05,12

# Топологические зоны в металле с геликоидальным магнитным порядком

© Ю.Б. Кудасов

Саровский физико-технический институт, Национальный исследовательский ядерный университет „МИФИ“,
Саров, Россия
Российский федеральный ядерный центр —
Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,
Саров, Россия

E-mail: yu_kudasov@yahoo.com

*Поступила в Редакцию 17 апреля 2023 г.*
*В окончательной редакции 17 апреля 2023 г.*
*Принята к публикации 11 мая 2023 г.*

Обсуждаются особенности симметрии и топологии зонной структуры в геликоидальном периодическом магнитном поле. Два характерных периода трансляции, определяемые теоремой Блоха и ее обобщенным вариантом (трансляция с поворотом), могут приводить к топологически нетривиальным дисперсионным кривым. В приближении сильной связи исследованы топологические свойства зонной структуры в эффективном магнитном поле, соответствующем $120^\circ$-упорядочению в одномерной системе. Рассмотрена также 2D-модель гексагональных слоев палладия в $PdCrO_2$ в приближении почти свободных электронов. Эффективное поле, соответствующее $120^\circ$ магнитному упорядочению диэлектрических прослоек $CrO_2$, приводит к необычной спиновой структуре поверхности Ферми, которая, в свою очередь, сильно подавляет рассеяние подвижных носителей с перебросом и приводит к аномалиям транспортных свойств.

**Ключевые слова:** геликоидальное упорядочение, симметрия обращения времени, зонная структура, рассеяние носителей, металлические делафосситы, $PdCrO_3$.

DOI: 10.21883/FTT.2023.06.55647.04H

## 1. Введение

Делафосситы — это соединения с общей формулой $AB\mathrm{O}_2$, которые имеют слоистую структуру с чередующимися гексагональными слоями ионов $A$ и $B\mathrm{O}_2$. Эти соединения на основе 3d-металлов ($B = \mathrm{Cr, Fe, Co}$) демонстрируют разнообразные магнитные и транспортные свойства, которые привлекают внимание теоретиков и экспериментаторов. Так, геометрическая фрустрация в $CuFeO_2$ приводит к возникновению нескольких типов магнитного упорядочения, которые сменяют друг друга в магнитном поле [1], а частичное замещение ионов $Fe^{3+}$ на $Al^{3+}$ приводит к мультиферроидному поведению [2]. Соединения $PdCoO_2$, $PtCoO_2$, $PdCrO_2$ и т.д. образуют группу металлических делафосситов. Электропроводность этих веществ является рекордной для металлических оксидов и оказывается сравнимой со значениями, характерными для элементарных металлов, таких как медь и серебро [3]. При этом прослойки $CoO_2$ и $CrO_2$ являются диэлектрическими, а проводимость обеспечивается только слоями платины или палладия [4,5], что приводит к аномальным величинам длины свободного пробега. Например, в $PdCoO_2$ при комнатной температуре она составляет 700 Å, а при низких температурах достигает 20 $\mu$m [3]. Это предполагает необычный механизм электронного транспорта в металлических делафосситах; в частности, в них наблюдался переход к гидродинамическому режиму движения электронов проводимости [6]. В последнее время проводится активный поиск механизма, ответственного за аномальные транспортные свойства этих соединений [7].

Среди металлических делафосситов с аномальной проводимостью выделяется $PdCrO_2$ — единственное соединение, в котором возникает дальний магнитный порядок ($T_\mathrm{N} = 38\,\mathrm{K}$) [8]. Магнитная структура оказывается крайне сложной: ионы хрома в диэлектрических прослойках $CrO_2$ формируют $120^\circ$-е упорядочение с чередующейся киральностью в соседних прослойках. Всего магнитная структура состоит из 18 подрешеток [9]. Переход в магнитоупорядоченное состояние приводит к резкому падению удельного сопротивления. Следует отметить, что $PdCrO_2$ является крайне редким примером соединения, демонстрирующего нетрадиционный аномальный эффект Холла при нулевой полной киральности [10]. Исследования магнетотермоэдс показали, что ближний магнитный порядок в $PdCrO_2$ сохраняется вплоть до комнатной температуры и выше [11].

