

12.4

## Снижение механических напряжений в тонкостенной квазибессиловой магнитной системе, внесенной во внешние скрещенные магнитные поля

© Г.А. Шнеерсон, В.В. Титков, К.В. Волошин

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия  
E-mail: gashneerson@mail.ru

Поступило в Редакцию 20 января 2023 г.

В окончательной редакции 20 февраля 2023 г.

Принято к публикации 27 февраля 2023 г.

Механические напряжения в тонкостенной квазибессиловой обмотке соленоида, возникающие при получении сильного импульсного магнитного поля, могут быть значительно уменьшены, если обмотка находится в области между двумя магнитами, создающими скрещенные поля. Показано, что при рациональном выборе амплитуды и формы импульсов внешних полей напряжения могут быть снижены до значений, составляющих менее одной десятой от магнитного давления генерируемого поля.

**Ключевые слова:** сильные магнитные поля, квазибессиловое поле, уравновешенная обмотка.

DOI: 10.21883/PJTF.2023.09.55317.19510

Генерация полей 50–100 Т связана с возникновением высоких механических напряжений в обмотке и изоляции. Эти напряжения являются одним из основных факторов, препятствующих получению сильных магнитных полей. Для обеспечения прочности современных магнитов с рекордными полями в них используются катушки с равнонагруженными многослойными обмотками [1–3]. В таких магнитных системах внешний радиус связан с внутренним отношением  $\exp(B_0^2/2\mu_0\sigma_0)$ , где  $\sigma_0$  — предел прочности. Расчеты показывают, что при генерации сверхсильных полей имеет место резкий рост габаритов обмотки и энергии системы [4]. Альтернативным направлением является использование квазибессилового магнитных систем, в которых электромагнитные силы существенно снижены без увеличения габаритов и энергии магнитной системы [4–7].

Одной из возможных реализаций такой магнитной системы является магнит с дополнительными магнитными полями [8]. В настоящей работе рассматривается применимость этого способа для снижения механических напряжений в системе, работающей в импульсном режиме. Поскольку в данной системе можно избежать недопустимого нагрева обмотки, она представляет наибольший практический интерес, в частности, при конструировании магнитов малого объема [7].

В стационарном режиме можно, пренебрегая кривизной стенки, считать, что плотность тока постоянна по толщине проводников обмотки и ее абсолютное значение составляет  $\delta_0 = B_0/\mu_0\Delta$ , где  $B_0$  — индукция на оси магнита,  $\Delta$  — толщина стенки соленоида. При этом имеет место линейный закон распределения аксиальной и азимутальной компонент индукции по толщине стенки:  $B_z = B_0(1 - x/\Delta)$ ,  $B_\varphi = B_0(x/\Delta)$ , где  $x = r - R$  ( $r$  — радиальная координата точки,  $R$  — внутренний радиус соленоида). Вычисления по формулам теории

упругости, выполненные в работе [6] и подтвержденные численными расчетами, показали, что в тонкостенной обмотке, концы которой закреплены, с витками, уложенными под углом  $45^\circ$  к оси, отношение эквивалентного механического напряжения  $\sigma_M$ , рассчитанного по формуле фон Мизеса, к магнитному давлению поля на оси  $\eta = 2\mu_0\sigma_M/B_0^2$  принимает значение около 0.2. Дополнительное снижение этого напряжения может быть получено в магнитной системе, описанной в работе [8], где внутри соленоида с основной квазибессиловой обмоткой 1 расположен проводник 2 с аксиальным током, создающий поле с индукцией  $B_{\varphi 1}$ , а снаружи — магнит 3, создающий аксиальное поле с индукцией  $B_{z1}$  (рис. 1).

