04

Оценка тока разряда и извлекаемого тока из пеннинговского ионного источника

© М.С. Лобов,¹ И.М. Мамедов,^{1,2} Н.В. Мамедов,^{1,2} А.Ю. Пресняков,¹ В.И. Зверев,^{1,2} Д.И. Юрков^{1,2}

¹ Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова,

127055 Москва, Россия

² Национальный исследовательский ядерный университет "МИФИ",

115409 Москва, Россия

e-mail: lobovms@yandex.ru

Поступило в Редакцию 8 февраля 2023 г. В окончательной редакции 27 марта 2023 г. Принято к публикации 27 марта 2023 г.

Для существующей конструкции пеннинговского ионного источника, применяемого в миниатюрном линейном ускорителе, проведен расчет зависимости тока разряда от напряжения на аноде для нескольких значений давления. Оценки основаны частью на упрощенных теоретических моделях, частью на экспериментальных данных, полученных на разборных моделях ускорителя, работающих в атмосфере водорода и при непрерывном режиме питания. Из полученных зависимостей выделена ионная составляющая тока и оценено значение извлекаемого из источника ионного тока. Выполнены расчеты зависимостей извлекаемого тока и значения коэффициента эффективности извлечения ионов от напряжения на аноде при различных диаметрах выходной апертуры источника.

Ключевые слова: пеннинговский ионный источник, миниатюрный линейный ускоритель, вольт-амперные характеристики разряда, извлекаемый ток.

DOI: 10.21883/JTF.2023.06.55602.16-23

Введение

Источники ионов Пеннинга (ПИИ), несмотря на длинную историю исследований и совершенствования, продолжают оставаться одним из наиболее востребованных типов ионных источников (ИИ), применяемых, в частности, в миниатюрных линейных ускорителях (МЛУ) [1,2]. В этой связи оптимизация различных параметров ПИИ крайне актуальна [2–11], несмотря на длительную историю исследований в данной области [2]. К числу таких параметров следует отнести: физические (анодное напряжение, давление рабочего газа, индукция магнитного поля) и геометрические (радиус и длина анода, расстояние между катодами, диаметры катодов, диаметр экстрагирующего отверстия, форма антикатода).

В экспериментальных работах [3–16] описано большое количество компактных ПИИ, разрабатываемых специально для МЛУ, сильно отличающихся как по своим геометрическим параметрам, так и физическим характеристикам (анодное напряжение, величина и конфигурация магнитного поля и т.д.). Также из представленных современных работ видно, что преобладает эмпирический подход к определению оптимальных геометрических параметров разрядной ячейки и параметров питания. Таким образом, в работах описываются разные по габаритам ИИ с разной конфигурацией магнитного поля, при этом параметры конкретных экспериментов различаются в деталях. Следовательно, крайне затруднительно адекватно сравнивать экспериментальные данные и использовать полученные выводы при создании ПИИ для МЛУ.

Помимо этого, существует ряд теоретических работ и численных моделей поведения частиц в ПИИ [17-30]. В моделях, как коммерческих, так и разработанных самими исследователями, используются самые разные подходы, начиная с расчетов в одночастичном приближении [17-22], программ на основе РІС-метода и МСС (Monte-Carlo calculation) [23-26], и заканчивая "магнитогидродинамическими" моделями, в которых использованы первые моменты кинетического уравнения или уравнения баланса числа частиц, импульса и энергии [27-30]. Причем если раньше до появления мощных вычислительных средств упор делался на упрощение формул с помощью ясных физических допущений [30], то теперь речь идет о приближении к идеологии "цифрового двойника" [11,23,25] конкретного МЛУ. Это сближает магнитогидродинамические подходы с "имитационными", целью которых как раз и является расчет всех рабочих характеристик конкретных ПИИ в МЛУ [11,23,25]. К сожалению, все эти теоретические подходы не позволяют быстро и сравнительно просто получить практические данные, в частности, ВАХ разряда и ток пучка извлекаемых ионов, для конкретных МЛУ.

Противоречивые экспериментальные данные и неполные результаты численного моделирования побуждают еще раз обратиться к классическим теоретическим работам для установления неких общих, фундаментальных закономерностей в режимах горения данного типа разряда. Необходимо понять влияние физических (особенно величины магнитного поля и анодного напряжения) и геометрических параметров разряда на режим его горения. Также ценно было бы нахождения расчетных оценочных ("инженерных") формул для быстрой оценки тока разряда, плотности электронов в разряде, потенциала разряда, значения извлекаемого из источника ионного тока. Полученные знания позволили бы экстраполировать результаты исследования конкретной конструкции [5,7,8] на весь класс подобных устройств.

Целью настоящей работы является проведение оценочных расчетов ВАХ конкретного ПИИ для МЛУ [7,8] на базе сравнительно простых моделей и столь же простых экспериментов, выполненных в непрерывном режиме питания и с водородом в качестве рабочего газа. Оценки извлекаемого тока и коэффициента экстракции, а также их валидация путем сопоставления с экспериментальными данными, необходимы для дальнейшего использования при оптимизации рабочих параметров МЛУ и схем их питания [5].