Движение частицы спина 1/2 в геликоидальном магнитном поле изучается довольно давно [12–17]. В частности, известно точное решение одномерной задачи для однородного геликоидального поля [12]. В настоящее время интерес к гелимагнетикам возродился благодаря обнаружению в них особенностей электронного транспорта [15] и возможности токового управления магнитной структурой [16]. Обзор современного состояния теоретических и экспериментальных исследований одноосных гелимагнетиков представлен в [17]. В настоящей работе мы исследуем электронную структуру в геликоидальном магнитном поле с симметрийной и топологической точек зрения.

## 2. Теоретические предпосылки

Рассмотрим кристаллическую решетку, описываемую операциями симметрии $\{\alpha_{\mathbf{R}}|\mathbf{t}\}$: $\alpha_{\mathbf{R}}$ — поворота вокруг оси $\mathbf{R}$ на угол $\alpha$ и трансляции на вектор $\mathbf{t}$. Предположим, что в кристалле существует также геликоидальное упорядочение спинов. Будем считать, что спины лежат в одной плоскости, причем в отсутствие спин-орбитального взаимодействия выбор спиновой плоскости произволен, т.е. он не влияет на вид дисперсионных кривых электронов. Будем также считать, что при трансляции на вектор $\mathbf{t}$ спины поворачиваются на угол $\alpha_S(t)$, и магнитная структура является соизмеримой, т.е. вектор трансляций магнитной структуры $\mathbf{T}_m$ кратен вектору $\mathbf{t}$. Симметрия такой геликоидальной структуры может быть описана спиновой пространственной группой с элементами $\{\alpha_S|\alpha_{\mathbf{R}}|\mathbf{t}\}$ [18,19]. Таким образом, вдоль направления геликоиды у нас имеется два кратных периода трансляций. Для трансляции $T_m$ выполняется теорема Блоха, а для комбинированной операции $\{\alpha_{\mathbf{R}}|\mathbf{t}\}$ справедлива обобщенная теорема Блоха [19]. Как мы увидим ниже, это приводит к нетривиальным следствиям для топологической структуры зон проводимости. Заметим, что в работе [12] был найден вид оператора, подобного оператору импульса, коммутирующего с гамильтонианом и определяющего квантовые числа ветвей спектра в геликоидальном поле. Отметим, однако, что такой подход возможен только для однородной геликоиды, где существует непрерывное преобразование симметрии (трансляция с поворотом). Подход с применением спиновой пространственной группы представляется более подходящим для исследования реальных систем.

В последние десятилетия активно изучаются топологические свойства зонной структуры [20]. Возникновение топологических свойств зонной структуры кристаллических веществ связано с наличием периодических граничных условий на границах зоны Бриллюэна. Так, для одномерной системы точки с волновыми векторами $\mathbf{k} = \pi$ и $\mathbf{k} = -\pi$ эквивалентны, т.е. дисперсионные кривые соответствуют замкнутым линиям на цилиндре. Для двумерных систем периодические граничные условия аналогичным образом приводят к дисперсионным поверхностям на торе [21]. Основные усилия сосредоточены на исследованиях топологических изоляторов и на краевых состояниях в этих системах [20].