При равенстве граничных значений этих индукций ( $B_{\varphi 1}(0) = B_{z1}(\Delta) = B_1$ ) установившиеся распределения индукции, компонент плотности тока и электромагнитной силы в проводнике, внесенном в скрещенное внешнее магнитное поле, имеют вид

$$B_z = B_0(1 - x/\Delta) + B_1x/\Delta,$$

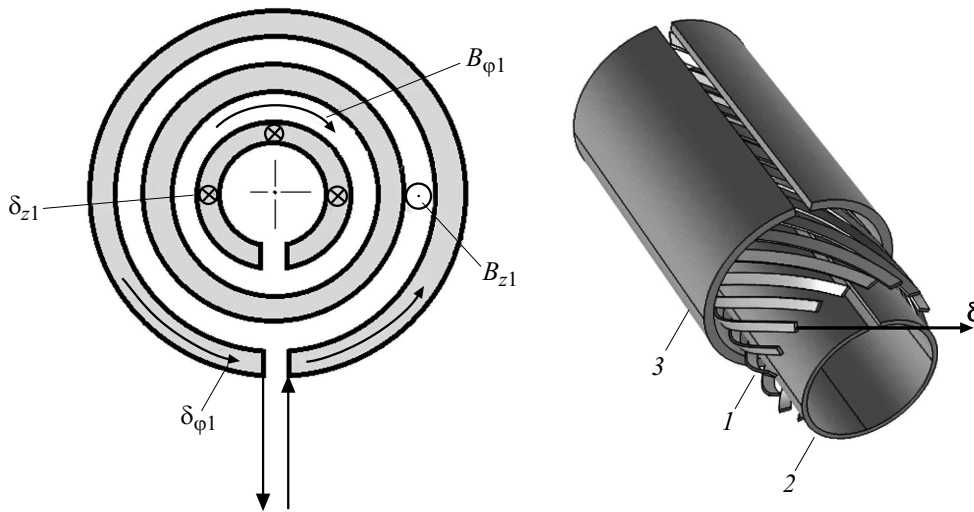
$$B_\varphi = B_1(1 - x/\Delta) + B_0x/\Delta,$$

$$\delta_z = \delta_\varphi = (B_0 - B_1)/\mu_0\Delta,$$

$$f(x) = (B_0 - B_1)^2(1 - 2x/\Delta)/\mu_0\Delta.$$

Характерной величиной является равнодействующая этих сил, которая определяется формулой

$$\begin{aligned} F(x) &= \int_0^x f(x)dx = P_M(0) - P_M(x) \\ &= (B_0 - B_1)^2(x - x^2/\Delta)/\mu_0\Delta. \end{aligned} \quad (1)$$



**Рис. 1.** Магнитная система. 1 — соленоид с квазибесселивой обмоткой, 2 — проводник с аксиальным током, 3 — магнит, создающий аксиальное поле.

где  $P_M(x) = B(x)^2/2\mu_0$  — магнитное давление. Эта величина принимает максимальное значение в середине слоя:  $F_{\max} = (B_0 - B_1)^2/4\mu_0$ . Компоненты тензора механических напряжений при условии  $\Delta \ll R$  принимают значения [6,9]:

$$\sigma_r \approx -F(x) \approx (B_0 - B_1)^2(x - x^2/\Delta)/\mu_0\Delta, \quad (2)$$

$$\sigma_\phi(x) \approx -\theta F(x) - \frac{1-\theta}{\Delta} \int_0^\Delta F(x)dx \approx -(B_0 - B_1)^2 \times \left[ \theta \left( x - \frac{x^2}{\Delta} \right) + (1-\theta) \frac{\Delta}{6} \right] / \mu_0\Delta. \quad (3)$$

Соотношения являются справедливыми при заполнении межвиткового пространства соленоида высокомолекулярным диэлектриком [4,10,11]. У обмотки с закрепленными концами  $\theta = \mu/(1-\mu)$ , где  $\mu$  — коэффициент Пуассона, принят равным 0.3. Максимальные значения модулей напряжения имеют место в середине слоя ( $x = \Delta/2$ ):

$$|\sigma_{r,\max}| = F_{\max},$$

$$|\sigma_{\phi,\max}| = F_{\max}(\theta + 2)/3 = (2 - \mu)/3(1 - \mu)F_{\max}.$$

