

07

## SOT-MRAM-элемент на основе спинового эффекта Холла: макроспиновая модель двухтактного переключения

© Н.В. Островская, В.А. Скиданов, Ю.А. Юсипова

Институт проблем проектирования в микроэлектронике РАН,  
124365 Зеленоград, Москва, Россия  
e-mail: ost.ippm@yandex.ru

Поступило в Редакцию 22 ноября 2022 г.

В окончательной редакции 20 января 2023 г.

Принято к публикации 10 февраля 2023 г.

Изложены результаты качественного исследования модели ячейки современной магнитной памяти SOT-MRAM, в которой для записи используют спиновый эффект Холла. Рассмотрены ячейки квадратного поперечного сечения с продольной анизотропией активного слоя. На основе векторного уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта построена математическая модель управления процессом записи нуля и единицы в ячейку. В приближении однородного распределения намагниченности выведена система уравнений, описывающих динамику намагниченности под действием магнитного поля и спинового тока. Определены параметры качественно эквивалентной динамики модели. Установлено, что при нулевых токах и полях в обоих случаях имеются два основных устойчивых положения равновесия, отвечающие в зависимости от взаимной ориентации вектора намагниченности активного и опорного слоя нулю и единице, записанным в ячейке. Переход от одного состояния ячейки к другому описан решением системы дифференциальных уравнений. Построена бифуркационная диаграмма динамической системы в переменных „поле–ток“. Показано, что при данной конфигурации элемента памяти внешние воздействия переводят намагниченность в промежуточное состояние в плоскости свободного слоя, которое при отключении тока и поля приводит к записи нуля либо единицы в ячейку памяти. Проведена оценка критического тока переключения в зависимости от приложенного внешнего магнитного поля.

**Ключевые слова:** спинтроника, орбитроника, намагниченность, уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта, спиновый эффект Холла, спиновый ток, зарядовый ток, спиновый вращательный момент, продольная анизотропия, планарная анизотропия.

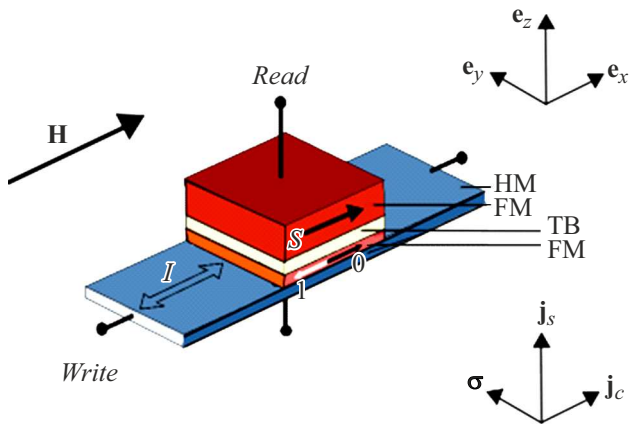
DOI: 10.21883/JTF.2023.05.55464.250-22

### Введение

Эффект управления намагниченностью в тонкой пленке ферромагнетика с помощью спин-орбитального крутящего момента (SOT), создаваемого потоком движущихся электронов, представляет собой альтернативу управления намагниченностью с помощью крутящего момента с передачей спина (STT). Этот эффект вызывает большой интерес в связи с его приложениями в технике магнитной памяти с произвольным доступом (MRAM) (см., например, обзор [1]). По сравнению с STT-MRAM использование SOT может дополнительно наделить устройство памяти более низким энергопотреблением, более высокой скоростью и более высокой износостойкостью, что делает его идеальным кандидатом для применения во встроенной RAM или кэш-памяти компьютеров. Эти перспективы стимулируют исследования и разработки как физики эффекта SOT (см. обзор [2]), так и соответствующих устройств, использующих эффект SOT (например, [3]). Уже на стадии поисковых работ стали очевидны преимущества SOT-MRAM по сравне-

нию с STT-MRAM, а именно отдельные цепи считывания и записи информации и симметричная схема записи нуля и единицы, чего не было в ячейках STT-MRAM.

В ходе исследований SOT много внимания уделяется изучению материалов, которые демонстрируют высокую эффективность преобразования зарядового тока в спиновый (эффективность SOT), а также разработке подходящих слоистых структур с их применением. Для первой цели, помимо тяжелых металлов Pt, Ta и W, представляют интерес такие материалы, как топологический изолятор  $\text{Bi}_x\text{Se}_{1-x}$  или сплавы  $\text{Pt}_{1-x}\text{Au}_x$ , которые имеют спин-холловские углы большие единицы и высокую спин-холловскую проводимость [4–6]. Для второй цели было предложено несколько вариантов схем SOT-MRAM с планарной или перпендикулярной магнитной анизотропией [7]. В настоящей работе исследуется математическая модель элемента памяти SOT-MRAM с планарной анизотропией свободного слоя, помещенная в магнитное поле, параллельное оси легкого намагничивания. Эта конфигурация отличается от рассмотренных в работе [7].



**Рис. 1.** Геометрия модели SOT-MRAM с плоскостной анизотропией свободного слоя. Внешнее магнитное поле  $\mathbf{H}$  сонаправлено с полем анизотропии. Величины геометрических размеров элемента, использованные в расчете: толщина активного слоя  $d = 5$  nm, площадь поперечного сечения элемента  $S = 10 \times 10$  nm.

## 1. Математическая модель элемента SOT-MRAM на основе спинового эффекта Холла

Рассматриваемый здесь элемент памяти SOT-MRAM состоит из активного ферромагнитного слоя (FL — free layer), который зажат между проводящей шиной и слоем изолятора (tunnel barrier — TB), над изолятором располагается опорный слой (PL — pinned layer) с закрепленной намагниченностью. Ток записи  $I_c$  пропускается по шине HM в одну либо другую сторону в зависимости от того, происходит ли запись нуля или единицы. Ток чтения пропускается перпендикулярно плоскости слоев. В зависимости от взаимного расположения оси легкого намагничивания ферромагнитных слоев и вектора плотности тока можно выделить несколько типов элементов SOT-MRAM — X-, Y- и Z-типы, обладающие разными рабочими и критическими характеристиками [7]. Общей конструктивной особенностью трех элементов, рассмотренных в [7], является ортогональность направления внешнего поля к оси анизотропии активного ферромагнитного слоя. Однако эти типы не исчерпывают всех возможных вариантов взаимного расположения внешнего поля, оси анизотропии и направления потока электронов. На рис. 1 схематически изображена конфигурация элемента, рассматриваемая в настоящей работе. Ось анизотропии материала свободного слоя параллельна внешнему магнитному полю  $\mathbf{H}$ .