## 3. Симметрия обращения времени и топология зонной структуры в геликоидальном магнитном поле

Уравнение движения свободных электронов в геликоидальном магнитном поле имеет необычные свойства по отношению к операции обращения времени. Запишем гамильтониан для частицы (электрона) спина 1/2, движущейся в скалярном периодическом потенциале $V$ и периодическом магнитном поле $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ в виде

$$H = \frac{1}{2m}(\hat{\mathbf{p}} - e\mathbf{A})2 + V(\mathbf{r}) - \mathbf{h}(\mathbf{r})\hat{\boldsymbol{\sigma}}, \qquad (1)$$

где $\hat{\mathbf{p}}$ — оператор импульса, $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ — матрицы Паули, $\mathbf{h}$ и $\mathbf{A}$ — индукция и векторный потенциал магнитного поля ($\mathbf{h} = \operatorname{rot}\mathbf{A}$). Период магнитного поля составляет $\mathbf{a}_m$m, т.е.

$$\mathbf{h}(\mathbf{r} + \mathbf{a}_m) = \mathbf{h}(\mathbf{r}), \qquad (2)$$

а потенциал $V(\mathbf{r})$ является трансляционно-инвариантным относительно сдвига на период $\mathbf{a}_m/2$. Примером периодического магнитного поля может быть геликоида, ориентированная вдоль оси $z$. Распределение магнитного поля можно представить как

$$h_x = h_0\cos(Kz), \quad h_y = h_0\cos(Kz), \qquad (3)$$

где $h_0$ и $K = 2\pi/a_m$ — константы. Для периодического магнитного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ всегда возможен выбор векторного потенциала также в виде периодической функции.

Общий подход к изучению симметрии относительно операции обращения времени в магнитном поле заключается в комбинировании операторов обращения времени $\hat{\theta}$ и некоторой операции, изменяющей направление магнитного поля на противоположное [22]. В однородном магнитном поле, ориентированном вдоль оси $z$, система симметрична по отношению к комбинации $\hat{\theta}$ отражение в плоскости, проходящей ось $z$ или вращение на 180° вокруг оси, перпендикулярной оси $z$ [3]. Для периодического геликоидального поля (2) и (3) единственной операцией, приводящей к $\mathbf{h} \to -\mathbf{h}$, кроме поворота вокруг оси $z$ является трансляция вдоль оси $z$ на половину периода спирали ($\hat{T}_{1/2}$). Таким образом, комбинированный оператор $\hat{\theta}\hat{T}_{1/2}\hat{\theta}$ является преобразованием симметрии. Это, в свою очередь, должно приводить к условию [23]:

$$\varepsilon_{\mathbf{k},\langle\sigma\rangle} = \varepsilon_{-\mathbf{k},-\langle\sigma\rangle}, \qquad (4)$$

где $\varepsilon_{\mathbf{k},\langle\sigma\rangle}$ — энергия частицы с волновым вектором $\mathbf{k}$ и средним значением спина $\langle\sigma\rangle$. Следует отметить, что в неколлинеарной структуре спин в общем случае не является хорошим квантовым числом, поэтому состояние характеризуется его средним значением.

## 4. Приближение сильной связи для одномерной цепочки

Простейшим примером геликоидальной магнитной структуры является одномерная цепочка одинаковых атомов, в которой магнитное поле, действующее на частицу, поворачивается на $120^\circ$ в некоторой плоскости при трансляции на один период цепочки. Когда спин-орбитальное взаимодействие отсутствует плоскость, в которой лежит магнитное поле, может быть выбрана произвольно, и в дальнейшем мы предполагаем, что это — плоскость $xy$. Такая цепочка имеет 3 подрешетки и в приближении сильной связи может быть описана следующим гамильтонианом:

$$H = -\sum_{i,\sigma}(a_i^+ b_{i\sigma} + b_{i\sigma}^+ c_{i\sigma} + c_{i\sigma}^+ a_{i+1\sigma} + \text{H.c.}) + \sum_i (\hat{\mathbf{h}}_{ia} + \hat{\mathbf{h}}_{ib} + \hat{\mathbf{h}}_{ic}), \quad (5)$$

где $a_{i\sigma}^+$, $b_{i\sigma}^+$, $c_{i\sigma}^+$ — операторы рождения электрона спина $\sigma$ на подрешетках $a, b$ и $c$, $\hat{\mathbf{h}}_{a(b,c)}$ — операторы вида $\hat{\mathbf{h}}\mathbf{h}_{ia} = \sum \mathbf{h}_a a_{i\alpha}^+ \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} a_{i\beta}$. Здесь $\mathbf{h}_{a(b,c)}$ — магнитное поле на подрешетках, $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}$ — матрицы Паули, $\alpha$, $\beta$ — спиновые индексы, H.c. — эрмитово сопроюжение.