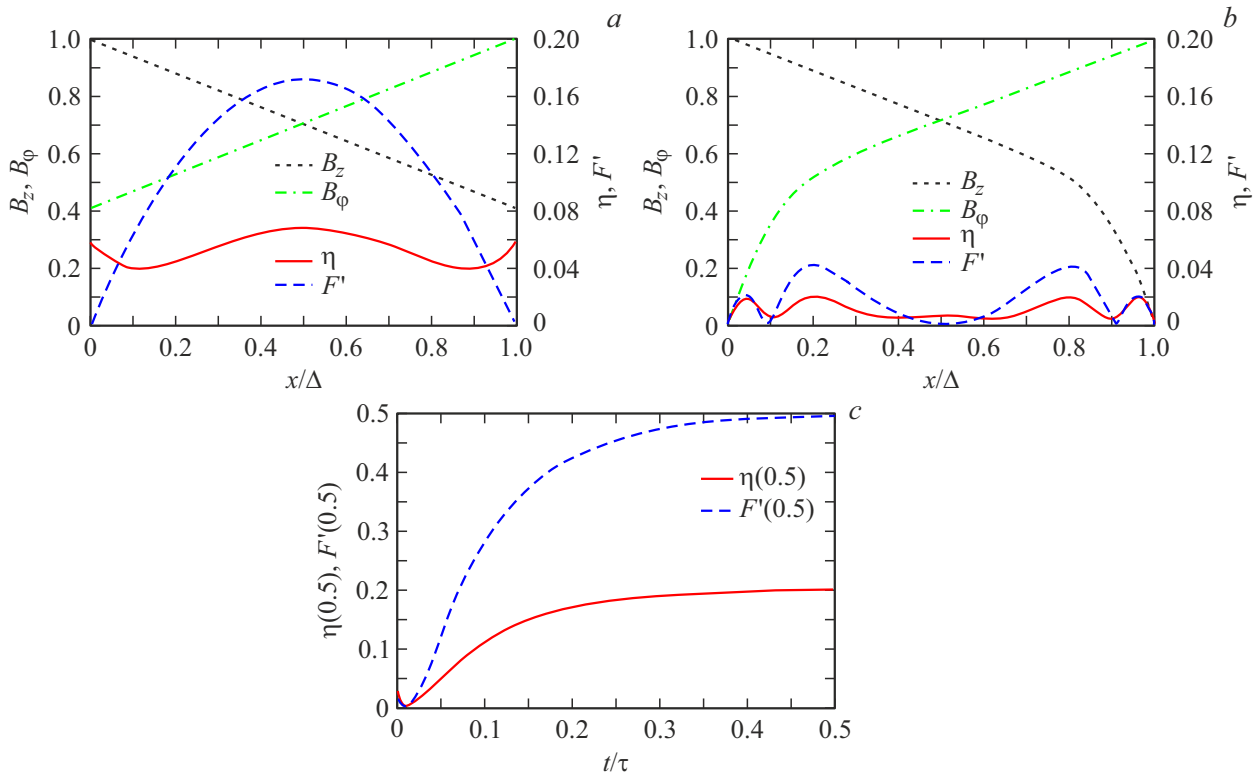
В отсутствие скрещенных внешних полей  $B_1 = 0$  и  $F_{\max} = B_0^2/4\mu_0$ . При условии, что  $B_1 = (\sqrt{2} - 1)B_0 \approx 0.414B_0$ , магнитное давление в средней точке равно  $P_M(\Delta/2) = (1/2\mu_0)B_0^2$ , а на границе  $P_M(0) = (1/2\mu_0)(1 + (\sqrt{2} - 1)^2)B_0^2$  (рис. 2, a). При этом  $F_{\max} = 0.172B_0^2/2\mu_0$ , а нормированное напряжение принимает значение  $\eta_{\max} \approx 0.07$ . Этот эффект достигается при использовании внешних полей с индукцией, существенно меньшей, чем индукция поля на оси магнита  $B_0$ .

