалом  $\mu$ . В недопированном (чистом) графене химпотенциал находится в дираковской точке, а прикладывание напряжения различной полярности (т.е. допируя графен электронами или дырками) позволяет сдвигать его в зону проводимости или валентную зону. Управление химпотенциалом может быть реализовано внешним электрическим полем, нормальным к поверхности листа графена. Зависимость химпотенциала от напряженности внешнего поля  $E_0$  определяется выражением [19,21]

$$E_0 = \frac{e}{\pi \hbar^2 v_F^2 \epsilon_b} \int_0^\infty \epsilon (f(\epsilon) - f(\epsilon + 2\mu)) d\epsilon, \quad (1)$$

где  $f(\epsilon)$  — распределение Ферми–Дирака,  $\epsilon$  — энергия электрона,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $v_F = 3\gamma_0/2\hbar$  — скорость Ферми, где  $\gamma_0 = 2.7$  eV,  $b$  — расстояние между соседними атомами в структуре графена,  $\epsilon_b$  — ДП подложки. На рис. 2 приведена зависимость химического потенциала графена от напряженности внешнего электрического поля, полученная для значений  $b = 0.2$  nm и



**Рис. 3.** Зависимость химического потенциала графена от напряженности внешнего электрического поля при  $\epsilon_b = 1, 5.07, 10.9$  (кривые 1, 2, 3 соответственно).

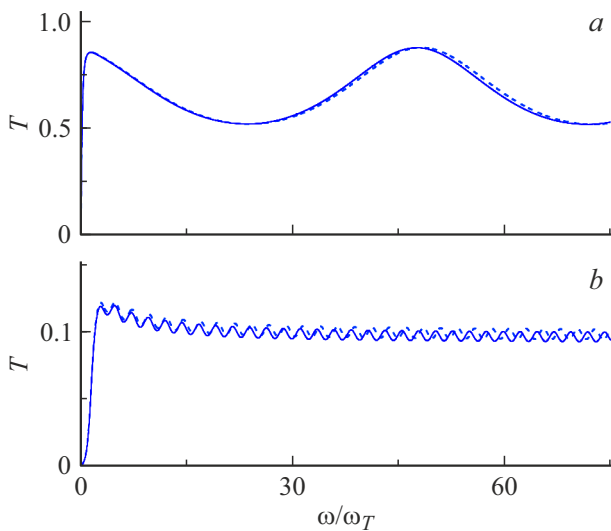
ДП подложки  $\epsilon_b = 1, 5.07, 10.9$  (для вакуума, SiO<sub>2</sub> и Si соответственно — кривые 1–3). Видно, что с ростом подаваемого на слой графена потенциала величина  $\mu$  растет тем быстрее, чем больше ДП подложки.

Таким образом, прикладывая напряжение между листом графена и подложкой, можно менять химпотенциал и тем самым его поверхностную проводимость. Зависимость действительной и мнимой частей комплексной поверхностной проводимости допированного графена от частоты и химпотенциала определяется выражениями [16–18]

$$\begin{aligned} \frac{\sigma'}{\sigma_0} &= \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctg \left( \frac{\hbar\omega - 2\mu}{2k_B T} \right), \\ \frac{\sigma''}{\sigma_0} &= \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{16k_B T}{\hbar\omega} \ln \left( 2 \cosh \left( \frac{\mu}{2k_B T} \right) \right) - \ln \left( \frac{(\hbar\omega + 2\mu)^2}{(\hbar\omega - 2\mu)^2 + (2k_B T)^2} \right) \right], \quad (2) \end{aligned}$$

где  $\sigma_0^2/4\hbar$ ,  $e$  — заряд электрона,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура.

На рис. 3, *a, b* приведены частотные зависимости действительной и мнимой частей проводимости графена для значений химпотенциала  $\mu = (0.2, 0.5, 0.8)$  eV (кривые 1–3 соответственно), который можно изменять в эксперименте с помощью внешнего электрического поля. Здесь и далее численный анализ проводится для рабочей температуры  $T = 300$  К. Представленные зависимости используют частоту, нормированную на величину ( $\omega_T = k_B T/\hbar = 3.93 \cdot 10^{13}$  s<sup>-1</sup>) (постоянную при  $T = const$ ). Видно, что в рассматриваемой области частот действительная часть проводимости положительна (что соответствует режиму поглощения в графене), с ростом химпотенциала область роста  $\sigma'$  смещается



**Рис. 4.** Частотная зависимость коэффициента прохождения для одного периода ( $\text{SiO}_2/\text{Gr}$ ) толщиной  $L_{\text{SiO}_2} + L_{\text{Gr}} = 0.22 \mu\text{m}$  и структуры из двадцати таких же периодов (*a, b*) для химпотенциала  $\mu = 0$  (сплошная линия — матричный метод, штриховая — метод эффективной среды).

