

03

Спектрально-угловые характеристики излучения заряженной частицы в поле частотно-модулированной электромагнитной волны

© Г.Ф. Копытов¹, Д.И. Кудрявцев²

¹ Московский государственный университет технологий и управления им. К.Г. Разумовского (Первый казачий университет),
109004 Москва, Россия

² Кубанский государственный университет
350040 Краснодар, Россия

e-mail: dmitriy-kudryavtsev-2016@mail.ru, g137@mail.ru

Поступила в редакцию 08.10.2022 г.

В окончательной редакции 25.02.2023 г.

Принята к публикации 25.02.2023 г.

На основе решения уравнения движения заряда в частотно-модулированном электромагнитном поле построена классическая теория излучения релятивистской заряженной частицы, линейно ускоренной высокоинтенсивным чирпированным лазерным импульсом. Это решение использовано для исследования спектрально-угловых характеристик излучения заряженной частицы. По рассчитанным формулам фазового и фазово-углового распределений интенсивности и мощности излучения частицы в модулированном поле построены графики зависимости от величины коэффициента модуляции. Рассчитано преобразование Фурье напряженности электрического поля излучения и спектральной плотности излучения частицы в случае линейной поляризации волны.

Ключевые слова: чирпированный импульс, спектрально-угловые характеристики, заряженная частица, плоская электромагнитная волна, мощное лазерное излучение.

DOI: 10.21883/OS.2023.03.55388.4196-22

Введение

За последние 60 лет бурное развитие в области лазерной физики позволило внедрить целый ряд инноваций в нелинейную оптику, включая преобразование частоты, сверхбыструю оптику и полностью оптическую модуляцию. Были достигнуты рекордные интенсивности в фокусе лазерного луча — 10^{23} W/cm² [1,2]. Достижение таких мощных электрических полей стало возможным, в частности, благодаря совершенствованию техники фокусировки лазерного излучения [3,4], появлению и развитию лазерных установок, позволяющих получать импульсы оптического диапазона длительностью в несколько фемтосекунд (10^{-15} s) [5], а также использование метода усиления чирпированного импульса (CPA) [6–8]. Данная технология является одной из самых современных и передовых, планируется ее применение в медицине, а именно в диагностике и терапии онкологических заболеваний, изготовлении радиоактивных изотопов. Однако все еще существуют некоторые проблемы, которые необходимо решить, прежде чем можно будет применить эту технологию к реальной терапии рака, но благодаря достижениям в данной и смежных областях можно ожидать реализации лазерной терапии в будущем [9].

Теория ускорения заряженных частиц в плазме с помощью лазерного излучения была выдвинута еще в 1979 г. [10] и совершенствуется до сих пор. Разработка лазеров на основе CPA принесла большую пользу

для усовершенствования схем ускорения заряженных частиц [11].

Суть метода усиления чирпированного импульса заключается в том, что лазерный импульс растягивается во времени и спектре, усиливается, а затем снова сжимается. Таким образом, на начальном этапе лазерный импульс подвергается частотной модуляции. Вопрос об ускорении частиц в поле частотно-модулированной (ЧМ) электромагнитной волны изучался в [12,13].

В настоящей работе было предпринято исследование вопроса о спектрально-угловых характеристиках излучения заряженной частицы в поле ЧМ электромагнитной волны на основе результатов, полученных в [12], в которой на основе классического уравнения движения заряда в электромагнитном поле рассчитывались энергетические характеристики заряженной частицы без учета радиационного трения. Из работы [14] известно, что потери энергии электронов за счет жесткого излучения достигаются при энергии 1 ГэВ, что соответствует интенсивности лазерного поля 10^{22} W/cm². В настоящей работе расчеты всех характеристик проводились при интенсивности 10^{19} W/cm². Однако при длительном взаимодействии волны с частицей даже малый параметр радиационного трения может дать существенный вклад в динамику частицы, поэтому предполагается, что ЧМ электромагнитная волна в работе представлена как чирпированный ультракороткий лазерный импульс.

Представляют интерес такие характеристики, как интенсивность и мощность излучения заряда и их угловое и фазово-угловое распределения, а также преобразование Фурье напряженности электрического поля излучения и спектральная плотность излучения частицы. Данные результаты могут быть полезны в контроле работы лазерных ускорительных установок, в которых излучение подвергается частотной модуляции.

Авторами было предпринято аналогичное исследование в работе [15] в случае суперпозиции поля плоской монохроматической электромагнитной волны с сонаправленным внешним постоянным магнитным полем (поле Редмонда).

1. Постановка задачи

Высокочастотная сила Лоренца действует на частицу с зарядом q и массой m , тогда уравнение движения заряда имеет вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{H}], \quad (1)$$

где \mathbf{p} — импульс частицы; \mathbf{E} , \mathbf{H} — векторы напряженности электрического и магнитного полей электромагнитной волны.