1. Принцип работы пеннинговского ионного источника

Упрощенная схема ПИИ представлена на рис. 1. Два катода с отрицательным потенциалом относительно анода (обычно выполненным в виде кольца или цилиндра)



Рис. 1. Упрощенная схема ПИИ: 1 -катод, 2 -магниты, 3 -анод, 4 -антикатод, 5 -фокусирующий электрод (под потенциалом катода); $r_a = 6 \text{ mm} -$ радиус анода, $L_a = 15 \text{ mm} -$ длина анода, L = 20 mm -длина ячейки, h = 2.5 mm -зазоры между краями анода и катодами, $d_{\text{ext}} = 8 \text{ mm} -$ диаметр выходной апертуры ПИИ.

помещают в продольное (направленное параллельно оси системы) магнитное поле. Чаще всего используют цилиндрические магнитные кольца, расположенные за корпусом ПИИ. В отсутствие магнитного поля первичные электроны, выходя из катода, движутся вдоль линий электрического поля, которые перпендикулярны поверхности катода и изгибаются к аноду. Эти электроны будут иметь как радиальную, так и продольную составляющие скорости. Осевые электроны с минимальной радиальной скоростью начинают осциллировать между катодами, остальные "радиальные" электроны сразу движутся к аноду.

При наложении магнитного поля, параллельного оси системы, траектории электронов изменяются и их пути увеличиваются [17]. Вдоль оси z электрон совершает гармонические колебания с частотой тем большей, чем больше приложенное напряжение и меньше расстояние между электродами. В плоскости $r\Theta$ электрон описывает циклоиду или спираль, при этом он колеблется около некого среднего положения и участвует во вращательном движении с частотой, несколько меньшей частоты Лармора. Таким образом, происходит удлинение пути, проходимого электронами в разрядной камере, что увеличивает эффективность ионизации рабочего газа внутри разрядной ячейки. Исследуемый ПИИ применяется в МЛУ и описан в [5,7,8].

2. Оценки тока разряда по известным аналитическим формулам

В нескольких обзорных зарубежных статьях [17,18] и в ряде публикаций отечественных ученых [19–21] обобщены результаты исследований пеннинговского разряда применительно к манометрам и ионным насосам. В частности, выявлены режимы горения данного разряда в зависимости от его физических параметров (напряжения на аноде, величины магнитного поля и давления рабочего газа). Для разных режимов горения разряда получены теоретические выражения зависимости потенциала центра разрядной ячейки, концентрации электронов и тока разряда от физических параметров и геометрических параметров разрядной ячейки (радиус и длина анода, расстояние между катодами).

Автор работы [17], исходя из классической формулы подвижности электронов в поперечном магнитном поле, получил выражения, связывающие величину провисания потенциала с током разряда (формулы записаны в СИ):

$$U_a - U_0 = \frac{3e}{16m} \frac{\vartheta_i}{\vartheta_c} r_a^2 B^2, \qquad (1)$$

$$I_{discharge} = \frac{3e}{4m} \pi l_a \varepsilon_0 \frac{\vartheta_i^2}{\vartheta_c} r_a^2 B^2.$$
 (2)

Следовательно, ток разряда равен

$$I_{discharge} = 4\pi l_a \varepsilon_0 \vartheta_i (U_a - U_0), \qquad (3)$$

Журнал технической физики, 2023, том 93, вып. 6



Рис. 2. Семейства энергетических спектров экстрагированных ионов при различном напряжении на разрядном промежутке: *a* — 1, *b* — 5 mTorr [31,32]. Цифрами обозначены максимумы в энергетических спектрах.

где $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2 \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^2$, l_a — длина анода, $(U_a - U_0)$ — разность между потенциалом на аноде и потенциалом в центре разрядной ячейки, ϑ_i — частота ионизации, ϑ_c — частота столкновений электронов с нейтральным газом, r_a — радиус анода, B — магнитная индукция.

Эта формула получена для "бесконечно длинной" ячейки, т.е. в пренебрежении зависимостями всех характерных параметров разряда от аксиальной координаты (z). При этом ключевым параметром является потенциал центра ячейки Пеннинга, определяемый наличием объемного отрицательного заряда. Как легко видеть, он зависит от магнитного поля и неявно от анодного напряжения — в силу зависимости частоты ионизации от скорости электронов, зависящей от потенциала анода.

Основываясь на формуле (3), можно получить следующие оценочные выражения для тока разряда (рабочий газ-водород):

$$I_{discharge}[A] = 7.7 \cdot 10^{-2} l_a[m] p[\text{Torr}](U_a - U_0)[\text{V}]. \quad (4)$$

Для исследуемого источника длина анода $l_a = 15$ mm, радиус анода $r_a = 6$ mm и величина магнитной индукции B = 80 mT. Частота ионизации оценивалась "сверху" по формуле: $\vartheta_i = n_0 v_i \sigma_i$, где $v_i = 2.35 \cdot 10^6$ m/s — скорость электрона для ионизации, $\sigma_i \approx 10^{-20}$ m² — максимальное сечение ионизации для молекулы водорода, n_0 [m⁻³] = $3.5 \cdot 10^{22}$ p [Torr] — концентрация нейтральных частиц в зависимости от давления.