В соответствии с поставленной задачей в работе рассматриваются механические напряжения, возникающие

в импульсном режиме, когда длительность протекания тока в обмотке соизмерима с характерным временем диффузии магнитного поля в проводник  $\tau \approx \mu_0\Delta^2/\rho$ , где  $\rho$  — удельное сопротивление.

Специфику формирования напряженного состояния обмотки в таком режиме показывает пример, когда внешние поля с граничными значениями индукции на границах  $B_1$  после их установления мгновенно выключаются. В результате абсолютные значения индукции на обеих границах становятся равными  $B_0$ . В рассмотренном выше примере в средней точке обмотки на время, много меньшее времени диффузии поля, индукция сохраняет свое значение:  $B_z(\Delta/2) = B_\phi(\Delta/2) = B_0/\sqrt{2}$ . При этом магнитное давление на границе принимает такое же значение, как в средней точке:  $P_M(0) = P_M(\Delta/2) = B_0^2/2\mu_0$ . В указанной точке равнодействующая и напряжения становятся равными нулю. Рис. 2, b показывает, что после отключения внешнего поля по всей толще витка нормированное напряжение не превосходит значения 0.02, т.е. оно снижается приблизительно в 3 раза по сравнению с его значением в статическом режиме. Однако со временем напряжения возрастают в процессе затухания дополнительного поля во всем объеме проводника. Это показывают зависимости равнодействующей и нормированного напряжения от времени (рис. 2, c). К моменту  $t \approx 0.07\tau$  нормированное напряжение достигает значения 0.07, и далее система возвращается в состояние, характерное для статического режима без внешних полей ( $\eta = 0.2$ ). Поэтому при реализации квазибесселивого магнита в импульсном режиме работы целесообразно произвести отключение основного поля раньше времени установления стационарного состояния.

Возможность снижения механических напряжений в импульсном поле в случаях, представляющих практический интерес, рассмотрена на двух примерах.



**Рис. 2.** *a* — случай стационарного поля:  $B_z, B_\phi$  — результирующие компоненты индукции,  $\eta$  и  $F'$  — нормированные значения эквивалентного механического напряжения и равнодействующей ( $F' = 2\mu_0 F/B_0^2$ ); *b* — те же зависимости в момент  $t = 0.005\tau$  после мгновенного отключения дополнительных полей; *c* — временные зависимости  $\eta$  и  $F'$  для середины слоя.