Гамильтониан (5) может быть диагонализован точно. Полученные дисперсионные кривые показаны на рис. 1 для случая $|\mathbf{h}_{a(b,c)}| = 0.2$. Видно, что в пределах магнитной зоны Бриллюэна (от $-\pi$ до $\pi$) они по отдельности не являются периодическими. Дисперсионная кривая выбирается так, чтобы состояние изменялось непрерывно в пределах зоны Бриллюэна. Однако в целом структура из 3 зон оказывается периодической, т. е. теорема Блоха выполняется, но происходит перестановка номеров зон при смещении зонной структуры на вектор обратной решетки.

Согласно обобщенной теореме Блоха [19], наименьшая приведенная трансляция определяется вектором $\mathbf{t}$

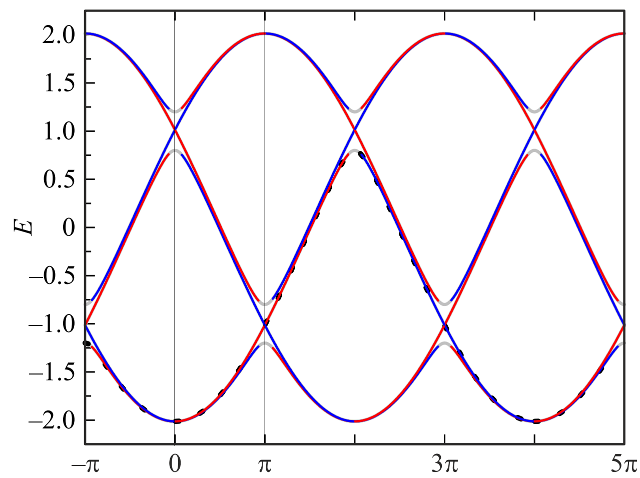


**Рис. 1.** Дисперсионные кривые для модели (1) в магнитной (от $-\pi$ до $\pi$) и расширенной зонах Бриллюэна. Синим и красным цветом показаны состояния с преимущественно спином вверх и спином вниз ($\langle S \rangle \approx \pm 1/2$) соответственно. Серым показаны участки, где происходит сильное перемешивание спиновых состояний ($\langle S \rangle \approx \pm 1/4$). Точками показана дисперсионная кривая в пределах расширенной зоны Бриллюэна.

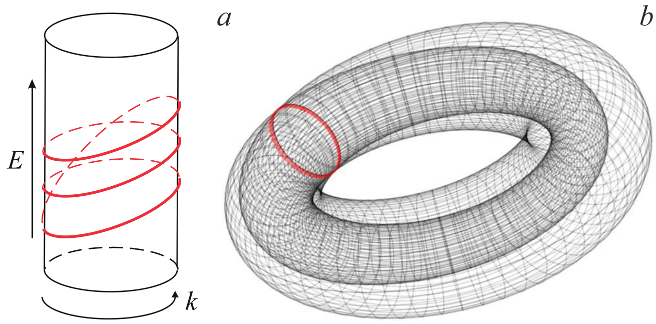


**Рис. 2.** Схематичное изображение: $a$ — дисперсионной кривой для одномерной модели на цилиндре, $b$ — примера дисперсионной поверхности на торе (2D-модель) с самопересечением.

(с поворотом спиновой системы на угол $\alpha_S$). Тогда можно построить уменьшенную магнитную элементарную ячейку (в отличие от обычной магнитной ячейки, соответствующую трансляции $\mathbf{T}_m$) и соответствующую расширенную зону Бриллюэна [5], которая в данном случае совпадает с кристаллохимической. В пределах расширенной магнитной зоны Бриллюэна дисперсионные кривые являются периодическими (отмечена точками на рис. 1). Таким образом, мы получаем два периода для зонной структуры. Полученный результат проиллюстрирован на рис. 2, $a$. Если магнитную зону Бриллюэна представить на цилиндрической поверхности, то дисперсионная кривая делает три оборота, что соответствует периоду расширенной зоны Бриллюэна.