Уравнение (1) дополнено начальными условиями скорости и координатами заряженной частицы:

$$\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0, \quad \mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0$$

Релятивистский фактор γ связан с напряженностью электромагнитного поля следующим соотношением:

$$\gamma = \sqrt{1 + I/I_{\text{rel}}},$$

а также равен $\gamma = mc(1 - v_{z0})/\sqrt{1 - v_0^2/c^2}$, где релятивистская интенсивность I_{rel} (W/cm²) равна:

$$I_{\text{rel}} = \frac{m^2 c^3 \omega^2}{8\pi q^2} = \frac{1.37 \cdot 10^{18}}{\lambda^2}.$$

Предполагается, что модулируемый импульс распространяется вдоль оси z с длительностью τ , при этом, если $t < \tau$, компоненты напряженностей магнитного и электрического полей волны будут иметь вид (2), в ином случае ($t > \tau$) компоненты напряженностей будут равны нулю. Плоскость постоянной фазы перпендикулярна одной оси:

$$\begin{cases} E_x = H_y = b_x \sum_{n=0}^N J_n(\delta_{\text{FM}}) \cos \Phi_n, \\ E_y = -H_x = f b_y \sum_{n=0}^N J_n(\delta_{\text{FM}}) \sin \Phi_n, \\ E_z = H_z = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где оси x и y совпадают с направлением полуосей эллипса поляризации b_x и b_y , причем $b_x \geq b_y \geq 0$; $\Phi_n = \Phi + \Phi'_n = (\omega + n\omega')\xi + \varphi_0 + n\alpha_0$; $\xi = t - z/c$; ω —

несущая частота; ω' — частота модуляции, $J_n(\delta_{\text{FM}})$ — функция Бесселя n -порядка, δ_{FM} — коэффициент частотной модуляции, $f = \pm 1$ — параметр поляризации, при этом верхний знак соответствует правой поляризации E_y , а нижний знак соответствует левой поляризации.

Для примера возьмем параметры тераваттной фемтосекундной титан-сапфировой лазерной системы ($\lambda = 800$ nm; 40 fs), тогда $\Phi \in [0; 94.2]$.

При пиковой интенсивности в 10^{19} W/cm² импульсы данной лазерной установки формируются в режиме синхронизации мод. Частотный спектр испускаемого излучения представляется „гребенками“, состоящими из ряда дискретных, равномерно расположенных частотных линий. Такое излучение описывается поставленной задачей в работе [16].

2. Интенсивность излучения заряженной частицы в поле ЧМ электромагнитной волны

Применяя векторное произведение к уравнению (1) вектором \mathbf{H} , получаем вектор Умова–Пойнтинга в следующем виде:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}] = \frac{c}{4\pi q}[\mathbf{F} \times \mathbf{H}] - \frac{1}{4\pi}[(\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H}], \quad (3)$$

Векторные компоненты (3) принимают вид

$$\begin{aligned} S_x(t) &= \frac{1}{4\pi} H_y \left[(v_x H_y - v_y H_x) - \frac{c}{q} F_z \right], \\ S_y(t) &= \frac{1}{4\pi} H_x \left[(v_x H_y - v_y H_x) - \frac{c}{q} F_z \right], \\ S_z(t) &= \frac{1}{4\pi} \left[(v_z (H_x^2 + H_y^2) + \frac{c}{q} (E_x F_x + E_y F_y)) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя систему (2) в компоненты вектора \mathbf{S} (4), получаем следующую форму:

$$S_x(t) = 0, \quad S_y(t) = 0,$$

$$S_z(t) = \frac{c}{4\pi} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) (b_x^2 \cos^2 \Phi_n + b_y^2 \sin^2 \Phi_n).$$

Круговая поляризация

В случае круговой поляризации полуоси эллипса поляризации $b_x = b_y = b/\sqrt{2}$;

$$|S(t)| = \sqrt{S_x^2(t) + S_y^2(t) + S_z^2(t)} = I_{\text{cir}} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}), \quad (5)$$

где $I_{\text{cir}} = cb^2/8\pi$.

Теперь оценим интенсивность излучения частицы, усредненную за период её колебания в поле ЧМ волны:

$$I_{\text{rad}} = \frac{\omega}{2\pi(1+h)} \int_{\Phi(t)}^{\Phi(t)+2\pi} |\mathbf{S}(t)| \frac{1+g}{\omega} d\Phi' = I_{\text{cir}} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}). \quad (6)$$

Вспользуемся формулой для продольной составляющей импульса частицы с поправкой на релятивистский множитель из [10]:

$$g = h - \frac{q^2(b_x^2 - b_y^2)}{4\gamma^2\omega^2} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \cos 2\Phi_n + \frac{q}{\gamma^2\omega} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{1+n\eta} (\chi_x b_x \sin \Phi_n \mp \chi_y b_y \cos \Phi_n),$$

$$\text{где } h = \frac{1}{2} \left[\frac{m^2 c^2}{\gamma^2} - 1 + \frac{\chi_x^2 + \chi_y^2}{\gamma^2} + \frac{q^2(b_x^2 + b_y^2)}{2\gamma^2\omega^2} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \right]; \\ \eta = \omega'/\omega.$$

Линейная поляризация

Для случая линейной поляризации электромагнитной волны одна из полуосей эллипса поляризации равна нулю, а другая равна b ($b_x = b$; $b_y = 0$)

$$|\mathbf{S}(t)| = \sqrt{S_x^2(t) + S_y^2(t) + S_z^2(t)} = I_{\text{lin}} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \cos^2 \Phi_n, \quad (7)$$

где $I_{\text{lin}} = cb^2/4\pi$.