Для определения потенциала центра U_0 ячейки в горящем разряде были измерены энергетические спектры экстрагированных (в продольном направлении) ионов при различных напряжениях на аноде и давлениях [31,32]. Общий вид полученных энергетических спектров (см., например, [31,32] и рис. 2) можно попытаться качественно интерпретировать следующим образом.

В центральной части разряда, за исключением прикатодных областей, по оси потенциал практически постоянен. Поэтому подавляющее число образующихся в этой области ионов, проходя одинаковую разность прикатодного падения потенциала, приобретают примерно одинаковую энергию на выходе из ПИИ (рис. 3). Таким образом, можно полагать, что максимум энергетического спектра (вылетевших ионов) равен потенциалу в центре разрядной ячейки $E_{max}/e \sim U_0$ (рис. 2, 3).

Из-за провисания потенциала на оси источника энергетический спектр вылетевших ионов смещен в низкоэнергетическую область. Резкий рост энергетического спектра (левая часть спектра) может быть объяснен тем, что часть ионов, образующаяся в пределах пограничного слоя плазмы около антикатода (в области катодного падения потенциала), приобретает энергию, отличную от ионов, рожденных в объеме плазмы. "Высокоэнергитичный хвост" в энергетическом спектре (правая часть спектра) обусловлен регистрацией ионов из объема плазмы (т.е. на некотором расстоянии от оси), где величина потенциала плазмы заметно больше потенциала на оси [33]. На рис. 4 показана зависимость величины максимума энергетического спектра от напряжения на аноде при различных давлениях. Для регистрации энергетических спектров использовался четвертьсферический электростатический дефлектор с энергетическим разрешением от 0.8 до 1.5% [31,32], поэтому погрешность в определении максимума энергетического спектра составляет не более 2%. Таким образом, величина провисания потенциала определяется как разность между прикладываемым напряжением на аноде и максимумом в получаемом энергетическом спектре $\Delta U = U_a - E_{\text{max}}/e$. Следовательно, определив значение U_0 , можно по формуле (4) рассчитать ВАХ разряда при различных давлениях рабочего газа.



Рис. 3. *a* — 3*D*-распределение потенциала внутри разрядной ячейки (напряжение на аноде 1 kV), *b* — характерная кривая распределения потенциала внутри разрядной ячейки для антикатода с отверстием (по радиусу *ab*, по оси *bc*) при измерении энергетических спектров экстрагированных ионов. Точками *a*, *b*, *c* (см. рис. 1) обозначены: *a* — анод, *b* — центр ячейки, *c* — антикатод.



Рис. 4. Зависимость величины максимума энергетического спектра от напряжения на аноде при различных давлениях. На основании данных из работ [31,32].

3. Оценка тока разряда с учетом зависимости частоты ионизации от энергии

Как видно из формулы (3), размерность величины $\varepsilon_0 U$ соответствует линейной плотности заряда [C/m], поэтому при умножении на длину анода [m] и частоту ионизации [1/s] получается по размерности ток [A]. Поэтому заманчиво использовать данное простое выражение для оценок тока разряда в ионных источниках для МЛУ. Вопрос лишь в том, как более аккуратно можно выразить частоту ионизации, т.е. учесть изменение кинетической энергии электрона при движении

внутри пеннинговской ячейки, поскольку при выводе формул (3) и (4) оговаривалось, что частота ионизации постоянна. Таким образом, необходимо заменить функциональную зависимость частоты ионизации от энергии (которая зависит от разности потенциалов электрического поля) на зависимости от координат в объеме ячейки, и затем путем интегрирования усреднить выражение для тока разряда в геометрических пределах данной ячейки. Данное допущение уместно, поскольку, согласно [22,34], основной вклад в процесс ионизации вносят электроны, осциллирующие по оси ячейки, так что их скорость и соответственно кинетическая энергия, определяющая сечение ионизации и частоту, являются быстро осциллирующими функциями времени и координаты. Согласно [35], электроны, колеблющиеся вдоль оси z, создают только "первичные вторичные" электроны, которые в дальнейшем и развивают лавину по радиусу r. Тогда частота ионизации как функция локальных координат имеет вид:

$$\vartheta_{i} = n_{0} \upsilon_{i}(E_{kin}) \sigma_{i}(E_{kin}) \rightarrow \vartheta_{i} = n_{0} \upsilon_{i}(U(z, r)) \sigma_{i}(U(z, r))$$
$$\rightarrow \vartheta_{i} = n_{0} \upsilon(z, r) \sigma_{i}(z, r).$$
(5)

Тогда скорость и кинетическая энергия электрона как функции локальных координат определяются из закона сохранения энергии в предположении, что начальная энергия электрона равна нулю (точнее, ее величина мала по сравнению с характерным напряжением на аноде порядка 1 kV):

$$v(r, z, U_a) = \sqrt{\frac{2e}{m_e}} U(r, z, U_a), \qquad (6)$$

Журнал технической физики, 2023, том 93, вып. 6

где е и m_e — абсолютные значения заряда и массы электрона, U_a — напряжение на аноде, $U(r, z, U_a)$ — потенциал в точке (r, z) ячейки.

