

Эксперимент по повышению точности квантового нивелира на основе водородных квантовых часов с использованием фазовых измерений ГЛОНАСС/GPS

© В.Ф. Фатеев, Ф.Р. Смирнов, А.А. Карауш

Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений, 141570 Менделеево, Солнечногорский р-н., Московская обл., Россия
e-mail: karaush_aa@vniiftri.ru

Поступило в Редакцию 22 февраля 2023 г.

В окончательной редакции 25 апреля 2023 г.

Принято к публикации 3 мая 2023 г.

Исследованы измерения разности гравитационных потенциалов и ортометрических высот квантовым нивелиром на основе водородных квантовых часов. Для повышения точности сличения шкал времени предложено использовать высокоточный метод абсолютной навигации по фазовым измерениям глобальных навигационных спутниковых систем с целочисленным разрешением неоднозначности. При интервале накопления измерений около 5 суток и использовании мобильных квантовых часов с суточной относительной нестабильностью порядка $1 \cdot 10^{-15}$ предлагаемый метод позволяет измерить разность ортометрических высот и гравитационных потенциалов с погрешностью 7.7 м и $75.3 \text{ м}^2/\text{с}^2$ соответственно. При этом остается возможность уменьшения погрешности при использовании квантовых часов с более высокой стабильностью и увеличении интервала накопления измерений.

Ключевые слова: разность ортометрических высот, разность гравитационных потенциалов, целочисленное разрешение фазовой неоднозначности.

DOI: 10.21883/JTF.2023.08.55981.32-23

Введение

К настоящему времени в РФ на основе гравитационного эффекта замедления времени Эйнштейна [1] проведены несколько экспериментов по измерению разности гравитационных потенциалов и соответствующей разности ортометрических высот с помощью стационарных и мобильных высокостабильных водородных квантовых часов (КЧ) [2]. При этом для сличения шкал времени этих часов в измерительных точках использовался либо метод релятивистской синхронизации [3], либо волоконно-оптическая линия связи, либо сигналы глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) [4]. В зарубежном наземном гравитационном эксперименте для этого применена система дуплексной связи через спутники связи [5]. Одно из предложений по повышению точности измерений в экспериментах такого рода основано на использовании квантово-оптических систем, или спутниковых лазерных дальномеров [6].

Вместе с тем метод с использованием сигналов ГНСС обеспечивает самую простую реализацию квантового нивелира, поскольку, кроме квантовых часов, он требует установки в точках измерений лишь малогабаритных приемников сигналов спутниковых навигационных систем. В известных экспериментах с использованием навигационных приемников ГНСС для измерения эффекта гравитационного смещения шкал времени на интервале накопления эффекта использовались кодовые ГНСС измерения. Это обеспечивало погрешность изме-

рения расхождений шкал времени пары пространственно разнесенных квантовых часов 0.3 ns и более, что не позволило получить приемлемую точность измерений разности гравитационных потенциалов. Для повышения точности измерений разности гравитационных потенциалов в настоящей работе предлагается использование фазовых измерений ГНСС и методов целочисленного разрешения фазовой неоднозначности.

1. Замысел эксперимента, основные соотношения

Эксперимент основан на использовании стационарных водородных квантовых часов, размещенных на пункте „Менделеево“ Московской обл., и перебазированных водородных квантовых часов, которые после взаимной калибровки со стационарными часами перемещаются на пункт „Евпатория“.

Цель эксперимента: измерение разности гравитационных потенциалов и ортометрических высот между пунктами „Менделеево“ и „Евпатория“ на основе использования непрерывных фазовых измерений сигналов ГНСС.

В качестве стационарных квантовых часов КЧ-0 с базовой шкалой собственного времени τ_0 выступал первичный эталон единиц времени и частоты национальной шкалы времени РФ ГЭТ 1-2022 [7] с относительной нестабильностью $5 \cdot 10^{-16}$, размещаемый на пункте „Менделеево“. В качестве перебазированных

часов КЧ-М использовались перевозимые водородные квантовые часы (ПКЧВ-Н) производства ЗАО „Время-Ч“ (Россия) с собственной бортовой шкалой собственного (измеряемого) времени τ_m , а также относительной нестабильностью не хуже $(\sigma f/f_0) = 1 \cdot 10^{-15}$ за 3600 s. Для измерения расхождения шкал времени квантовых часов, размещенных на концах маршрута, использовалась навигационная аппаратура потребителей (НАП) ГНСС Javad Sigma G3T с частотой съема информации 1 Hz. Текущая температура КЧ-М в процессе эксперимента контролировалась с помощью бортовой метеостанции Combi-Sensor DTF 1MV с чувствительностью 0.01°C и погрешностью измерений 0.3°C.

