

09
**Дифракционная математическая модель лазерного
спекл-интерферометра поперечных смещений рассеивающего
объекта**

© Л.А. Максимова,¹ Н.Ю. Мысина,¹ Б.А. Патрушев,^{1,2} В.П. Рябухо^{1,2}

¹ Институт проблем точной механики и управления — обособленное структурное подразделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального исследовательского центра „Саратовский научный центр РАН“, 410028 Саратов, Россия

² Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 410012 Саратов, Россия
e-mail: MaksimovaLA@yandex.ru

Поступило в Редакцию 16 января 2023 г.

В окончательной редакции 16 января 2023 г.

Принято к публикации 16 января 2023 г.

На основе дифракционных преобразований волновых полей разработана математическая модель спекл-интерферометра поперечных смещений рассеивающего объекта и выполнено численное моделирование спекл-модулированных интерференционных картин и сигналов на выходе интерферометра. Для моделирования использовались численные расчеты пространственного распределения комплексных амплитуд волновых полей в интерферометре при освещении смещаемой рассеивающей поверхности двумя наклонно падающими лазерными гауссовыми пучками. Выполнен статистический численный эксперимент по определению погрешности измерений смещения рассеивающей поверхности, вызываемой сменой реализаций интерферирующих спекл-полей. Результаты моделирования хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований поперечных смещений в диапазоне до 600 мкм.

Ключевые слова: интерференция, дифракция, спекл-интерферометрия, лазерный интерферометр, интерференционная картина, спекл-модуляция, компьютерное моделирование, математическая модель.

DOI: 10.21883/JTF.2023.04.55041.3-23

Введение

Интерференционные картины и сигналы, формируемые на выходе лазерных спекл-интерферометров, имеют стохастический спекл-модулированный характер, обусловленный тем, что исследуемые с помощью такого интерферометра технические или биологические объекты имеют рассеивающую поверхность. При отражении от такой поверхности рассеянное лазерное волновое поле приобретает спекл-модуляцию [1–3], возникающую в результате наложения и интерференции волн, рассеянных на микронеоднородностях контролируемой шероховатой поверхности.

На интерференции света, отраженного от неоднородных поверхностей, основаны методы измерения и контроля, позволяющие исследовать микросмещения и микродеформации рассеивающих объектов технического и биологического происхождения [1–14], определять степень шероховатости рассеивающей поверхности [12,15]. В ряде практических задач в науке, технике, биомедицинских исследованиях возникает практическая необходимость измерять параметры движения рассеивающих объектов — микросмещения, скорость, ускорение. Ряд таких задач решается с помощью спекл-интерферометров, в которых контролируемая рассеивающая поверхность освещается двумя

лазерными пучками, падающими под разными углами на поверхность [16–19].

Математическое моделирование часто служит необходимым инструментом для исследования процессов, происходящих в различных измерительных оптических системах [20–23]. Разработка математической модели спекл-интерферометра позволяет установить границы применимости метода и оценить погрешности измерений, позволяет найти оптимальные параметры оптической системы спекл-интерферометра [24,25]. Дифракционные процессы, имеющие место в спекл-интерферометрах, являются основой для моделирования сложных измерительных сигналов в таких интерференционных измерительных системах и получения точных результатов для исследований на системном уровне [12,26].

Цель настоящей работы состояла в разработке математической модели процессов формирования спекл-модулированных интерференционных картин и сигналов на выходе спекл-интерферометра поперечных смещений рассеивающего объекта, позволяющей выявлять свойства и количественные параметры интерференционных измерительных сигналов, исследовать достоверность экспериментальных результатов и определять точность производимых измерений, проводить правильную оценку возможных погрешностей измерений и выяв-

лять их причину. Для проверки достоверности предложенной математической модели в настоящей работе выполнено численное моделирование сигналов спекл-интерферометра на основе расчетов с использованием дифракционных преобразований пространственных распределений комплексных амплитуд волновых полей в интерферометре при освещении смещаемой рассеивающей поверхности наклонно падающими на нее лазерными гауссовыми пучками, часто используемых на практике. Разработка дифракционной теории формирования сигнала интерферометра направлена на установление физических причин возникновения измерительного сигнала интерферометра при поперечном смещении рассеивающей поверхности, связанных с фазовой модуляцией рассеянных волновых полей, что не требует привлечения представлений об эффекте Доплера [27–32].

1. Дифракционные интерференционные картины на выходе спекл-интерферометра поперечных смещений рассеивающего объекта с гауссовыми лазерными освещающими пучками

Для исследования процессов формирования измерительного сигнала спекл-интерферометра выполнено численное моделирование интерференционных спекл-модулированных картин, формирующихся на выходе интерферометра. В рассматриваемом спекл-интерферометре поперечных смещений освещающие лазерные гауссовы

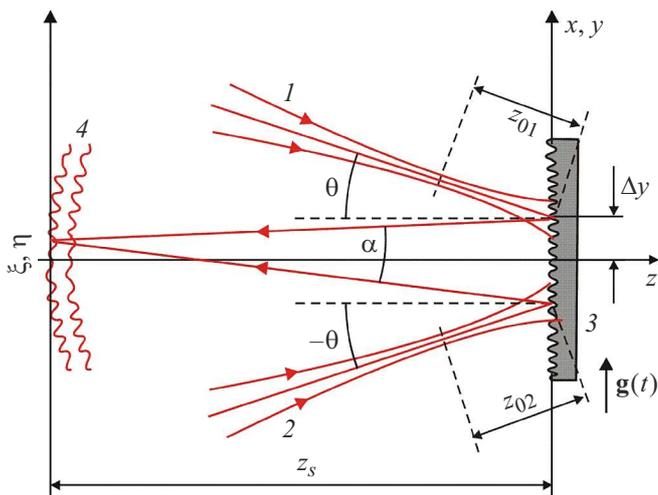


Рис. 1. Схема освещения рассеивающей поверхности двумя гауссовыми лазерными пучками и формирования дифракционной спекл-модулированной интерференционной картины на выходе спекл-интерферометра поперечных смещений поверхности: 1, 2 — освещающие лазерные пучки, 3 — объект с рассеивающей поверхностью, $g(t)$ — вектор поперечного смещения поверхности, 4 — рассеянные дифракционные волновые поля на выходе интерферометра.

пучки падают симметрично на рассеивающую поверхность в плоскости y, z под углами θ и $-\theta$ (рис. 1). При этом оптические оси пучков не пересекаются на поверхности, и центры освещенных пучками областей смещены на величину $2\Delta y$ в плоскости падения пучков.

На рис. 2 представлены образцы смоделированных дифракционных спекл-модулированных интерференционных картин, образующихся на выходе интерферометра, и изображения освещенных лазерными пучками областей на рассеивающей поверхности. Интерференционные полосы в спеклах обусловлены относительным смещением освещенных областей на рассеивающей поверхности, и их период определяется уравнением $\Lambda \approx \lambda z_s / 2\Delta y \approx \lambda / \alpha$, где z_s — расстояние от рассеивающей поверхности до выходной плоскости интерферометра ξ, η (рис. 1), α — угол схождения на плоскость ξ, η интерферирующих дифракционных волн. Поперечный размер спеклов $\epsilon_{\perp} \approx \lambda z_s / d$, где d — размер освещенной области на рассеивающей поверхности. Полосы становятся невидимыми (рис. 2, c), если размер спеклов оказывается меньше периода полос $\epsilon_{\perp} \leq \Lambda$, что эквивалентно соотношению $d \geq 2\Delta y$.