Распределение потенциала в реальной ячейке Пеннинга даже в отсутствие в ее объеме свободного пространственного заряда неоднородно, и потенциал в центре отличается от потенциала анода. Для идеализированной, не возмущенной наличием зарядов ячейки (рис. 1) распределение потенциала может быть оценено тремя способами. Первый вариант — это расчет распределения поля с учетом геометрических особенностей с помощью коммерческих кодов (например, Comsol Multiphysics (рис. 3, *a*), CST Studio Suite).

Второй способ — это расчет потенциала в каждой точке ячейки по квадратичной формуле [20]:

$$U(r,z) = U_0 \left(1 + \frac{U_a - U_0}{U_0} \frac{r^2}{r_a^2} - \frac{z^2}{L^2} \right),$$
(7a)

где r_a — радиус анода, L — длина ячейки, U_0 — потенциал центра ячейки (z = 0, r = 0), U_a — потенциал на аноде.

И третий вариант: распределение потенциала может быть оценено при решении задачи Дирихле для уравнения Пуассона [36]. Дополнительным условием адекватности подобной оценки является предположение о том, что работа ИИ происходит в "режиме зондовых измерений" [37], так что экстрагирующее ионы (из выходной апертуры ПИИ) поле не сильно меняет распределение полей в ячейке ИИ. Искомое распределение представимо в виде суммы потенциалов: с однородными нулевыми условиями на катодах и неоднородным на боковой поверхности, а также с однородным условием на боковой поверхности и неоднородным на антикатоде (на катоде граничное условие считается однородным):

 $\phi(r, z) = \varphi(r, z) + \varphi_1(r, z),$

(7b)

где

$$\begin{split} \varphi(r,z) &= \frac{2}{L} \sum_{k=1}^{\infty} a_k \frac{I_0(k\pi r/L)}{I_0(k\pi r_a/L)} \sin(k\pi z/L), \\ a_k &= \int_0^L \phi(r=r_a,z) \sin(k\pi z/L) dz, \\ \varphi_1(r,z) &= \sum_{k=1}^{\infty} b_k \frac{\operatorname{Sh}(\mu_k^{(0)} z/r_a)}{\operatorname{Sh}(\mu_k^{(0)} L/r_a)} J_0\left(\frac{\mu_k^{(0)} r}{r_a}\right), \\ b_k &= \frac{2}{r_a^2 J_1^2(\mu_k^{(0)})} \int_0^r F(r) J_0\left(\frac{\mu_k^{(0)} r}{r_a}\right) r dr, \end{split}$$

где r_a, L — радиус и длина ячейки, $\phi(r = r_a, z)$ — значение потенциала на боковой образующей, J_k — соответствующие функции Бесселя, I_k — соответствующие модифицированные функции Бесселя, $\mu_k^{(0)}$ — нули функции $J_0, F(r)$ — распределение потенциала

по поверхности антикатода, из отверстия в котором и производится экстракция. Неизвестными функциями в этом решении являются распределения потенциала на боковой поверхности в зазорах между катодами и анодом, а также распределение потенциала в плоскости антикатода в пределах отверстия. Если первые функции в силу небольшой величины зазоров в исследуемом ПИИ с достаточной степенью точности могут быть взяты линейными, то последняя должна быть рассчитана с использованием неких дополнительных условий. Учет "провисания потенциала" в выходной апертуре ПИИ может быть сделан в параболическом приближении, параметры которого также могут быть взяты из моделирования в пакете Comsol Multiphysics.

Сечение ионизации рассчитывается по формуле Томсона для молекулярного водорода с потенциалом ионизации $I'_i = 15.5$ eV. Будем считать, что в ПИИ образуется плазма, в основном состоящая из молекулярных ионов водорода [31]:

$$\sigma_i(r, z, U_a) = \sigma_0 \left(\frac{I_i}{U(r, z, U_a)}\right)^2 \frac{U(r, z, U_a) - I'_i}{I'_i}, \quad (8)$$

где $\sigma_0 = 4\pi r_0^2$, $r_0 = 5.29 \cdot 10^{-11}$ m — боровский радиус, $I_i = 13.6$ eV.