Разность частот перебазируемых квантовых часов КЧ-М, прибывших в пункт „Евпатория“ и установленных там неподвижно, а также стационарных часов КЧ-0, размещенных в пункте „Менделеево“, определяется известным соотношением [8]:

$$f_E - f_0 = \Delta f_{GR} + \Delta f_{\Omega} + \Delta f_K + \Delta f_T + \Delta f_R, \quad (1)$$

где индексы 0, E относятся к пунктам „Менделеево“ и „Евпатория“ соответственно; $f_{GR}/f_0 = \frac{\varphi_0 - \varphi_E}{c^2}$ — гравитационное смещение в поле Земли; φ_0, φ_E — гравитационные потенциалы соответственно в пунктах „Менделеево“ и „Евпатория“;

$$\Delta f_{\Omega}/f_0 = \frac{\Omega^2}{2c^2} [(x_0^2 + y_0^2) - (x_E^2 + y_E^2)]$$

— разность частот за счет центробежных потенциалов Земли; Ω — угловая скорость вращения Земли; $(x_0, y_0), (x_E, y_E)$ — геоцентрические координаты пунктов „Менделеево“ и „Евпатория“; Δf_K — начальная калибровочная разность частот перебазируемого стандарта по отношению к эталонной частоте задающего генератора КЧ-0 f_0 ; $\Delta f_T = K_T^f \Delta T$ — температурное отклонение частоты КЧ-М, которое рассчитывается через температурный коэффициент частоты его задающего генератора K_T^f и отклонение температуры ΔT часов КЧ-М; Δf_R — непредсказуемое случайное изменение частоты КЧ-М за время перемещения от пункта „Менделеево“ до пункта „Евпатория“ из-за собственной нестабильности стандарта. Эффект Саньяка, накопленный во время перемещения КЧ-М и неизменный при неподвижном положении КЧ-М в точке „Е“, не представляет интереса для решения задачи измерения разности гравитационных потенциалов, поэтому здесь и далее не учитывается.

Применительно к данному эксперименту, когда разность измеряемых ортометрических высот не превышает 250 m, выразим гравитационные потенциалы φ_0, φ_E через потенциал геоида φ_G , одинаковый для всех точек поверхности Земли:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \varphi_G + \int g_0(H) dH_{ort}^0 \approx \varphi_G - g_0 H_{ort}^0, \\ \varphi_E &= \varphi_G + \int g_E(H) dH_{ort}^E \approx \varphi_G - g_E H_{ort}^E, \end{aligned} \quad (2)$$

где H_{ort}^0, H_{ort}^E — ортометрические высоты точек размещения квантовых часов „Менделеево“ и „Евпатория“ относительно поверхности геоида соответственно; g_0, g_E — ускорения свободного падения в этих точках соответственно.

В результате, пренебрегая незначительными влияниями неоднородности гравитационного поля Земли, и учитывая, что при небольшой разности ортометрических высот (не более километра) $g_0 = g_m = g$ [9], искомое гравитационное смещение (1) определяется следующей приближенной формулой:

$$f_{GR} = f_0 \frac{\varphi_0 - \varphi_E}{c^2} = f_0 \frac{\Delta \varphi_{0E}}{c^2} \approx f_0 \frac{g \Delta H_{ort}}{c^2}, \quad (3)$$

где $\Delta \varphi_{0E}; \Delta H_{ort} = H_{ort}^E - H_{ort}^0$ — соответственно искомая разность потенциалов и ортометрических высот.

2. Определение разности частот удаленных стандартов частоты с использованием фазовых ГНСС измерений

Для сравнения шкал времени и частот КЧ-М и КЧ-0 в настоящей работе предлагается использование методики высокоточного абсолютного позиционирования с целочисленным разрешением неоднозначности, известной как Integer Precise Point Positioning (IPPP или PPP-AR) [10]. Исходными данными для проведения решения по данной методике являются кодовые и фазовые измерения ГНСС приемника в двух частотных диапазонах. Также требуется информация о высокоточных орбитах и поправках к бортовым шкалам времени навигационных спутников. Высокоточные поправки рассчитываются независимыми центрами анализа ГНСС измерений, и доступны апостериорно с задержкой от 1 до 14 суток. В настоящей работе использовались высокоточные продукты центра анализа CODE (Берн, Швейцария).