Динамика вектора намагниченности в свободном слое описывается векторным уравнением Ландау–Лифшица–Гильберта (ЛЛГ) [8,9]:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -|\gamma|\mu_0[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] + \frac{\alpha}{M_s} \left[ \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right] + \mathbf{T}_{\text{SOT}}. \quad (1)$$

Здесь  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$  — магнитная проницаемость вакуума,  $\gamma$  — гиромангнитное отношение:  $\gamma = g\mu_B/\hbar = 1.76 \cdot 10^{11} \text{ T}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\alpha$  — безразмерный коэффициент диссипации,  $M_s$  — намагниченность насыщения,  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  — эффективное магнитное поле, отражающее те виды физических взаимодействий, которые учтены в модели. В монодоменном приближении

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H} + \mathbf{H}_f + \mathbf{H}_a,$$

где  $\mathbf{H}$  — внешнее магнитное поле,  $\mathbf{H}_f = -M_z \mathbf{e}_z$  — эффективное поле размагничивания,  $\mathbf{H}_a = 2K_a \mathbf{e}_x$  — эффективное поле магнитной анизотропии. Последнее слагаемое в уравнении (1) — вращательный магнитный момент, воздействующий на намагниченность свободного слоя со стороны спин-поляризованного тока Холла. Эффективное магнитное поле обменного взаимодействия будем считать пренебрежимо малым (приближение Стонера–Вольфарта). Момент силы, действующей на намагниченность в свободном слое, может быть разложен на три составляющие. Одна из этих составляющих совпадает с направлением намагниченности, т.е. создает нулевой вращательный момент, две другие взаимно ортогональны и записываются в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{T} = \mathbf{T}_{\text{FL}} + \mathbf{T}_{\text{DL}} = & |\gamma\mu_0|j\theta_{\text{SH}}\chi_{\text{DL}}[\mathbf{M}[\mathbf{M} \times \mathbf{e}_y]] \\ & + |\gamma\mu_0|j\theta_{\text{SH}}\chi_{\text{FL}}M_s[\mathbf{M} \times \mathbf{e}_y], \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$j = \theta_{\text{SH}}\eta J/J_{\text{norm}}, \quad J_{\text{norm}} = \frac{dg|e|\mu_0 M_s^2}{\hbar},$$

$J$  — плотность зарядового тока,  $d$  — толщина свободного слоя,  $\mu_B$  — магнетон Бора,  $g$  — фактор Ланде,  $e$  — заряд электрона,  $\theta_{\text{SH}} = j_s/j_c$  — коэффициент спинового эффекта Холла, характеризующий отношение плотности вертикального спинового тока к плотности горизонтального зарядового тока (угол спинового эффекта Холла),  $\eta < 1$  — коэффициент эффективности поляризации (характеристика изолирующей прослойки). Типичными значениями угла спинового эффекта Холла являются величины в интервале 0.3–0.4 [10]. В наших расчетах мы положили  $\eta\theta_{\text{SH}} = 0.4$ . Отношение  $J/J_{\text{norm}}$  — безразмерная величина управляющего зарядового тока  $j_c$ . Отметим разницу в направлении поляризации спинов в данном случае и в STT-MRAM с продольной анизотропией, рассмотренной ранее в [11–13]: здесь спины ориентированы вдоль направления  $\mathbf{e}_y$  перпендикулярно направлению поля анизотропии свободного слоя, тогда как в случае STT-MRAM при той же конфигурации элемента спины поляризованы вдоль направления  $\mathbf{e}_x$ . Первое слагаемое в выражении (2) — демпфирующая компонента вращательного момента, создаваемого спин-поляризованными электронами, второе слагаемое — полевая компонента. Влияние полевой компоненты на критические характеристики переключения рассматривались в работе [14].

Нормировки приводят уравнение (1) к безразмерному виду

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -[\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}] + \alpha \left[ \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} \right] + \mathbf{t}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}}/M_s$ ,  $\mathbf{t} = \mathbf{T}/\gamma\mu_0 M_s^2$ ,  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_s$ ,  $|\mathbf{m}| = 1$  время  $\tilde{\tau}$  измеряется в единицах  $(\gamma\mu_0 M_s)^{-1}$ . Здесь  $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h}_{\text{app}} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_f$ . В случае внешнего поля  $\mathbf{h}_{\text{app}}$ , направленного вдоль оси  $OX$ , слагаемое имеет вид  $\mathbf{h}_{\text{app}} = h\mathbf{e}_x$ . Эффективное поле анизотропии в данной модели также ориентировано вдоль  $OX$

$$\mathbf{h}_a = k(\mathbf{m}, \mathbf{e}_x)\mathbf{e}_x = km_x\mathbf{e}_x,$$

где  $k = 2K_a\mu_0^{-1}M_s^{-2}$ ,  $K_a$  — константа магнитной анизотропии. В расчетах мы использовали нормированный безразмерный коэффициент анизотропии кобальта, равный 0.43. Поле размагничивания  $\mathbf{h}_f$  определяется соотношением  $\mathbf{h}_f = -\hat{\mathbf{q}}\mathbf{m}$ , где тензор  $\hat{\mathbf{q}}$  — форм-фактор размагничивания. В геометрии элемента памяти квадратного сечения можно считать, что тензор  $\hat{\mathbf{q}}$  имеет только одну не равную нулю компоненту в последней строке на главной диагонали и, следовательно, поле размагничивания имеет вид  $\mathbf{h}_f = -m_z\mathbf{e}_z$ . Таким образом, эффективное магнитное поле в нормированном уравнении Ландау–Лифшица для данной конфигурации будет равно

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h}_{\text{app}} + \mathbf{h}_a + \mathbf{h}_f = (h + km_x)\mathbf{e}_x - m_z\mathbf{e}_z.$$

## 2. Динамическая система

Перепишем уравнение (3) в виде

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -[\mathbf{m}(\mathbf{h}_{\text{eff}} - bjm_y - bje_y)] + \alpha \left[ \mathbf{m} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} \right] \quad (4)$$

и введем новый вектор эффективного поля, учитывающий влияние спинового тока эффекта Холла:

$$\mathbf{f} = \mathbf{h}_{\text{eff}} - bjm_y - bje_y = (h + km_x + bjm_z)\mathbf{e}_x - bje_y + (-bjm_x - m_z)\mathbf{e}_z.$$

Далее разрешим уравнение ЛЛГ относительно временной производной и получим его выражение в нормальной форме:

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial \tilde{\tau}} = -[\mathbf{m} \times \mathbf{f}] + \alpha \mathbf{f} - \alpha \mathbf{m}(\mathbf{m}, \mathbf{f}). \quad (5)$$

В координатной записи уравнение (5) имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dm_x}{d\tilde{\tau}} = (m_z f_y - m_y f_z) + \alpha f_x - \alpha m_x L, \\ \frac{dm_y}{d\tilde{\tau}} = (m_x f_z - m_z f_x) + \alpha f_y - \alpha m_y L, \\ \frac{dm_z}{d\tilde{\tau}} = (m_y f_x - m_x f_y) + \alpha f_z - \alpha m_z L, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$L = (\mathbf{m}, \mathbf{f}) = km_x^2 + hm_x - bjm_z - m_z^2.$$