Таким образом, в силу зависимости частоты ионизации и потенциала оси от аксиальной координаты, "оценка сверху" тока разряда может быть получена в виде интеграла по аксиальной координате от произведения частоты ионизации на разность потенциалов анода и центра ячейки, взятого в пределах высоты анода. Учет зависимости частоты и потенциала от радиальной координаты может быть произведен путем усреднения, т.е. интегрирования по радиусу. Для получения более точных зависимостей нужно учесть то обстоятельство, что на анод могут попасть только те электроны, циклотронный радиус которых не меньше их расстояния от анода в данной точке. Другими словами, нижний предел интегрирования в формуле для тока должен быть взят в виде разности радиуса анода (ячейки) и ларморова радиуса. Понятно, что в случае его равенства нулю пределы совпадают и интеграл также равен нулю. Напротив, максимальное значение разность пределов принимает там, где циклотронный радиус максимален. Таким образом, весь интеграл по радиальной координате становится функцией *z*:

$$I_{discharge}(U_a) = \frac{4\pi\varepsilon_0}{r_a} \int_{h}^{L-h} \int_{r_a-R_B}^{r_a} \vartheta_i(r, z, U_a) \\ \times (U_a - U(r, z, U_a)) dr dz, \qquad (9)$$

где ларморовский (циклотронный) радиус определяется для постоянного аксиального магнитного поля *B* по известной формуле:

$$R_B(r, z, U_a, B) = \frac{m_e}{e} \frac{v(r, z, U_a)}{B}.$$
 (10)

Описанные выше рассуждения приемлемы, поскольку для характерных параметров ячейки Пеннинга — $L \sim 2 \text{ cm}$, $R \sim 1 \text{ cm}$, $U_a \sim 1 \text{ kV}$, $B \sim 50 \text{ mT}$, $P_{\rm H_2} \sim 1 \, {\rm mTorr}$ — получаем следующие характерные частоты: циклотронная Ω = 8.8 GHz, частота осцилляций $\omega_{\rm osc} \approx 1.6\,{\rm GHz}$, транспортная частота 4.8 MHz, а частота ионизации еще на порядок меньше. При таких параметрах ларморов (циклотронный) радиус составляет менее 0.25 mm. Таким образом, учет столкновений практически не сказывается на характере движения в силу очень большой разницы частот — электрон успевает совершить порядка 300 осцилляций прежде чем испытает упругое столкновение, приводящее к незначительной потере кинетической энергии, но (возможно) существенному изменению импульса. Траектория фактически представляет собой прямую линию, "натянутую" на силовую линию магнитного поля, так как ларморов (циклотронный) радиус составляет менее 0.25 mm. Поэтому для "катодного" электрона практически вся кинетическая энергия — это энергия аксиального движения. Соответственно, функция распределения электронов по энергии (ФРЭ) сильно анизотропна, так что основная часть электронов с большой кинетической энергией не участвует в процессе переноса заряда [38], а только в процессе ионизации. Понятно, что подход, основанный на решении кинетического уравнения с различными известными видами изотропной части, в данном случае неприменим. Ясно, что для электронов, стартующих с "антикатода", картина будет такой же. Только для электронов, стартующих с самой периферии катодов, где велика радиальная составляющая электрического поля, вклад радиального и азимутального движений несколько возрастет. Точно так же этот вклад будет расти и для плазменных электронов, рожденных в объеме ячейки по мере приближения к ее середине.

В формуле (9) также учтены дополнительные геометрические параметры ПИИ: длина ячейки $L = 20 \, \text{mm}$, зазоры между краями анода и катодами $h = 2.5 \,\mathrm{mm}$. Как видно, при стремлении магнитной индукции к нулю ларморов радиус стремится к бесконечности, и нижний предел может оказаться отрицательным, что приведет к мнимому росту расчетного тока. Поэтому при совпадении или превосходстве ларморовым радиусом радиуса ячейки интеграл считается равным нулю. Учет коэффициента вторичной ион-электронной эмиссии у, согласно [18], приведет к домножению формул (9) на $(1 + \gamma)$. Обычно [17] γ берут в диапазоне значений 0.03-0.05 вне зависимости от напряжения на аноде (которое влияет на энергию, с которой ион ударяется о катод). В работе [34] предложена полуэмпирическая формула для определения коэффициента вторичной электронной эмиссии: $\gamma = 0.0253\sqrt{U_a}$.

4. Оценка извлекаемого ионного тока

Данную идеологию расчета тока через напряжение в объеме ячейки и частоту ионизации можно использовать и для оценки ионного тока на катоды. Причем в отличие от "замагниченных" электронов все ионы, рожденные в "катодной" половине ячейки, попадают на катод, тогда как на антикатод попадают лишь ионы, рожденные в "антикатодной половине", которые не извлекаются через выходную апертуру ячейки. Поэтому и ионная составляющая тока разряда должна быть записана в виде суммы двух двойных интегралов (по r и z — интегрирование по углу заменяется умножением на 2π в силу аксиальной симметрии) с разными пределами интегрирования:

$$I_{ion} = \frac{4\varepsilon_0}{Lr_a} \int_0^{L/2} \int_0^{r_a} \vartheta_i(r, z, U_a) U(r, z, U_a) r dr dz + \frac{4\varepsilon_0}{L(r_a - \frac{d_{ext}}{2})} \int_{L/2}^{L} \int_{d_{ext}/2}^{r_a} \vartheta_i(r, z, U_a) U(r, z, U_a) r dr dz,$$
(11)

где $d_{\text{ext}} = 8 \text{ mm}$ — диаметр выходной апертуры ИИ (отверстия в "антикатоде"). В (11) учтено следующее:

• потенциалы катодов равны нулю, поэтому под интегралами стоит просто значение потенциала, а не разность;

• вторичную ионно-электронную эмиссию в данном случае учитывать не нужно;

• при усреднении по аксиальной координате производится деление на 0.5L, поэтому в числителе все равно остается 4, а не 2;

• в числителе исчезла π из-за усреднения по площади катодов.

