

05

Аналитическое решение задачи о переносе немонохроматического направленного излучения в резонансно поглощающей среде

© В.М. Ямщиков^{1,2}

¹ Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики (РФЯЦ-ВНИИЭФ),
607186 Саров, Россия

² Филиал МГУ им. Ломоносова,
607186 Саров, Россия

e-mail: feynman94@yandex.ru

Поступила в редакцию 15.09.2022 г.

В окончательной редакции 21.03.2023 г.

Принята к публикации 22.03.2023 г.

Получено аналитическое решение стационарной задачи о переносе немонохроматического направленного излучения через среду, заполненную атомами щелочного металла и буферным газом. Для описания кинетики населенностей уровней использовалось приближение трехуровневого атома. Учитывались процессы поглощения и вынужденного испускания фотонов, столкновительного перемешивания уровней тонкой структуры атома щелочного металла, спонтанные переходы. Не учитывалось поглощение спонтанного излучения средой. На примере среды, состоящей из паров калия и буферного газа гелия, выполнено сравнение аналитического и численного решений.

Ключевые слова: кинетика населенностей уровней, атом щелочного металла, перенос немонохроматического излучения, резонансно поглощающая среда.

DOI: 10.21883/OS.2023.05.55724.4104-22

1. Введение

Для исследования задач, связанных с работой лазеров на парах щелочных металлов, используется приближение трехуровневого атома. Для перевода атомов из основного состояния $n^2S_{1/2}$ в возбужденное состояние, например $n^2P_{3/2}$, используется, как правило, излучение лазерных диодов. Если в среде есть буферный газ, то столкновения атомов щелочного металла с атомами буферного газа приводят к перемешиванию уровней тонкой структуры n^2P . Если среда помещена в резонатор, то при достаточной интенсивности излучения диодов между уровнями $n^2P_{3/2}$ и $n^2S_{1/2}$ можно получить инверсию и лазерную генерацию. За счет спонтанных переходов щелочных атомов из возбужденных состояний в основное в среде образуется спонтанное излучение, которое может влиять на процессы, происходящие в резонансно поглощающей среде [1,2].

Ширина спектра излучения лазерных диодов либо сопоставима, либо больше ширины спектра линии поглощения щелочного атома, а спектр хорошо аппроксимируется лоренцевой либо гауссовой функцией [3,4].

Для теоретического изучения распространения излучения в резонансно поглощающей среде, состоящей из атомов щелочных металлов, обычно используются уравнения кинетики населенностей и уравнения переноса излучения. В общем случае система этих уравнений является нелинейной. Для нахождения решения подобных задач обычно используются численные подходы. При создании расчетных программ возникает проблема, связанная с их верификацией. В качестве модельных

задач предлагается выбирать такие, которые имеют аналитические решения [5–8].

В работе рассматривается процесс переноса направленного немонохроматического (ширина спектра излучения больше ширины спектра поглощения среды) излучения в среде, состоящей из трехуровневых атомов. Учитываются процессы нелинейного поглощения и вынужденного испускания излучения, спонтанные переходы атомов, зависимость длины свободного пробега фотона от координаты, в которой он находится, и спектральная зависимость коэффициентов поглощения и переизлучения. Центр линии излучения может не совпадать с максимумом линии поглощения среды. Не учитывается перенос спонтанного излучения. Полученное аналитическое решение можно использовать для тестирования расчетных программ.

Постановка и решение задачи

Рассмотрим слой толщины b , состоящий из атомов, которые резонансно поглощают излучение на длине волны λ_{13} (переход $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$), и атомов буферного газа. Этот слой облучается немонохроматическим направленным излучением с интегральной интенсивностью J_{po} . Считаем, что излучение не рассеивается и распространяется в виде параллельных лучей. В таком случае задачу переноса излучения можно считать одномерной.

На рис. 1 схематично изображены процессы, ответственные за кинетику населенностей в трехуровневом

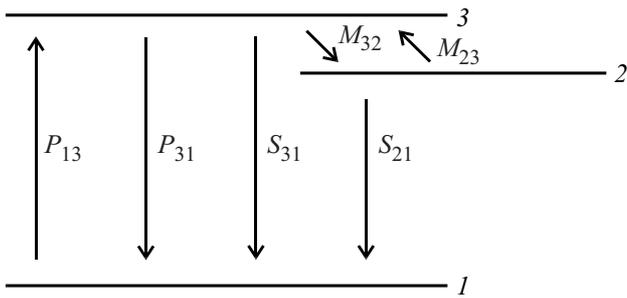


Рис. 1. Схема кинетики населенностей в трехуровневом атоме.