Теперь оценим интенсивность излучения частицы, усредненную за период её колебания в поле ЧМ волны:

$$I_{\text{rad}} = \frac{\omega}{2\pi(1+h)} \int_{\Phi(t)}^{\Phi(t)+2\pi} |\mathbf{S}(t)| \frac{1+g}{\omega} d\Phi' \\ = \frac{I_{\text{lin}}}{2} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \left(1 - \frac{\mu}{8(1+h)} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \right), \quad (8)$$

где $\mu = q^2 b^2 / \gamma^2 \omega^2$.

Минимум будет соответствовать фазе $\Phi_0 = 0, \pi$, и определяется формулой:

$$I_{\text{min}} = I_{\text{lin}} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \left(1 - \frac{\mu \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2}}{8 + 2\mu \sum_{n=0}^N \frac{H_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2}} \right).$$

Максимум будет соответствовать фазе $\Phi_0 = \pi/2, 3\pi/2$ и определяется формулой:

$$I_{\text{max}} = I_{\text{lin}} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \left(1 - \frac{\mu \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2}}{8 + 6\mu \sum_{n=0}^N \frac{H_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2}} \right).$$

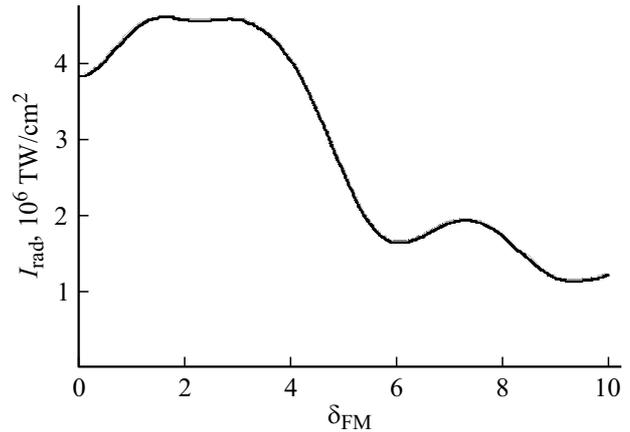


Рис. 1. Зависимость средней интенсивности излучения частицы в поле ЧМ волны интенсивностью $I_{\text{lin}} = 10^7 \text{ TW/cm}^2$ от коэффициента частотной модуляции.

Получить среднюю интенсивность излучения частицы можно используя следующую формулу [15]:

$$\langle f \rangle = \sup_{\Phi_{0n} \rightarrow \infty} \lim_{\Phi_{0n}} \frac{1}{\Phi_{0n}} \int_0^{\Phi_{0n}} f(\Phi_{0n}) dt,$$

где вместо $f(\Phi)_{0n}$ необходимо подставить I_{rad} .

Таким образом, интенсивность излучения частицы, поля плоской ЧМ волны, усредненная по начальной фазе Φ_{0n} , имеет вид:

$$\langle I_{\text{rad}} \rangle = \frac{I_{\text{lin}}}{2} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \times \left(2 - \frac{\mu \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2}}{\sqrt{\sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \mu + 4} \sqrt{3 \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \mu + 4}} \right). \quad (9)$$

Построим график зависимости средней интенсивности излучения частицы от коэффициента модуляции δ_{FM} (рис. 1) при интенсивности волны 10^7 TW/cm^2 .

Максимум интенсивности излучения частицы $I_{\text{rad}} = 4.611 \cdot 10^6 \text{ TW/cm}^2$ достигается при коэффициенте $\delta_{\text{FM}} = 1.6-2.8$. После значения $\delta_{\text{FM}} = 2.8$ интенсивность излучения начинает уменьшаться с последующими периодическими колебаниями. Из этого следует, что волна с коэффициентом $\delta_{\text{FM}} \in [1.6, 2.8]$ будет наиболее эффективна для ускорения частиц.

Дифференцируя выражение (8) относительно начальной фазы, получаем фазовое распределение интенсивности излучения частицы в поле ЧМ волны:

$$\frac{dI_{\text{rad}}}{d\Phi_{0n}} = I_{\text{lin}} \frac{\mu^2}{8} \frac{\sum_{n=0}^N \frac{J_n^6(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \sin \Phi_{0n} \cos \Phi_{0n}}{\left[1 + \frac{\mu}{4} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_{0n} + 1) \right]^2}. \quad (10)$$

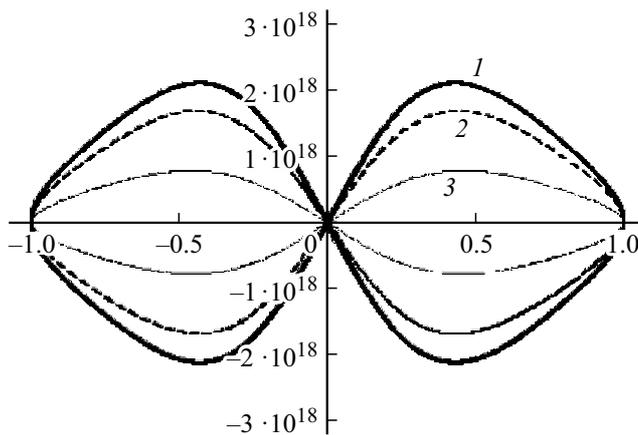


Рис. 2. Фазовое распределение интенсивности излучения частицы в поле ЧМ волны при её интенсивности $I_{\text{lin}} = 10^7 \text{ TW/cm}^2$ при разных коэффициентах частотной модуляции (1 — $\delta_{\text{FM}} = 0$, 2 — $\delta_{\text{FM}} = 0.5$, 3 — $\delta_{\text{FM}} = 1$).