Для высокоточного сравнения шкал времени необходимо осуществить накопление кодовых и фазовых ГНСС измерений на протяжении нескольких суток с периодом не более 30 s. Важным условием является непрерывность фазовых измерений на всем временном интервале решения задачи.

На первом этапе производилась независимая обработка по методу IPPP данных базовой и мобильной станции. Целочисленное разрешение неоднозначности осуществлялось по методу, разработанному в CNES, Франция [11]. В результате обработки независимо вычислялись расхождения шкал времени (ШВ) КЧ-0 и КЧ-М относительно некоторой опорной высокостабильной шкалы времени, которая используется в применяемых высокоточных эфемеридах. Поскольку искомой величиной является разность ШВ КЧ-0 и КЧ-М,

третья шкала не представляет интереса, поскольку исключается при формировании разности. Таким образом, мы получаем высокоточную оценку разности шкал времени перебазируемого и стационарного квантовых стандартов.

Преимуществом технологии IRRP является получение единого решения на всем массиве обрабатываемых измерений при условии непрерывности фазовых измерений. Такое решение не подвержено влиянию межсуточных скачков и других факторов, ухудшающих точность. В результате разность расхождений шкал времени между любыми моментами времени в пределах интервала обработки может быть определена с очень высокой точностью. При этом для каждого сеанса обработки будет существовать постоянная погрешность оценки ШВ, которая зависит от шума кодовых измерений и ряда других факторов, однако для решения задачи измерения разности потенциалов абсолютное значение разности ШВ не важно, необходимо знать только набег фазы ШВ между начальной и конечной точкой интервала обработки. Таким образом, постоянная погрешность для каждой из независимо обрабатываемых станций на результат не влияет, и погрешность оценки разности потенциалов определяется только случайной составляющей фазовых измерений и применяемых в решении моделей.

Случайная погрешность оценки ШВ с применением метода IRRP оценивается как не превышающая 50 ps, что соответствует погрешности сравнения частот порядка $n \cdot 10^{-16}$ за одни сутки. По результатам эксперимента, проведенного специалистами ВНИИФТРИ, была получена оценка девиации Аллана, равная $3 \cdot 10^{-16}$, на суточном интервале усреднения для коротких базовых линий. Систематическая погрешность оценки относительной разности частот с применением метода IRRP не превышает $\pm 1 \cdot 10^{-16}$. Данный результат был получен во ВНИИФТРИ на основе сравнения результатов обработки с данными измерений, полученных с помощью фазового компаратора [12]. Зарубежными специалистами также проводились эксперименты, в ходе которых сравнивались оценки, полученные Integer PPP и по оптическому каналу сличений частот. Эксперименты показали [13], что случайная погрешность метода Integer PPP не превышает $1 \cdot 10^{-16}$ на интервале усреднения 3 суток для базовых линий порядка 1000 km. Проведение сравнений на более длинных базовых линиях затруднено из-за отсутствия альтернативного канала сличений с требуемой точностью для проверки метода.

3. Проведение эксперимента

Эксперимент выполнялся поэтапно.

3.1. Этап I. Начальная калибровка по частоте

На этом этапе была определена разность частот $\Delta f_K = f_m - f_0$ базовых и мобильных квантовых часов

с погрешностью не более $1 \cdot 10^{-16}$. Измерения проводились с помощью частотного компаратора VCN-314 при размещении часов в непосредственной близости друг от друга в термостабилизированном помещении в течение трех суток. Относительная начальная калибровочная расстройка с учетом линейного дрейфа частоты задающего генератора КЧ-М составила: $\Delta f_{\text{init}}/f_0 = (66.32 - 1.99 \cdot T \pm 4.40) \cdot 10^{-16}$, где T — время наблюдения в сутках.