атоме. Для краткости будем обозначать уровни $S_{1/2}$, $P_{1/2}$ и $P_{3/2}$ цифрами 1, 2 и 3 соответственно.

На рис. 1 обозначены следующие процессы: 1) поглощение излучения (P_{13}), 2) вынужденное испускание фотона (P_{31}), 3) спонтанное излучение фотона из состояния 3 (S_{31}), 4) безызлучательный переход из состояния 3 в состояние 2 из-за соударений атома щелочного металла с атомами буферного газа (M_{32}), 5) переход без поглощения фотона из состояния 2 в состояние 3 из-за соударений резонансно поглощающего атома металла с атомами буферного инертного газа (M_{23}) (перемешивание [9]), 6) спонтанное излучение фотона из состояния 2 (S_{21}).

Предполагается, что из-за эффекта просветления (в данной работе обусловлен поглощением излучения накачки) [2] и перераспределения фотонов по частотам спонтанные фотоны практически не поглощаются средой [10]. Следовательно, можно пренебречь влиянием спонтанного излучения на кинетику населенностей уровней.

Запишем уравнения кинетики населенностей уровней и уравнения переноса излучения для трехуровневого атома. Среда взаимодействует с непрерывным излучением, т.е. уравнения кинетики населенностей и переноса излучения можно считать стационарными:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{n_1}{E_{13}} \int_0^\infty J_\nu \sigma_{13,\nu} d\nu - \frac{g_1 n_3}{g_3 E_{13}} \int_0^\infty J_\nu \sigma_{13,\nu} d\nu + n_2 R_{23} - n_3 R_{32} - n_3 A_{31} = 0, \\ n_3 R_{32} - n_2 R_{23} - n_2 A_{21} = 0, \\ n_1 + n_2 + n_3 = N_0, \\ \frac{dJ_\nu}{dz} = -(n_1 - g_1/g_3 \cdot n_3) \sigma_{13,\nu} J_\nu, \\ \sigma_{13,\nu} = \frac{g_3}{g_1} \cdot \frac{d^2 A_{31}}{4\nu^2} \frac{\Delta\nu_{13}}{2\pi[(\nu - \nu_{13})^2 + (\Delta\nu_{13}/2)^2]}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь n_1 , n_2 и n_3 — концентрации атомов в состояниях 1, 2 и 3 соответственно; g_1 , g_2 и g_3 — кратности вырождения состояний 1, 2 и 3; E_{13} — энергия фотона, соответствующая переходу $3 \rightarrow 1$; J_ν — спектральная интенсивность излучения (энергия фотонов, проходящих через единичную площадку за единицу времени и находящихся в интервале от ν до $\nu + \Delta\nu$) на глубине z ;

$\sigma_{13,\nu}$ — сечение поглощения перехода $1 \rightarrow 3$, которое из-за ударного механизма уширения имеет лоренцеву форму [11]; A_{31} , A_{21} — коэффициенты Эйнштейна для переходов $3 \rightarrow 1$, $2 \rightarrow 1$; N_0 — концентрация паров металла; $\Delta\nu_{13}$ — ширина линии поглощения; c — скорость света; $\nu_{13} = c/\lambda_{13}$ — частота фотона, соответствующая переходу $3 \rightarrow 1$; $R_{32} = n_{bg} V \sigma_{mix}$ — скорость переходов атомов из состояния 3 в состояние 2; $R_{23} = (g_3/g_2) R_{32} e^{-\Delta E/(kT)}$ — скорость переходов атомов из состояния 2 в состояние 3; $n_{bg} = P_{bg}/(kT)$ — концентрация атомов буферного газа; V — относительная скорость движения атома металла и атома буферного газа; σ_{mix} — сечение перемешивания уровней 2 и 3; k — постоянная Больцмана; T — температура среды; ΔE — разность энергий уровней 2 и 3.

В первом уравнении системы (1) первое слагаемое — процесс P_{13} , представленный на рис. 1, второе — P_{31} , третье — M_{23} , четвертое — M_{32} и пятое — S_{31} . Во втором уравнении системы (1) третье слагаемое — процесс S_{21} .

В работах [3,4] предлагается для аппроксимации спектра излучения лазерных диодов использовать гауссову либо лоренцеву форму:

$$J_{\nu o} = \left[\begin{array}{l} \frac{J_{po} \Delta\nu_p}{2\pi} \frac{1}{[(\nu - \nu_p)^2 + (\Delta\nu_p/2)^2]}, \\ \frac{2J_{po}}{\Delta\nu_p} \sqrt{\frac{\ln(2)}{\pi}} \left[-4 \ln(2) \frac{(\nu - \nu_p)^2}{\Delta\nu_p^2} \right]. \end{array} \right] \quad (2)$$

Здесь $J_{\nu o}$, J_{po} — спектральная и интегральная (просуммированная по всем частотам) интенсивности излучения на входе в среду; $\Delta\nu_p$ — ширина спектра излучения; ν_p — центральная частота излучения, при которой ее спектральная интенсивность максимальна.