Изобразим фазовое распределение интенсивности излучения ($dI_{\text{rad}}/d\Phi_{0n}$ вдоль оси ординат и $\sin \Phi_{0n}$ вдоль оси абсцисс) при различных коэффициентах частотной модуляции при интенсивности 10^7 TW/cm^2 электромагнитной волны на фазовой плоскости.

На рис. 2 отчетливо видно, что при увеличении коэффициента частотной модуляции область фазового распределения интенсивности уменьшается.

Мгновенное угловое распределение интенсивности излучения имеет вид:

$$\frac{dI_{\text{rad}}}{d\Omega} = \frac{I_{\text{lin}} \mu^2}{2\pi \cdot 8} \frac{\sum_{n=0}^N \frac{J_n^6(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \sin \Phi_{0n}}{\left[1 + \frac{\mu}{4} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_{0n} + 1) \right]^2} \quad (11)$$

Дифференцируя распределение (11) относительно Φ_{0n} , получаем фазово-угловое распределение интенсивности излучения частицы в поле ЧМ волны:

$$\frac{d^2 I_{\text{rad}}}{d\Phi_{0n} d\Omega} = \frac{I_{\text{lin}}}{2\pi} \times \left(\frac{\mu^2}{8} \frac{\sum_{n=0}^N \frac{J_n^6(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \cos \Phi_{0n}}{\left[1 + \frac{\mu}{4} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_{0n} + 1) \right]^2} - \frac{\mu^3}{4} \frac{\sum_{n=0}^N \frac{J_n^8(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^6} \sin^2 \Phi_{0n} \cos \Phi_{0n}}{\left[1 + \frac{\mu}{4} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_{0n} + 1) \right]^3} \right). \quad (12)$$

Изобразим фазово-угловое распределение интенсивности излучения ($d^2 I_{\text{rad}}/d\Omega d\Phi_{0n}$ вдоль оси ординат и

$\sin \Phi_{0n}$ вдоль оси абсцисс) при различных коэффициентах частотной модуляции при интенсивности волны 10^7 TW/cm^2 на фазовой плоскости.

На рис. 3 видно, что площадь фазово-углового распределения уменьшается по мере увеличения коэффициента частотной модуляции.

3. Мощность излучения частицы в поле ЧМ электромагнитной волны

Мощность dP , передаваемая через элемент поверхности dl , равна модулю вектора плотности потока энергии и определяется формулой:

$$\frac{dP}{dl} = |\mathbf{S}(t)|. \quad (13)$$

Вводя телесный угол Ω в формулу (13), получим формулу:

$$\frac{dP}{d\Omega} = r^2 |\mathbf{S}(t)|, \quad (14)$$

где $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$ — расстояние от частицы в пространстве до её исходного положения.

Берем значения координат из [12] и записываем их в следующем виде:

$$x = x_0 + \sum_{n=-N}^N \frac{\chi_x}{\gamma k} \frac{\Phi_n}{1 + n\eta} - \frac{qb_x}{\gamma \omega k} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1 + n\eta)^2} \cos \Phi_n + C_x,$$

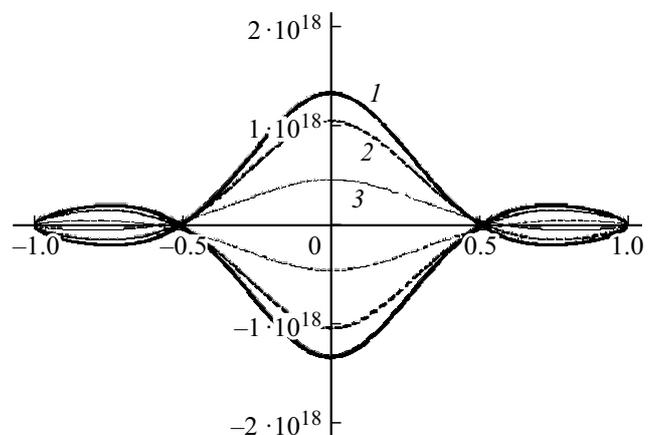


Рис. 3. Фазово-угловое распределение интенсивности излучения частицы при интенсивности волны $I_{\text{lin}} = 10^7 \text{ TW/cm}^2$ при разных коэффициентах частотной модуляции (1 — $\delta_{\text{FM}} = 0$, 2 — $\delta_{\text{FM}} = 0.5$, 3 — $\delta_{\text{FM}} = 1$).