в область более высоких частот. Такое же смещение испытывает и мнимая часть проводимости, которая в достаточно широкой частотной области принимает отрицательные значения, достигая наименьшего значения при  $\omega = \omega_\mu = 2\mu/\hbar$ .

### Основные уравнения

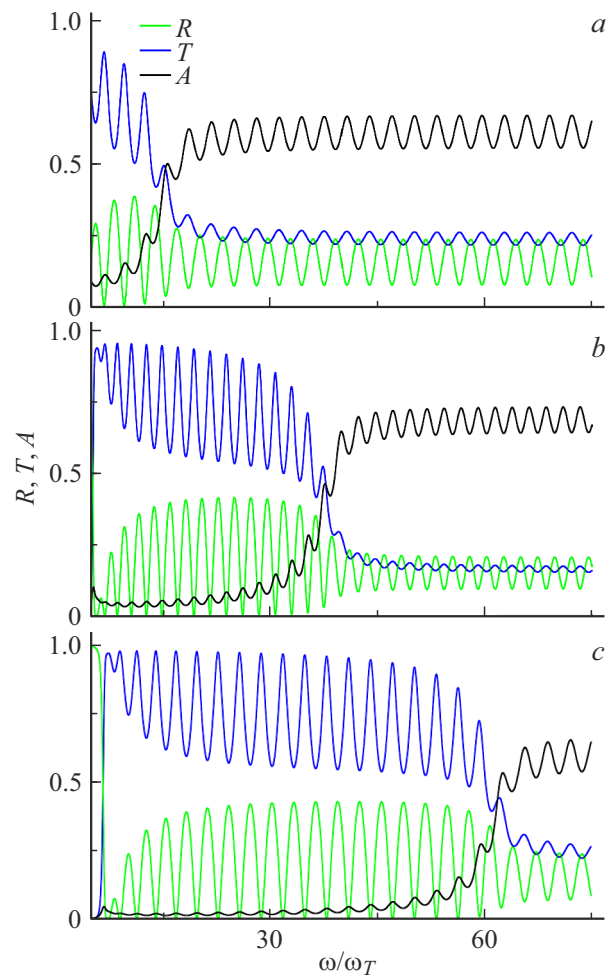
Будем считать, что линейно поляризованная волна распространяется в структуре вдоль оси симметрии, которая перпендикулярна границам раздела слоев (рис. 1). Первым слоем в периоде ФКС является плоско-слоистая среда  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})^n$ , которая состоит из чередующихся слоев окиси кремния и графена с ДП  $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 5.07$ ,  $\epsilon_{\text{Gr}} = 1 + i4\pi\sigma/\omega L_{\text{Gr}}$  и толщинами  $L_{\text{SiO}_2} = 0.022 \mu\text{m}$ ,  $L_{\text{Gr}} = 0.335 \text{ nm}$ . Амплитудные коэффициенты прохождения и отражения для ФКС выражаются через матричные элементы передаточной матрицы всей структуры  $\hat{G}$ , которая связывает амплитуды падающей и выходящей волн [22]:

$$t = \frac{2}{G_{11} + G_{12} + G_{21} + G_{22}},$$

$$r = \frac{G_{11} + G_{12} - G_{21} - G_{22}}{G_{11} + G_{12} + G_{21} + G_{22}}. \quad (3)$$

Для рассматриваемой структуры  $[(\text{SiO}_2/\text{Gr})^n]^m$  передаточная матрица имеет вид  $G = [(M_1 M_2)^n M_3]^m$ , где передаточные матрицы соответствующих слоев [21]

$$M_j = \begin{pmatrix} \cos(k_j L_j) & -i\sqrt{\epsilon_j} \sin(k_j L_j) \\ -i/\sqrt{\epsilon_j} \sin(k_j L_j) & \cos(k_j L_j) \end{pmatrix}. \quad (4)$$