Из системы (1) получим выражения для концентраций атомов, находящихся в различных состояниях:

$$\begin{aligned} D &= \frac{S}{E_{13}} (R_{23} + A_{21} + R_{32}) + A_{21} \left(A_{31} + R_{32} + \frac{g_1 S}{g_3 E_{13}} \right) \\ &+ R_{23} \left(A_{31} + \frac{g_1 S}{g_3 E_{13}} \right), \\ n_1 &= \left[A_{21} \left(A_{31} + R_{32} + \frac{g_1 S}{g_3 E_{13}} \right) + R_{23} \left(A_{31} + \frac{g_1 S}{g_3 E_{13}} \right) \right] \frac{N_0}{D}, \\ n_2 &= R_{32} \frac{S}{E_{13}} \frac{N_0}{D}, \quad n_3 = (R_{23} + A_{21}) \frac{S}{E_{13}} \frac{N_0}{D}, \\ S &= \int_0^\infty J_\nu \sigma_{13,\nu} d\nu. \end{aligned} \quad (3)$$

Для получения аналитического решения введем следующие замены:

$$\begin{aligned} d\mu &= \left(n_1 - \frac{g_1}{g_3} n_3 \right) \sigma_m dz, \quad J_\nu = J_{\nu o} [a(z)]^{\frac{\sigma_{13,\nu}}{\sigma_m}}, \\ \frac{\sigma_{13,\nu}}{\sigma_m} &= \frac{\left(\frac{\Delta\nu_{13}}{2} \right)^2}{(\nu - \nu_{13})^2 + \left(\frac{\Delta\nu_{13}}{2} \right)^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь σ_m — это значение сечения поглощения в центре линии ($\nu = \nu_{13}$), μ — оптическая толщина слоя, a — неизвестная функция, зависящая от z .

Тогда уравнение переноса некогерентного излучения сведется к уравнению

$$\frac{da}{a} = -d\mu \rightarrow a = e^{-\mu}, \quad J_\nu = J_{\nu_0} e^{-\mu \frac{\sigma_{13,\nu}}{\sigma_m}}. \quad (5)$$

Вычислим интеграл S из системы (3). Считаем, что $\Delta\nu_p \gg \Delta\nu_{13}$. Выполняя замену $\xi = 2(\nu - \nu_{13})/\Delta\nu_{13}$, получим следующее:

$$\begin{aligned} S &= J_{\nu_0}(\nu = \nu_p) \frac{g_3}{g_1} \frac{c^2 A_{31}}{4\pi\nu_{13}^2} \int_{-\frac{2\nu_{13}}{\Delta\nu_{13}}}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\mu}{1+\xi^2}}}{[1+\xi^2]} d\xi \\ &= J_{\nu_0}(\nu = \nu_p) \frac{g_3}{g_1} \frac{c^2 A_{31}}{4\pi\nu_{13}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{\mu}{1+\xi^2}}}{[1+\xi^2]} d\xi. \end{aligned} \quad (6)$$

В интеграле (6) нижний предел интегрирования заменен на $-\infty$, так как $\nu_{13} \sim 10^{14}$ Hz, а $\Delta\nu_{13} \sim 10^{10}$ Hz, следовательно, при $\xi = 2\nu_{13}/\Delta\nu_{13} \sim 10^4$ значение подынтегральной функции можно считать таким же, как и при $\xi \rightarrow \infty$ (по сравнению с максимумом подынтегральной функции). Далее делается тригонометрическая замена, которая сведет интеграл к модифицированной функции Бесселя 1-го рода нулевого порядка (I_0) [12]:

$$S = J_{\nu_0}(\nu = \nu_p) \frac{g_3}{g_1} \frac{c^2 A_{31}}{4\nu_{13}^2} e^{-\frac{\mu}{2}} I_0\left(\frac{\mu}{2}\right). \quad (7)$$

Найдем связь между координатой z и параметром μ , воспользовавшись левым уравнением из (4):

$$\begin{aligned} \mu + F \mu e^{-\frac{\mu}{2}} \left[I_0\left(\frac{\mu}{2}\right) + I_1\left(\frac{\mu}{2}\right) \right] &= N_o \sigma_m z \\ F &= \frac{g_3}{g_1} \frac{(R_{23} + A_{21} + R_{32} + \frac{g_1}{g_3} A_{21} + \frac{g_1}{g_3} R_{23}) \lambda_{13}^2 A_{31}}{4(A_{21} A_{31} + R_{32} A_{21} + R_{23} A_{31}) E_{13}} \\ &\quad \times J_{\nu_0}(\nu = \nu_p). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь I_1 — модифицированная функция Бесселя 1-го рода 1-го порядка [12].