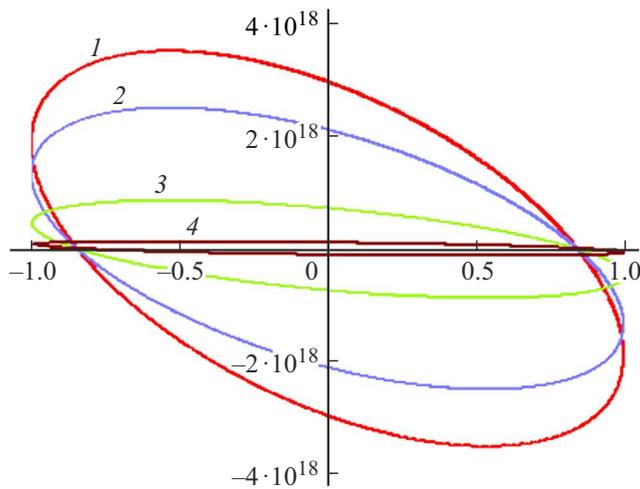


Рис. 4. Фазовое распределение мощности излучения частицы в поле ЧМ волны интенсивностью $I_{\text{cir}} = 10^7 \text{ TW/cm}^2$ при разных коэффициентах частотной модуляции (1 — $\delta_{\text{FM}} = 0$, 2 — $\delta_{\text{FM}} = 0.5$, 3 — $\delta_{\text{FM}} = 1$, 4 — $\delta_{\text{FM}} = 1.5$).

$$y = y_0 + \sum_{n=-N}^N \frac{\chi_y}{\gamma k} \frac{\Phi_n}{1+n\eta}$$

$$- \frac{qb_y}{\gamma \omega k} \sum_{n=-N}^N \frac{j_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \cos \Phi_n + C_y,$$

$$z = z_0 + \sum_{n=-N}^N \frac{\Phi_n}{1+n\eta} - \frac{q^2(b_x^2 - b_y^2)}{8\gamma^2 \omega^2 k}$$

$$\times \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^3} \sin 2\Phi_n - \frac{q}{\gamma^2 \omega k} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2}$$

$$\times [\chi_x b_x \cos \Phi_n + f \chi_y b_y \sin \Phi_n] + C_z,$$

где

$$C_x = - \sum_{n=-N}^N \frac{\chi_x}{\gamma k} \frac{\Phi_{0n}}{1+n\eta} + \frac{qb_x}{\gamma \omega k} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \cos \Phi_{0n},$$

$$C_y = - \sum_{n=-N}^N \frac{\chi_y}{\gamma k} \frac{\Phi_{0n}}{1+n\eta} + \frac{qb_y}{\gamma \omega k} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \sin \Phi_{0n},$$

$$C_z = - \sum_{n=-N}^N \frac{\Phi_{0n}}{1+n\eta} + \frac{q^2(b_x^2 - b_y^2)}{8\gamma^2 \omega^2 k}$$

$$\times \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^3} \sin 2\Phi_{0n}$$

$$+ \frac{q}{\gamma^2 \omega k} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} [\chi_x b_x \cos \Phi_{0n} + f \chi_y b_y \sin \Phi_{0n}],$$

Круговая поляризация

Подставив координаты частицы и модуль вектора Умова–Пойнтинга (5) в формулу (14), получим следующее выражение:

$$\frac{dP}{d\Omega} = I_{\text{cir}} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \left\{ \left(\frac{\chi_x^2 + \chi_y^2}{\gamma^2} + h^2 \right) \sum_{n=0}^N \frac{\Phi_n^2}{(1+n\eta)^2 k^2} \right.$$

$$- 2 \frac{qb(1+h)}{\sqrt{2}\gamma^2 \omega k^2} \sum_{n=0}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^3} (\chi_x \cos \Phi_n + f \chi_y \sin \Phi_n)$$

$$+ 2 \left(\frac{C_x \chi_x + C_y \chi_y}{\gamma} + h C_z \right) \sum_{n=0}^N \frac{\Phi_n}{(1+n\eta)k}$$

$$+ \frac{q^2 b^2}{2\gamma^2 \omega^2 k^2} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \left[1 - \frac{(\chi_x \cos \Phi_n + f \chi_y \sin \Phi_n)}{\gamma^2} \right]$$

$$+ C_x^2 + C_y^2 + C_z^2 - 2 \frac{qb}{\sqrt{2}\gamma \omega k} \sum_{n=0}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2}$$

$$\times \left[(C_x \cos \Phi_n + f C_y \sin \Phi_n) \right.$$

$$\left. + \frac{C_z}{\gamma} (\chi_x \cos \Phi_n + f \chi_y \sin \Phi_n) \right] \left. \right\}. \quad (15)$$

Интегрируя выражение (15) по телесному углу $d\Omega = \cos \Phi_n d\Phi_n d\theta$, получим полную мощность излучения заряда:

$$P = \frac{4\mu\pi^2}{k^2} I_{\text{cir}} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^4(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \left(1 + \frac{\mu}{2} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \right)$$

$$\times \left[1 + \left(\cos \Phi_{0n} + \frac{\pi}{2} \sin \Phi_{0n} \right) \right].$$

Фазовый портрет полной мощности излучения заряда в поле ЧМ волны будет выглядеть как изображено на рис. 4.