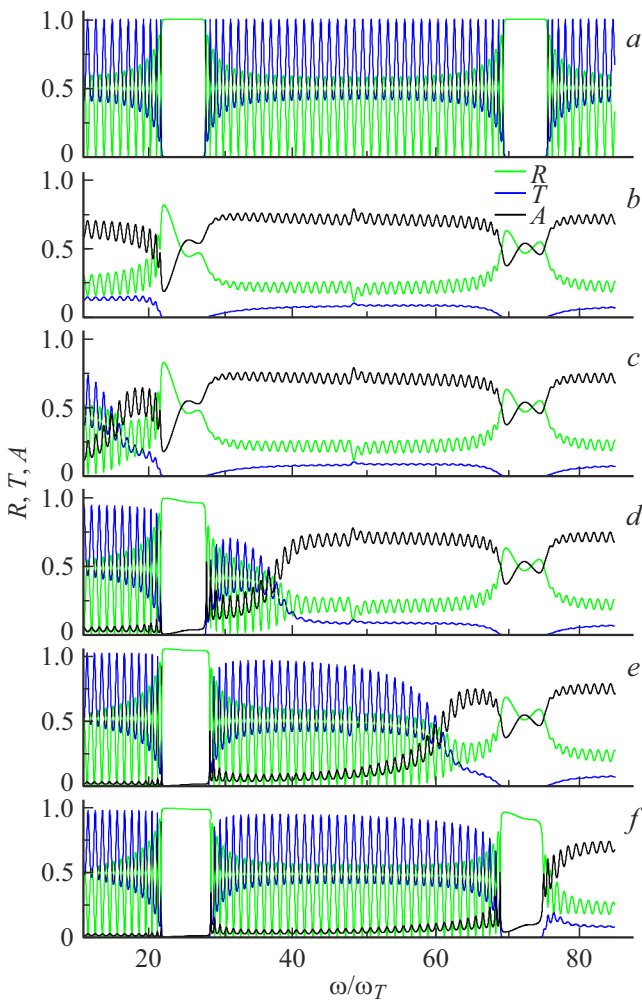
**Рис. 5.** Частотная зависимость коэффициентов отражения, прохождения и поглощения ( $R$ ,  $T$  и  $A$ ) для слоя эффективной среды  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})^{20}$ ,  $L = 20L_1 = 4.4 \mu\text{m}$ ,  $\mu = 0.2, 0.5, 0.8 \text{ eV}$  (*a, b* и *c* соответственно).

Здесь  $k_j = k_0 \sqrt{\epsilon_j}$  — константа распространения в соответствующем слое,  $k_0 = \omega/c$ ,  $\omega$  и  $c$  — частота и скорость волны в вакууме, для слоев графена  $k_{\text{Gr}} = k_0 \sqrt{\epsilon_{\text{Gr}}}$ . Матрицы  $M_{1,2}$  отвечают соответствующему слою периода структуры  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})^n$ , а матрица  $M_1$  отвечает слоям кремния. Энергетические коэффициенты отражения и прохождения в этом случае имеют вид  $R = |r|^2$ ,  $T = |t|^2$ . При учете поглощения в слоях коэффициент поглощения (доля поглощенной ФКС энергии) определяется выражением  $A = 1 - R - T$ .

Во многих работах оптические свойства графеносодержащей плоскослоистой структуры описывают в рамках модели эффективной среды (приближение мелкослоистости). В этом приближении ( $L_{\text{SiO}_2}$ ),  $T = |t|^2$  эффективная ДП

$$\epsilon_{\text{ef}} = \frac{\epsilon_{\text{SiO}_2} L_{\text{SiO}_2} + \epsilon_{\text{Gr}} L_{\text{Gr}}}{L_{\text{SiO}_2} + L_{\text{Gr}}}$$

$$= \frac{1}{\theta + 1} \left( \epsilon_{\text{SiO}_2} - \frac{4\pi\sigma''}{\omega L_{\text{SiO}_2}} + i \frac{4\pi\sigma'}{\omega L_{\text{SiO}_2}} \right), \quad (5)$$



**Рис. 6.** Частотная зависимость энергетических коэффициентов  $R$ ,  $T$  и  $A$  для структур  $(\text{SiO}_2/\text{Si})^{20}$  (a) и при  $\mu = 0, 0.2, 0.5, 0.8, 1.0$  eV (b, c, d, e, f соответственно),  $L_1 = \lambda_0/4n_{\text{ef}} = 0.22 \mu\text{m}$ , ( $L_2 = \lambda_0/4n_{\text{SiO}_2} = 0.15 \mu\text{m}$ ).