Руководствуясь аналогичными соображениями, можно рассчитать и выходящий ионный ток в виде соответствующего интеграла:

$$I_{\text{ext}} = \frac{8\varepsilon_0}{Ld_{\text{ext}}} \int_{L/2}^{L} \int_{0}^{d_{\text{ext}}/2} \vartheta_i(r, z, U_a) U(r, z, U_a) r dr dz.$$
(12)

5. Результаты оценок

В соответствии с формулами (9), (11), (12) были рассчитаны электронный (на анод) и ионный (на катоды) токи разряда и извлекаемый из источника ионный ток для пяти значений давлений рабочего газа: 1, 2, 5, 7, 10 mTorr. В расчетах двойной интеграл представлен через два интеграла, каждый из которых вычислялся от функции одной переменной. Численное интегрирование проводилось методом трапеций (в пакете программ Python Anaconda). Для уменьшения времени расчета шаг сетки интегрирования брался равным 1000 (дальнейшее увеличение данной величины не приводило



Рис. 5. Электронный (1) и ионный (2) токи разряда и извлекаемый из источника ионный ток (3), вычисленные по выражениям соответственно (11), (13), (14) в зависимости от напряжения на аноде (для значений давлений рабочего газа $P = 1, 2, 5, 7, 10 \,\mathrm{mTorr}$).

к серьезным изменениям результатов). Значения потенциала центра ячейки брались на основании экспериментальных данных полученных энергоспектров [31,32].

Результаты вычислений представлены на рис. 5, также на них показаны экспериментальные результаты [31]. Отметим, что в работе [31] извлекаемый из источника ток измерялся пластинкой, расположенной на расстоянии 5 mm от фокусирующего электрода ИИ, при этом ионный пучок дополнительно не ускорялся.

Как видно из рис. 5, измеренные ВАХ хорошо согласуются с теоретическими зависимостями. Из данных графиков видно, что при давлениях выше 5 mTorr (рабочий газ — водород) происходят резкие скачки ВАХ, после чего — плавный медленный рост тока разряда



Рис. 6. Зависимости расчетного извлекаемого тока и расчетные значения коэффициента эффективности извлечения ионов α от напряжения на аноде при различных диаметрах выходной апертуры (P = 2 и 5 mTorr).

при увеличении напряжения на аноде; при давлениях ниже 5 mTorr виден линейный рост тока разряда при увеличении напряжения на аноде. В работах [17–20] говорится, что при определенной комбинации магнитного поля, давления и анодного напряжения в момент перехода к другому режиму горения разряда происходит уменьшение потенциала в катодной области, что приводит к изменению потенциала в центре разрядной ячейки и, как следствие, к скачкам тока разряда и извлекаемого тока.

Данные интерпретации качественно согласуются с экспериментами [39], в которых показано, что скачки тока соответствуют изменениям характера, формы и области горения разряда. Как видно из полученных результатов, общая зависимость тока разряда, вычисленная по выражению (12), меньше экспериментальной кривой на 30-50% за исключением случая при давлении $P = 1 \,\mathrm{mTorr.}$ Такую большую ошибку можно отнести как на счет некорректной процедуры усреднения, так и на правомерность выбранного подхода к учету частоты ионизации. Тем не менее внешней вид расчетной зависимости повторяет вид экспериментальной. Таким образом, даже 50% несовпадение с экспериментом можно считать приемлемым, если исходить из обоснованности оценки, а также принимая во внимание цель расчета выявление основных трендов, а не нахождение точного совпаления.

При этом вычисленная величина извлекаемого тока хорошо совпадает с экспериментальными данными, как видно из представленных графиков, — относительное отклонение от экспериментальных значений в большинстве случаев составляет всего 4–5%.

Следует также отметить, что полученные оценочные формулы (в отличие от работы [40]) не требуют вы-

числения коэффициента подвижности ионов и ширины области темного катодного пространства.

Изменение извлекаемого тока при варьировании выходной апертуры

Исходя из приведенных ранее соображений, можно поварьировать величину диаметра выходной апертуры, предполагая, конечно, что при этом не изменится режим горения разряда и, как следствие, распределение потенциала внутри ячейки. Из общих соображений очевидно, что максимум извлекаемого тока будет при стремлении $d_{\rm ext}/2 \rightarrow r_a$ т.е. максимальный извлекаемый ток равен половине ионного тока в ячейке при отсутствии диафрагмы. Представляет интерес ответ на вопрос, как при этом будет изменяться коэффициент эффективности извлечения ионов ($\alpha = I_{extraction}/I_{discharge}$). На рис. 6 представлены зависимости расчетного извлекаемого тока и расчетные значения коэффициента эффективности извлечения ионов в зависимости от напряжения на аноде при различных диаметрах выходной апертуры (P = 2 и 5 mTorr). Данное давление выбрано как наиболее вероятное рабочее давление внутри МЛУ, определенное в работах [7,8].