Температурный коэффициент частоты (ТКЧ) определялся путем сравнения расхождений частот задающих генераторов часов КЧ-М и КЧ-0 при разной температуре внутреннего объема автомобильной термостабилизированной лаборатории, которая размещалась вблизи эталона ГЭТ1-2022, в которой располагались КЧ-М. Контроль колебаний температуры мобильной лаборатории во время калибровки производился с помощью бортового термогигрометра ИВА-6А-КП-Д с чувствительностью 0.1°C и погрешностью измерений $\pm 0.3^\circ\text{C}$. При разности температур лаборатории 7.194°C и интервале наблюдения 2.51 суток ТКЧ в относительном выражении составил: $K_T^f = 2.18 \cdot 10^{-16} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

3.2. Этап II. Перемещение часов КЧ-М в пункт „Евпатория“ и проведение измерений разности частот часов КЧ-М и КЧ-0 на интервале 5 суток с использованием НАП ГНСС

С помощью фазового метода на НАП ГНСС выполняются непрерывные измерения расхождений шкал времени базовых часов КЧ-0, находящихся в п. „Менделеево“, и КЧ-М, находящихся в п. „Евпатория“:

$$\Delta\tau(\tau_0) = [\tau_E(\tau_0) - \tau_0] + \delta\tau_R + \delta\tau_S, \quad (4)$$

где $\delta\tau_R$, $\delta\tau_S$ — случайная и систематическая погрешность сравнения шкал времени КЧ-М и КЧ-0.

Затем на основе оценок разности ШВ вычисляется средняя разность частот двух стандартов $f_s - f_0$ на интервале 5 суток. Для этого методом наименьших квадратов $\Delta\tau(\tau_0)$ приближенно представляется полиномом первого порядка. Коэффициент при линейном члене полинома представляет искомую разность частот задающих генераторов сравниваемых квантовых часов. Как и было отмечено выше, систематическая погрешность не влияет на оценку этой разности частоты, следовательно, погрешность оценки зависит только от случайной погрешности $\delta\tau_R$. С увеличением интервала накопления измерений τ_H при условии нормального закона распределения случайной величины $\delta\tau_R$ погрешность оценки разности частот линейно уменьшается.

Результат измерения разности частот КЧ-М и КЧ-0, согласно формулам (1) и (3), представляется в виде

$$(f_E - f_0)^{\text{meas}} = f_0 \frac{g\Delta H_{\text{ort}}}{c^2} + \Delta f_K + \Delta f_\Omega + \Delta f_T + \Delta f_C + \delta f^{\text{meas}}, \quad (5)$$

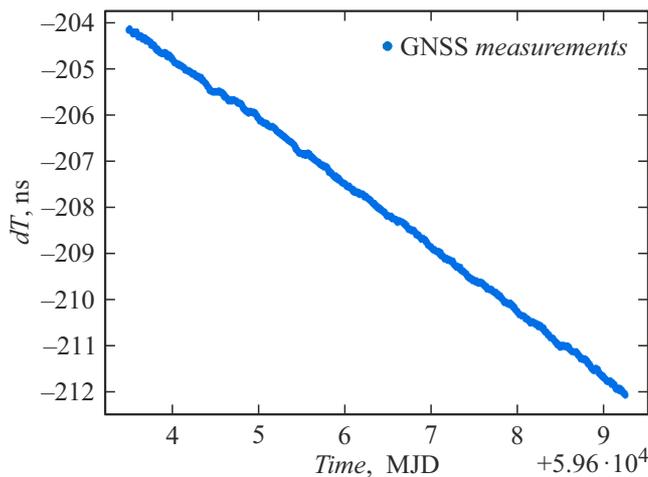


Рис. 1. Текущая разность значений шкал времени КЧ-0 и КЧ-М во время стоянки в Евпатории.

где δf^{meas} — погрешность измерения разности частот.

Интервал накопления измерений τ_{Acc} в эксперименте составил 5 суток. Полученные текущие расхождения шкал времени базовых часов КЧ-0, находящихся в п. „Менделеево“, и мобильных часов КЧ-М, находящихся в п. „Евпатория“, представлены на рис. 1.

Обработка измерений проводилась в апостериорном режиме после возвращения мобильных часов обратно во ВНИИФТРИ.

3.3. Этап III. Перемещение КЧ-М обратно в Менделеево

По возвращении во ВНИИФТРИ были проведены измерения разности частот базовых и мобильных квантовых часов с помощью фазового компаратора VCN-314 (аналогично этапу I). Возвращение произошло примерно через 13.7 суток. Подставив это значение в уравнение начальной калибровочной расстройки, мы получаем предсказанное значение относительной разности частот, равное $\dot{f}_{final}/f_0 = 39.06 \cdot 10^{-16}$ с учетом линейного дрейфа. Измеренное действительное значение относительной разности частот составило $\Delta f_{final}/f_0 = 37.658 \cdot 10^{-16}$, что совпадает с предсказанным значением в пределах собственной нестабильности часов.