где параметр  $\theta = L_{\text{Gr}}/L_{\text{SiO}_2}$ . ДП графена  $\varepsilon_{\text{Gr}}$  связана с его комплексной поверхностной проводимостью соотношением  $\varepsilon_{\text{Gr}} = 1 + i4\pi(\sigma' + i\sigma'')/\omega L_{\text{Gr}}$ . В реальных структурах параметр  $\theta \ll 1$ , и выражение (5) совпадает с  $\varepsilon_{\text{ef}}$ , полученным в работах [15,16]:

$$\varepsilon_{\text{ef}} = \varepsilon_{\text{SiO}_2} - \frac{4\pi\sigma''}{\omega L_{\text{SiO}_2}} + i \frac{4\pi\sigma'}{\omega L_{\text{SiO}_2}}. \quad (6)$$

На рис. 4 представлена частотная зависимость коэффициента прохождения для одного периода  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})$  (графен на подложке из двуокиси кремния) толщиной  $L_{\text{SiO}_2} + L_{\text{Gr}} = 0.22 \mu\text{m}$  и структуры из двадцати таких же периодов общей толщиной  $4.4 \mu\text{m}$  (a, b). При вычислении использовалось значение химпотенциала графена  $\mu = 0$ . Зависимости получены двумя методами: в приближении мелкоструктурной среды с использованием эффективной ДП  $\varepsilon_{\text{ef}}$  (штриховая линия) и на основе матричного подхода (сплошная линия) с использованием передаточных матриц  $(M_1M_2)$  и  $(M_1M_2)^{20}$  для одного и

двадцати периодов. Видно, что оба подхода для выбранного периода структуры дают близкие результаты.

Далее для моделирования оптических спектров исследуемой структуры мы используем матричный подход.