Из представленных графиков виден вполне ожидаемый результат — с увеличением диаметра выходной апертуры растет значение извлекаемого тока и коэффициента эффективности извлечения ионов α . С увеличением диаметра с 4 до 11 mm коэффициент эффективности извлечения ионов α увеличился с 0.1 до 0.4 для всех исследуемых значений напряжения на аноде и давлений. Дальнейшее увеличение диаметра не приводит к заметному увеличению коэффициента извлечения.

Заключение

Показана возможность теоретического расчета потенциала центра разрядной ячейки и концентрации электронов, используя выражения для средней вероятности ионизации.

Для существующей конструкции ИИ, применяемого в МЛУ, проведен расчет зависимости тока разряда напряжения на аноде для нескольких значений давления. Из полученных зависимостей выявлен ионный ток на катоды ПИИ и оценено значение извлекаемого из ячейки ионного тока. Расчетный ток разряда находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными значениями (расхождение с экспериментом составляет не более 50%). Продемонстрирована возможность с помощью аналитических расчетов получать общий вид зависимостей основных характеристик ПИИ и основные тренды изменений характеристик при небольшой вариации геометрии ПИИ. При этом относительное отклонение расчетной величины извлекаемого тока от экспериментальных значений в большинстве случаев составляет всего 4-5%.

Выполнен расчет зависимости извлекаемого тока и значения коэффициента эффективности извлечения ионов в зависимости от напряжения на аноде при различных диаметрах выходной апертуры. Показано, что с увеличением диаметра с 4 до 11 mm коэффициент эффективности извлечения ионов α увеличился с 0.1 до 0.4 для всех исследуемых значений напряжения на аноде и давлений.

Благодарности

Авторы выражают благодарность к.т.н., главному разработчику НТ Щитову Н.Н. за ценные замечания и конструктивные предложения по улучшению текста статьи.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- V. Valkovic. 14 MeV Neutrons. Physics and Applications (CRC Press Taylor & Francis Group, Boca Raton, London, NY., 2016)
- [2] F.M. Penning, J.H.A. Moubis. Physica, IV (11), 71 (1937).
- X. Zhou, J. Lu, Y. Liu, X. Ouyang. Nucl. Inst. Methods Phys. Res. A, 987, 164836 (2021).
 DOI: 10.1016/j.nima.2020.164836
- [4] X. Zhou, Y. En, J. Lu, Y. Liu, K. Li, Zh. Lei, Zh. Wang,
 X. Ouyang. Instrum. Experiment. Techniq., 63 (4), 595 (2020). DOI: 10.1134/S002044122004020X
- [5] R.S. Rachkov, A.Y. Presnyakov, D.I. Yurkov. At. Energ., 126 (6), 383 (2019). DOI: 10.1007/s10512-019-00569-3
- [6] A. Zhang, D. Li, L. Xu, Z. Xiong, J. Zhang, H. Pengand, Q. Luo. Phys. Rev. Accelerators and Beams, 25 (10), 103501 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.25.103501

- [7] Н.В. Мамедов, С.П. Масленников, А.А. Солодовников, Д.И. Юрков. Физика плазмы, 46 (2), 172 (2020).
- [8] Н.В. Мамедов, С.П. Масленников, Ю.К. Пресняков, А.А. Солодовников, Д.И. Юрков. ЖТФ, 64 (9), 1367 (2019). DOI: 10.21883/JTF.2019.09.48062.34-19
 [N.V. Mamedov, S.P. Maslennikov, Yu.K. Presnyakov, A.A. Solodovnikov, D.I. Yurkov. Tech. Phys., 64 (9), 1290 (2019). DOI: 10.1134/S1063784219090081]
- [9] W. Liu, M. Li, K. Gao, D. Gu. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, 768, 120 (2014). DOI: 10.1016/j.nima.2014.09.052
- [10] A. Fathi, S.A.H. Feghhi, S.M. Sadati, E. Ebrahimibasabi. Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A, 850, 1 (2017). DOI: 10.1016/j.nima.2017.01.028
- [11] M. Xie, D. Liu, L. Liu, H. Wang. AIP Advances, 11, 075123 (2021). DOI: 10.1063/5.0057038
- [12] M. Li, W. Xiang, K.X. Xiao, L. Chen. Rev. Sci. Instrum., 83, 02B722 (2012). DOI: 10.1063/1.3675386
- [13] N.V. Mamedov, A.V. Gubarev, V.I. Zverev, S.P. Maslennikov, A.A. Solodovnikov, A.A. Uzvolok, D.I. Yurkov. Plasma Sources Sci. Technol., 29, 025001 (2020). DOI: 10.1088/1361-6595/ab6758
- [14] A.N. Dolgov, V.G. Markov, I.A. Kanshin, D.E. Prokhorovich, A.G. Sadilkin, I.V. Vizgalov, V.I. Rashchikov, N.V. Mamedov, D.V. Kolodko. J. Phys.: Conf. Series, 666, 012023 (2016). DOI: 10.1088/1742-6596/666/1/012023
- [15] D. Xin, C. Zhao, Q. Xu, S. Qiao. Nucl. Inst. Methods Phys. Res. A, 903, 147 (2018).
 DOL 1 (2018).