Среднеквадратическое отклонение разности ШВ КЧ-0 и КЧ-М на интервале наблюдения 5 суток составляет 36 ps (после снятия линейного тренда для оценки разности частот). На рис. 2 представлен фазовый шум измерений, а на рис. 3 — девиация Аллана полученного расхождения ШВ.

4. Обсуждение результатов

Характер полученной девиации Аллана позволяет сделать вывод о близости распределения случайной погрешности сравнения ШВ к нормальному закону. Девиация

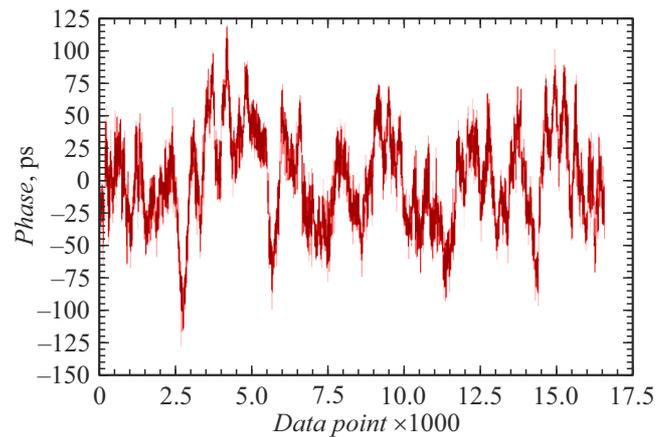


Рис. 2. Шум оценки разности ШВ после снятия линейного тренда.

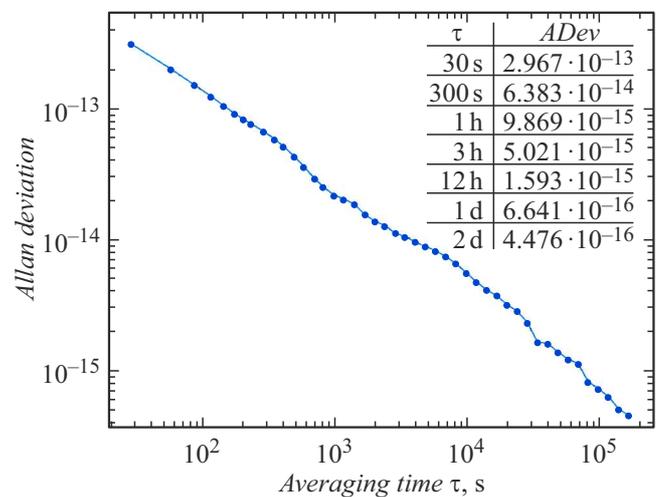


Рис. 3. Девиация Аллана оценки разности шкал времени.

Аллана линейно уменьшается с увеличением времени усреднения.

Необходимо отметить, что представленная девиация Аллана, помимо собственно погрешности метода, содержит также составляющие собственной нестабильности перебазируемых и стационарных квантовых часов. Исходя из этого, относительная погрешность сравнения частот с использованием предложенного метода оценивается авторами как не превышающая $5 \cdot 10^{-16}$ на интервале времени наблюдения 5 суток. Также, используя полученную оценку девиации Аллана, можно оценить реальную суммарную нестабильность перебазируемого и стационарного стандартов частоты в ходе эксперимента. Видно, что девиация Аллана на двухсуточном интервале усреднения составляет порядка $5 \cdot 10^{-16}$. Можно принять это значение в качестве пессимистичной оценки суммарной нестабильности стандартов, поскольку она является составляющей полученной девиации Аллана, как было отмечено выше.

Далее из формулы (5) с учетом формулы (3) определяется искомая разность потенциалов:

$$\Delta\varphi_{0e} \approx g\Delta H_{ort} = \frac{c^2}{f_0} [(f_E - f_0)^{meas} - \Delta f^{calc} - \Delta f_R - \delta f^{meas}], \quad (6)$$

где $(f_E - f_0)^{meas}$ — измеренная при погрешности δf^{meas} разность частот задающих генераторов квантовых часов на интервале накопления расхождения шкал времени τ_{Acc} ; $\Delta f^{calc} = (\Delta f_\Omega + \Delta f_K + \Delta f_T)^{calc}$ — вычисленное значение суммы помеховых разностей частот, представленных в формуле (1); Δf_R — суммарное значение непредсказуемых случайных отклонений частот задающих генераторов обоих квантовых часов от их номиналов, вызванных их собственной нестабильностью.