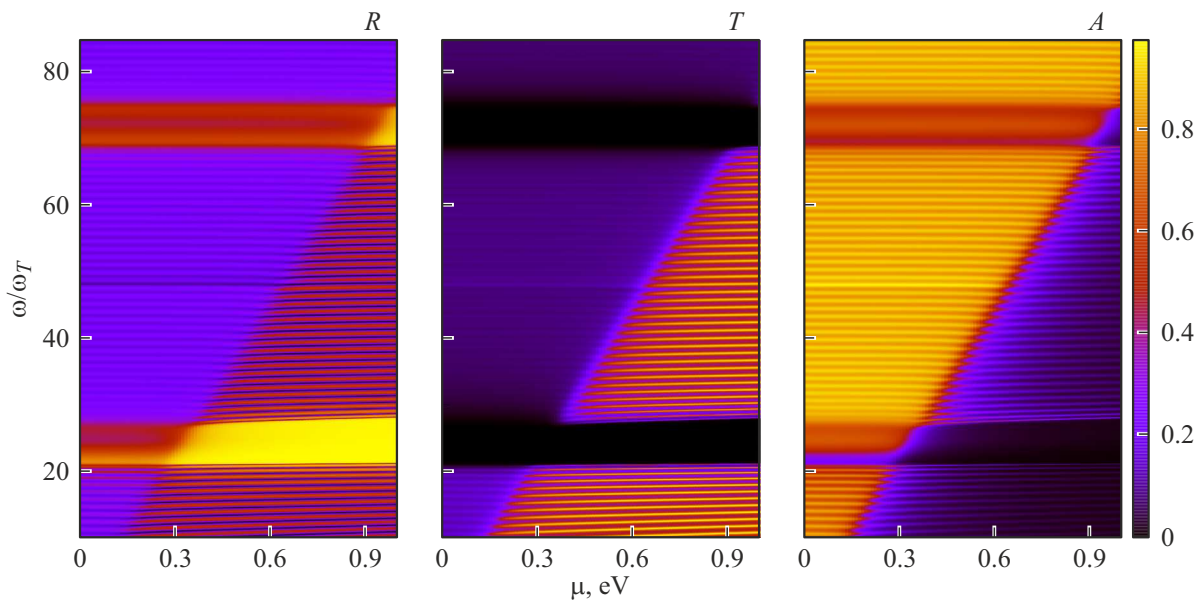
### Численный анализ

Ниже на рисунках приведены частотные зависимости энергетических коэффициентов отражения, прохождения и поглощения (зеленая, синяя и черная кривые), полученные на основе численного анализа для ФКС, выполненных на основе управляемой эффективной графеновой среды. На рис. 5 приведена частотная зависимость коэффициентов  $R$ ,  $T$  и  $A$  (зеленая, синяя, черная линии) для структуры  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})^{20}$  при величине ее периода  $L_{\text{SiO}_2} + L_{\text{Gr}} = 0.22 \mu\text{m}$  и значениях химпотенциала  $\mu = 0.2, 0.5, 0.8$  eV (a, b, c соответственно). Для исследуемой графен-содержащей структуры поглощение присутствует на всех частотах. На низких частотах пропускание преобладает над отражением и поглощением, с ростом частоты пропускание уменьшается, а отражение в широком частотном интервале остается практически на одном уровне. При этом величины  $R$ ,  $T$  и  $A$  являются осциллирующими функциями частоты, что связано с проявлением интерференции при заданной толщине слоя. Наличие в структуре графена приводит к существенной перестройке спектра, в частности к высокой доле поглощения, которая зависит от величины химпотенциала графена и растет с увеличением частоты. При  $\mu = 0.2$  eV структура поглощает значительную часть излучения в широком интервале частот, тогда как при  $\mu = 0.8$  eV структура начинает поглощать лишь на достаточно высоких частотах ( $\omega \geq 50\omega_T$ ). Отметим, что для структуры без графена  $(\text{SiO}_2)^{20}$  поглощение отсутствует, так как принято, что в рассматриваемом частотном диапазоне  $\varepsilon_{\text{SiO}_2}$  — действительная величина. Спектр пропускания содержит хорошо разрешимые узкие области практически полной прозрачности, лежащие в разных частях спектра для различных значений химпотенциала.

На рис. 6 приведена частотная зависимость коэффициентов  $R$ ,  $T$  и  $A$  для структур  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})^{20}$  (a) и  $((\text{SiO}_2/\text{Gr})^{10}/\text{Si})^{20}$  с четвертьволновой толщиной слоев  $L_1 = \lambda_0/4n_{\text{SiO}_2} = 0.22 \mu\text{m}$ ,  $L_2 = \lambda_0/4n_{\text{Si}} = 0.15 \mu\text{m}$  ( $\lambda_0$  при  $\omega_0/\omega_T = 24$ ) и значений химпотенциала  $\mu = (0, 0.2, 0.5, 0.8, 1.0)$  eV (b–f соответственно). Видно, что в спектре ФКС, не содержащей графена, имеет место чередование хорошо разрешимых зон пропускания и непропускания, а также отсутствие поглощения. При этом во всем частотном диапазоне, за исключением фотонных запрещенных зон (ФЗЗ), отмечается чередование узких областей с высокими значениями (близкими к единице) коэффициентов  $R$  и  $T$ .

Для периодической графеновой структуры видно существенное влияние на спектры величин  $R$ ,  $T$  и  $A$  энергетического состояния графена, определяемого величи-