В случае падения гауссова пучка под углом θ для записи распределения комплексной амплитуды пучка в плоскости падения необходимо выполнить преобразование координат, выразив координаты x_0, y_0, z_0 , в которых угол падения пучка $\theta = 0$, через новые координаты x, y, z , в которых $\theta \neq 0$:

$$\begin{aligned} y_0 &= y \cos \theta + z \sin \theta, \\ z_0 &= z \cos \theta - y \sin \theta, \\ x_0 &= x. \end{aligned} \tag{1}$$

Распределение комплексной амплитуды гауссова пучка, падающего под углом θ на рассеивающую поверхность, согласно (1), можно записать в следующем виде [33]:

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &= A \frac{w_0}{w(y, z)} \exp \left[-\frac{(x^2 + (y \cos \theta + z \sin \theta)^2)}{w^2(y, z)} \right] \\ &\times \exp \left(i \frac{\pi}{\lambda R(y, z)} (x^2 + (y \cos \theta + z \sin \theta)^2) \right) \\ &\times \exp \left(i \arctg \left(\frac{\lambda(z \cos \theta - y \sin \theta)}{\pi w_0^2} \right) \right) \\ &\times \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} (z \cos \theta - y \sin \theta) \right), \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} w(y, z) &= w_0 \left(1 + \left(\frac{\lambda(z \cos \theta - y \sin \theta)}{\pi w_0^2} \right)^2 \right)^{0.5}, \\ R(y, z) &= (z \cos \theta - y \sin \theta) \left(1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda(z \cos \theta - y \sin \theta)} \right)^2 \right), \end{aligned}$$

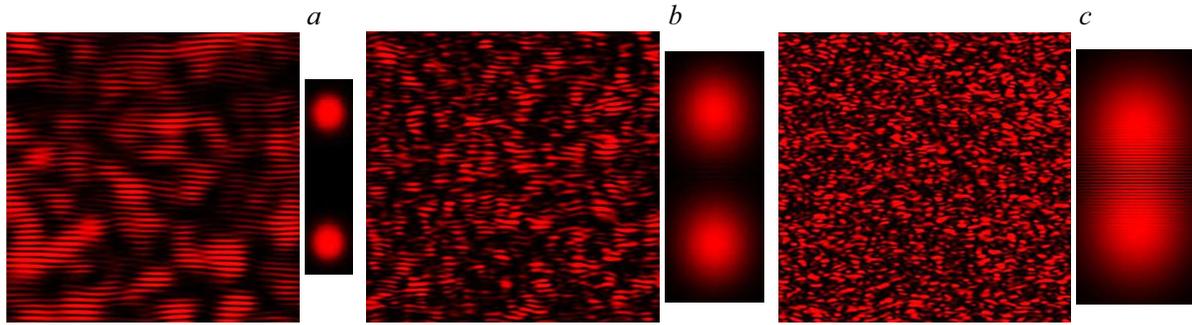


Рис. 2. Смоделированные дифракционные спекл-модулированные интерференционные картины и изображения лазерных пучков в плоскости рассеивающей поверхности. Радиус перетяжки пучков $w_0 = 3 \mu\text{m}$, расстояние между центрами освещающих пучков на рассеивающей поверхности $2\Delta y = 40 \mu\text{m}$. Углы падения пучков $\pm 30^\circ$, длина волны $0.63 \mu\text{m}$. Размер фрагментов спекл-картин $\sim 3 \times 3 \text{ mm}$, расстояние от рассеивающей поверхности до плоскости наблюдения 100 mm . Радиус w волновой поверхности освещающих гауссовых пучков на рассеивающей поверхности: $a - 4.5$, $b - 10$, $c - 20 \mu\text{m}$.

λ — длина волны лазерного пучка, A — действительная амплитуда, которую для удобства вычислений считаем $A = 1$, $w(y, z)$ — радиус пучка по амплитуде, w_0 — радиус перетяжки пучка, $R(y, z)$ — радиус кривизны волнового фронта пучка.

Для исследования фазового распределения в волновом поле, формирующемся в интерферометре, необходимо определить поверхности одинаковой фазы в падающем на поверхность гауссовом пучке $\varphi_1(x, y, z) = n\pi$ из (2) при угле падения $\theta = 0$ и при начальной фазе $\varphi_0 = 0$:

$$\varphi_1(x, y, z) = n\pi = \frac{\pi}{\lambda R_1(z)} (x^2 + y^2) + \arctg\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right) + \frac{2\pi}{\lambda} z, \quad (3)$$

где

$$R_1(z) = z \left(1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right),$$

n — порядковый номер максимума или минимума.

Из (3) определяем уравнение поверхности одинаковой фазы $\varphi_2(x, y, z) = n\pi$ при угле падения гауссова пучка $\theta \neq 0$ и при начальной фазе $\varphi_0 = 0$:

$$\begin{aligned} \varphi_2(x, y, z) = n\pi = & \frac{\pi}{\lambda R_2(y, z)} (x^2 + (y \cos \theta + z \sin \theta)^2) \\ & + \arctg\left(\frac{\lambda(z \cos \theta - y \sin \theta)}{\pi w_0^2}\right) + \frac{2\pi}{\lambda} (z \cos \theta - y \sin \theta), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$R_2(y, z) = (z \cos \theta - y \sin \theta) \left(1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda(z \cos \theta - y \sin \theta)} \right)^2 \right).$$

По формулам (3) и (4) построены кривые одинаковой фазы в плоскости $y, x = 0, z$, при падении гауссовых пучков под углами $\theta = 0^\circ$ и $\pm 30^\circ$, которые представлены на рис. 3.

Комплексные амплитуды $U_1(x, y, z)$ и $U_2(x, y, z)$ волновых полей гауссовых пучков, падающих под углами θ и $-\theta$ на рассеивающую поверхность объекта и смещенных друг относительно друга вдоль оси y на расстояния

Δy и $-\Delta y$ соответственно (рис. 1), рассчитывались с использованием следующих формул:

$$\begin{aligned} U_1(x, y, z) = & A \frac{w_0}{w_1(y, z)} \\ & \times \exp\left[-\frac{(x^2 + ((y - \Delta y) \cos \theta + z \sin \theta)^2)}{w_1^2(y, z)}\right] \\ & \times \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda R_1(y, z)} (x^2 + ((y - \Delta y) \cos \theta + z \sin \theta)^2)\right) \\ & \times \exp\left(i \arctg\left(\frac{\lambda(z \cos \theta - (y - \Delta y) \sin \theta)}{\pi w_0^2}\right)\right) \\ & \times \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (z \cos \theta - (y - \Delta y) \sin \theta)\right), \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$w_1(y, z) = w_0 \left(1 + \left(\frac{\lambda(z \cos \theta - (y - \Delta y) \sin \theta)}{\pi w_0^2} \right)^2 \right)^{0.5},$$

$$R_1 = (z \cos \theta - (y - \Delta y) \sin \theta)$$

$$\times \left(1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda(z \cos \theta - (y - \Delta y) \sin \theta)} \right)^2 \right)$$