При этом вычисляется по формуле (1) на основе имеющихся исходных данных:

$$\begin{aligned} \Omega &= 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ 1/s}, & x_0 &= 2845476.75 \text{ m}, \\ y_0 &= 2160917.71 \text{ m}, & z_0 &= 5265974.39 \text{ m}, \\ x_E &= 3760896.45 \text{ m}, & y_E &= 2473953.78 \text{ m}, \\ z_E &= 4503304.79 \text{ m}. \end{aligned}$$

Высота пункта „Менделеево“ над эллипсоидом составляет 238.35 м, над геоидом — 222.25 м. Высоты пункта „Евпатория“ составляют 45.95 и 20.88 м соответственно. Используемые ортометрические высоты отличаются от приведенных нормальных высот на единицы сантиметров, что пренебрежимо мало и не изменяет результатов проводимого эксперимента.

Относительное значение начального отклонения частот квантовых часов $\Delta f_K/f_0 = \Delta f_{init}/f_0$ определено нами на этапе I при первоначальной калибровке по частоте, где случайная составляющая калибровки равна $\sigma_{\Delta f_K} \approx 4.4 \cdot 10^{-16}$.

Для расчета температурного отклонения частоты Δf_T^{calc} используются данные об изменении средней температуры на этапе начальной калибровки и на

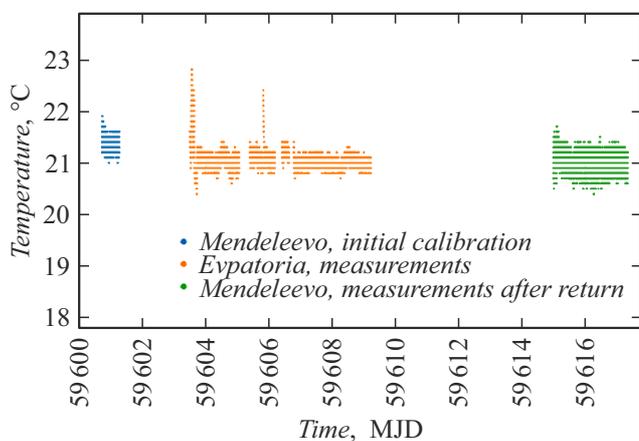


Рис. 4. График изменения бортовой температуры КЧ-М в ходе эксперимента.

этапе измерений в Евпатории. На рис. 4 представлены измерения температуры внутри мобильной лаборатории в ходе всего эксперимента, полученные бортовым термогигрометром. На этапе начальной калибровки среднее значение температуры составило $+21.371 \pm 0.173^\circ\text{C}$, на этапе измерений в Евпатории — $+21.065 \pm 0.221^\circ\text{C}$, при проведении измерений на исходном эталоне по возвращению КЧ-М, среднее значение температуры составило $+21.010 \pm 0.238^\circ\text{C}$. Таким образом, зная ТКЧ, можно вычислить среднее отклонение частоты за счет изменения температуры $\Delta f_T = K_T \Delta T = 2.18 \cdot 10^{-16}^\circ\text{C} \cdot 0.306^\circ\text{C} = 6.67 \cdot 10^{-17}$ в относительных единицах частоты. Поскольку СКО отклонения температуры от среднего ее значения в ходе эксперимента не превышало 0.3°C , остаточное влияние данных отклонений на частоту стандарта также не будет превышать $7 \cdot 10^{-17}$, что примерно в 15 раз меньше, чем собственная нестабильность стандарта.

Далее, переходя в формуле (6) к случайным погрешностям определения составляющих этой формулы, находим погрешность определения разности потенциалов и разности ортометрических высот:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta\varphi} &= g\Delta H_{ort} = c^2 \sqrt{\sigma_{meas}^2 + \sigma_g^2 + \sigma_R^2 + \sigma_{calc}^2}, \\ \sigma_{\Delta H} &= \frac{\sigma_{\Delta\varphi}}{g}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь приняты обозначения:

1) $\sigma_{meas} \approx 5 \cdot 10^{-16}$ — погрешность определения разности частот задающих генераторов квантовых часов КЧ-0 и КЧ-М на основе измерения расхождения их шкал времени $\Delta\tau(\tau_0)$ (4) на интервале накопления 5 суток;