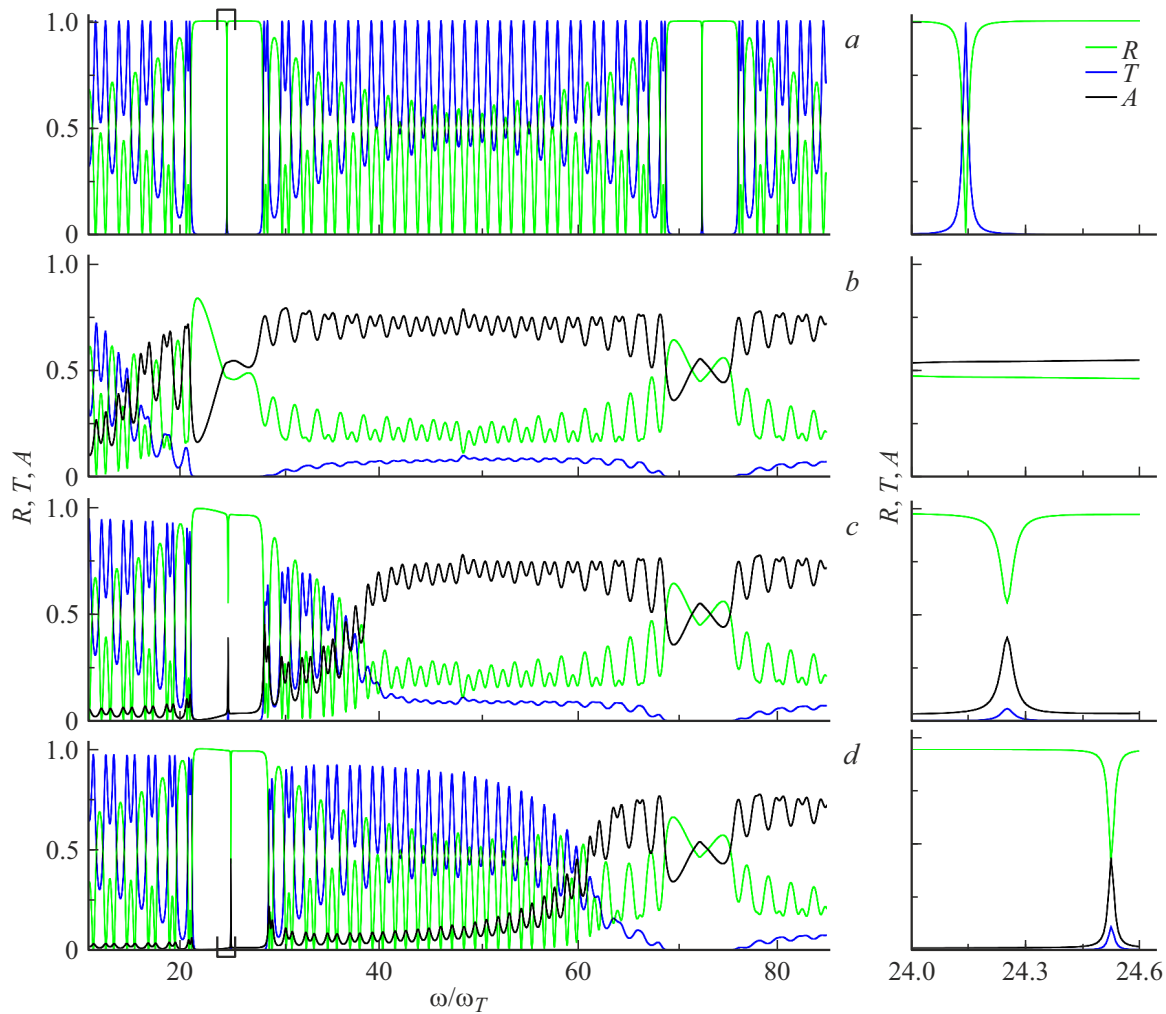
**Рис. 7.** Зависимость энергетических коэффициентов  $R$ ,  $T$  и  $A$  для структуры  $((\text{SiO}_2/\text{Gr})^{10}/\text{Si})^{20}$  от частоты и химического потенциала,  $L_1 = 0.22 \mu\text{m}$ ,  $L_2 = 0.15 \mu\text{m}$ .

ной химпотенциала. В случае невозбужденного графена ( $\mu = 0$ ) поглощение в структуре превышает отражение и пропускание для частот, лежащих вне ЗЗ, тогда как внутри этих зон большая часть падающего излучения отражается, а прохождение вообще отсутствует. С ростом химпотенциала вне ФЗЗ поглощение уменьшается в области низких частот, а прохождение растет тем сильнее, чем больше  $\mu$ . Внутри первой ЗЗ с ростом  $\mu$  поглощение и прохождение подавляются, и ФКС на соответствующих частотах может использоваться в качестве эффективного отражателя. Во второй ФЗЗ профили зависимостей  $R(\omega)$  и  $A(\omega)$  практически не меняются с ростом  $\mu$ . Прохождение вне ФЗЗ с ростом химпотенциала растет, при этом спектр поглощения содержит хорошо разрешимые узкие области практически полной прозрачности. Внутри каждой из ФЗЗ прохождение отсутствует для всех значений химпотенциала.

На рис. 7 приведена тоновая диаграмма (color map) коэффициентов отражения, поглощения и прохождения для ФКС  $((\text{SiO}_2/\text{Gr})^{10}/\text{Si})^{20}$  с четвертьволновой толщиной слоев (для  $\lambda_0 = 2 \mu\text{m}$ ,  $\omega/\omega_r = 24$ ), характеризующая зависимость энергетических коэффициентов от частоты и химического потенциала. Видно, что на диаграммах в соответствующих частотных интервалах присутствуют как области максимального отражения, так и области значительного поглощения. Таким образом, наличие в периоде ФКС слоя  $(\text{SiO}_2/\text{Gr})^{10}$  позволяет за счет управления химпотенциалом графена осуществлять перестройку фотонных спектров, изменяя прохождение и поглощение падающего на структуру излучения, что позволяет использовать данную структуру в качестве эффективных отражателя и поглотителя излучения.