с учетом того, что $\cos(-\theta) = \cos \theta$ и $\sin(-\theta) = -\sin \theta$,

$$\begin{aligned} U_2(x, y, z) = & A \frac{w_0}{w_2(y, z)} \\ & \times \exp\left[-\frac{(x^2 + ((y + \Delta y) \cos \theta - z \sin \theta)^2)}{w_2^2(y, z)}\right] \\ & \times \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda R_2(y, z)} (x^2 + ((y + \Delta y) \cos \theta - z \sin \theta)^2)\right) \\ & \times \exp\left(i \arctg\left(\frac{\lambda(z \cos \theta + (y + \Delta y) \sin \theta)}{\pi w_0^2}\right)\right) \\ & \times \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} (z \cos \theta + (y + \Delta y) \sin \theta)\right), \end{aligned} \quad (6)$$

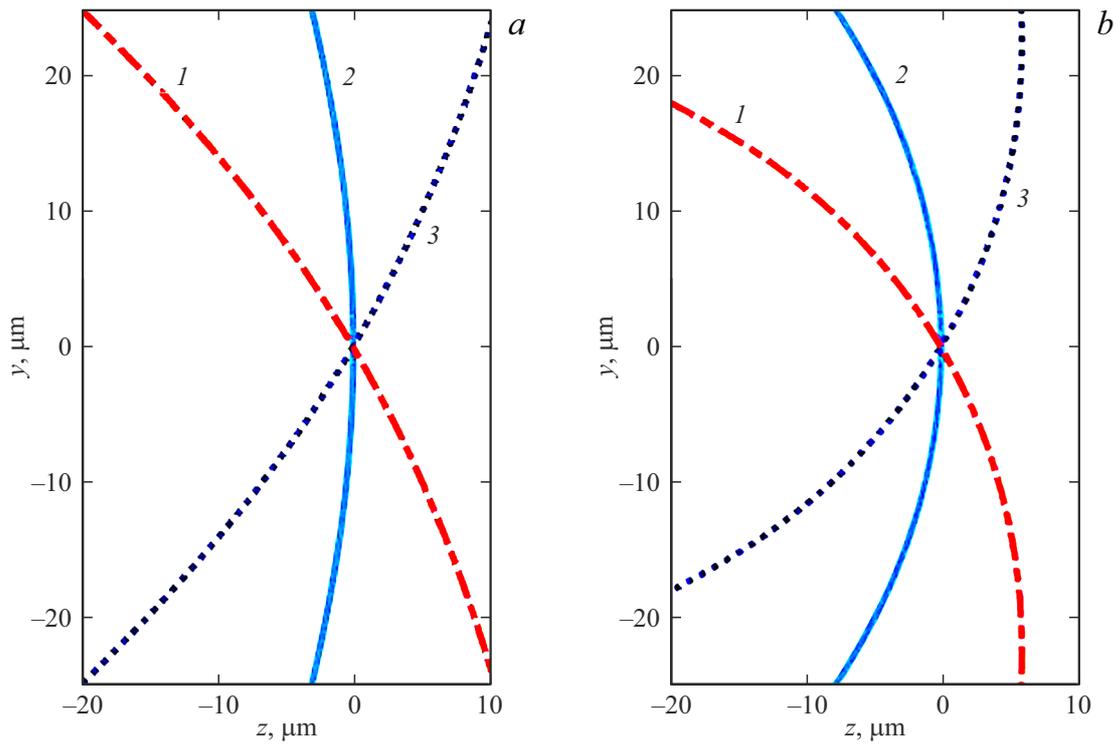


Рис. 3. Кривые одинаковой фазы в плоскости $y, z, x = 0$, при падении гауссовых пучков под углами θ : 1 — -30° , 2 — 0° , 3 — 30° , $n \approx 95$, размер перетяжки пучка w_0 в μm : $a - 3$, $b - 2$, расстояние от перетяжки пучка до линии одинаковой фазы $30 \mu\text{m}$.

где

$$w_2(y, z) = w_0 \left(1 + \left(\frac{\lambda(z \cos \theta + (y + \Delta y) \sin \theta)}{\pi w_0^2} \right)^2 \right)^{0.5},$$

$$R_2 = (z \cos \theta + (y + \Delta y) \sin \theta) \times \left(1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda(z \cos \theta + (y + \Delta y) \sin \theta)} \right)^2 \right).$$

Для формирования случайной составляющей волнового поля задавались комплексные коэффициенты отражения рассеивающей поверхности $\rho_1(x, y) = \rho(x, y - \Delta y)$ и $\rho_2(x, y) = \rho(x, y + \Delta y)$, которые определяют эффект стохастической амплитудно-фазовой модуляции освещающих лазерных пучков и соответственно эффект рассеяния лазерных пучков шероховатой поверхностью объекта:

$$\rho_1(x, y) = \rho_{01}(x, y) \exp(iu_1(x, y)),$$

$$\rho_2(x, y) = \rho_{02}(x, y) \exp(iu_2(x, y)), \quad (7)$$

где $u_1(x, y)$ и $u_2(x, y)$ — числовые матрицы случайных независимых величин, равномерно распределенных в интервале от 0 до 2π . Для упрощения можно полагать, что при отражении от шероховатой поверхности имеет место только фазовая случайная модуляция, а амплитудная модуляция отсутствует — $\rho_0(x, y) \approx 1$. Таким образом, случайные составляющие волновых полей, возникающие при их рассеянии на неоднородностях поверхности, формировались в виде дискретного массива независимых

круговых гауссовых случайных величин [34,35]. Попиксельная корреляция поля позволяет считать такое поле фактически δ -коррелированным, что чаще всего и имеет место в реальности при рассеянии света на шероховатых поверхностях с мелкоструктурными неоднородностями.

Волновые поля отраженных рассеивающей поверхностью гауссовых пучков в непосредственной близости от поверхности — граничные волновые поля — формально можно представить в виде

$$U_1(x, y) = \rho_1(x, y)U_1(x, y),$$

$$U_2(x, y) = \rho_2(x, y)U_2(x, y). \quad (8)$$

В интерференционном эксперименте для локального контроля смещений поверхности часто используют сфокусированные на поверхность или вблизи поверхности лазерные пучки, а сигнал интерференции регистрируют в дальней области дифракции рассеянного волнового поля. Поэтому для определения распределения суммарного волнового поля на выходе интерферометра можно использовать фурье-преобразование граничного волнового поля, формируемого непосредственно около рассеивающей поверхности:

$$U_{1,2}(\xi, \eta) = \mathbf{F}\{U_{1,2}(x, y)\} = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (\rho_1(x, y)U_1(x, y) + \rho_2(x, y)U_2(x, y)) \exp \left[i2\pi \left(x \frac{\xi}{M} + y \frac{\eta}{N} \right) \right], \quad (9)$$

где $[M \times N]$ — размер числовой матрицы, содержащей дискретное распределение комплексной амплитуды поля в плоскости x, y .

Для численного расчета комплексных амплитуд рассеянных полей в дальней области дифракции в системе MATLAB использовался алгоритм быстрого фурье-преобразования [36]. Построения полнокадровых изображений (рис. 2), с целью визуализации процессов на выходе спекл-интерферометра, производились с использованием формул дифракционных преобразований для дальней зоны дифракции [37,38]. Моделирование спекл-модулированных интерференционных картин, представленных на рис. 2, проводилось согласно формулам (1)–(9).