Ее развернутый координатный вид записан ниже (ср. с динамической системой для STT-MRAM с продольной анизотропией [12,13]):

$$\begin{aligned} \frac{dm_x}{d\tilde{\tau}} &= \tilde{P}(m_x, m_y, m_z) = -bjm_z + bjm_x m_y + m_y m_z \\ &+ a(h + km_x + bjm_z - hm_x^2 - km_x^3 + bjm_x m_y + m_x m_z^2), \\ \frac{dm_y}{d\tilde{\tau}} &= \tilde{Q}(m_x, m_y, m_z) = -bjm_x - m_x m_z - hm_z - km_x m_z \\ &- bjm_z^2 + a(m_y m_z^2 - hm_x m_y - km_y m_x^2 - bjm_x^2 - bjm_z^2), \\ \frac{dm_z}{d\tilde{\tau}} &= \tilde{S}(m_x, m_y, m_z) = hm_y + km_x m_y + bjm_y m_z + bjm_x \\ &+ a(bjm_y m_z + m_z^3 - bjm_x - m_z - hm_x m_z - km_x^2 m_z). \end{aligned} \quad (7)$$

Так же как и в случае STT-MRAM, система (7) имеет первый интеграл и представляет собой систему с двумя степенями свободы. При  $h = 0$ ,  $j = 0$  когда поле и ток отключены, система (7) вырождается к виду

$$\begin{aligned} \frac{dm_x}{d\tilde{\tau}} &= \tilde{P}_0(m_x, m_y, m_z) = m_y m_z + a(km_x - km_x^3 + m_x m_z^2), \\ \frac{dm_y}{d\tilde{\tau}} &= \tilde{Q}_0(m_x, m_y, m_z) = -m_x m_z - km_x m_z \\ &+ a(m_y m_z^2 - km_y m_x^2), \\ \frac{dm_z}{d\tilde{\tau}} &= \tilde{S}_0(m_x, m_y, m_z) = km_x m_y + a(m_z^3 - m_z - km_x^2 m_z). \end{aligned} \quad (8)$$

Ее особыми точками (точками равновесия) являются точки  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ ,  $T_{3,4}(0, 0, \pm 1)$ ,  $T_{5,6}(0, \pm 1, 0)$ : точки  $T_{1,2}$  являются устойчивыми фокусами, точки  $T_{3,4}$  — неустойчивыми фокусами,  $T_{5,6}$  — седлами. Однако в отличие от случая STT при ненулевых токах и полях точки  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$  не являются положениями равновесия вектора намагниченности свободного слоя (не являются особыми точками динамической системы). Точки  $T_{3-6}$  также меняют свое положение в зависимости от управляющих параметров. Приравнивая к нулю правые части системы (7) и последовательно исключая из нее переменные  $m_y$  и  $m_z$ , получим уравнение для определения  $m_x$  ( $x$ -координаты особых точек):

$$\sum_{i=0}^6 A_{6-i} m_x^{6-i} = 0, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} A_6 &= (k+1)^2(b^2 j^2 - k)^2, \\ A_5 &= 2h(k+1)(b^2 j^2 - 2k - 1)(b^2 j^2 - k), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 A_4 &= 4b^2j^2k - k^2 + 6kh^2 - 4b^4j^4 + b^2j^2 - 4kb^4j^4 - 2k^3 \\
 &\quad + 5k^2b^2j^2 - k^4 + 6k^2h^2 + h^2 - 4h^2b^2j^2 + 2k^3b^2j^2 \\
 &\quad + h^2b^4j^4 - 6kh^2b^2j^2, \\
 A_3 &= -2h(-2b^2j^2 + 3k^2 - 2kh^2 + k - 5kb^2j^2 - 3k^2b^2j^2 \\
 &\quad + 2b^4j^4 + 2k^3 - h^2 + h^2b^2j^2), \\
 A_2 &= -6kh^2 - 2kb^4j^4 - 6k^2h^2 + 4b^6j^6 + h^4 + 5h^2b^2j^2 \\
 &\quad + 6kh^2b^2j^2 + k^2b^2j^2 - k^2b^4j^4 - b^4j^4 - h^2, \\
 A_1 &= -2h(h^2 + 2kh^2 - h^2b^2j^2 - kb^2j^2 + b^4j^4 + kb^4j^4), \\
 A_0 &= -h^2(h^2 - b^2j^2 + b^4j^4).
 \end{aligned}$$

Отметим здесь симметричность коэффициентов  $A_{1-6}$  относительно параметра  $j$  и их антисимметричность относительно  $h$ . Иными словами, при изменении направления поля  $h$  изменится знак величины  $m_x$ , т. е. изменится расположение особой точки относительно нулевого меридиана. Это существенно при прохождении заднего фронта управляющего импульса, так как указывает на то, в бассейн притяжения какого именно равновесия попадет траектория конца вектора намагниченности на единичной сфере.

Далее, определив из (9) координату  $m_x$  вектора намагниченности, вычислим  $m_z$  и  $m_y$ , например, из следующих промежуточных соотношений:

$$m_z = -bjr_1/r_2 \quad (m_x \neq 0, h \neq 0),$$

где

$$\begin{aligned}
 r_1 &= (k^2 - 1)m_x^4 + 2hkm_x^3 + (2b^2j^2 + h^2 - k^2)m_x^2 \\
 &\quad - 2hkm_x - h^2, \\
 r_2 &= (k + 1)(b^2j^2 - 1)m_x^3 + h(b^2j^2 - 1)m_x^2 \\
 &\quad - (k - 1)b^2j^2m_x - hb^2j^2,
 \end{aligned}$$

и

$$m_y = -r_3/r_4,$$

где

$$\begin{aligned}
 r_3 &= am_xm_z^2 - (1 - a)bjm_z + a(km_x + h)(1 - m_x^2), \\
 r_4 &= m_z - (a + 1)bjm_x.
 \end{aligned}$$

Если одновременно  $m_x = 0$  и  $h = 0$ , то непосредственной подстановкой в (7) находим две особые точки с координатами  $(0, -bj, +\sqrt{1-b^2j^2})$  и  $(0, +bj, -\sqrt{1-b^2j^2})$ .

