Физика и техника полупроводников, 2004, том 38, вып. 7

Эффект Капицы в кристаллах со сверхрешеткой

© П.В. Горский

Черновицкий национальный университет,
58000 Черновцы, Украина

(Получена 20 ноября 2003 г. Принята к печати 23 декабря 2003 г.)

Показано, что продольный эффект Капицы в кристаллах со сверхрешеткой может быть объяснен при учете квантования Ландау и его влияния на рассеяние носителей тока на деформационном потенциале акустических фононов. Получены формулы для коэффициента Капицы при различных степенях вырождения электронного газа.

Эффект Капицы, открытый им в 1929 году и заключающийся в наличии линейной связи между индукцией магнитного поля и магнитосопротивлением [1], на протяжении достаточно длительного времени не находил адекватной физической интерпретации. Однако в 1972 году в работе Дрейзина и Дыхне [2] было показано, что для поликристаллических образцов при учете рассеяния на границах кристаллов в достаточно сильных магнитных полях, таких, что $(\Omega\tau)^{1/3} \gg 1$ (Ω — циклотронная частота, τ — время релаксации импульса электрона), закон Капицы можно получить, усредняя так называемую полярную диаграмму магнитосопротивления монокристалла, характеризующую зависимость магнитосопротивления от угла поворота вектора магнитной индукции в плоскости, перпендикулярной оси симметрии монокристалла. Ранее это было установлено экспериментально Алексеевским и Гайдуковым [3]. При этом сама наблюдаемость эффекта Капицы весьма существенным образом зависит от соотношения между радиусом циклотронной орбиты электрона и длиной его свободного пробега, которая ограничена размером кристаллита.

Однако такая трактовка эффекта Капицы справедлива только в квазиклассическом приближении и только для поперечного магнитосопротивления. Продольного же эффекта Капицы, который имеет место наряду с поперечным, в этом приближении существовать не должно. Однако продольный эффект Капицы можно объяснить, если учесть квантование Ландау и его влияние на рассеяние носителей тока, что и составляет предмет настоящей статьи.

Эффект Капицы в кристаллах со сверхрешеткой будем рассматривать в конфигурации, в которой электрическое и магнитное поля параллельны C-оси сверхрешетки, перпендикулярной слоям. Движение носителей вдоль C-оси будем описывать методом сильной связи, а поперек — методом эффективной массы [4]. В силу этого энергию электронов в кристалле со сверхрешеткой при наличии квантования Ландау будем представлять в виде

$$E_{nk_z} = \mu^* B(2n+1) + \Delta(1 - \cos ak_z), \tag{1}$$

где n — номер уровня Ландау; k_z — составляющая квазиимпульса вдоль C-оси; B — индукция магнитного поля; $\mu^* = \mu_{\mathrm{B}}\frac{m_0}{m^*}$, μ_{B} — магнетон Бора; m_0 — масса свободного электрона; m^* — масса электрона поперек C-оси; Δ — полуширина узкой мини-зоны проводимости, описывающей движение носителей заряда вдоль C-оси; a — расстояние между трансляционно эквивалентными слоями кристалла, плоскости которых перпендикулярны C-оси.

При учете влияния магнитного поля на рассеяние носителй тока будем считать, что индукция магнитного поля достаточно велика для того, чтобы переходы между подзонами Ландау в процессе рассеяния были подавлены. В этом случае для рассеяния на деформационном потенциале решетки должны выполняться следующие условия:

$$kT \le \mu^* B, \tag{2}$$

$$\Delta \le \mu^* B. \tag{3}$$

Если взять $m^* = 0.1m_0$ и $\Delta = 0.01$ эВ [5], то при $T = 88$ K [1] условия (2) и (3) выполняются в полях с индукциями $B \ge 7$ Тл. Капица же, исследуя зависимость магнитосопротивления металлов от магнитного поля, работал в полях с индукциями до 30 Тл. Если условия (2) и (3) выполняются, то, как показано в [6], при расчете продольного сопротивления можно ввести время релаксации и считать его обратно пропорциональным плотности состояний электронов в магнитном поле в расчете на одну подзону Ландау.

Соответствующий коэффициент пропорциональности вычислен в [6] для внутризонных переходов 0−0. Однако в случае рассеяния электронов на деформационном потенциале решетки этот коэффициент будет одинаковым для всех переходов $n-n$ в двух крайних случаях: индуцированного и спонтанного рассеяния. То, какой из механизмов будет преобладающим, зависит от значения безразмерного параметра

$$\kappa = 2\left(\frac{\pi kTa_B}{hs}\right)^2,$$

где T — температура, s — усредненная скорость звука в плоскости слоев кристалла,

$$a_B = \left(\frac{h}{2\pi|eB|}\right)^{1/2}$$

— магнитная длина, прочие обозначения общеприняты. Если $\kappa \gg 1$, то преобладает индуцированное рассеяние, если $\kappa \ll 1$ — спонтанное. Если считать $s = 5 \cdot 10^3$ м/с, то получается, что в области азотных температур в полях до 30 Тл преобладает индуцированное рассеяние. Тогда монотонная часть зависимости электропроводности кристалла от магнитного поля может быть определена по формуле [7]:

$$\sigma_{zz}(B) = \frac{16\pi^2\tau_0 e^2 m^* a\bar{W}}{h^4 kT|\mu^* B|}\Bigg\{\int\limits_{W(x)\le\xi} dx|W'(x)|^3 + \sum_{l=1}^{\infty}(-1)^l h_l^\sigma\Bigg[\int\limits_{W(x)\le\xi} dx|W'(x)|^3 \exp\left(l\,\frac{W(x)-\xi}{kT}\right) - \int\limits_{W(x)\ge\xi} dx|W'(x)^3|\exp\left(l\,\frac{\xi - W(x)}{kT}\right)\Bigg]\Bigg\}, \quad (4)$$

$$h_l^\sigma = \frac{\mu^* Bl/kT}{\mathrm{sh}(\mu^* Bl/kT)}. \quad (5)$$

В формуле (4) $W(x) \equiv W(ak_z)$ — закон дисперсии носителей тока в направлении, перпендикулярном слоям; $W'(x)$ — производная; ξ — химический потенциал, отсчитанный от дна мини-зоны; τ_0 — некоторая постоянная кристалла, характеризующая интенсивность рассеяния; $\bar{W} = \Delta$ — полуширина мини-зоны в направлении, перпендикулярном слоям. Интегрирование в формуле (4) выполняется только по положительным значениям x. Пользуясь этой формулой и используя закон дисперсии (1), мы и рассмотрим эффект Капицы в кристаллах со сверхрешеткой. При этом, используя соотношения из работы [6], мы выразим τ_0 через постоянную деформационного потенциала Ξ, плотность кристалла ρ и скорость звука в плоскости слоев s.

Прежде всего, анализируя формулу (4), заметим, что зависимость удельного сопротивления кристалла от индукции магнитного поля будет линейной в сильно вырожденном случае, когда $\xi/\Delta \gg 1$, ибо поправки к линейному по B члену в этом случае экспоненциально малы. Тогда получается следующая окончательная формула для ρ_{zz}:

$$\rho_{zz} = \frac{3\pi}{4}\,\frac{h\Xi^2 kT|\mu^* B|}{e^2\Delta^3\rho s^2 a^2}. \quad (6)$$

Второй случай реализуется для таких концентраций носителей тока и температур, когда $\xi = \Delta$, т. е. уровень химического потенциала лежит посредине разрешенной мини-зоны. Тогда величина ρ_{zz} получается путем удвоения результата (6). Сумма по l в формуле (4) при этом тождественно равна нулю.

Третий случай соответствует невырожденному электронному газу, когда $\xi < 0$ и $|\xi|/kT \gg 1$. В этом случае при дополнительном учете влияния квантования Ландау на химический потенциал получается следующая окончательная формула для продольного магнитосопротивления:

$$\rho_{zz} = \frac{\pi\Xi^2 B \mathrm{I}_0\left(\frac{\Delta}{kT}\right)}{4n_0 a^3 e\rho s^2}\left(\Delta\,\mathrm{ch}\,\frac{\Delta}{kT} - kT\,\mathrm{sh}\,\frac{\Delta}{kT}\right)^{-1}, \quad (7)$$

в которой n_0 — концентрация носителей тока, $\mathrm{I}_0(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента. Переходу к приближению эффективной массы в этой формуле соответствует большая величина отношения Δ/kT и тогда с учетом асимптотического вида функции Бесселя $\mathrm{I}_0(x)$ [8] получается следующая асимптотическая формула магнитосопротивления:

$$\rho_{zz} \propto B\sqrt{T}. \quad (8)$$

Эта формула с точки зрения зависимости от температуры похожа на ту, которая следует (правда, для сопротивления в отсутствие магнитного поля) из классической модели Друде [9]. Но эта модель в случае классической статистики и квадратичного закона дисперсии электронного газа должна давать верные результаты, если геометрия рассеяния носителей тока приблизительно одномерна, что имеет место в сильном квантующем магнитном поле [10]. Дополнительным условием законности применения формулы (4) для кристаллов со сверхрешеткой является условие $hs/2\pi a_B \ll \Delta$, а оно, например, при $s = 5 \cdot 10^3$ м/с и $\Delta = 0.01$ эВ может быть нарушено только при $B \ge 6100$ Тл. Отметим, что если бы мы вместо электрон-фононных столкновений рассматривали в качестве механизма рассеяния столкновения с примесями и (или) с точечными дефектами, то формула (4) изменилась бы лишь в том отношении, что множитель перед выражением в фигурных скобках перестал бы зависеть от магнитного поля и температуры и в сильных полях продольное сопротивление стремилось бы к насыщению. Поэтому при действии обоих механизмов рассеяния зависимость сопротивления от магнитного поля при достаточно сильных полях имела бы вид

$$\rho_{zz}(B) = \rho_i + KB, \quad (9)$$

где ρ_i — часть сопротивления, обусловленная примесями, K — коэффициент Капицы.