2. Моделирование измерительных сигналов лазерного спекл-интерферометра поперечных смещений рассеивающей поверхности

Пространственное распределение интенсивности суммарного дифракционного волнового поля $I(\xi, \eta)$ на выходе интерферометра имеет пространственные осцилляции — интерференционные полосы — в отдельных спеклах поля (рис. 2). При изменении во времени величины поперечного смещения g рассеивающей поверхности возникают временные осцилляции интенсивности в каждой точке интерференционной картины $I(\xi, \eta, t)$, что проявляется в направленном смещении интерференционных полос в спеклах. Определяя численно функцию $I(t)$ — временную осциллограмму в некоторой точке с координатами (ξ, η) , — можно определить величину смещения $g(t)$ по количеству осцилляций этой функции.

На рис. 4 и 5 представлены временные цифровые интерферограммы (осциллограммы) — кривые изменения интенсивности $I(t)$, формирующиеся в области дифракции в точке наблюдения с координатами $\xi = 0, \eta = 0, z = 100 \text{ mm}$ при поперечном периодическом смещении рассеивающей поверхности $g(t)$ с амплитудой g_0 , существенно превышающей размеры освещенных лазерными пучками областей на поверхности, $g_0 \gg d$. Высокочастотные осцилляции $I(t)$ на графиках рис. 4 не разрешаются (сливаются), а видны низкочастотные флуктуации $I(t)$, обусловленные сменой реализаций интерферирующих спекл-полей при превышении величины смещения g размеров d областей, освещенных лазерными пучками, на поверхности, $g(t) > d$.

При наблюдении интерференции на выходе интерферометра не в дальней, а в ближней области дифракции, комплексная амплитуда дифракционного поля $U(\xi, \eta, z)$ определяется суперпозицией элементарных сферических волн, приходящих от элементарных квазиточечных источников — неоднородностей рассеивающей поверхности [37]. Согласно этому представлению, для распределения суммарного поля $U(\xi, \eta, z)$ на выходе

интерферометра можно записать выражение

$$U(\xi, \eta, z, t) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} (\rho_1(x, y, t)U_1(x, y) + \rho_2(x, y, t) \times U_2(x, y)) \frac{\exp[i \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}]}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}}.$$

Интерференционные осцилляции $I(t)$ на выходе интерферометра обусловлены возникновением различных по величине фазовых сдвигов φ_1 и φ_2 в двух рассеянных волновых полях при смещении рассеивающей поверхности в направлении, параллельном плоскости падения лазерных пучков на поверхность. Волновое поле, образованное пучком света, падающим на рассеивающую поверхность в направлении, параллельном плоскости падения пучка, имеет в плоскости поверхности пространственный период Λ_y , зависящий от угла падения пучка $\pm\theta$, $\Lambda_y = \lambda / \sin(\pm\theta)$. При смещении рассеивающей поверхности на величину g в рассеянных поверхностью волнах возникают фазовые сдвиги $\varphi = 2\pi(g/\Lambda_y) = 2\pi g \sin(\pm\theta)/\lambda$, так что возникает разность фаз $\Delta\varphi(g) = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi g 2 \sin \theta / \lambda$ в волновых полях, рассеянных от каждого падающего на поверхность лазерного пучка.

Величина разности фаз $\Delta\varphi(g)$ в интерференционном эксперименте определяется по числу полных осцилляций или полуосцилляций интенсивности интерференционного поля на выходе интерферометра, возникающих при каждом изменении разности фаз $\Delta\varphi(g)$ на 2π или на π . Таким образом, фазовый сдвиг $\Delta\varphi(g) = \pi m$ соответствует смещению рассеивающей поверхности на величину

$$g = m \frac{\lambda}{4 \sin \theta}, \quad (10)$$

где m — число полуосцилляций временного сигнала интерферометра $I(t)$ (рис. 4, а и 5, а).

Производить подсчет полуосцилляций сигнала $I(t)$ более удобно и точно по осциллограмме $\tilde{I}(t)$ с вычтенными средними значениями при переходе графика через нулевые значения (рис. 4, б и 5, б).

В численном эксперименте, результаты которого представлены на рис. 4, смещение рассеивающей поверхности объекта $g(t)$ задавалось по гармоническому закону (рис. 4, с):

$$g(t) = g_0 \sin(2\pi t_N/T), \quad (11)$$

где амплитуда смещения рассеивающей поверхности объекта $g_0 = 30 \mu\text{m}$, T — период смещения рассеивающей поверхности, t_N — моменты времени, соответствующие отсчетам N , при которых происходит регистрация пространственных интерферограмм — интерференционных картин $I(\xi, \eta)$.

Для моделирования временных интерферограмм, представленных на рис. 5, величина и закон поперечного смещения рассеивающей поверхности $g(t)$ задавались, согласно закону смещения, определенному из натурального