2) σ_R — суммарная относительная среднеквадратическая погрешность отклонения частот от номиналов за счет нестабильности частоты КЧ-0 и частоты КЧ-М (σ_m). Поскольку перемещение мобильного стандарта заняло около двух суток, в качестве меры погрешности предлагается принять полученную ранее девиацию Аллана на этом интервале. Таким образом, $\sigma_R \approx 5 \cdot 10^{-16}$;

3) σ_E — погрешность за счет отбрасывания члена $\Delta f \Delta H$ в формуле (3), поскольку измерения ускорения свободного падения в конечных точках маршрута не производились. Согласно модели гравитационного поля Земли EGM2008, Δg между пунктами „Менделеево“ и „Евпатория“ составляет около 0.01 m/s^2 , что при исследуемой разности высот около 200 м приводит к изменению частоты стандарта частоты порядка $\sigma_g \approx 2 \cdot 10^{-17}$;

4) $\sigma_{calc}^2 = \sigma_{\Delta f_\Omega}^2 + \sigma_{\Delta f_K}^2 + \sigma_{\Delta f_T}^2$ — суммарная относительная погрешность вычислений составляющих суммы Δf^{calc} , определяемой формулой (6). Составляющие этой формулы имеют следующие значения:

А) случайная погрешность вычисления относительного частотного смещения, вызванного разностью центральных потенциалов крайних точек маршрута $\sigma_{\Delta f_\Omega}$. Она определяется погрешностью определения координат в начальной точке (Менделеево) и конечной точке маршрута (Евпатория). Задаваясь примерно равными

погрешностями используемой НАП ГНСС Javad Sigma G3T $\sigma_x = \sigma_y \approx 1$ м для обеих точек и учитывая малость самих центробежных потенциалов (на экваторе максимальное центробежное частотное смещение составляет около 10^{-12}), находим, что $\sigma_{\Delta f_\Omega} \leq 10^{-18}$;

Б) погрешность определения начального рассогласования частот, согласно калибровочным измерениям на этапе I, составляет $\sigma_{\Delta f_x} \sim 4.40 \cdot 10^{-16}$;

В) как уже отмечалось, случайная погрешность вычисления температурного частотного дрейфа $\sigma_{\Delta f_T} \approx 7 \cdot 10^{-17}$.

При этих исходных данных, а также при среднем значении ускорения свободного падения $g \approx 9.81$ м/с², получаем искомые погрешности измерений: $\sigma_{\Delta\varphi} \approx 75.3$ м²/с²; $\sigma_{\Delta H} \approx 7.7$ м. Это существенно меньше, чем в эксперименте, использующем кодовые измерения сигналов ГНСС [4].

Измеренное значение $(f_E - f_0)^{meas} / f_0$ составило $-150.34 \cdot 10^{-16}$, $\Delta f^{calc} / f_0$ с учетом линейного дрейфа и момента начала второго этапа эксперимента ($T = 2.941$ суток) составило $60.46 \cdot 10^{-16}$. Подставив все полученные значения в формулу (6), мы можем определить искомую величину ΔH_{ort} . Оценка ΔH_{ort} составляет -193.127 м, что находится в пределах максимального значения неопределенности ($3\sigma_{\Delta H}$) относительно фактической разности высот (201.37 м).

В настоящем эксперименте доминирующим фактором, ограничивающим точность метода, является нестабильность используемых мобильных квантовых часов ($\sim 1 \cdot 10^{-15}$). Поэтому повышение точности измерений возможно на основе использования созданных в России микроволновых водородных квантовых часов с двойной сортировкой атомов, которые имеют стабильность до $0.7 \cdot 10^{-16}$ [14]. Если использовать пару таких часов со средней относительной нестабильностью $0.9 \cdot 10^{-16}$ на концах маршрута, то при соизмеримой случайной составляющей погрешности начальной калибровки $\sigma_{\Delta f_x} \approx 0.9 \cdot 10^{-16}$ и неизменных других исходных данных получаем $\sigma_{\Delta\varphi} \sim 15.3$ м²/с²; $\sigma_{\Delta H} \approx 1.6$ м.

Как следует из формулы (7), один из путей дальнейшего повышения точности состоит в снижении погрешности измерения разности частот задающих генераторов часов δf^{meas} (см. формулу (5)), что возможно путем увеличения интервала наблюдения разности шкал времени (4).