Осталось получить зависимость интегральной по спектру интенсивности излучения от параметра μ . Для этого уравнение переноса из системы (1) преобразуем к следующему виду:

$$dJ_\nu = -d\mu \frac{\sigma_{13,\nu}}{\sigma_m} J_\nu. \quad (9)$$

Проинтегрируем уравнение (9) по частотам ($d\nu$), а затем по оптической толщине ($d\mu$):

$$J = J_{p_0} - J_{\nu_0}(\nu = \nu_p) \frac{g_3}{g_1} \frac{\lambda_{13}^2 A_{31}}{4\sigma_m} \mu e^{-\frac{\mu}{2}} \left[J_0\left(\frac{\mu}{2}\right) + I_1\left(\frac{\mu}{2}\right) \right]. \quad (10)$$

Уравнения (2), (3), (5), (7) и (8), объединенные в систему, дают аналитическое решение системы (1).

Аналитическое решение содержит в себе частный случай двухуровневого атома. Если давление буферного газа равно 0, то нет перемешивания между уровнями тонкой структуры, и в среде не будет атомов, находящихся в состоянии $P_{1/2}$.

2. Сравнение численного и аналитического решений в задаче о переносе некогерентного излучения

На примере среды, состоящей из паров калия и буферного газа гелия, сравним результаты численного и аналитического решений задачи о переносе некогерентного излучения [13,14]. Численные значения физических величин, используемых в расчете, представлены в таблице. Значения фундаментальных значений, таких величин как коэффициенты Эйнштейна, длины волн переходов и другие, представлены в работах [15,16].

Величина γ_{13} , численное значение которой определяется из эксперимента и зависит от температуры среды T_0 , необходима для вычисления ширины линии поглощения по следующей формуле [15]:

$$\Delta\nu_{13} = \gamma_{13} P_{bg} \sqrt{\frac{T}{T_0}} \approx 67 \text{ pm}. \quad (11)$$

Как видно из формулы (11) и таблицы, ширина спектра излучения много больше ширины линии поглощения.

При этом ширина спектра излучения не может быть сколь угодно большой. Ее значение ограничено физическими приближениями, которые были сделаны в задаче. Предполагалось, что излучение не поглощается на переходе $1 \rightarrow 2$. Следовательно, ширина спектра излучения должна быть много меньше, чем удвоенная ширина между уровнями тонкой структуры ($\Delta\nu_p < 2\Delta E/h = 3.5 \text{ THz} \rightarrow 6.8 \text{ nm}$ для калия). Лучше всего под это условие подходит атом цезия, для которого $\Delta E = 42 \text{ nm}$.

Для получения численного решения системы (1) будем использовать неявную схему Эйлера и спектрально-групповое приближение. Пусть спектр излучения на входе имеет форму Гаусса.

На рис. 2 и 3 изображены спектр излучения на входе в среду и прошедший спектр излучения, полученный численным и аналитическим способами. На рис. 3 для демонстрации эффекта просветления приведен спектр прошедшего излучения, который описывается формулой Бугера–Ламберта–Бэра (БЛБ) [17]:

$$J_\nu = J_{\nu_0} e^{-N_o \sigma_{13,\nu} b}. \quad (12)$$

Такую формулу можно получить, когда решается задача о распространении через среду излучения с интенсивностью много меньшей, чем интенсивность насыщения

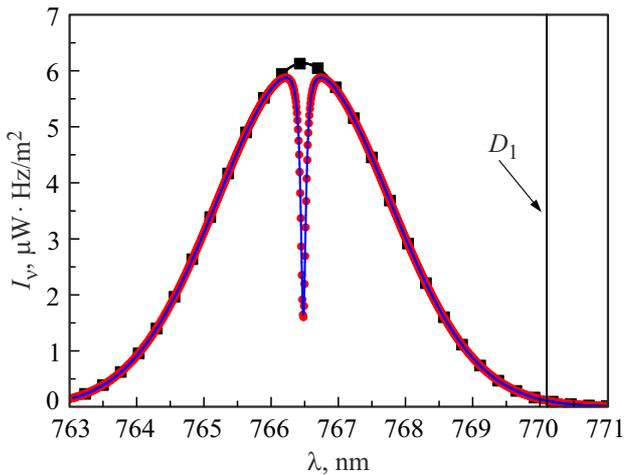


Рис. 2. Спектр излучения на входе и на выходе. $\Delta\nu_p = 3000$ pm, $\nu_p = \nu_{13}$. Сплошная кривая с квадратами — спектр излучения на входе в среду; сплошная кривая — спектр прошедшего излучения, полученный с помощью численных методов; кривая с кругами — спектр прошедшего излучения, полученный аналитическим решением.