Из рисунка можно проследить тенденцию к резкому уменьшению площади фазового распределения с увеличением коэффициента модуляции δ_{FM} .

Линейная поляризация

Подставляя координаты частицы и модуль вектора Умова–Пойнтинга (7) в формулу (14), получаем сле-

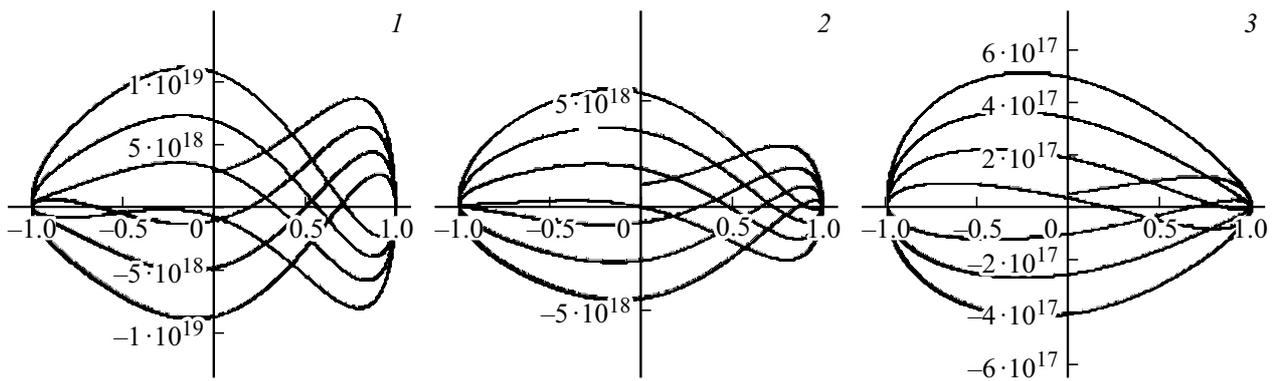


Рис. 5. Фазовое распределение мощности излучения частицы в поле ЧМ волны интенсивностью $I_{\text{lin}} = 10^7 \text{ TW/cm}^2$ при разных коэффициентах частотной модуляции (1 — $\delta_{\text{FM}} = 0$, 2 — $\delta_{\text{FM}} = 1$, 3 — $\delta_{\text{FM}} = 3$).

дующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\Omega} = & I_{\text{lin}} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \cos^2 \Phi_n \left\{ \left(\frac{\chi_x^2}{\gamma^2} + h^2 \right) \right. \\ & \times \sum_{n=0}^N \frac{\Phi_n^2}{(1+n\eta)^2 k^2} - 2 \frac{qb\chi_x(1+h)}{\gamma^2 \omega K^2} \sum_{n=0}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^3} \\ & \Phi_n \cos \Phi_n + 2 \left(\frac{C_x \chi_x}{\gamma} + h C_z \right) \sum_{n=0}^N \frac{\Phi_n}{(1+n\eta)k} \\ & - \frac{q^2 b^2}{4\gamma^2 \omega k^2} \frac{h}{k} \sum_{n=0}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \Phi_n \sin 2\Phi_n \\ & + \frac{q^3 b^3 \chi_x}{4\gamma^4 \omega^3 k^3} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^3(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^5} \cos \Phi_n \sin 2\Phi_n \\ & + \frac{q^2 b^2}{\gamma^2 \omega^2 k^2} \left(1 + \frac{\chi_x^2}{\gamma^2} \right) \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \cos^2 \Phi_n \\ & + \frac{q^4 b^4}{64\gamma^4 \omega^4 k^4} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^4(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^6} \sin^2 2\Phi_n \\ & + C_x^2 + C_z^2 - 2 \frac{qb}{\gamma \omega k} \left(C_x + \frac{C_z \chi_x}{\gamma} \right) \sum_{n=0}^N \frac{J_n(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \cos \Phi_n \\ & \left. - C_z \frac{q^2 b^2}{4\gamma^2 \omega^2 k^2} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^3} \sin 3\Phi_n \right\} \end{aligned} \quad (16)$$

Интегрируя выражение (15) по телесному углу $d\Omega = \cos \Phi_n d\Phi_n d\theta$, получим полную мощность излуче-

ния заряда:

$$\begin{aligned} P = & \frac{q^2}{\pi m^2 c^5} I_{\text{lin}}^2 \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \left\{ \frac{14}{9} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \right. \\ & \times \left(\frac{\mu}{16} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{VM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_{0n} + 1)^2 + \sin \Phi_{0n} \right) \\ & + \frac{\pi 3}{4} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \\ & \times \left(\frac{\mu}{4} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_{0n} + 1) + 1 \right) \sin \Phi_{0n} \\ & - \frac{3}{4} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} (\Phi_{0n} \sin \phi_{0n} + \cos \Phi_{0n}) \\ & \left. + \frac{\mu}{40} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_{0n} + 1) \right\}, \end{aligned}$$

Фазовый портрет полной мощности излучения заряда в поле ЧМ волны будет выглядеть как показано на рис. 5.