Важным типом ФКС являются структуры, содержащие дефект, который нарушает ее периодичность. Одним из часто используемых на практике дефектов является инверсия, которая заключается в изменении порядка следования слоев в одной из двух частей структуры [23–25]. Если дефект возникает в структуре на границе соседних периодов, то передаточная матрица структуры в этом случае имеет вид  $\hat{S} = (\hat{M})^m (\hat{M})^m$ , где исходному периоду отвечает передаточная матрица  $\hat{M} = \hat{N}_1 \cdot \hat{N}_2$ , а инвертированному периоду — матрица  $\hat{\tilde{M}} = \hat{N}_2 \cdot \hat{N}_1$ . Матричные элементы передаточной матрицы инвертированного периода связаны с элементами матрицы нормального периода соотношением  $(\hat{\tilde{M}})_{\alpha\beta} = (\hat{M})_{3-\beta, 3-\alpha}$ , где  $\alpha, \beta = 1, 2$ . Наличие подобного дефекта приводит к появлению в ЗЗ бездефектной структуры минизоны пропускания (дефектной моды).

На рис. 8 представлены частотные зависимости коэффициентов  $R$ ,  $T$ ,  $A$  для структур  $(\text{SiO}_2/\text{Si})^{10}(\text{Si}/\text{SiO}_2)^{10}$  и  $((\text{SiO}_2/\text{Gr})^{10}\text{Si}^{10})(\text{Si}/(\text{SiO}_2/\text{Gr})^{10})^{10}$  с дефектом инверсии ( $a$ ) в случае четвертьволновых толщин слоев  $L_1, L_2$ , и значений химпотенциала графена  $\mu = (0.2, 0.4, 0.8 \text{ eV})$  ( $b, c, d$  соответственно). Наличие дефекта в структуре без графеновых слоев приводит к появлению в центре ФЗЗ бездефектной структуры разрешенной минизоны, в центре которой коэффициент отражения уменьшается практически до нуля, а коэффициент прохождения может быть близким к единице (см. вставку справа). В структуре с графеном вне ФЗЗ частотная зависимость оптических коэффициентов близка к соответствующим зависимостям для бездефектной структуры (рис. 6). Внутри ФЗЗ происходит существенная перестройка указанных зависимостей, что демонстрируют кривые, приведенные в увеличенном масштабе



**Рис. 8.** Частотная зависимость коэффициентов  $R$ ,  $T$  и  $A$  для структур  $((\text{SiO}_2)^{10}/\text{Si})^{10}(\text{Si}/(\text{SiO}_2)^{10})^{10}$  (a) и  $((\text{SiO}_2/\text{Gr})^{10}/\text{Si})^{10}(\text{Si}/(\text{SiO}_2/\text{Gr})^{10})^{10}$  с  $\mu = 0.2, 0.5, 0.8 \text{ eV}$  (b, c и d соответственно).

(справа от общего рисунка) для первой ФЗЗ. Видно, что в структуре с графеном при  $\mu = 0.2 \text{ eV}$  в первой ФЗЗ подавляется дефектная мода (в результате чего полностью отсутствует прохождение). С ростом химпотенциала дефектная мода восстанавливается, однако для этой моды имеет место не только отражение, но и прохождение с поглощением. С увеличением химпотенциала дефектная мода сдвигается в область больших частот. Во второй ФЗЗ при всех значениях  $\mu$  прохождение отсутствует, а отражение превышает поглощение, при этом зависимость от химпотенциала практически отсутствует.

### Заключение

Наличие в ФКС графеновых слоев приводит к существенной зависимости характера спектров от химического потенциала графена. Изменение химпотенциала позволяет осуществлять перестройку фотонных спек-

тров, изменяя в широких пределах отражение, прохождение и поглощение падающего на структуру излучения. В частности, в спектрах появляются области, в которых прохождение отсутствует полностью, отражение сравнительно мало, и максимальная часть падающего излучения поглощается. На диаграммах в соответствующих частотных интервалах присутствуют как области полного отражения, так и области полного поглощения излучения, что позволяет использовать ФКС в качестве эффективных отражателя или поглотителя излучения.