Диаграмма распределения числа особых точек на плоскости управляющих параметров „поле–ток“ представлена на рис. 2. Расчет проводился методами Штурма и Лагерра [15]. В зависимости от величины поля и тока

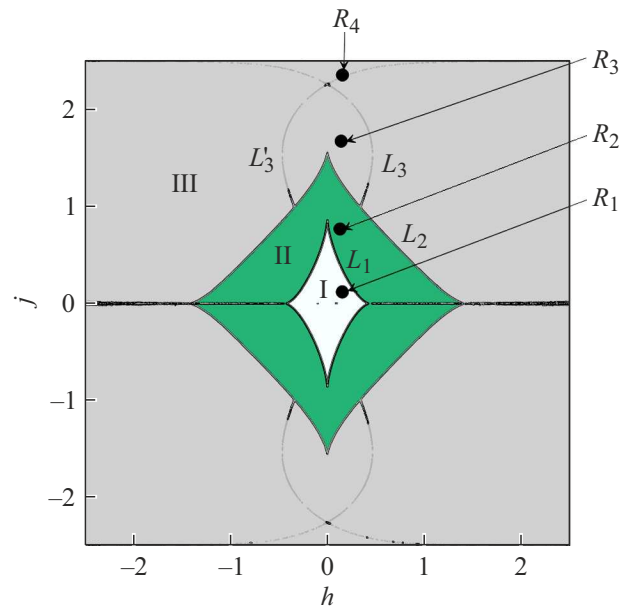
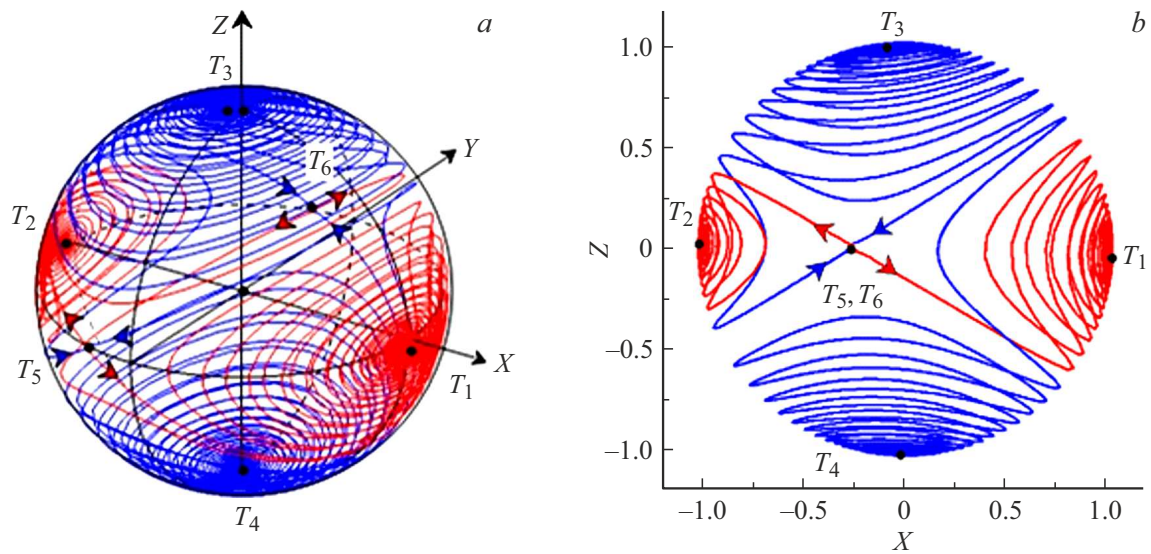


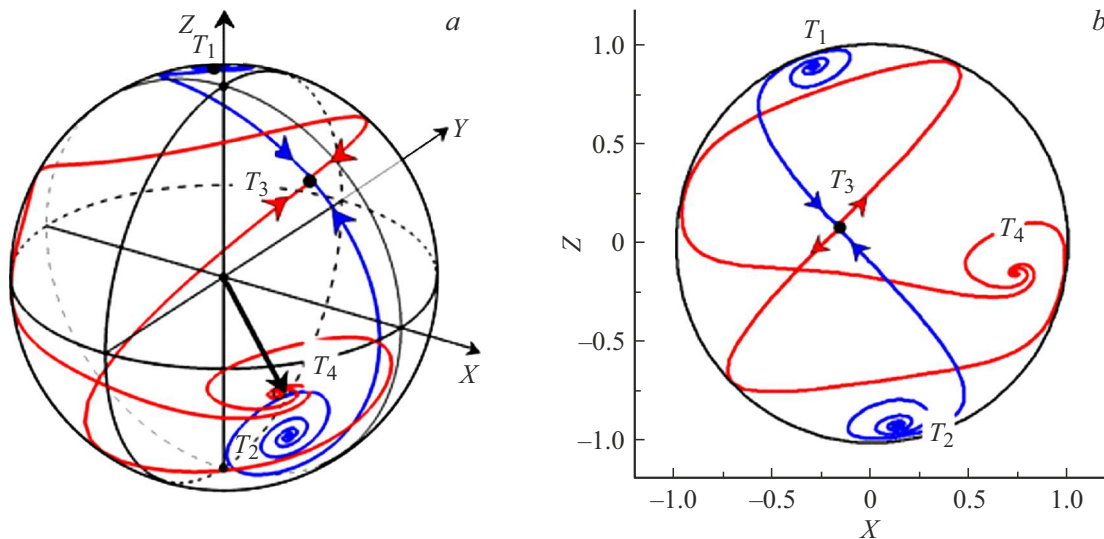
Рис. 2. Распределение числа особых точек на плоскости управляющих параметров „поле–ток“: в области I особых точек шесть, в области II — четыре, в области III — две.

на плоскости можно выделить две вложенные ромбовидные области: в области I уравнение (9) имеет шесть действительных корней (рис. 3), удовлетворяющих условию  $|m_x| \leq 1$ ; в области II действительных корней четыре (рис. 4), в области III — два действительных корня (рис. 5). В области III эти корни соответствуют паре фокусов — устойчивому и неустойчивому (см. табл. 1 и рис. 5). На линиях  $L_1, L_2, L_3, L_4$  мнимые части собственных значений матрицы линеаризации системы (7) обращаются в нуль. Соответствующая особая точка становится узлом. При переходе управляющих параметров через эти линии меняется направление вращения траектории конца вектора намагниченности вокруг особой точки. В области II особых точек четыре — два неустойчивых фокуса, устойчивый фокус и седло, в области I — шесть — два устойчивых и два неустойчивых фокуса, и два седла. В табл. 1 представлены координаты особых точек  $T_{1-6}$  в областях I–III бифуркационной диаграммы в трех характерных точках  $R_1(h = 0.1, j = 0.1)$ ,  $R_2(h = 0.1, j = 0.8)$ ,  $R_3(h = 0.1, j = 1.5)$  и соответствующие собственные числа динамической системы, линеаризованной в окрестности каждой из точек  $T_{1-6}$ :

$$\begin{aligned}
 dm_x/d\tau &\approx P(m_{x_0}, m_{y_0}, m_{z_0}) + \partial P/\partial m_x|_{T_0}(m_x - m_{x_0}) \\
 &\quad + \partial P/\partial m_y|_{T_0}(m_y - m_{y_0}) + \partial P/\partial m_z|_{T_0}(m_z - m_{z_0}), \\
 dm_y/d\tau &\approx Q(m_{x_0}, m_{y_0}, m_{z_0}) + \partial Q/\partial m_x|_{T_0}(m_x - m_{x_0}) \\
 &\quad + \partial Q/\partial m_y|_{T_0}(m_y - m_{y_0}) + \partial Q/\partial m_z|_{T_0}(m_z - m_{z_0}), \\
 dm_z/d\tau &\approx S(m_{x_0}, m_{y_0}, m_{z_0}) + \partial S/\partial m_x|_{T_0}(m_x - m_{x_0}) \\
 &\quad + \partial S/\partial m_y|_{T_0}(m_y - m_{y_0}) + \partial S/\partial m_z|_{T_0}(m_z - m_{z_0}).
 \end{aligned}$$



**Рис. 3.** *a* — фазовая поверхность динамической системы (7) в области I бифуркационной диаграммы рис. 2 ( $h = 0.1, j = 0.1$ ). Точки  $T_1, T_2$  — устойчивые фокусы,  $T_3, T_4$  — неустойчивые фокусы,  $T_5, T_6$  — седла; *b* — проекции сепаратрис седла на плоскость XZ.