Нормированные механические напряжения

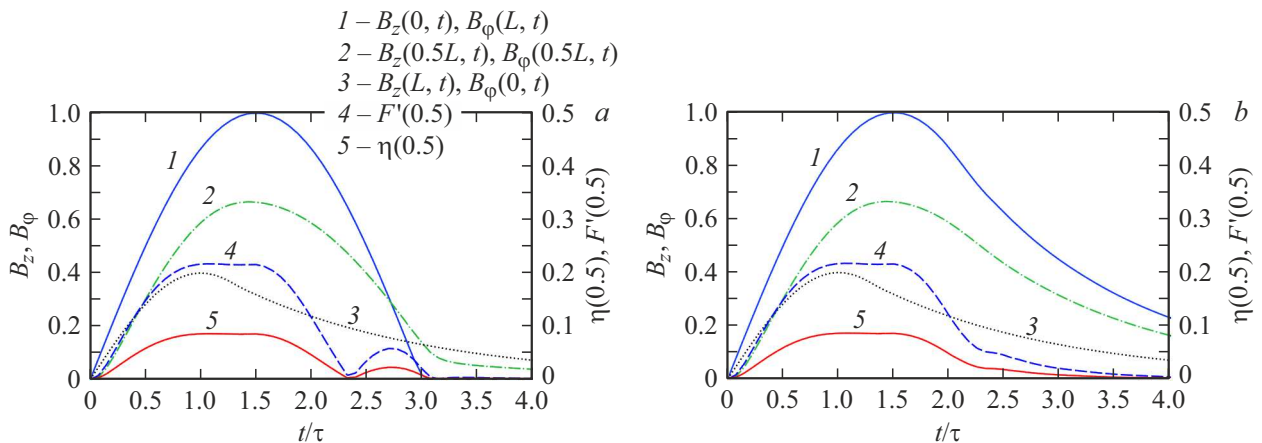
$B_1/B_0$	$t_0/\tau$	sin—crowbar			crowbar—crowbar			
		$t_1/\tau$	$t_2/\tau$	$\eta_{\max}$	$t_1/\tau$	$t_2/\tau$	$t_3/\tau$	$\eta_{\max}$
0.5	1.5	0.85	2.06	0.073	0.86	1.78	1.46	0.074
0.5	2	1.37	1.75	0.063	1.37	1.90	2.00	0.063
0.5	2.5	1.84	1.68	0.057	1.84	1.62	2.16	0.057
0.4	1.5	1.00	1.70	0.086	1.00	1.66	1.50	0.086
0.4	2	1.45	1.24	0.080	1.45	1.28	1.73	0.080
0.4	2.5	1.93	1.66	0.077	1.93	1.91	1.78	0.077
0.3	1.5	1.07	1.61	0.111	1.08	1.65	1.30	0.111
0.3	2	1.54	1.92	0.105	1.54	1.90	1.54	0.105
0.3	2.5	2.05	2.00	0.103	2.04	2.00	1.81	0.103

1. Зависимость от времени импульсного поля основной обмотки имела вид одной полуволны синусоиды длительностью  $2t_0$  и амплитудой  $B_0$ , а внешние поля включались одновременно с основным, нарастали во времени по синусоидальному закону до амплитудного значения  $B_1$  за время  $t_1$ , а затем затухали по экспоненциальному закону с постоянной времени  $t_2$  (режим sin—crowbar).

2. Основное и внешние поля включались одновременно, нарастали во времени по синусоидальному закону до амплитудного значения  $B_0$  и  $B_1$  за время  $t_0$  и  $t_1$  соответственно, а затем затухали по экспоненциальному

закону с постоянной времени  $t_3$  и  $t_2$  соответственно (режим crowbar—crowbar).

При заданных величинах  $B_0, t_0$  и  $B_1$  выполнены расчеты по минимизации максимума нормированных механических напряжений  $\eta_{\max}$ . Параметры  $t_1/\tau, t_2/\tau, t_3/\tau$ , обеспечивающие минимальное значение  $\eta_{\max}$ , представлены в таблице. Эти данные позволяют выбрать параметры импульса, руководствуясь приемлемым уровнем  $\eta_{\max}$ . На рис. 3 представлены примеры зависимостей от времени величин, характеризующих процесс формирования механических напряжений в основной обмотке. Приведенные временные зависимости этих величин для



**Рис. 3.** Временные зависимости индукции  $B_z$ ,  $B_\phi$  на границах и в середине проводящего слоя, а также нормированных механических напряжений  $\eta$  и равнодействующей  $F'$  в середине слоя. *a* — sin-crowbar, *b* — crowbar-crowbar.

импульсов с параметрами  $t_0 = 1.5\tau$ ,  $B_1 = 0.4B_0$  показывают, что в этих примерах отклонение максимального значения нормированных эквивалентных механических напряжений на протяжении всего импульса не превышает значения  $\eta_{\max} = 0.086$ , что мало отличается от результата расчета статического режима.