В слабом же поле, когда время релаксации можно считать не зависящим от магнитного поля, при всех механизмах рассеяния получается квадратичная зависимость магнитосопротивления от поля, поскольку четный по магнитному полю множитель h_l^σ обусловлен термодинамическими свойствами электронного газа в магнитном поле, а не тонкими деталями механизмов рассеяния.

В заключение резюмируем условия наблюдаемости эффекта Капицы и произведем оценку коэффициента Капицы для некоторых материалов. Отметим, что если $\Delta = 0.01$ эВ, то при $m^* = 0.1m_0$ для наблюдения эффекта Капицы необходимы магнитные поля с индукцией свыше 10 Тл, а если $m^* = 0.01m_0$, то поля с индукцией свыше 1 Тл. Температуры же при этом могут быть от гелиевых до азотных, а в некоторых случаях, т. е. при особо малых поперечных эффективных массах носителей, даже комнатными. Однако при этом непременно должны соблюдаться условия подавления межзонных переходов и преобладания индуцированного рассеяния, т. е. условия (2) и (3) и условие $\kappa \gg 1$. Тогда в сильно вырожденных полупроводниках и полуметаллах коэффициент Капицы может быть определен по формуле (6) и, например, при $T = 4\,\mathrm{K}$, $\Xi = 1$ эВ, $m^* = 0.01m_0$, $\Delta = 0.01$ эВ, $\rho = 5 \cdot 10^3$ кг/м^3, $a = 10$ нм, $s = 5 \cdot 10^3$ м/с составит $1.56 \cdot 10^{-7}$ Ом · см/Тл, чему отвечает концентрация носителей тока порядка $4.16 \cdot 10^{16}$ см$^{-3}$ или бо́льшая. В невырожденных слоистых полупроводниках коэффициент Капицы может быть определен по формуле (7) и при оговоренных выше зонных параметрах и деформационном потенциале, при концентрации носителей тока $n_0 = 10^{15}$ см$^{-3}$ и температуре 88 K составит $1.37 \cdot 10^{-4}$ Ом · см/Тл. Отметим, что, зная зонные параметры кристалла, из исследований продольного эффекта Капицы можно установить амплитуду деформационного потенциала и, следовательно, величину эффективного взаимодействия, отвечающего, согласно теории БКШ, за сверхпроводящий переход [11]. Таким образом, по крайней мере для продольного эффекта подтверждается высказанное Капицей предположение о его связи со сверхпроводимостью. Для поперечного же эффекта в его традиционной трактовке такая связь отсутствует.

Кроме того, из результатов расчетов следует, что если поверхность Ферми кристалла представляет собой гофрированный круговой (эллиптический) цилиндр или эллипсоид, то условия справедливости полученных формул и, следовательно, наблюдаемости продольного эффекта Капицы наилучшим образом обеспечиваются при ориентации электрического и квантующего магнитного полей вдоль оси цилиндра или наиболее длинной оси эллипсоида.

Список литературы

[1] П.Л. Капица. *Сильные магнитные поля* (М., Наука, 1988).
[2] А.М. Дрейзин, Ю.А. Дыхне. ЖЭТФ, **63**, 242 (1972).
[3] Н.Е. Алексеевский, Ю.П. Гайдуков. ЖЭТФ, **35**, 554 (1958).
[4] R.F. Fivaz. J. Phys. Chem. Sol., **28**, 839 (1967).
[5] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешеткой* (М., Наука, 1989).
[6] В.Ф. Гантмахер, И.Б. Левинсон. *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках* (М., Наука, 1984).
[7] П.В. Горский. ФНТ, **12**, 584 (1986).
[8] Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. *Специальные функции (формулы, графики, таблицы)* (М., Наука, 1968).
[9] Ч. Киттель. *Введение в физику твердого тела* (М., Наука, 1978).
[10] А.М. Злобин, П.С. Зырянов. ЖЭТФ, **58**, 952 (1970).
[11] М. Коэн, Г. Глэдстоун, М. Йенсен, Дж. Шриффер. *Сверхпроводимость полупроводников и переходных металлов* (М., Мир, 1972).

Редактор Т.А. Полянская

The Capitsa effect in the superlattice crystals

P.V. Gorskyi

Chernivtsi National University,
58000 Chernivtsi, Ukraine

Abstract It has been shown that the longitudinal Capitsa effect in the superlattice crystals can be explained taking into account the Landau quantization and its influence on current carriers that are scattered by the deformation acoustic phonons potential. The formulae for Capitsa coefficient under different electron gas degeneration rates have been obtained.