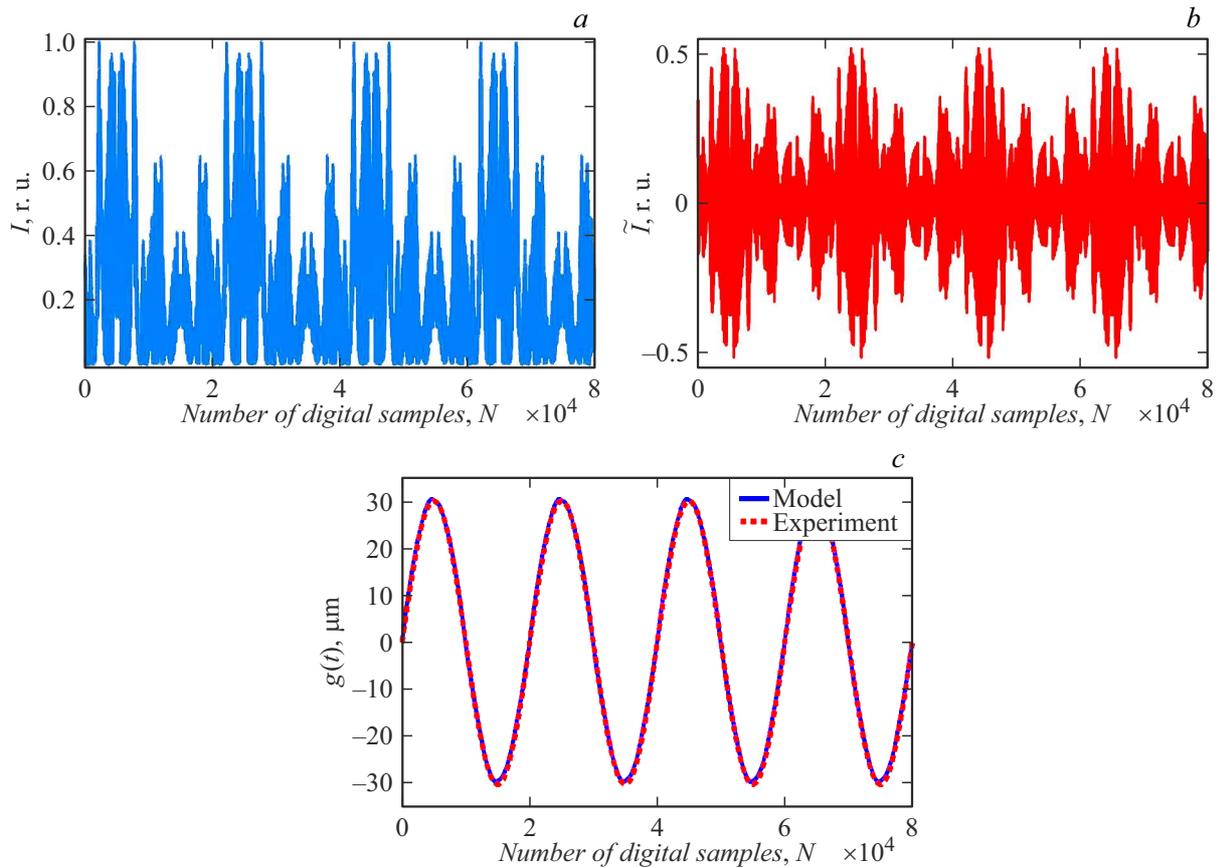


Рис. 4. Смоделированные временные интерферограммы, регистрируемые в дальней области дифракции при падении на исследуемую рассеивающую поверхность гауссовых освещающих пучков с радиусом перетяжки пучка $3\ \mu\text{m}$ при переменном гармоническом смещении рассеивающей поверхности (*a*); *b* — интерферограмма с вычтенным средним значением — переменная составляющая сигнала $\tilde{I}(N)$; *c* — графики поперечного периодического смещения рассеивающей поверхности $g(t)$ — заданного и восстановленного из интерферограммы $\tilde{I}(N)$; длина волны лазерного излучения $\lambda = 0.63\ \mu\text{m}$.

эксперимента, подобного рассмотренному в [39], при нагреве и последующем охлаждении исследуемого объекта. Правильность подхода, используемого в численном моделировании, подтверждается совпадением результатов эксперимента и моделирования — графики смещения на рис. 5, *c*, полученные из натурального эксперимента и моделирования, совпадают с высокой точностью.

В численном эксперименте величины тангенциального смещения рассеивающей поверхности $g_1(t_N) = g_1(N)$ и $g_2(t_N) = g_2(N)$, соответствующие интервалам нагрева и охлаждения объекта, определялись с помощью уравнений, установленных по результатам натурального эксперимента:

$$g_1(N) = ab \frac{N^{(1-c)}}{1 + bN^{(1-c)}}, \quad (12)$$

$$g_2(N) = a_0 + a_1 \exp\left(-\frac{N - N_2}{t_1}\right) + a_2 \exp\left(-\frac{N - N_2}{t_2}\right) + a_3 \exp\left(-\frac{N - N_2}{t_3}\right), \quad (13)$$

где N — номер отсчета момента времени записи кадров интерференционных картин. Функция $g_1(N)$ определяет часть общего графика смещения (рис. 5, *c*) рассеивающей поверхности объекта в результате его нагрева с момента $N_1 = 0$ — начала нагрева, и до момента N_2 — отключения нагрева. Функция $g_2(N)$ описывает вторую часть графика — остывание, началом которой является конец первой части, а именно момент отключения нагрева N_2 , и заканчивающийся в некоторый момент N_3 прекращения записи кадров интерференционной картины.

Процесс подбора функций $g_1(N)$ и $g_2(N)$ проводился в среде OriginLab. В программу загружался массив данных о тангенциальном смещении рассеивающей поверхности объекта, полученных в результате натурального эксперимента, по которым можно воссоздать график величины смещения. Затем были подобраны аналитические выражения (12) и (13) для $g_1(N)$ и $g_2(N)$. Функции, имеющие самый высокий коэффициент детерминации — 0.99, позволяющие с максимальной точностью воспроизвести экспериментальные данные, были использованы при моделировании интерференционных картин в численном эксперименте. Коэффициенты в (12) и (13) также подбирались в автоматическом

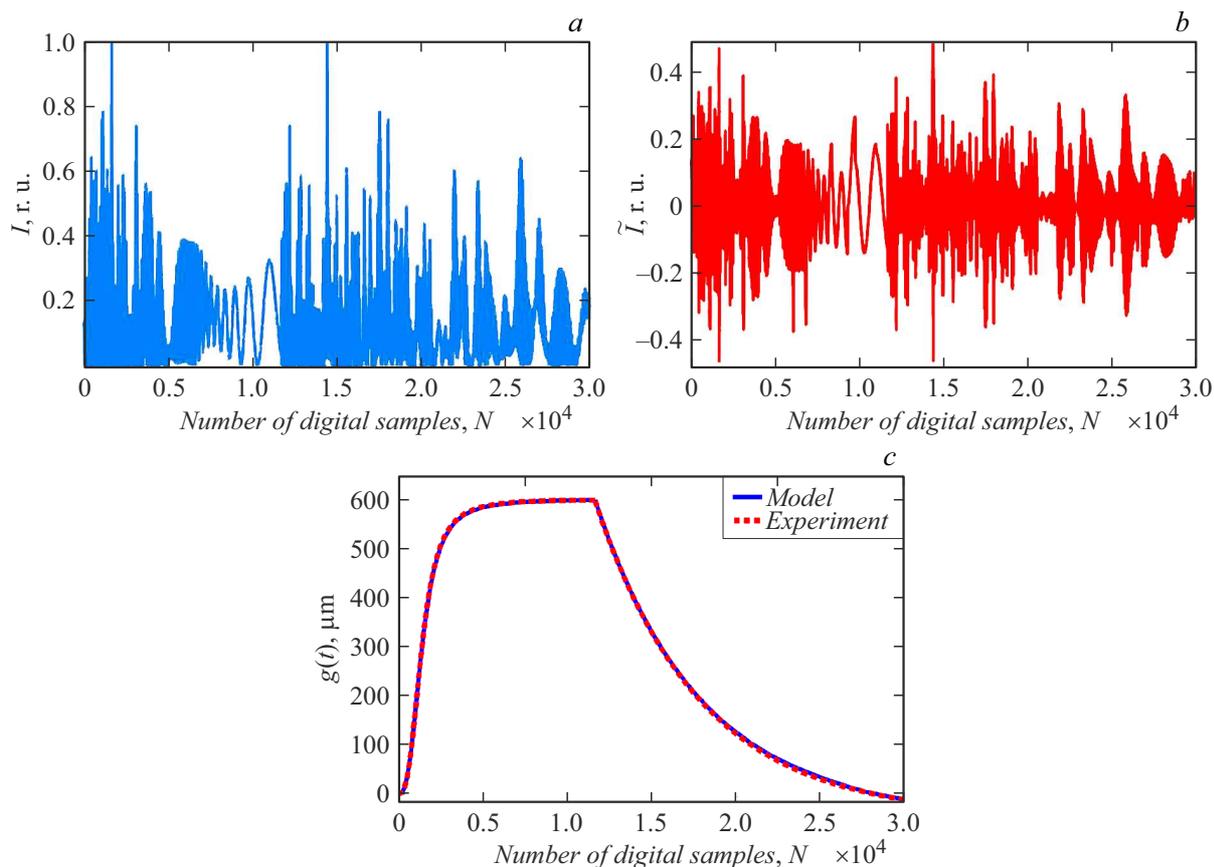


Рис. 5. Смоделированные временные интерферограммы, наблюдаемые в дальней области дифракции при падении на исследуемую рассеивающую поверхность гауссовых освещающих пучков с радиусом перетяжки пучка $3\ \mu\text{m}$ (*a*); *b* — интерферограмма с вычтенным средним значением — переменная составляющая $\tilde{I}(N)$; *c* — графики смещения рассеивающей поверхности, полученные из экспериментальной и смоделированной (рис. 5, *a*) интерферограмм, длина волны лазерного излучения $\lambda = 0.63\ \mu\text{m}$.