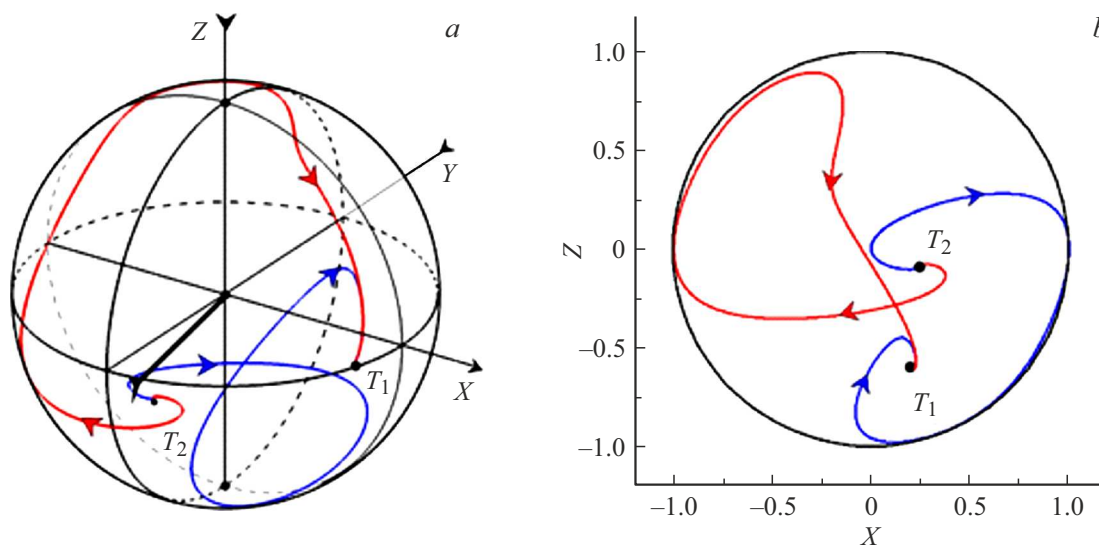


**Рис. 4.** Фазовый портрет динамической системы (7) в области II бифуркационной диаграммы рис. 2: *a* — сепаратрисы седла на поверхности единичной сферы, *b* — проекции сепаратрис на плоскость XZ.

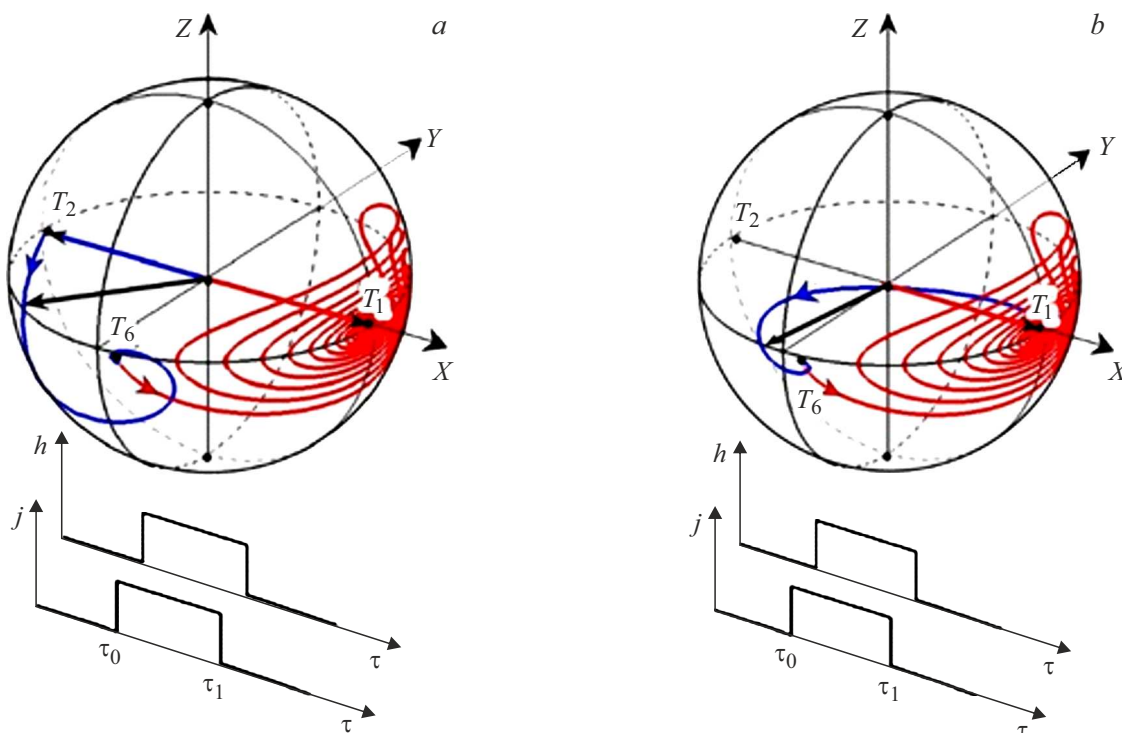
### 3. Численные результаты

Результаты моделирования динамики намагниченности для положительного тока и поля приведены на рис. 6, для  $(j, h) < 0$  — на рис. 7. На рис. 6 отмечен устойчивый фокус  $T_6$  с координатами на единичной сфере  $m_x = 0.24206, m_y = -0.96612, m_z = -8.9564 \cdot 10^{-2}$ . Вторая особая точка — неустойчивый фокус  $T_5$  с координатами  $m_x = 0.21749, m_y = 0.76427, m_z = -0.60712$  — на рис. 6 не показана. Через любую регулярную точку на сфере проходит единственная траектория, которая начинается в неустойчивом фокусе и заканчивается в устойчивом. Для процесса переключения элемента SOT-