DOI: doi.org/10.1016/j.nima.2018.05.060

- [16] F.W. Abdel Salam, H. El-Khabeary, M.M. Ahmed,
 A.M. Abdel Reheem. Rev. Sci. Instrum., 82, 033304 (2011).
 DOI: 10.1063/1.3554637
- [17] W. Schuurman. Physica, **36**, 136 (1967).
- [18] E.B. Hooper Jr. A review of reflex and Penning discharges, in Advances in Electronics and Electron Physics (Academic Press, NY, 1969), v. 27.
- [19] Э.М. Рейхрудель, Г.В. Смирницкая, Нгуен Хыу Ти. ЖТФ, XXXIX (6), 1052 (1969).
- [20] Г.В. Смирницкая, Нгуен Хыу Ти. ЖТФ, XXXIX (6), 1044 (1969).
- [21] Э.М. Рейхрудель, Г.В. Смирницкая, Р.П. Баберцян. ЖТФ, XXXVI (7), 1226 (1966).
- [22] N.N. Schitov, D.I. Yurkov. J. Phys.: Conf. Series, 830, 012056 (2017). DOI: 10.1088/1742-6596/830/1/012056
- [23] Zi-TongYu, Shi-WeiJing, Wen-Juan Zhang, Si-Jia Zhao, Yong Guo. Optik, **181**, 914 (2019).
 DOI: 10.1016/j.ijleo.2018.12.166
- [24] Z. Yu, S. Zhao, W. Guo, Y. Zheng, S. Jing, W. Zhang. Optik, 213, 164789 (2020). DOI: 10.1016/j.ijlco.2020.164789
- [25] N.V. Mamedov, A.S. Rohmanenkov, V.I. Zverev,
 S.P. Maslennikov, A.A. Solodovnikov, A.A. Uzvolok,
 D.I. Yurkov. Rev. Sci. Instrum., 90, 123310 (2019).
 DOI: 10.1063/1.5127921
- [26] A.S. Rokhmanenkov, S.E. Kuratov. J. Phys.: Conf. Ser., 1250, 012036 (2019). DOI: 10.1088/1742-6596/1250/1/012036
- [27] С.Т. Суржиков. ЖТФ, **87** (8), 1165 (2017). DOI: 10.21883/JTF.2017.08.44722.2031
- [28] A.S. Dikalyuk, S.E. Kuratov, M.G. Lobok, D.A. Storozhev.
 J. Phys.: Conf. Ser., **1250**, 012033 (2019). DOI: 10.1088/1742-6596/1250/1/012033; Sh. Ju, J. Li, J. Lu, X. Zhou. J. Phys.: Conf. Ser., **1601**, 062034 (2020).
 DOI: 10.1088/1742-6596/1601/6/062034
- [29] S.P. Nikulin. Rus. Phys. J., 44 (9), 969 (2001).
- [30] L.S. Brown, G. Gabrielse. Rev. Modern Phys., 58 (1), 233 (1986).

- [31] H.B. H.H. Щитов, Д.В. Мамедов, Колодко, Синельников. ЖТФ, И.А. Сорокин, Д.Н. 88 (8), DOI: 10.21883/JTF.2018.08.46304.2396 1164 (2018).N.V. Mamedov, N.N. Shchitov, D.V. Kolodko, I.A. Sorokin, D.N. Sinel'nikov. Tech. Phys., 63 (8), 1129 (2018). DOI: 10.1134/S1063784218080121]
- [32] N. Mamedov, D. Kolodko, I. Sorokin, I. Kanshin,
 D. Sinelnikov. J. Phys.: Conf. Ser., 830, 012063 (2017).
 DOI: 10.1088/1742-6596/755/1/011001
- [33] P. Rohwer, H. Baumann, K. Bethge, W. Schutze. Nucl. Instrum. Methods, 204, 245 (1982).
- [34] F.K. Chen, J. Appl. Phys., 56, 3191 (1984).DOI: 10.1063/1.333882
- [35] Г.В. Смирницкая, Нгуен Хыу Ти. ЖТФ, **XXXIX** (4), 694 (1969).
- [36] Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. Сборник задач по математической физике (Наука, М., 1972)
- [37] А.В. Груздев, В.Г. Залесский. Прикладная физика, **5**, 82 (2009).
- [38] Л.А. Зюлькова, А.В. Козырев, Д.И. Проскуровский. ЖТФ, 75 (11), 59 (2005).
- [39] Н.Н. Щитов, И.А. Канышин, Н.В. Мамедов. Физикохимическая кинетика в газовой динамике, 16 (4), 2 (2015).
- [40] В.Т. Барченко, Е.А. Петрова, В.Г. Залесский. Вестник Полоцкого гос. ун-та. Серия С. Фундаментальные науки. Физика, **12**, 57 (2012).