режиме. В частности, для численного моделирования сигнала интерферометра получены и использованы в уравнениях (12) и (13) следующие коэффициенты: $a = 601.52156$; $b = 7.06915 \cdot 10^{-10}$; $c = -1.90501$; $y_0 = -45.98393$; $a_1 = 1404.79866$; $t_1 = 6195.73625$; $a_2 = 1404.79866$; $t_2 = 6195.73625$; $a_3 = 1404.79866$; $t_3 = 6195.73625$; $N_2 = 11\ 645$; $N_3 = 29\ 849$.

Результаты численного моделирования процессов формирования спекл-модулированных интерференционных картин и сигналов на выходе спекл-интерферометра поперечных смещений рассеивающего объекта показывают хорошее совпадение с результатами экспериментальных исследований поперечных температурных смещений в диапазоне до $600\ \mu\text{m}$, о чем свидетельствует совпадение графиков на рис. 5, *c*.

3. Статистический численный эксперимент по определению погрешности измерения смещений рассеивающей поверхности

Математическая модель интерферометра и моделирование его сигнала при определенных поперечных сме-

щениях рассеивающей поверхности предоставляют возможность с помощью численного эксперимента оценить погрешность измерения величины смещения, обусловленную флуктуациями сигнала, вызываемыми сменой реализаций интерферирующих спекл-полей, что практически невозможно сделать в натурном эксперименте. В настоящей работе выполнен такой статистический численный эксперимент по определению погрешности измерения равномерного смещения рассеивающей поверхности. На рис. 6 представлены интерферограммы равномерного поперечного смещения поверхности при различных реализациях рассеивателей поверхности и усредненный график смещения, полученный по 50 реализациям рассеивателей.

В численном эксперименте задавалось равномерное поперечное смещение рассеивающей поверхности, график которого представлен на рис. 6, *c*. Затем для равномерного смещения рассеивающей поверхности $g(t)$ и для дальней области дифракции рассчитывались временные цифровые интерферограммы (осциллограммы) — кривые изменения интенсивности $I(t)$. Определив из графика $I(t)$ число полуосцилляций, по формуле (10) мы определяли смещение рассеивающей поверхности для каждого момента времени t_N и получали величину

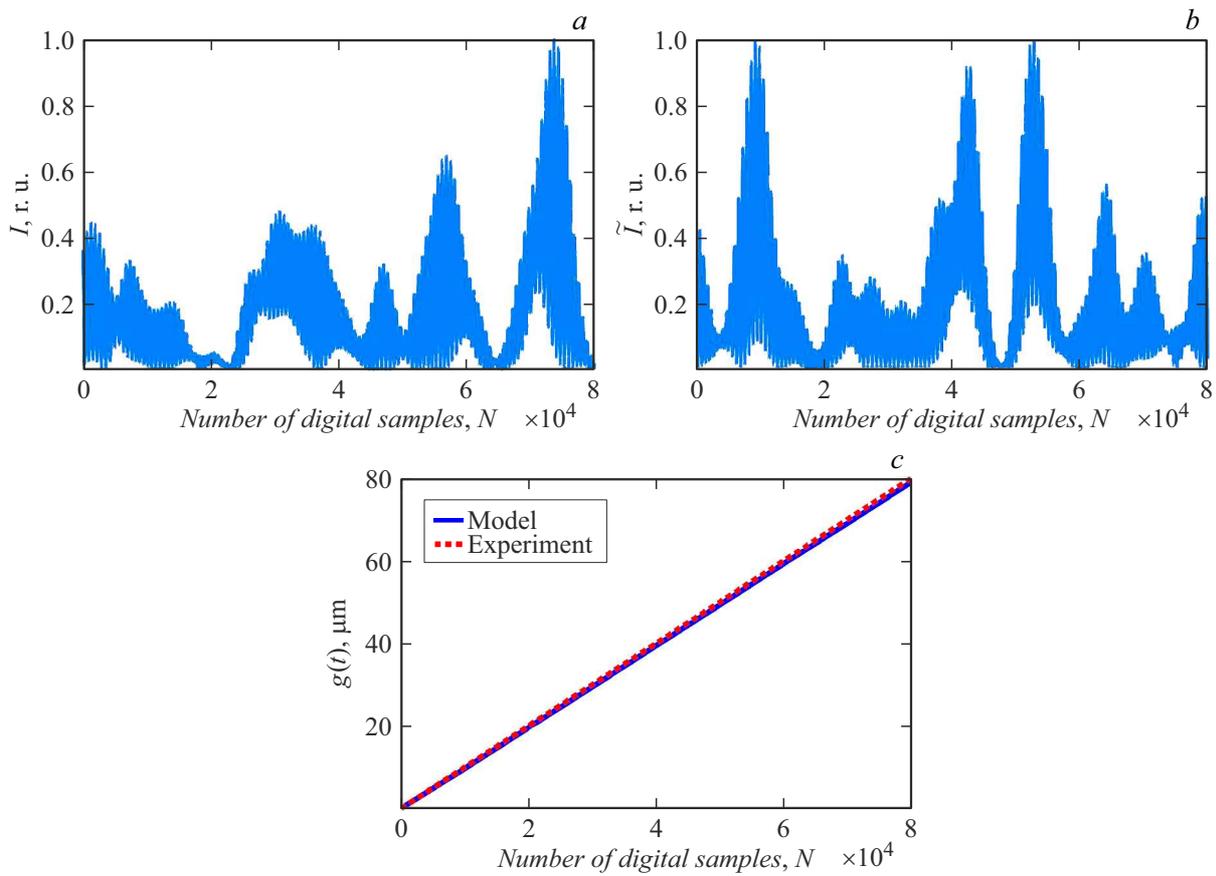


Рис. 6. Примеры смоделированных интерферограмм равномерного поперечного смещения рассеивающей поверхности (a, b); график заданного равномерного поперечного смещения и восстановленный по интерферограммам график смещения рассеивающей поверхности, усредненный по 50 реализациям рассеивателей поверхности (c). Радиус перетяжки лазерных пучков $10\ \mu\text{m}$, расстояние между центрами освещающих пучков на рассеивающей поверхности $2\Delta u = 40\ \mu\text{m}$, углы падения пучков $\pm 30^\circ$, длина волны $0.63\ \mu\text{m}$, расстояние от рассеивающей поверхности до области наблюдения $100\ \text{mm}$.

максимального смещения g_{\max} рассеивающей поверхности. Таким способом определялось значение случайной величины для выборки случайных величин в статистическом эксперименте. Выборка случайных величин формировалась при различных смоделированных реализациях рассеивателей поверхности.