MRAM важны траектории, проходящие через точки  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ , которые являются положениями равновесия в случае нулевых полей и токов. При положительном токе траектории, выходящие из точек  $T_1$  (рис. 6, *a*) или  $T_2$  (рис. 6, *b*), заканчиваются в точке  $T_6$  (синие траектории на единичной сфере). Если ток отключить (подать на элемент импульс тока конечной длительности), то равновесие в точке  $T_6$  исчезнет, но возникнут шесть новых равновесий, два из которых —  $T_{1,2}$  — будут устойчивыми. Для новой динамической системы точка  $T_6$  станет регулярной и попадет в бассейн притяжения одного из новых положений равновесия  $T_{1,2}(\pm 1, 0, 0)$ . На сфере это отвечает спиральной траектории, которая



**Рис. 5.** Фазовый портрет динамической системы (7) в области III бифуркационной диаграммы рис. 2: *a* — траектории на поверхности единичной сферы, *b* — проекция траекторий на плоскость  $XZ$ . Замечание: через каждую регулярную точку сферы проходит одна и только одна фазовая траектория, но, поскольку сама фазовая поверхность системы неоднозначна, траектории, расположенные на разных полушариях сферы при проектировании на плоскость, могут иметь точки пересечения, что и наблюдается на рис. 3–5.



**Рис. 6.** Годографы вектора  $\mathbf{m}$ , исходящие из положений равновесия  $T_1(1, 0, 0)$  (*a*) и  $T_2(-1, 0, 0)$  (*b*) под действием импульсов положительных магнитного поля и тока (синие линии (в онлайн версии)) и траектории конца вектора намагниченности при  $j, h = 0$  (красные линии (в онлайн версии)).

начинается в прежней точке равновесия  $T_6$  и заканчивается в новой точке устойчивого равновесия  $T_1(1, 0, 0)$ . Таким образом, происходит либо переключение ячейки от положения „единица“ к положению „ноль“ (рис. 6, *a*),

либо возврат от нуля к прежнему положению  $T_1(1, 0, 0)$  (рис. 6, *b*). В случае отрицательных импульсов поля и тока устойчивому положению равновесия соответствует точка  $T_3$ , которая расположена в противоположной

**Таблица 1.** Координаты и типы особых точек на сферической фазовой поверхности при положительном импульсе тока

Управляющие параметры	Координаты особых точек и собственные числа матрицы линеаризации динамической системы (7)	Тип точки
Область I $R_1(h = 0.1, j = 0.1)$	$T_1(0.997, -0.076, -0.026)$ : $\lambda_1 = -0.024 + 0.897i, \lambda_2 = -0.024 - 0.897i, \lambda_3 = -0.021$	УФ
	$T_2(-0.992, -0.123, 0.003)$ : $\lambda_1 = 0.011 + 0.649i, \lambda_2 = -0.011 - 0.649i, \lambda_3 = -0.013$	УФ
	$T_3(-0.098, 0.040, 0.994)$ : $\lambda_1 = 0.026 + 1.185i, \lambda_2 = 0.026 - 1.185i, \lambda_3 = 0.039$	НУФ
	$T_4(-0.042, 0.040, -0.998)$ : $\lambda_1 = 0.026 + 1.195i, \lambda_2 = 0.026 - 1.195i, \lambda_3 = 0.040$	НУФ
	$T_5(-0.213, 0.977, 0.009)$ : $\lambda_1 = 0.692, \lambda_2 = -0.624, \lambda_3 = 0.0001$	Седло
	$T_6(-0.258, -0.996, 0.010)$ : $\lambda_1 = -0.658, \lambda_2 = 0.567, \lambda_3 = 0.0001$	Седло
Область II $R_2(h = 0.1, j = 0.8)$	$T_1(-0.290, 0.357, 0.888)$ : $\lambda_1 = 0.134 + 0.951i, \lambda_2 = 0.134 - 0.951i, \lambda_3 = 0.031$	НУФ
	$T_2(0.143, 0.337, -0.931)$ : $\lambda_1 = 0.129 + 1.06i, \lambda_2 = 0.129 - 1.06i, \lambda_3 = 0.034$	НУФ
	$T_3(-0.165, 0.983, 0.008)$ : $\lambda_1 = 1.021, \lambda_2 = -0.390, \lambda_3 = 0.0001$	Седло
	$T_4(0.747, -0.645, -0.159)$ : $\lambda_1 = -0.224 + 0.669i, \lambda_2 = -0.224 - 0.669i, \lambda_3 = -0.011$	УФ
Область III $R_3(h = 0.1, j = 1.5)$	$T_1(0.217, 0.764, -0.607)$ : $\lambda_1 = 0.472 + 0.422i, \lambda_2 = 0.472 - 0.422i, \lambda_3 = 0.013$	НУФ
	$T_2(0.242, -0.966, -0.009)$ : $\lambda_1 = -0.598 + 0.572i, \lambda_2 = -0.598 - 0.572i, \lambda_3 = -0.002$	УФ
Область III $R_4(h = 0.1, j = 2.5)$	$T_1(-4.9312 \cdot 10^{-4}, 0.99532, -9.9292 \cdot 10^{-2})$ : $\lambda_1 = 1.0979, \lambda_2 = 0.92173, \lambda_3 = 3.987 \cdot 10^{-4}$	НУз
	$T_2(9.3102 \cdot 10^{-2}, -0.99455, -4.6422 \cdot 10^{-2})$ : $\lambda_1 = -1.0204 + 1.0531i, \lambda_2 = -1.0204 - 1.0531i, \lambda_3 = -4.3593 \cdot 10^{-4}$	УФ

Примечание. Условные обозначения типов особых точек: УФ — устойчивый фокус, НУФ — неустойчивый фокус, УУз — устойчивый узел, НУз — неустойчивый узел.

полусфере, бассейны притяжения меняются местами и происходит обратное переключение от „нуля“ к „единице“ (рис. 7, *a*). Если исходным было положение „единица“, то после отключения тока и поля вектор намагниченности возвращается в исходное положение „нуля“ (рис. 7, *b*). Отметим, что в области I переключение невозможно, поскольку здесь особые точки возмущенной системы (7) являются малыми отклонениями невозмущенной системы (8), так что при отключении внешних воздействий вектор намагниченности вернется в исходное положение.