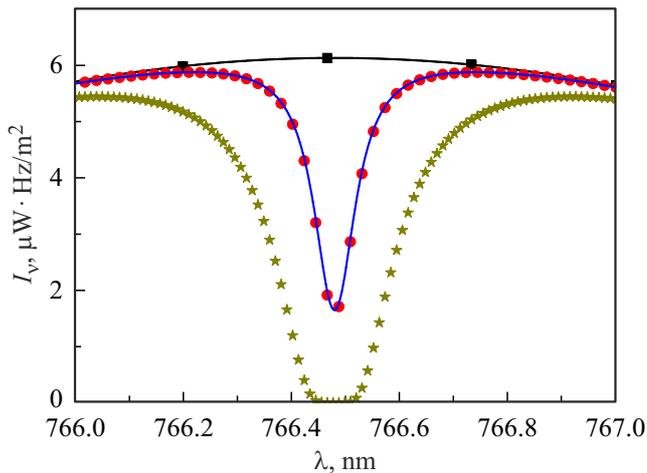


Рис. 3. Спектр излучения на входе и на выходе. $\Delta\nu_p = 3000$ pm, $\nu_p = \nu_{13}$. Сплошная кривая с квадратами — спектр излучения на входе в среду; сплошная кривая — спектр прошедшего излучения, полученный с помощью численных методов; кривая с кругами — спектр прошедшего излучения, полученный с помощью аналитического решения; кривая со звездами — спектр прошедшего излучения, полученный с помощью формулы БЛБ (12).

$I_s = E_{13}A_{31}/\sigma_{13,\nu}$. В этом случае можно считать, что практически все атомы находятся в основном состоянии ($n_1 \approx N_0$, $n_2 \approx 0$ и $n_3 \approx 0$). Тогда уравнения становятся линейными и интегрируемыми.

В полученном аналитическом решении значение интенсивности излучения может быть любым.

На рис. 2 и 3 сплошная кривая — численно полученный спектр прошедшего излучения, кривая с кругами —

аналитически полученный спектр прошедшего излучения, они совпадают друг с другом.

На рис. 2 длина волны, на которую приходится максимум спектральной интенсивности излучения, соответствует максимальному поглощению. Вертикальной линией отмечено положение D_1 -линии (770.1 nm). Используя формулу (2), рассчитаем во сколько раз спектральная интенсивность излучения на линии D_2 (766.5 nm) больше спектральной интенсивности излучения на линии D_1 по следующей формуле:

$$\frac{J_{\nu o}(\nu_{D_2})}{J_{\nu o}(\nu_{D_1})} = \exp \left[4 \ln(2) \frac{(\nu_{D_2} - \nu_{D_1})^2}{\Delta\nu_p^2} \right] \approx 114. \quad (13)$$

Из формулы (13) и рис. 3 можно заключить, что в кинетических уравнениях можно пренебречь поглощением излучения D_1 -линией.

На рис. 3 представлено увеличенное изображение рис. 2 в области D_2 -линии. На нем демонстрируется заметное отличие между результатами аналитического решения и результатом, полученным по формуле БЛБ (12). Это различие связано с нелинейным эффектом — просветлением [18]. Для получения формулы БЛБ (12) с помощью полученного аналитического решения в формуле (8) устремим интенсивность падающего излучения $J_{\nu o}$ к 0. При этом, как видно из формулы (8), $F \rightarrow 0$, а значит, $\mu = N_0\sigma_m b$. Подставляя значение оптической толщины в формулу (5), получим, что спектр излучения на выходе из среды в случае слабой интенсивности определяется формулой (12).