Моделирование выполнено при четырех различных расстояниях от перетяжек пучков света до рассеивающей поверхности, взятых в интервале $45\text{--}500\ \mu\text{m}$. Статистический эксперимент для оценки погрешностей измерения при каждом различных параметрах оптической схемы выполнялся для 50 реализаций рассеивателей — реализаций спекл-полей. Абсолютная ошибка измерения максимального смещения Δg_{\max} составила: $\Delta g_{\max 1} = 3.33\ \mu\text{m}$, $\Delta g_{\max 2} = 1.75\ \mu\text{m}$, $\Delta g_{\max 3} = -1.4\ \mu\text{m}$, $\Delta g_{\max 4} = -0.14\ \mu\text{m}$. Средняя абсолютная ошибка измерения максимального смещения составила $\Delta g_{\max} = 0.89\ \mu\text{m}$, что определяет относительную ошибку измерения $\approx 0.15\%$.

В статистическом эксперименте реализовано два случая освещения поверхности: 1 — освещенные области на поверхности совпадают, 2 — освещенные области

на поверхности не пересекаются. Результаты для этих случаев получились практически одинаковыми.

Наибольшая погрешность измерений поперечных смещений рассеивающей поверхности обусловлена флуктуациями случайной составляющей интерферограмм, возникающей вследствие смены реализаций спекл-полей при смещении поверхности на величину, превышающую размер d освещенной области на поверхности. Если, например, размеры области освещения $d \approx 7\ \mu\text{m}$, то при смещении рассеивающей поверхности приблизительно на $7\ \mu\text{m}$ произойдет полная смена реализаций дифракционных спекл-полей, что повлечет случайное изменение амплитуд и фаз интерферирующих волн. Разность фаз полей изменится равновероятно на случайную величину в интервале $[-\pi, \pi]$. Следовательно, произойдет случайное изменение и амплитуды осцилляций, и их смещение на интерферограмме — не скачком, а плавно, как это по амплитуде осцилляций видно на рис. 6, a, b. Если полное смещение составляет $80\ \mu\text{m}$, то таких случайных смещений осцилляций будет приблизительно $80/7 \approx 11$. Каждое смещение дает ошибку в смещении рассеивающей поверхности из (11) $\approx \lambda/2 \sin \theta = 0.63\ \mu\text{m}$. Отсюда

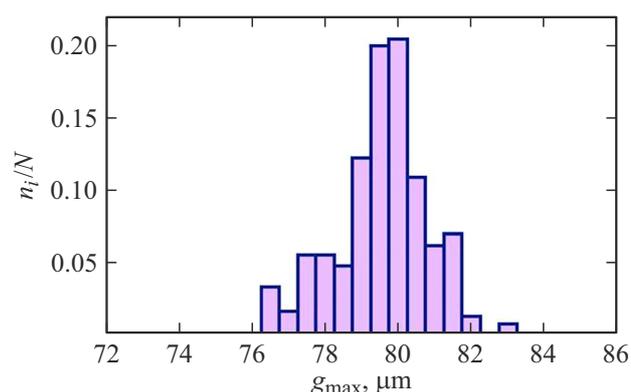


Рис. 7. Гистограмма распределения величин максимального смещения рассеивающей поверхности. Выборка 900 реализаций, радиус перетяжки пучков $3\mu\text{m}$, расстояние между центрами освещающих пучков на рассеивающей поверхности $2\Delta u = 20\mu\text{m}$, углы падения пучков $\pm 30^\circ$, длина волны $0.63\mu\text{m}$, максимальное заданное смещение рассеивающей поверхности $80\mu\text{m}$, расстояние от рассеивающей поверхности до области наблюдения 100mm .

получаем грубую оценку ожидаемой полной максимальной ошибки $0.63 \cdot 11 \approx 6.9\mu\text{m}$.

Для более точной оценки ошибки измерения, возникающей вследствие смены реализаций спекл-полей, была сформирована выборка из $m = 900$ осциллограмм равномерного поперечного смещения поверхности при различных реализациях рассеивателей поверхности. На рис. 7 представлена гистограмма распределения величин максимального смещений рассеивающей поверхности, построенная на основе выборки из 900 результатов.

При моделировании по $m = 900$ реализациям рассеивателей среднее арифметическое значение определенно из осциллограмм максимального смещения составляет $\langle g \rangle \approx 79.56\mu\text{m}$. Отклонение среднего значения максимального смещения от заданного при моделировании составляет $\Delta g \approx 0.44\mu\text{m}$. Наилучшей оценкой среднего отклонения измерения является средняя погрешность измерений $\langle \Delta g \rangle$ [40].

$$\langle \Delta g \rangle = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |g_i - \langle g \rangle|. \quad (15)$$

В выполненном численном эксперименте с выборкой $m = 900$ среднее отклонение измерения составило $\langle \Delta g \rangle \approx 1.0\mu\text{m}$, что соответствует средней относительной ошибке измерения $\approx 1.26\%$. Полученная в эксперименте сравнительно небольшая относительная ошибка измерения подтверждает правильность подхода, используемого при моделировании процессов в интерферометре поперечного смещения рассеивающей поверхности.

Заключение

В работе выполнено компьютерное моделирование спекл-интерферометра поперечных микросмещений рас-

сеивающей поверхности объектов. Компьютерное моделирование реализовано на основе дифракционных преобразований волновых полей в оптической интерференционной системе с предполагаемой цифровой записью спекл-модулированных пространственно-временных интерференционных сигналов-изображений. Получены осциллограммы поперечного смещения рассеивающей поверхности при различных законах движения, формируемые в дальней области дифракции при падении на исследуемую рассеивающую поверхность лазерных гауссовых пучков.

Численное моделирование процессов формирования спекл-модулированных интерференционных картин и сигналов на выходе спекл-интерферометра поперечных смещений рассеивающего объекта, освещенного лазерными гауссовыми пучками, позволяет выявить свойства и количественные параметры интерференционных измерительных сигналов. Результаты моделирования согласуются с результатами экспериментальных исследований поперечных деформационных температурных смещений в диапазоне до $600\mu\text{m}$.

В работе развита математическая модель, позволяющая делать оценки погрешностей проводимых измерений, связанных с флуктуациями случайной составляющей временных интерферограмм, обусловленных сменой реализаций интерферирующих спекл-полей. Смоделированы процессы взаимной декорреляции дифракционных спекл-модулированных волновых полей, формирующих интерференционный сигнал на выходе спекл-интерферометра при движении объекта, и проанализировано влияние этих процессов на возникновение максимально возможной ошибки измерения. Выполненный численный статистический эксперимент позволил сделать количественную оценку средней погрешности измерений методом спекл-интерферометрии поперечного сдвига, возникающей вследствие декорреляционных изменений волновых полей на выходе интерферометра.

Математическая модель спекл-интерферометра поперечных микросмещений, построенная на дифракционных преобразованиях волновых полей, показывает, что измерительный сигнал на выходе интерферометра возникает в результате детерминированного изменения фаз интерферирующих волновых полей, что позволяет не использовать представления об эффекте Доплера для объяснения принципа работы интерферометра.