#### 4. Критические токи и поля переключения

Ромбовидная форма областей эквивалентной динамики на плоскости „поле–ток“ позволяет оценить критические токи и поля, требуемые для переключения ячеек SOT-MRAM из одного равновесного положения в другое. Положим величину поля  $h = 0$ . Уравнение (9)

при этом примет вид

$$m_x^2(B_4 m_x^4 + B_2 m_x^2 + B_0) = 0, \quad (10)$$

где

$$B_4 = (k + 1)^2(k - b^2 j^2)^2,$$

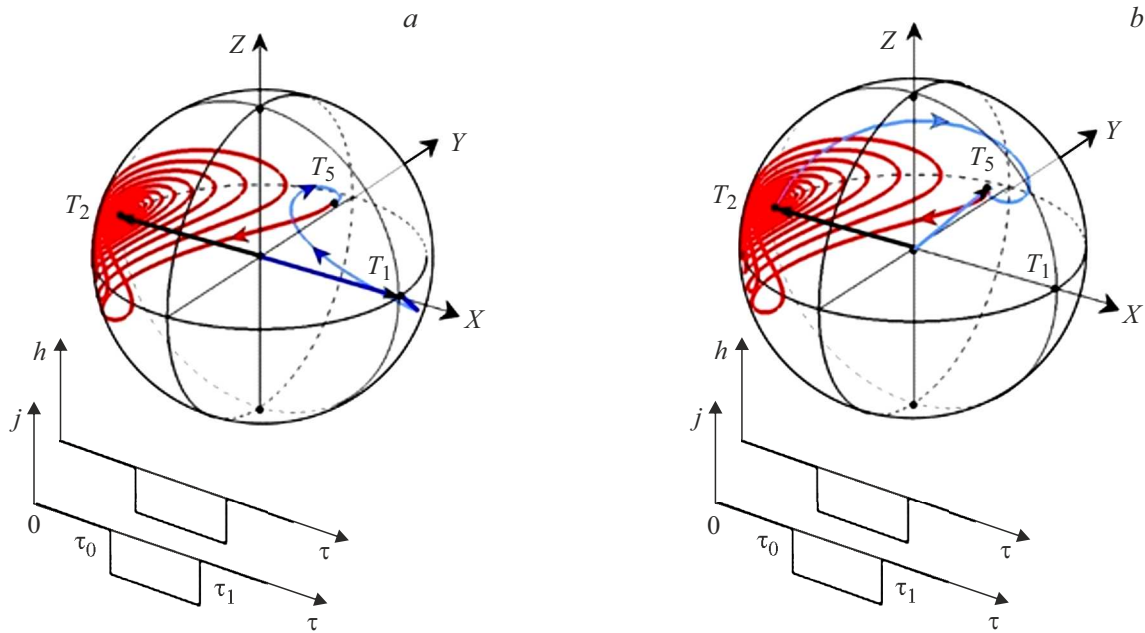
$$B_2 = -(k + 1)(k^3 - 2b^2 j^2 k^2 + k^2 - 3b^2 j^2 k - b^2 j^2 + b^4 j^4),$$

$$B_0 = -b^2 j^2(bjk - k - bj + 2b^2 j^2)(bjk + k - bj - 2b^2 j^2).$$

Таким образом, при  $h = 0$  у многочлена (10) всегда есть, по крайней мере, два действительных кратных корня. Возможны также два или четыре действительных корня, обращающих в нуль трехчлен четвертой степени в (10). Для этого должны быть выполнены следующие два условия:

$$1. D = B_2^2 - 4B_0 B_4 \geq 0,$$

$$2. 0 \leq \frac{-B_2 \pm \sqrt{D}}{2B_0} \leq 1.$$



**Рис. 7.** Траектории конца вектора намагниченности, исходящие из точек  $T_1(1, 0, 0)$  (a) и  $T_2(-1, 0, 0)$  (b) под действием импульсов отрицательного магнитного поля и тока (синие линии (в онлайн версии)) и траектории конца вектора намагниченности при нулевых токах и полях (красные линии (в онлайн версии)).

**Таблица 2.** Величины максимальных токов переключения трехслойных структур SOT-MRAM через квадратное поперечное сечение  $S = 10 \times 10 \text{ nm}$  ([19-21])

Структура	$k = \frac{2K}{\mu_0 M_s^2}$	$j_1$	$j_2$	$I_1$ (A)	$I_2$ (A)
Pt/Co/MgO	0.43	0.856	1.569	$1.388 \cdot 10^{-3}$	$2.542 \cdot 10^{-3}$
Pt/Fe/MgO	$2.61 \cdot 10^{-2}$	$6.36 \cdot 10^{-2}$	1.281	$1.539 \cdot 10^{-4}$	$3.098 \cdot 10^{-3}$
Pt/Fe <sub>70</sub> Co <sub>30</sub> /MgO	$1.53 \cdot 10^{-2}$	$3.76 \cdot 10^{-2}$	1.268	$1.134 \cdot 10^{-4}$	$3.822 \cdot 10^{-3}$
Pt/Fe <sub>60</sub> Co <sub>20</sub> B <sub>20</sub> /MgO	0.137	0.309	1.388	$6.218 \cdot 10^{-4}$	$2.789 \cdot 10^{-3}$
Pt/Fe <sub>40</sub> Co <sub>40</sub> B <sub>20</sub> /MgO	$5.056 \cdot 10^{-8}$	$1.264 \cdot 10^{-7}$	1.250	$1.118 \cdot 10^{-10}$	$1.105 \cdot 10^{-3}$

Первое условие выполняется на интервале  $|j| \leq (k + 1)/(2b)$ . Левая часть второго неравенства справедлива в интервале положительных токов

$$(k - 1 + \sqrt{k^2 + 6k + 1})/(4b) \leq j \leq (-k + 1 + \sqrt{k^2 + 6k + 1})/(4b)$$

и в симметричном интервале отрицательных токов

$$(k - 1 - \sqrt{k^2 + 6k + 1})/(4b) \leq j \leq (-k + 1 - \sqrt{k^2 + 6k + 1})/(4b).$$

Правая часть при выполнении предыдущих условий выполнена всегда (если решение (10) существует, то оно по модулю меньше единицы).

При  $j = 0$  уравнение (9) сводится к уравнению

$$(1 - m_x^2)(km_x + h)^2[(k + 1)m_x + h]^2 = 0. \quad (11)$$

Здесь также всегда есть пара корней  $m_x = \pm 1$  и по две пары кратных корней на интервалах  $|h| \leq k$  и  $|h| \leq k + 1$ . Таким образом, в первой четверти плоскости управляющих параметров „поле–ток“ можно построить две прямые, приближающие критические линии  $L_1$  и  $L_2$  отделяющие области существования у системы (7): шести, четырех и двух особых точек

$$L'_1: \frac{4bj}{k - 1 + \sqrt{k^2 + 6k + 1}} + \frac{h}{k} = 1,$$

$$L'_2: \frac{4bj}{-k + 1 + \sqrt{k^2 + 6k + 1}} + \frac{h}{k + 1} = 1. \quad (12)$$

В остальных четвертях можно воспользоваться свойством симметрии задачи. Формулы (12) позволяют оценить плотности токов переключения в зависимости от величины приложенного магнитного поля.