Эффект просветления среды

Чтобы подробнее изложить суть эффекта просветления среды, положим, что излучение монохроматическое, т.е. ширина его спектра много меньше ширины спектра поглощения, и $\nu_p = \nu_{D_2}$. Тогда в выражениях (3) величину S можно представить следующим образом (при

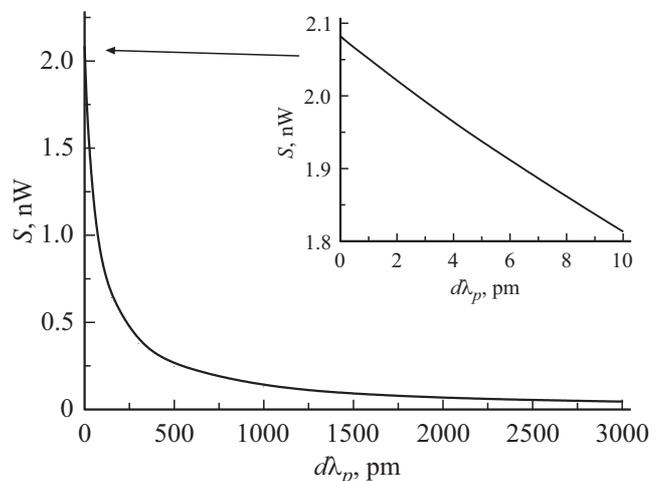


Рис. 4. Зависимость $S(z = 0)$ от ширины спектра излучения $\Delta\lambda_p$.

Значения физических параметров

Параметр	Значение	Параметр	Значение
T_0	328 К	T	433 К
γ_{13}	19.8 МГц/Торр	N_0	$5 \cdot 10^{12} \text{ cm}^{-3}$
I_{po}	1 кВт/см ²	$\Delta\nu_p, \Delta\lambda_p$	1.53 ТГц, 3000 пм
b	1 см	P_{bg}	1 атм

$\Delta\nu_p \ll \Delta\nu_{13}$ функция $J_\nu = J\delta(\nu - \nu_{13})$, где δ — дельта-функция Дирака):

$$S = \int_0^\infty J \cdot \delta(\nu - \nu_{13}) \sigma_{13} d\nu = J\sigma_{13}(\nu = \nu_{13}). \quad (14)$$

На рис. 4 представлена зависимость $S(z=0)$ от ширины спектра излучения λ_p . Этот график получен путем численного вычисления $S(z=0)$ из формулы (3) для различных значений $\Delta\lambda_p$. Расчет выполнен с использованием параметров, взятых из таблицы.

Из расчета, представленного на рис. 4, следует, что при $\Delta\lambda_p = 0.5 \text{ pm}$ значение $S(z=0) = 2.067 \text{ nW}$. Значение $S(z=0)$, рассчитанное по формуле (14), равно 2.082 nW . С уменьшением ширины спектра излучения отличие между S , рассчитанными по формулам (3) и (14), будет уменьшаться.

Из выражений (3) и (14) получим формулу для длины свободного пробега фотона:

$$l(z) = \frac{1}{\left(n_1 - \frac{g_1}{g_3} n_3\right) \sigma_m} = \frac{1}{N_0 \sigma_m} \left(1 + \frac{J}{J_s}\right) = l_o \left(1 + \frac{J}{J_s}\right),$$

$$J_s = \frac{E_{13}}{\sigma_{13}} \frac{(A_{21}A_{31} + A_{21}R_{32} + R_{23}A_{31})}{(R_{23} + A_{21} + R_{32} + \frac{g_1}{g_3}A_{21} + \frac{g_1}{g_3}R_{23})} = \frac{E_{13}A_{\text{eff}}}{\sigma_{13}}. \quad (15)$$

Здесь J_s — интенсивность насыщения, которая зависит только от параметров среды. Для параметров, представленных в таблице, интенсивность насыщения $J_s = 3.6 \text{ W/cm}^2$.

Уравнение переноса и его решение имеют вид

$$\frac{dJ}{dz} = -\frac{J}{l} = -\frac{J}{l_o \left(1 + \frac{J}{J_s}\right)},$$

$$J(z=0) = \int_0^\infty J_{\nu o} d\nu = J_{po},$$

$$\ln\left(\frac{J_{po}}{J}\right) + \frac{J_{po} - J}{J_s} = \frac{z}{l_o}. \quad (16)$$

При $J_{po}/J_s \ll 1$ из формулы (15) следует, что длина свободного пробега не зависит от интенсивности излучения. Тогда решением уравнения переноса (16) является формула Бугера–Ламберта–Бэра.