Численные эксперименты по моделированию спекл-интерферометра поперечных смещений являются эффективным инструментом для развития оптических интерференционных методов бесконтактного анализа, измерения и контроля полей микродеформаций и микросмещений рассеивающих объектов.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема „Прецизионная диагностика, сенсорика

и управление процессами в технических и живых системах на основе фотонных технологий, включая решение теплофизических проблем“, № 121022000123-8).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] J.W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (SPIE PRESS, Washington, 2020)
- [2] M. Françon. *La Granularite Laser (Spekle) et Ses Applications en Optique* (Masson, Paris, 1978)
- [3] H.J. Rabal, R.A. Braga (ed.). *Dynamic Laser Speckle and Applications* (CRC Press, Taylor and Francis Group, NY, 2009)
- [4] W. Osten (ed.). *Optical Inspection of Microsystems* (CRC Press, Taylor and Francis Group, NY, 2007)
- [5] P. Jacquot. *Strain*, **44** (1), 57 (2008). DOI: 10.1111/j.1475-1305.2008.00372.x
- [6] R. Jones, C. Wykes. *Holographic and Speckle Interferometry* (Cambridge University Press, 1989)
- [7] И.А. Разумовский. *Интерференционно-оптические методы механики деформируемого твердого тела* (Изд-во МГТУ, М., 2007)
- [8] И.С. Клименко. *Голография сфокусированных изображений и спекл-интерферометрия* (Наука, М., 1985)
- [9] A. Donges, R. Noll. *Laser Measurement Technology* (Springer, Berlin, 2015), v. 188.
- [10] C. Joenathan, R.S. Sirohi, A. Bernal. *The Optics Encyclopedia. Advances in Speckle Metrology* (Wiley, New Jersey, 2015). DOI: 10.1002/9783527600441.oe087.pub2
- [11] A.P. Vladimirov. *Opt. Eng.*, **55** (12), 121727 (2016). DOI: 10.1117/1.oe.55.12.121727
- [12] Ю.Н. Кульчин, О.Б. Витрик, А.А. Камшилин, Р.В. Ромашко. *Адаптивные методы обработки спекл-модулированных оптических полей* (Физматлит, М., 2009)
- [13] A. Boutier. *Laser Velocimetry in Fluid Mechanics* (Wiley, London, 2013)
- [14] А.П. Владимиров, В.И. Микушин, А.Л. Лисин. Письма в ЖТФ, **25** (24), 88 (1999). [A.P. Vladimirov, V.I. Mikushin, A.L. Lisin. *Tech. Phys. Lett.*, **25** (12), 1008 (1999). DOI: 10.1134/1.1262710]
- [15] J. Stempin, A. Tausendfreund, D. Stöbener, A. Fischer. *Nanomanuf. Metrol.*, **4**, 237 (2021). DOI: 10.1007/s41871-020-00093-0
- [16] Y. Arai. *Opt. Eng.*, **54** (2), 024102 (2015). DOI: 10.1117/1.OE.54.2.024102
- [17] K. Zhu, B. Guo, Y. Lu, S. Zhang, Y. Tan. *Optica*, **4** (7), 729 (2017). DOI: 10.1364/OPTICA.4.000729
- [18] L.P. Tendela, G.E. Galizzi. *Opt. Lasers Eng.*, **110**, 149 (2018). DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.05.023
- [19] H.-L. Hsieh, P.-C. Kuo. *Opt. Exp.*, **28** (1), 724 (2020). DOI: 10.1364/OE.382494
- [20] P. de Groot, X. Colonna de Lega, J. Kramer, M. Turzhitsky. *Appl. Opt.*, **43** (25), 4821 (2004). DOI: 10.1364/AO.43.004821
- [21] T. Pahl, S. Hagemeyer, M. Künne, D. Yang, P. Lehmann. *Opt. Exp.*, **28** (28), 39807 (2020). DOI: 10.1364/OE.411167
- [22] P.J. de Groot, X. Colonna de Lega. *J. Opt. Soc. Am. A*, **37** (9), B1 (2020). DOI: 10.1364/JOSAA.390746
- [23] Д.В. Лякин, Л.А. Максимова, В.П. Рябухо. *Опт. и спектр.*, **127** (9), 514 (2019). DOI: 10.21883/OS.2019.09.48211.381-18 [D.V. Lyakin, L.A. Maksimova, V.P. Ryabukho. *Opt. Spectr.*, **127**, 571 (2019). DOI: 10.1134/S0030400X19090170]
- [24] Г.Н. Вишняков, А.Д. Иванов, Г.Г. Левин, В.Л. Минаев. *Квант. электр.*, **50** (7), 636 (2020). DOI: 10.1070/QEL17281 [G.N. Vishnyakov, A.D. Ivanov, G.G. Levin, V.L. Minaev. *Quant. Electr.*, **50** (7), 636 (2020). DOI: 10.1070/QEL17281]
- [25] Б.А. Гризбил, Л.А. Максимова, В.П. Рябухо. *Комп. опт.*, **44** (4), 568 (2020). DOI: 10.18287/2412-6179-CO-702.
- [26] D.J. Burrell, M.F. Spencer, N.R. Van Zandt, R.G. Driggers. *Appl. Opt.*, **60** (25), G64 (2021). DOI: 10.1364/AO.427963
- [27] Ю.Н. Дубнищев, Б.С. Ринкевичюс. *Методы лазерной доплеровской анемометрии* (Наука, М., 1982)
- [28] Б.С. Ринкевичюс. *Лазерная диагностика потоков* (Изд-во МЭИ, М., 1990)
- [29] Ю.Н. Дубнищев. *Лазерные доплеровские измерительные технологии* (НГТУ, Новосибирск, 2002)
- [30] Ю.Н. Дубнищев, Т.Я. Дубнищева, В.Г. Нечаев. *Автометрия*, **56** (4), 21 (2020). DOI: 10.15372/AUT20200403 [Y.N. Dubnishchev, T.Y. Dubnishcheva, V.G. Nechaev. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, **56** (4), 333 (2020). DOI: 10.3103/S8756699020040056]
- [31] A. Boutier. *Laser Velocimetry in Fluid Mechanics* (Wiley, London, 2013)
- [32] В.Г. Меледин. *Интерэкспо Гео-Сибирь*, **2** (5), 141 (2018).
- [33] П.В. Короленко. *Оптика когерентного излучения* (Изд-во МГУ, М., 1997)
- [34] O. Korotkova. *Random Light Beams: Theory and Applications* (Boca Raton, FL: CRC Press, 2014)
- [35] J.W. Goodman. *Statistical Optics* (Wiley, NY., 2000)
- [36] E.C. Ifeachor, B.W. Jarvis. *Digital Signal Processing. A Practical Approach*. 2nd ed. (Prentice Hall, Pearson Education Limited, 2002)
- [37] M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics. Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. 7th ed. (Cambridge University Press, 1999)
- [38] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. 3 ed. (Roberts and Company Publishers, 2005)
- [39] С.Д. Журавлев, Р.Ю. Богачев, В.И. Роговин, А.И. Петросян, В.И. Шестеркин, Б.А. Гризбил, В.П. Рябухо, А.А. Захаров. *Электроника и микроэлектроника СВЧ*, **1**, 170 (2018).
- [40] П.В. Новицкий, И.А. Зограф. *Оценка погрешностей результатов измерений* (Энергоатомиздат, Л., 1991)