На рис. 5 так же, как и на предыдущем, можно проследить тенденцию к уменьшению площади фазового распределения с увеличением коэффициента модуляции δ_{FM} , причем правая часть функции уменьшается стремительнее.

4. Фурье-образ напряженности электрического поля излучения частицы в поле ЧМ волны

Спектр излучения заряженной частицы в поле плоской ЧМ электромагнитной волны может быть представ-

лен как сумма бесконечного числа волн:

$$E(\mathbf{r}, t) = \sum_{\omega=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{\omega}(\mathbf{r}) \times \exp \left\{ -i[\omega\xi + \delta_{\text{FM}} \sin(\omega'\xi + \alpha_0) + \varphi_0] \right\}.$$

Фурье-компонента может быть представлена в виде периодической функции с периодом $\tilde{T} = (1+h)2\pi/\omega$:

$$E_{\omega}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\tilde{T}} \int_t^{\tilde{t}} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \exp \left\{ -i[\omega\xi + \delta_{\text{FM}} \sin(\omega'\xi + \alpha_0) + \varphi_0] \right\} dt. \quad (17)$$

Из уравнения (1) выразим $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, подставляем в функцию (17) и перейдем от интегрирования по времени к интегрированию по пространственно-временной компоненте ξ :

$$\mathbf{E}_{\omega}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\tilde{T}} \int_{\xi(t)}^{\xi(\tilde{t})} \left(\frac{1}{q} \frac{d\mathbf{p}}{dt} - \frac{1}{c} [\mathbf{v}] \times \mathbf{H} \right) \times \sum_{n=0}^N J_n(\delta_{\text{FM}}) \cos \Phi_n (1+g) d\xi.$$

Тогда для действительной части $\mathbf{E}_{\omega}(\mathbf{r})$ получим следующие компоненты:

$$\begin{aligned} \text{Re}(\mathbf{E}_{\omega,x}) &= \frac{b_x}{2(1+h)} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \\ &\times \left[(1+h) - \frac{q^2(b_x^2 - b_y^2)}{8\gamma^2\omega^2} \sum_{n=0}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \right], \quad (18) \\ \text{Re}(\mathbf{E}_{\omega,y}) &= \text{Re}(\mathbf{E}_{\omega,z}) = 0. \end{aligned}$$

Линейная поляризация

В этом случае из (18) для фурье-образа получим

$$\begin{aligned} \text{Re}(\mathbf{E}_{\omega}) &= b \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \\ &\times \left\{ \frac{8 + \mu \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} [4(2 \sin^2 \Phi_n + 1) - 1]}{16 + 8\mu \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_n + 1)} \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

Подставляя выражение (19) в формулу (17), получаем спектр излучения частицы в начальный момент времени:

$$\text{Re}(\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)) = b \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \frac{A}{B}. \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} A &= 8 + \mu \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} [4(2 \sin^2 \Phi_n + 1) - 1], \\ B &= 16 + 8\mu \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} (2 \sin^2 \Phi_n + 1). \end{aligned}$$

Спектр излучения имеет следующее фазовое распределение:

$$\begin{aligned} \text{Re} \left(\left| \frac{d\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)}{d\Phi_0} \right| \right) &= b \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \\ &\times \left| \left(1 - 2\frac{A}{B} \right) \frac{8\mu}{B} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \sin 2\Phi_n \right|. \quad (21) \end{aligned}$$

Спектр излучения частицы в единичный телесный угол определяется формулой

$$\begin{aligned} \text{Re} \left(\left| \frac{d\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)}{d\Omega} \right| \right) &= \frac{b}{2\pi} \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \sum_{n=0}^N J_n^2(\delta_{\text{FM}}) \\ &\times \left| \left(1 - 2\frac{A}{B} \right) \frac{16\mu}{B} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \sin^2 \Phi_n \right|. \quad (22) \end{aligned}$$

Фазово-угловое распределение этого спектра излучения имеет вид

$$\begin{aligned} \text{Re} \left(\left| \frac{d\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)}{d\Phi_0 d\Omega} \right| \right) &= \frac{b}{2\pi} \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \\ &\times \left| \frac{16\mu}{B} \left(1 - 2\frac{A}{B} \right) \right. \\ &\times \left. \left(1 - \frac{16\mu}{B} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^2} \sin^2 \Phi_n \right) \cos \Phi_n \right|. \quad (23) \end{aligned}$$

Представим функцию, характеризующую спектральную плотность излучения:

$$\text{Re}(S(\omega)) = \text{Re} \left(|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)|^2 \right) = b^2 \left| \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \sum_{n=0}^N J_n^4(\delta_{\text{FM}}) \frac{A^2}{B^2} \right|. \quad (24)$$

Фазовое распределение спектральной плотности излучения выражается формулой

$$\frac{dS(\omega)}{d\Phi_0} = 32\mu^2 b^2 \left| \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^8(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \frac{A}{B^3} \sin 2\Phi_n \right|. \quad (25)$$

Спектральная плотность излучения на единичный телесный угол определяется выражением

$$\frac{dS(\omega)}{d\Omega} = \frac{32\mu^2 b^2}{\pi} \left| \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^8(\delta_{\text{FM}})}{(1+n\eta)^4} \frac{A}{B^3} \sin \Phi_n \right|. \quad (26)$$