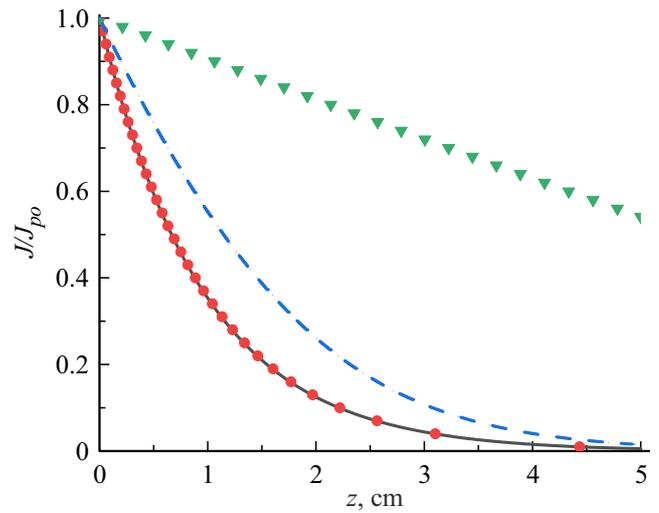


Рис. 5. Зависимость интенсивности излучения от координаты z при различных отношениях J_{po}/J_s . Сплошная кривая — формула БЛБ; кривая с кругами — $J_{po}/J_s = 0.01$; штриховая кривая — $J_{po}/J_s = 1$; кривая с треугольниками $J_{po}/J_s = 10$.

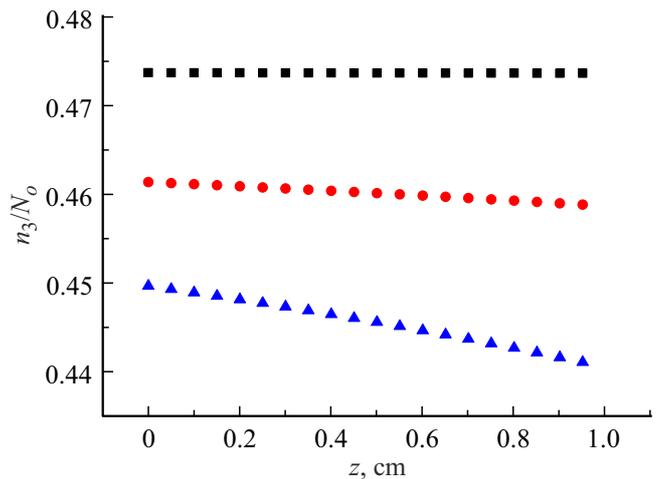


Рис. 6. Зависимость концентрации атомов, находящихся в возбужденном состоянии $4P_{3/2}$, при различных значениях ширины спектра излучения $\Delta\lambda_p$. Кривая с квадратами — $\Delta\lambda_p = 0.5 \text{ pm}$; кривая с кругами — $\Delta\lambda_p = 500 \text{ pm}$; кривая с треугольниками — $\Delta\lambda_p = 1000 \text{ pm}$.

При $J_{po}/J_s > 1$ нельзя пренебрегать зависимостью длины свободного пробега от интенсивности излучения. В этом случае уравнение переноса (15) будет нелинейным, а зависимость интенсивности излучения от координаты — отличной от формулы БЛБ.

С использованием параметров, взятых из таблицы, проведены расчеты по формуле (15) для 3 различных отношений J_{po}/J_s . Результаты представлены на рис. 4.

Как видно из рис. 5, кривая, полученная для отношения $J_{po}/J_s \ll 1$, отлично совпадает с кривой, полученной с помощью формулы БЛБ ($\exp(-N_0\sigma_m z)$). По кривым, полученным для отношений $J_{po}/J_s = 1$ и 10 , видно,

что излучение для этих случаев поглощается заметно слабее, так как длина свободного пробега фотона увеличивается.

Дополнительно исследована зависимость концентрации атомов, находящихся в возбужденном состоянии $4P_{3/2}$, от ширины спектра излучения $\Delta\lambda_p$. Для этого численно решалась система (1). Расчет выполнен с использованием параметров, взятых из таблицы. Форма спектра излучения лазерных диодов имеет гауссов вид. Результаты расчета представлены на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что при уменьшении ширины спектра излучения увеличивается количество атомов, находящихся в возбужденном состоянии $4P_{3/2}$. Такая зависимость объясняется следующим образом. Уменьшение ширины спектра (при неизменной интегральной интенсивности излучения) приводит к тому, что увеличивается вероятность поглощения фотонов, находящихся вне центра линии перехода $1 \rightarrow 3$. Рост количества поглощенных фотонов приводит к росту количества переходов атомов из состояния $4S_{1/2}$ в состояние $4P_{3/2}$, т.е. n_3 должна увеличиваться.

Заключение

Получено аналитическое решение задачи переноса монохроматического направленного излучения через резонансно поглощающую среду для случая, когда ширина спектра линии излучения больше ширины спектра линии поглощения среды, но меньше расстояния между уровнями тонкой структуры.

При стремлении давления буферного газа к 0 полученное решение сводится к решению задачи о двухуровневом атоме.

На примере среды, состоящей из атомов калия и гелия, продемонстрировано сравнение численного и аналитического решений, согласующихся друг с другом с относительной погрешностью $\sim 0.1\%$.