Наличие дефекта инверсии приводит к появлению в спектрах отражения и пропускания непоглощающей ФКС одной минизоны пропускания в фотонных ЗЗ бездефектного кристалла. Присутствие графена приводит к наличию поглощения в спектре и частичному или полному подавлению дефектной моды, а также прохождение в целом. Формирование ФКС на основе эффективной графеновой среды позволяет не только управлять фотонным спектром и шириной ФЗЗ за счет изменения пара-

метров структуры, числа периодов, хипотенциала, но и использовать ее в качестве спектрально чувствительного фильтра или поглотителя излучения.

### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках Государственного задания проект FEUF-2023-0003.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] С.В. Морозов, К.С. Новоселов, А.К. Гейм. УФН, **178** (7), 776 (2008).
- [2] A. Madani, S.R. Entezar. Phys. B, **431**, 1 (2013).
- [3] M. Zamani, M. Abbasnejad. Physica C: Superconductivity and its Applications, **554**, 19 (2018).
- [4] B. Kuzmenko, E. van Heumen, F. Carbone, D. van der Marel. Phys. Rev. Lett., **100** (11), 117401 (2008).
- [5] R.R. Nair, P. Blake, A.N. Grigorenko, K.S. Novoselov, T.J. Booth, T. Stauber, N.M.R. Peres, A.K. Geim. Science, **320**, 1308 (2008).
- [6] K.F. Mak, M.Y. Sfeir, Ya. Wu, C.H. Lui, J.A. Misewich, T.F. Heinz. Phys. Rev. Lett., **101**, 196405 (2008).
- [7] Z. Ahmad, E.A. Muljarov, S.S. Oh. Phys. Rev. B, **104** (8), 085426 (2021).
- [8] M.S.D. Vasconcelos, M.G. Cottam. J. Phys. D: Appl. Phys., **53** (13), 135101 (2020).
- [9] M.A. Othman, C. Guclu, F. Capolino. Opt. Express, **21** (6), 7614 (2013).
- [10] D. Jahani, A. Soltani-Vala, J. Barvestani, H. Hajian. J. Appl. Phys., **115**, 153101 (2014).
- [11] S.A. El-Naggar. Opt. Quant. Electron., **47** (7), 1627 (2015).
- [12] S. Razi, F. Sepahi, A.A. Saray. Physica B: Condensed Matter, **597**, 412380 (2020).
- [13] X.H. Deng, J.T. Liu, J.R. Yuan, Q.H. Liao, N.H. Liu. Europhys. Lett., **109**, 27002 (2015).
- [14] L.A. Falkovsky. J. Phys.: Conference Series, **129** (1), 012004 (2008).
- [15] T. Zhang, M.Y. Mao, Y. Ma, D. Zhang, H.F. Zhang. Optik, **223**, 165636 (2020).
- [16] D.A. Smirnova, I.V. Iorsh, I.V. Shadrivov, Y.S. Kivshar. JETP Lett., **99** (8), 456 (2014).
- [17] A. Rashidi, A. Namdar, R. Abdi-Ghaleh. Superlattices and Microstructures, **105**, 74 (2017).
- [18] A. Madani, S.R. Entezar. Superlattices and Microstructures, **86**, 105 (2015).
- [19] K.I. Bolotin, K.J. Sikes, Z. Jiang, M. Klima, G. Fudenberg, J. Hone, P. Kim, H.L. Stormer. Sol. Stat. Commun., **146** (9–10), 351 (2008).
- [20] V. Ryzhii, A. Satou, T. Otsuji. J. Appl. Phys., **101** (2), 024509 (2007).
- [21] C. Attacalite, L. Wirtz, M. Lazzeri, F. Mauri, A. Rubio. Nano Lett., **10**, 1172 (2010).
- [22] M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light* (Elsevier, 2013).
- [23] J. Fu, W. Chen, B. Lv. Phys. Lett. A, **380** (20), 1793 (2016).
- [24] W. Belhadj, N.B. Ali, H. Dakhlaoui, O.H. Alsalmi, H. Alsaif, A. Torchani. The Eur. Phys. J. B, **94** (10), 1 (2021).
- [25] H. Da, G. Liang. Appl. Phys. Lett., **98** (26), 261915 (2011).