Дифференцируя выражение (26) относительно Φ_0 , получаем фазово-угловое распределение:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 S(\omega)}{d\Phi_0 d\Omega} = & \frac{32\mu^2 b^2}{\pi} \left| \sum_{\omega=\omega}^{\omega=\infty} \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^8(\delta_{FM})}{(1+n\eta)^4} \right. \\ & \times \left[\frac{A}{B^3} \cos \Phi_n - \frac{16\mu}{B^4} \left(B - 3\mu \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{FM})}{(1+n\eta)^2} \right) \right. \\ & \left. \left. \times \sum_{n=-N}^N \frac{J_n^2(\delta_{FM})}{(1+n\eta)^2} \sin^2 \Phi_n \sin \Phi_n \right] \right|. \end{aligned} \quad (27)$$

Заключение

Исследован вопрос о спектрально-угловых характеристиках излучения заряженной частицы в поле частотно-модулированной электромагнитной волны. Получены выражения для интенсивности и мощности излучения релятивистского заряда в случае круговой и линейно поляризованной ЧМ электромагнитной волны. Получены фазовые распределения интенсивности и мощности излучения частицы, движущейся в ЧМ электромагнитной волне с интенсивностью 10^{19} W/cm². Рассчитан фурье-образ напряженности электрического поля излучения частицы в поле ЧМ электромагнитной волны линейной поляризации. Результаты данного исследования могут быть использованы при математической интерпретации экспериментов по взаимодействию модулированного лазерного излучения с магнитоплазмой.

Работа выполнена при поддержке Кубанского научного фонда, проект Н-21.1/11.

Список литературы

- [1] L.J. Wong, K.H. Hong, S. Carbajo, A. Fallahi, P. Piot, M. Soljačić, J.D. Joannopoulos, F.X. Kärtner, I. Kaminer. *Sci. Rep.*, **7**(1), 11159. (2017) DOI: 10.1038/s41598-017-11547-9
- [2] J.W. Yoon, Y.G. Kim, I.W. Choi, J.H. Sung, H.W. Lee, S.K. Lee, C.H. Nam. *Optica*, **8**(5), 630-635 (2021). DOI: 10.1364/OPTICA.420520
- [3] D.N. Gupta, M.S. Hur. *Appl. Phys. Lett.*, **91**(8), 081505 (2007) DOI:10.1063/1.2773943
- [4] С. Р. Абульханов. *Изв. Самарского научного центра РАН*, **16**(4), 287, (2014).
- [5] H. Kiriya, A.S. Pirozhkov, M. Nishiuchi, Y. Fukuda, A. Sagisaka, A. Kon, Y. Miyasaka, K. Ogura, N.P. Dover, K. Kondo, H. Sakaki, J.K. Koga, T.Z. Esirkepov, K. Huang, N. Nakanii, M. Kando, K. Kondo, S. Bock, T. Ziegler, T. Püschel, K. Zeil, U. Schramm. *Crystals*, **10** (9), 783 (2020) DOI: 10.3390/cryst10090783
- [6] R. Dabu. *High power laser systems* (IntechOpen, 2017). DOI: 10.5772/intechopen.70708
- [7] M.A. Pocsai, S. Varró, I.F. Barna. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*, **369**, 55 (2016). DOI: 10.1016/j.nimb.2015.10.013
- [8] H.S. Ghotra. *Eur. Phys. J. D*, **76**, 111 (2022). DOI: 10.1140/epjd/s10053-022-00441-3
- [9] K. Kondo, V. Malka. *Comprehensive Biomedical Physics* (Elsevier, 2014), p. 75–90. DOI: 10.1016/B978-0-444-53632-7.00606-7
- [10] T. Tajima, J. Dawson. *Phys. Rev. Lett.*, **43**(4), 267-270 (1979). DOI: 10.1103/physrevlett.43.267
- [11] S. Tochitsky, F. Fiuza, C. Joshi. *AIP Conf. Proc.*, **1777** (1), 020005 (2016). DOI: 10.1063/1.4965594
- [12] Г.Ф. Копытов, Д.И. Кудрявцев, С.Н. Чеботарев. *Влияние модуляции электромагнитной волны на движение и излучение релятивистской заряженной частицы* (Физматлит, М., 2022), с. 46–51.
- [13] N.S. Akintsov, G.F. Kopytov, A.A. Martynov. *Nanosystems: physics, chemistry, mathematics*, **6** (5), 661?671 (2015).
- [14] A. Bashinov, A. Gonoskov, A. Kim, M. Marklund, G. Mourou, A. Sergeev. *Quantum Electronics*, **43** (4), 291–299 (2013). DOI:10.1070/QE2013v043n04ABEH015101
- [15] Д.И. Кудрявцев, Г.Ф. Копытов, А.Е. Суханов. *Опт. и спектр.*, **131** (11), (2022). DOI: 10.21883/OS.2023.03.55388.4196-22
- [16] S.A. Malinovskaya, G. Liu. *Advances in Quantum Chemistry*, **77**, 241–294 (2018). DOI: 10.1016/bs.aiq.2018.02.001