Примечание: переход от безразмерных величин к размерным:

$$k = \frac{2K}{\mu_0 M_s^2}, \quad j_1 = \frac{k - 1 + \sqrt{k^2 + 6k + 1}}{4b},$$

$$j_2 = \frac{-k + 1 + \sqrt{k^2 + 6k + 1}}{4b},$$

$$J_1 = j_1 \frac{dg|e|\mu_0 M_s^2}{g\hbar} \text{ (A/m}^2\text{)}, \quad J_2 = j_2 \frac{dg|e|\mu_0 M_s^2}{\hbar} \text{ (A/m}^2\text{)},$$

$$I_1 = J_1 S \text{ (A)}, \quad I_2 = J_2 S \text{ (A)}.$$

## Заключение

В работе была построена и исследована модель элемента магнитной памяти SOT-MRAM с продольной анизотропией свободного слоя и с внешним полем, параллельным полю анизотропии. Приближение Стокера–Вольфарта позволило свести задачу описания динамики намагниченности к анализу динамической системы с двумя степенями свободы. Такая система может быть проанализирована методами качественной теории динамических систем. В этом контексте важной характеристикой системы является количество и тип ее особых точек [16–18]. Для их численного нахождения прямое применение известных методов численного решения алгебраических нелинейных систем часто приводит к неудовлетворительным результатам [15]. Более эффективным подходом является сведение системы уравнений к одному уравнению полиномиального типа, для которого численные методы дают проверенный и надежный путь решения. Отыскание особых точек системы (состояний равновесия) позволило провести классификацию динамических режимов в ячейке MRAM и типов фазовых траекторий конца вектора намагниченности на сферической фазовой поверхности. Ранее такой анализ применялся нами для описания динамики намагниченности в элементах STT-MRAM [12–14]. В расчетах нами использовались численные значения физических величин из работ [19–21] (табл. 2).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] B. Dieny, I.L. Prejbeanu, K. Garello, P. Gambardella, P. Freitas, R. Lehdorf, W. Raberg, U. Ebels, S.O. Demokritov, J. Akerman, A. Deac, P. Pirro, C. Adelman, A. Anane, A.V. Chumak, A. Hirohata, S. Mangin, S.O. Valenzuela, M. Cengiz Onbasli, M. d'Aquino, G. Prenat, G. Finocchio, L. Lopez-Diaz, R. Chantrell, O. Chubykalo-Fesenko, P. Bortolotti. *Nature Electron.*, **3**(8), 446 (2020). DOI: 10.1038/s41928-020-0461-5
- [2] F. Hellman, A. Hoffmann, Ya. Tserkovnyak, G.S.D. Beach, E.E. Fullerton, C. Leighton, A.H. MacDonald, D.C. Ralph, D.A. Arena, H.A. Durr, P. Fischer, J. Grollier, J.P. Heremans, T. Jungwirth, A.V. Kimel, B. Koopmans, I.N. Krivorotov, S.J. May, A.K. Petford-Long, J.M. Rondinelli, N. Samarth, I.K. Schuller, A.N. Slavin, M.D. Stiles, O. Tchernyshyov, A. Thiaville, B.L. Zink. *Rev. Modern Phys.*, **89**(2), 025006 (2017). DOI: 10.1103/RevModPhys.89.025006
- [3] Ch.-F. Pai, L. Liu, Y. Li, H.W. Tseng, D.C. Ralph, R.A. Buhrman. *Appl. Phys. Lett.*, **101**, 122404 (2012). DOI: 10.1063/1.4753947
- [4] Ch. Song, R. Zhang, L. Liao, Y. Zhou, X. Zhou, R. Chen, Y. You, X. Chen, F. Pan. *Progress Mater. Sci.*, **118**(5), 100761 (2021). DOI: 10.1016/j.pmatsci.2020.100761
- [5] Y. Wang, P. Deorani, X. Qiu, J.H. Kwon, H. Yang. *Appl. Phys. Lett.*, **105**, 152412 (2014). DOI: 10.1063/1.4898593
- [6] Y. Deng, M. Yang, Y. Ji, K. Wang. *JMMM*, **496**(2), 165920 (2020). DOI: 10.1016/j.jmmm.2019.165920
- [7] S. Fukami, T. Anekawa, C. Zhang, H. Ohno. *Nature Nanotechnology*, **11**(3), 621 (2016). DOI: 10.1038/NNANO.2016.29
- [8] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *К теории дисперсии магнитной проницаемости ферромагнитных тел, в Собрании трудов Л.Д. Ландау* (Наука, М., 1969), т. 1, с. 128.
- [9] T.L. Gilbert. *IEEE Transactions on Magnetics*, **40**(6), 3443 (2004). DOI: 10.1109/TMAG.2004.836740
- [10] Y.-T. Liu, T.-Y. Chen, T.-H. Lo, T.-Y. Tsai, Sh.-Y. Yang, Y.-J. Chang, J.-H. Wei, Ch.-F. Pai. *Phys. Rev. Appl.*, **13**, 044032 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.13.044032
- [11] J. Slonczewski. *JMMM*, **159**, L1 (1996). DOI: 10.1016/0304-8853(96)00062-5
- [12] Н.В. Островская, В.А. Скиданов, Ю.А. Юсипова. *Компьютерные исследования и моделирование*, **8**(4), 605 (2016). DOI: 10.20537/2076-7633-2016-8-4-605-620
- [13] N.V. Ostrovskaya, Iu.A. Iusipova. *Phys. Metals and Metallography*, **120**(13), 1291 (2019). DOI: 10.1134/S0031918X19130209
- [14] Н.В. Островская, В.А. Скиданов. В сб.: *Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем*, под ред. А.Л. Стемповского (М., Зеленоград, 2020), в. III, с. 127. DOI: 10.31114/2078-7707-2020-3-127-132
- [15] S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, W.H. Press. *Numerical Recipes: The art of Scientific Computing*, 3<sup>rd</sup> ed., (Cambridge University Press, Cambridge–NY–Melbourne–Madrid–Cape Town–Singapore–San Paulo, 2007)
- [16] Дж. Гукенхеймер, Дж. Холмс. *Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей* (Ин-т компьютерных исследований, Москва–Ижевск, 2002) [Пер. с англ.: J. Guckenheimer, Ph. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields* (Appl. Mathemat. Sci., Springer–Verlag, 6<sup>th</sup> cor. ed., NY, 2002), v. 42.]
- [17] Н.Н. Баутин, Е.А. Леонтович, *Методы и приемы качественного исследования динамических систем на плоскости*, СМБ (Наука, М., 1990)
- [18] А.А. Андронов, Е.А. Леонтович, И.И. Гордон, А.Г. Майер. *Качественная теория систем второго порядка* (Наука, М., 1966)
- [19] Iu.A. Iusipova. *Semiconductors*, **52**(15), 1982 (2018). DOI: 10.1134/S1063782618150162
- [20] X. Han, X. Wang, C. Wan, G. Yu, X. Lv. *Appl. Phys. Lett.*, **118**, 120502 (2021). DOI: 10.1063/5.0039147
- [21] A.T. Hindmarch, A.W. Rushforth, R.P. Campion, C.H. Marrows, B.L. Gallagher. *Phys. Rev. B*, **83**, 212404 (2011). DOI: 10.1103/PhysRevB.83.212404