Различия между двумя режимами невелики. Основной фактор, влияющий на значение нормированных эквивалентных напряжений  $\eta_{\max}$ , — это отношение амплитуд  $B_1/B_0$ . Даже небольшое внешнее поле ( $B_1/B_0 = 0.3$ ) в сравнении со случаем его отсутствия ( $B_1/B_0 = 0$ ) снижает  $\eta_{\max}$  приблизительно в 2 раза.

Таким образом, достигнута цель работы, ее результаты подтверждают возможность существенного снижения механических напряжений в квазибессиловой обмотке соленоида, внесенного в скрещенные внешние поля, не только в статическом, но и в импульсном поле. В примере, представленном на рис. 3, при значении  $\eta_{\max} = 0.086$  эквивалентное механическое напряжение 1 ГПа имеет место в поле с индукцией около 170 Т. Это показывает перспективность использования описанного метода при получении импульсных магнитных полей мегагауссного уровня в неразрушаемых магнитах.

### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 18-19-00230).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

[1] D.N. Nguyen, J. Michel, C.H. Mielke, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **26** (4), 4300905 (2016). DOI: 10.1109/TASC.2016.2515982

[2] T. Peng, F. Jiang, Q.Q. Sun, Y. Pan, F. Herlach, L. Li, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **26** (4), 4300504 (2016). DOI: 10.1109/TASC.2015.2513366

[3] T. Peng, S.B. Liu, Y. Pan, Y.L. Lv, H.F. Ding, X.T. Han, H.X. Xiao, S. Wang, S. Jiang, L. Li, *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, **32** (6), 4300104 (2022). DOI: 10.1109/TASC.2022.3148049

[4] A.S. Nemov, A.D. Lagutkina, G.A. Shneerson, *IEEE Trans. Magn.*, **58** (3), 8000609 (2022). DOI: 10.1109/TMAG.2022.3140925

[5] А.А. Кузнецов, *ЖТФ*, **31** (6), 650 (1961).

[6] Г.А. Шнеерсон, О.С. Колтунов, В.Ю. Хозиков, *ЖТФ*, **72** (1), 110 (2002). [G.A. Shneerson, O.S. Koltunov, V.Yu. Khozikov, *Tech. Phys.*, **47** (1), 107 (2002). DOI: 10.1134/1.1435948].

[7] Г.А. Шнеерсон, А.А. Парфентьев, В.В. Титков, С.И. Кривошеев, А.Д. Лагуткина, А.С. Немов, А.П. Ненасhev, С.А. Шиманский, *Письма в ЖТФ*, **47** (11), 40 (2021). DOI: 10.21883/PJTF.2021.11.51007.18639 [G.A. Shneerson, A.A. Parfentiev, V.V. Titkov, S.I. Krivosheev, A.D. Lagutkina, A.S. Nemov, A.P. Nenashev, S.A. Shimansky, *Tech. Phys. Lett.*, **47**, 573 (2021). DOI: 10.1134/S1063785021060134].

[8] Г.А. Шнеерсон, *Письма в ЖТФ*, **37** (19), 51 (2011). [G.A. Shneerson, *Tech. Phys. Lett.*, **37** (10), 914 (2011). DOI: 10.1134/S1063785011100129].

[9] S.P. Timoshenko, J.N. Goodier, *Theory of elasticity*, 3rd ed. (McGraw-Hill, N.Y., 1970).

[10] G.A. Shneerson, A.V. Khlybov, A.A. Belov, A.P. Nenashev, A.A. Parfentiev, S.A. Shimansky, *Mater. Phys. Mech.*, **48** (3), 355 (2022). DOI: 10.18149/MPM.4832022\_6

[11] A.P. Nenashev, A.A. Parfentiev, G.A. Shneerson, I.A. Veчерov, S.A. Shimansky, *IEEE Trans. Plasma Sci.*, **46** (9), 3209 (2018). DOI: 10.1109/TPS.2018.2852007