В области энергий на рис. 1 от $-1.4$ до $-0.6$ симметричные относительно Г-точки ветви имеют противоположное значение среднего спина. В приближении почти свободных электронов в одномерном случае получаются аналогичные решения [23].

## 5. 2D-модель металлического гексагонального слоя в $PdCrO_2$

В $PdCrO_2$ проводимость определяется двумерными гексагональными слоями палладия, а $120^\circ$-е магнитное упорядочение в прослойках $CrO_2$ создает эффективное поле с геликоидальной структурой. Зададим модельное 2D-распределение эффективного магнитного поля следующего вида:

$$h_x(\mathbf{r}) = h_0\Big[\cos(\mathbf{K}_1\mathbf{r}) + \sin(\mathbf{K}_2\mathbf{r}) + \cos(K_3\mathbf{r})\Big],$$

$$h_v(\mathbf{r}) = h_0\Big[\sin(\mathbf{K}_1\mathbf{r}) + \cos(\mathbf{K}_2\mathbf{r}) + \sin(K_3\mathbf{r})\Big], \quad (6)$$

где $\mathbf{K}_i$ — вектора обратной решетки, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор прямой решетки. Распределение (6) показано на рис. 3. Хорошо видно, что оно имеет $120^\circ$-ю структуру. Можно показать, что результаты расчета в приближении почти свободных электронов качественно не зависят от

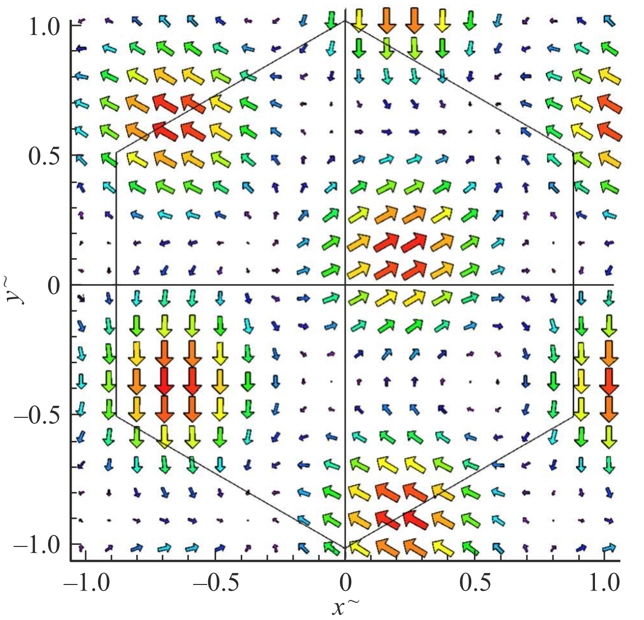


**Рис. 3.** Модельное распределение эффективного магнитного поля (6), соответствующее 120°-упорядочению.

конкретной формы потенциала, а определяются его симметрией [23]. Систему, уравнений описывающих зонную структуру в приближении почти свободных электронов, можно представить в виде [24]:

$$[E-(\mathbf{k}-\mathbf{K}_i)^2]c_{\mathbf{k}-\mathbf{K}_i,\alpha}=\sum_{j=1}^{m}\hat{U}_{\mathbf{K}_j-\mathbf{K}_i,\alpha\beta}c_{\mathbf{k}-\mathbf{K}_i,\beta}, \qquad (7)$$

где $c_{\mathbf{k}-\mathbf{K}_i,\beta}$ — коэффициент в разложении блоховской функции. В отличие от выражения в книге [24], здесь дополнительно введены спиновые индексы $\alpha,\beta$, и фурье-компоненты потенциала $\hat{U}_{\mathbf{K}_i,\alpha\beta}$ содержат недиагональные по спину компоненты. Минимальная 2D-модель для описания гексагонального слоя должна содержать два слагаемых в сумме (7), поскольку в углах гексагональной зоны Бриллюэна приходится учитывать слагаемые для двух брэгговских плоскостей.