Заключение

Впервые предложено использование фазовых ГНСС-измерений текущего расхождения шкал времени и частоты стационарных и мобильных квантовых часов в интересах измерения разности гравитационных потенциалов и разности ортометрических высот точек на поверхности Земли.

При разности высот между крайними точками маршрута не более 250 м, а также при использовании пере-

базируемых квантовых водородных часов с относительной нестабильностью $1 \cdot 10^{-15}$ и времени накопления измерений 5 суток погрешность измерения разности потенциалов и ортометрических высот составила соответственно около 75.3 м²/с² и 7.7 м.

Пути повышения точности геодезических измерений состоят в использовании новых отечественных водородных квантовых часов с повышенной стабильностью, а также в снижении погрешности измерений по сигналам ГНСС, что возможно путем увеличения интервала накопления измерений.

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 19-29-11023.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Теория поля, издание 5-е, исправленное и дополненное* (Наука, М., 1967)
- [2] S.M. Kopeikin, V.F. Kanushin, A.P. Karpik, A.S. Tolstikov, E.G. Gienko, D.N. Goldobin, N.S. Kosarev, I.G. Ganagina, E.M. Mazurova, A.A. Karaush, E.A. Hanikova. *Gravitation and Cosmology*, **22**, 234 (2016). DOI: 10.1134/S0202289316030099
- [3] В.Ф. Фатеев, Е.А. Рыбаков, Ф.Р. Смирнов. *Письма в ЖТФ*, **43** (10), 91 (2017). [V.F. Fateev, E.A. Rybakov, F.R. Smirnov. *Tech. Phys. Lett.*, **43** (5), 456 (2017).]
- [4] В.Ф. Фатеев, Е.А. Рыбаков. *ДАН. Физика, технические науки*, **496** (1), 41 (2020). [V.F. Fateev, E.A. Rybakov. *Dokl. Phys.*, **66** (1), 17 (2021).]
- [5] P. Cheng, W. Shen, X. Sun, Ch. Cai, K. Wu, Z. Shen. *Remote Sens.*, **14**, 451 (2022). DOI: 10.3390/rs14030451
- [6] В.Ф. Фатеев, И.Ю. Игнатенко. *Альманах современной метрологии*, **1** (29), 106 (2022).
- [7] *Государственная поверочная схема для средств измерений времени и частоты (Приказ № 2360 от 26.09.2022 Об утверждении государственной поверочной схемы для средств измерений времени и частоты)*. <https://www.gost.ru/portal/gost/home/activity/documents/orders#/order/370259>
- [8] В.Ф. Фатеев. *Альманах современной метрологии*, **3**, 11 (2020).
- [9] N.K. Pavlis, S.A. Holmes, S.C. Kenyon, J.K. Factor. *J. Geophys. Res.*, **117**, B04406 (2012). DOI: 0.1029/2011JB008916
- [10] P. Collins, S. Bisnath, F. Lahaye, P. Héroux. *NAVIGATION: J. Institute of Navigation*, **57** (2), 123 (2010).
- [11] S. Loyer, F. Perosanz, F. Mercier, H. Capdeville, J.-Ch. Marty. *J. Geod.*, **86**, 991 (2012). DOI: 10.1007/s00190-012-0559-2

- [12] А.А. Карауш, С.В. Больгинова, Н.Б. Кошеляевский. *Исследование метрологических характеристик канала сличений удаленных стандарта частоты на основе нейтральных атомов 87Sr в оптической решетке и первичного Cs стандарта частоты фонтанного типа* (Конференция молодых ученых и специалистов, ФГУП „ВНИИФТРИ“, 2019)
- [13] G. Petit, J. Leute, S. Loyer, F. Perosanz. *Sub 10–16 frequency transfer with IPPP: Recent Results. 2017 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (EFTF/IFCS)* (Besancon, France, 2017), p. 784–787.
DOI: 10.1109/IFCS.2017.8089035
- [14] V. Polyakov, Y. Timofeev, N. Demidov. *Frequency Stability Improvement of an Active Hydrogen Maser with a Single-State Selection System. 2021 Joint Conference of the European Frequency and Time Forum and IEEE International Frequency Control Symposium (7–17 July 2021, Gainesville, FL, USA/ EFTF/IFCS 2021 — PROCEEDINGS Virtual)*,
DOI: 10.1109/EFTF/IFCS52194.2021.9604270