Результат настоящей работы может применяться для апробации различных методик численного моделирования задач переноса монохроматического излучения через резонансно поглощающую среду.

Дополнительно исследован эффект просветления излучения. Показано, что эффект возникает при значении интенсивности излучения, большем значения интенсивности излучения насыщения. В этом случае при описании распространения излучения через среду нельзя пользоваться формулой Бугера—Ламберта—Бэра.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках личного интереса автора.

Список литературы

[1] А.М. Шалагин. УФН, **181** (8), 867 (2011). DOI: 10.3367/UFNr.0181.2011091.1011

- [2] В.М. Ямщиков, В.Г. Рогачев, Е.А. Кудряшов, Г.Н. Качалин. Опт. и спектр., **128** (8), 1160 (2020). DOI: 10.21883/OS.2023.05.55724.4104-22
- [3] Binglin Shen, Bailiang Pan, Jing Yang, Aiqing Qian, Jian Jiao. Appl. Phys. B, **117** (3), 817 (2014). DOI: 10.1007/s00340-014-5892-0
- [4] Gordon D. Hager, Glen P. Perram. Appl. Phys. B, **112** (4), 507 (2013). DOI: 10.1007/s00340-013-5371-z
- [5] Е.С. Андреев, М.Ю. Козманов, Е.Б. Рачилов. Журн. вычисл. матем. и матем. физ., **24** (1), 161 (1984) [E.S. Andreev, M.Yu. Kozmanov, E.B. Rachilov. U.S.S.R. Comput. Math. Math. Phys., **24** (1), 103 (1984). DOI: 10.1016/0041-5553(84)90126-5].
- [6] В.В. Завьялов, М.Ю. Козманов, В.Н. Селезнев, В.Е. Черняков, А.А. Шестаков. ВАНТ, Сер. Математическое моделирование физических процессов, **3**, 26 (2005).
- [7] М.П. Галанин, В.В. Лукин, В.М. Четчин. Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, **59**, 30 (2010).
- [8] Е.Л. Тюрин, В.А. Щеглов. ПМТФ, **5**, 177 (1972).
- [9] А.В. Богачев, С.Г. Гаранин, А.М. Дудов, В.А. Ерошенко, С.М. Куликов, Г.Т. Микаелян, В.А. Панарин, В.О. Паутов, А.В. Рус, С.А. Сухарев. Квант. электрон., **42** (2), 95 (2012) [A.V. Bogachev, S.G. Garanin, A.M. Dudov, V.A. Yeroshenko, S.M. Kulikov, G.T. Mikaelian, V.A. Panarin, V.O. Pautov, A.V. Rus, S.A. Sukharev. Quantum Electron., **42** (2), 95 (2012). DOI: 10.1070/QE2012v042n02ABEH014734].
- [10] В.М. Ямщиков. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки, **3** (102), 69 (2022). DOI: 10.18698/1812-3368-2022-3-69-85
- [11] В.П. Крайнов, Б.М. Смирнов. *Квантовая теория излучения атомных частиц* (Издательский Дом „Интеллект“, Долгопрудный, 2015).
- [12] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений*, 4-е изд. (Физматгиз, М., 1963).
- [13] B.V. Zhdanov, M.D. Rotondaro, M.K. Shaffer, R.J. Knize. Optics Express, **25** (24), 30793 (2017). DOI: 10.1364/OE.25.030793
- [14] B.D. Barmashenko, K. Waichman, S. Rosenwaks. Proc. SPIE 118867, Technologies for Optical Countermeasures XVIII and High-Power Lasers (2021). DOI: 10.1117/12.2601517
- [15] A.J. Wallerstein. Kinetics of Higher Lying Potassium States after Excitation of the D2 Transition in the Presence of Helium. PhD Thesis. AFIT (2018). URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Kinetics-of-Higher-Lying-Potassium-States-after-of-Wallerstein/99fddf7145cfd6d4465895612edce4568a067519>.
- [16] T.G. Tiecke. v1.03 (2019).
- [17] Alejandro Molina, P.M. Walsh, C.R. Shaddix, S.M. Sickafoose, L.G. Blevins. Appl. Opt., **45** (18), 4411 (2006). DOI: 10.1364/AO.45.004411
- [18] J.M. Rosenthal. *Absorption spectroscopy of rubidium in an alkali metal dispenser cell and bleached wave analysis*. PHD Dissertations (2015). URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Absorption-Spectroscopy-of-Rubidium-in-an-Alkali-Rosenthal/61681be1766c5bc8307724bb38c0cb3523830ec3>.