В работе [23] показано, что в случае геликоидального магнитного поля операторы

$$\hat{U}_{\mathbf{K}}=\frac{1}{v}\int\limits_{Bz}\exp(-i\mathbf{K}\mathbf{r})\hat{h}(\mathbf{r})d\mathbf{r} \qquad (8)$$

не являются нормальными, т.е. $\hat{U}_{\mathbf{K}}\hat{U}_{\mathbf{K}}^{+}\neq\hat{U}_{\mathbf{K}}^{+}\hat{U}_{\mathbf{K}}$ или $\hat{U}_{\mathbf{K}}\hat{U}_{-\mathbf{K}}\neq\hat{U}_{-\mathbf{K}}\hat{U}_{\mathbf{K}}$. Здесь интегрирование выполняется по зоне Бриллюэна. Это и приводит к дисперсионной зависимости вида (4).

Результаты расчета зонной структуры гексагонального слоя в приближении почти свободных электронов с эффективным полем (6) при $h_0=2$ показаны на рис. 4. Если уровень Ферми попадает в область энергий между линиями *1* и *2*, то формируется большая $\gamma$-орбита и „карманы“ в области K-точки, как это наблюдается в $PdCrO_2$ ниже температуры Кюри [25]. В случае, когда он попадает в область между линиями *1* и *2*, формируется только большая $\gamma$-орбита (см. рис. 5). На ней чередуются участки с преимущественно противоположными направлениям спина.

Электронная структура 2D-модели имеет сходные черты с одномерной моделью, рассмотренной выше. В пределах магнитной зоны Бриллюэна периодическими являются не дисперсионные поверхности по отдельности, а вся зонная структура в целом. Дисперсионные кривые периодичны в расширенной магнитной зоне Бриллюэна. При изображении дисперсионных поверхностей на торе (периодические условия для 2D-решетки) они оказываются самопересекающимися. Если для одномерной цепочки пересечения были в точках (рис. 2, *a*), то для

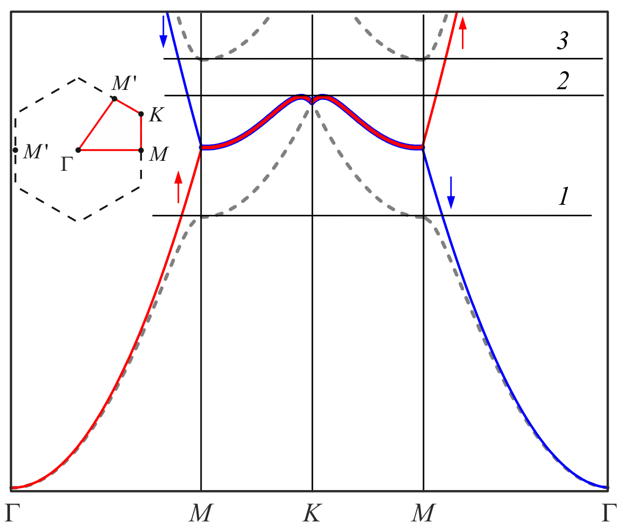


**Рис. 4.** Расчетная зонная структура 2D-модели вдоль пути, показанного на вставке цветом.

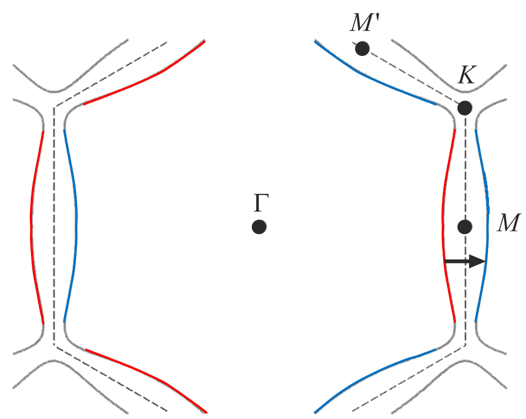


**Рис. 5.** Поверхность Ферми для случая, когда уровень Ферми попадает между уровнями *1* и *2* на рис. 4. Цветом показаны состояния спина с преимущественно противоположными направлениями. Серым показаны участки, где происходит сильное перемешивание спиновых состояний ($\langle S\rangle<1/4$).

2D-системы пересечения поверхностей в общем случае происходят вдоль линий. Пример самопересекающейся поверхности на торе показан на рис. 2, *b*.

## 6. Особенности транспортных свойств в $PdCrO_2$

В работе [23] качественно обсуждались транспортные свойства одномерных и двумерных систем в геликоидальном магнитном поле. Для цепочки на рис. 1 можно видеть, что, когда уровень Ферми попадает в диапазон энергий от $-1.4$ до $-0.6$, транспортные свойства необычны. Здесь уровень Ферми пересекают только две ветви с противоположными спинами. Поэтому может возникать незатухающий спиновый ток. Для корректного описания этого явления необходимо учитывать границы образца. Во-вторых, рассеяние назад без переворота спина запрещено. Это во многом похоже на свойства краевых состояний в топологических изоляторах [20]. Следует отметить, что данные свойства имеют довольно общий характер, поскольку не зависят от использованной модели: в работе [21] использовался 1D-вариант приближения почти свободных электронов, а в настоящей работе — приближение сильной связи.

На рис. 5 показана поверхность Ферми, вычисленная при тех же параметрах, что для рис. 4, для случая уровня Ферми, лежащего между линиями *1* и *2* на рис. 4. В этом случае имеется только $\gamma$-орбита поверхности Ферми. При низких температурах фононная составляющая электрического сопротивления определяется процессами переброса [26]. Однако переброс при рассеянии электронов на фононах на прилегающих дугах, как показано стрелкой на рис. 5, запрещен, поскольку начальное и конечное состояние имеют противоположный спин. Этот запрет не является полным, так как вблизи углов (точка K) происходит перемешивание спиновых состояний (помечено серым цветом), и в этих областях процессы переброса разрешены. Тем не менее, как показано в [23], фононное сопротивление может понизиться примерно на порядок для $PdCrO_2$. Рассеяние на немагнитных примесях также должно быть частично подавлено за счет частичного запрета рассеяния назад, опять же по причине противоположных спинов начального и конечного состояния электрона.

## 7. Заключение

Показано, что зоны в геликоидальной системе топологически нетривиальны. Примером двумерной системы с почти свободными электронами, находящимися являются плоскости палладия в $PdCrO_2$, которые находятся под действием 120°-го эффективного поля, создаваемом ионами хрома в прослойках $CrO_2$. Остальные металлические делафосситы ($PdCoO_2$, $PtCoO_2$) хоть и не имеют дальнего магнитного порядка, но демонстрируют признаки сильного ближнего магнитного порядка в широком диапазоне температур [27]. Поэтому предложенный механизм высокой проводимости может быть расширен и на эти соединения.

### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Национального центра физики и математики (Направление № 7 „Исследования в сильных и сверхсильных магнитных полях“).

### Конфликт интересов

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

## Список литературы

[1] T.T.A. Lummen, C. Strohm, H. Rakoto, P.H.M. Loosdrecht. Phys. Rev. B **81**, *22*, 224420 (2010).
[2] T. Arima. J. Phys. Soc. Jpn. **76**, *7*, 073702 (2007).
[3] A.P. Mackenzie. Rep. Prog. Phys. **80**, *3*, 032501 (2017).
[4] V. Eyert, R. Fresard, A. Maignan. Chem. Mater. **20**, *6*, 2370 (2008).
[5] F. Lechermann. Phys. Rev. Mater. **2**, *8*, 085004 (2018).
[6] T. Scaffidi, N. Nandi, B. Schmidt, A.P. Mackenzie, J.E. Moore. Phys. Rev. Lett. **118**, *22*, 226601 (2017).
[7] H. Usui, M. Ochi, S. Kitamura, T. Oka, D. Ogura, H. Rosner, M.W. Haverkort, V. Sunko, P.D.C. King, A.P. Mackenzie, K. Kuroki. Phys. Rev. Mater. **3**, *4*, 045002 (2019).
[8] K.P. Ong, J. Zhang, J.S. Tse, P. Wu. Phys. Rev. B **81**, *11*, 115120 (2010).
[9] H. Takatsu, G. Nenert, H. Kadowaki, H. Yoshizawa, M. Enderle, S. Yonezawa, Y. Maeno, J. Kim, N. Tsuji, M. Takata, Y. Zhao, M. Green, C. Broholm. Phys. Rev. B **89**, *10*, 104408 (2014).
[10] H. Takatsu, S. Yonezawa, S. Fujimoto, Y. Maeno. Phys. Rev. Lett. **105**, *13*, 137201 (2010).
[11] S. Arsenijevic, J.M. Ok, P. Robinson, S. Ghannadzadeh, M.I. Katsnelson, J.S. Kim, N.E. Hussey. Phys. Rev. Lett. **116**, *8*, 087202 (2016).
[12] M. Calvo. Phys. Rev. B **18**, *9*, 5073 (1978).
[13] M. Calvo. Phys. Rev. B **19**, *11*, 5507 (1979).
[14] Э.Л. Нагаев. Физика магнитных полупроводников. Наука, М. (1979).
[15] H. Watanabe, K. Hoshi, J. Ohe. Phys. Rev. B **94**, *12*, 125143 (2016).
[16] N. Jiang, Y. Nii, H. Arisawa, E. Saitoh, Y. Onose. Nature Commun. **11**, 1601 (2020).
[17] J. Kishine, A.S. Ovchinnikov. Theory of Monoaxial Chiral Helimagnet. In: Solid State Physics. Book ser. (2015). V. 66. P. 1.
[18] W. Brinkman, R.J. Elliott. Proc. Roy. Soc. A **294**, *1438*, 343 (1966).
[19] L.M. Sandratskii. Phys. Status Solidi B **135**, *1*, 167 (1986).
[20] M.Z. Hasan, C.L. Kane. Rev. Mod. Phys. **82**, *4*, 3045 (2010).
[21] J. Cayssol, J.N. Fuchs. J. Phys. Mater. **4**, *3*, 034007 (2021).

[22] Е. Вигнер. Теория групп и ее приложение к квантовомеханической теории атомных спектров. ИЛ, М. (1961).
[23] Ю.Б. Кудасов. Письма в ЖЭТФ **113**, *3*, 168 (2021). [Yu.B. Kudasov, JETP Lett. **113**, *3*, 155 (2021).]
[24] Н. Ашкрофт, Н. Мермин. Физика твердого тела. Мир, М. (1979). Т. 1. [N.W. Ashcroft, N.D. Mermin. Solid State Physics. Cengage Learning (1976).]
[25] C.W. Hicks, A.S. Gibbs, A.P. Mackenzie, H. Takatsu, Y. Maeno, E.A. Yelland. Phys. Rev. Lett. **109**, *11*, 116401 (2012).
[26] Дж. Займан. Электроны и фононы. ИЛ, М. (1962). [J.M. Ziman. Electrons and Phonons. Clarendon Press (1960).]
[27] T. Harada, K. Sugawara, K. Fujiwara, M. Kitamura, S. Ito, T. Nojima, K. Horiba, H. Kumigashira, T. Takahashi, T. Sato, A. Tsukazaki. Phys. Rev. Res. **2**, *1*, 013282 (2020).

*Редактор Е.В. Толстякова*