

Измерение расстояния по максимальной частоте интерференционного сигнала при гармонической девиации длины волны лазерного автодина

© А.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин, М.Г. Инкин, А.В. Джафаров

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, 410012 Саратов, Россия
e-mail: skripalav@info.sgu.ru

Поступило в Редакцию 27 декабря 2022 г.
В окончательной редакции 27 декабря 2022 г.
Принято к публикации 27 декабря 2022 г.

Предложен метод измерения абсолютных расстояний по низкочастотному спектру интерференционного сигнала частотно-модулированного лазерного диода. Использован метод модуляции сигнала лазерного автодина по гармоническому закону, в спектре которого наблюдался широкий спектр частотных составляющих. Показана связь максимальной частоты изменения интерференционного сигнала с абсолютным расстоянием до отражателя. Показана линейная зависимость частоты, соответствующей области перегиба огибающей спада спектра интерференционного сигнала, от расстояния, которая может быть использована для реализации бесконтактного метода измерения расстояния при гармонической модуляции тока питания лазерного автодина.

Ключевые слова: лазерная интерферометрия, автодин, полупроводниковый лазер, модуляция излучения лазера, измерение расстояния, спектральный анализ сигнала.

DOI: 10.21883/JTF.2023.04.55040.282-22

Введение

Полупроводниковые лазеры с запаздывающей обратной связью, называемые лазерными автодинами [1,2], имеют широкие области применения для измерения величины микросмещений [3], абсолютных расстояний [4–6], вибрационного анализа [7], толщины тонких пленок и их индекса преломления [8], для угловых измерений [9], скорости и ускорения при микросмещениях, включая измерения крови *in vivo* [10–13] и др.

Отличительной особенностью лазерных автодинов является возможность реализации зондовых измерений на значительном расстоянии от отражающей поверхности. Компактность таких автодинов может дать существенное преимущество при реализации измерений микросмещений и абсолютных расстояний по сравнению с триангуляционными системами и оптическими интерферометрами, несмотря на их значительно более высокую точность [14,15].

Измерения абсолютных расстояний за счет частотной модуляции тока питания лазерного диода начинались с очень низких значений точности (несколько миллиметров) [4] и достигли в настоящее время величин нескольких сотен и даже десятков микрон [5,6]. Основной прогресс в повышении точности измерения абсолютных расстояний связан с расширением диапазона девиации длины волны лазера от сотых долей нанометра до нескольких нанометров. Такие величины девиации получаются благодаря изменению тока питания лазерного диода в широких пределах. Это приводит к нелинейной зависимости длины волны излучения лазерного диода

от его тока питания и необходимости учета ее при проведении измерений расстояния.

Ранее нами был предложен метод гармонической модуляции лазерного излучения, основанных на измерении амплитуд спектральных составляющих автодинного сигнала, позволяющий проводить измерения абсолютных значений расстояния до отражателя при небольших величинах девиации длины волны лазерного диода [16]. Преимущества измерения абсолютных расстояний до 10 см при гармонической модуляции длины волны лазерного автодина по сравнению с методом треугольной модуляции ранее обсуждались в [17]. Недостатком метода, основанного на измерении амплитуд спектральных составляющих автодинного сигнала, является необходимость поиска области однозначности при решении обратной задачи.

В настоящей работе нами предлагается метод измерения абсолютных расстояний при гармонической частотной модуляции лазерного излучения по частоте, определяемой при аппроксимации спада частотного спектра автодинного сигнала.

1. Модель интерференционного сигнала при гармонической модуляции длины волны лазерного автодина

При модуляции длины волны лазерного излучения мощность полупроводникового лазера P может быть записана в виде амплитудной и фазовой составляющих,

зависящих от плотности тока накачки $j(t)$ [18]:

$$P(j(t)) = P_1(j(t)) + P_2 \cos(\omega(j(t))\tau), \quad (1)$$

где P_1 — постоянная составляющая мощности, P_2 — амплитудная составляющая мощности, зависящая от фазового набега волны $\omega(j(t))\tau$ в системе с внешним отражателем, $\tau = 2 \cdot L/c$ — время обхода лазерным излучением расстояния до внешнего отражателя, $\omega(j(t))$ — частота излучения полупроводникового лазера, зависящая от плотности тока накачки $j(t)$ и уровня обратной связи.

На параметры автодинного сигнала влияет уровень внешней оптической обратной связи [19–21]. Как показано ранее, можно выбрать уровень обратной связи, при котором частота излучения полупроводникового лазера не будет изменяться значительно и тем самым вносить искажения в форму интерференционного сигнала [16,22].

В этом случае при гармонической модуляции плотности тока накачки $j(t)$ частота излучения полупроводникового лазера приобретает вид

$$\omega(j(t)) = \omega_0 + \omega_A \sin(2\pi\nu_1 t), \quad (2)$$

где ω_0 — собственная частота излучения полупроводникового лазерного диода; ω_A — девиация частоты излучения полупроводникового лазерного диода; ν_1 — частота модуляции тока питания лазерного диода. Выражение для мощности излучения частотно-модулированного полупроводникового лазера (3) запишется в виде

$$P(j(t)) = P_1(j(t)) + P_2 \cos(\omega_0\tau + \omega_A\tau \cdot \sin(\Omega t)), \quad (3)$$

где стационарная фаза автодинного сигнала $\theta = \omega_0\tau$, амплитуда фазы токовой модуляции $\sigma = \omega_A\tau$, круговая частота модуляции тока питания лазерного диода $\Omega = 2\pi\nu_1$.

Поскольку для определения расстояния используется только фазовая составляющая многочастотного автодинного сигнала, то выражение (3) можно записать в виде

$$P(j(t)) = \cos\left(\theta + 4\pi L \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \sin(\Omega t)\right). \quad (4)$$

Для анализа автодинного сигнала в условиях гармонической модуляции длины волны излучения лазерного диода мы будем использовать представление сигнала в виде разложения в ряд по функциям Бесселя первого рода J_n и в ряд Фурье с амплитудами спектральных составляющих S_n . В этом случае $P(t)$ без учета постоянной составляющей принимает вид

$$(P(t)) = \cos(\theta)J_0(\sigma) + 2 \cos(\theta) \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(\sigma) \cos(2n\Omega t) - 2 \sin(\theta) \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(\sigma) \cos((2n-1)(\Omega t)). \quad (5)$$

Для анализа спектра автодинного сигнала используем связь частоты спектральной гармоники с мгновенной

скоростью движения отражателя. Предположим, что объект прямолинейно равномерно движется с постоянной скоростью ϑ на участке наблюдения t . В этом случае зависимость времени обхода лазерным излучением внешнего резонатора от времени примет следующий вид:

$$\tau(t) = \frac{2}{c}(L_0 + \vartheta \cdot t). \quad (6)$$

Тогда нормированную составляющую автодинного сигнала можно представить в виде

$$P = \cos\left(\frac{2\omega_0}{c}(L_0 + \vartheta \cdot t)\right), \quad (7)$$

учитывая, что $\omega_0 = 2\pi \cdot c/\lambda_0$, получаем

$$P = \cos\left(\frac{4\pi \cdot \vartheta \cdot t}{\lambda_0} + \frac{4\pi \cdot L_0}{\lambda_0}\right). \quad (8)$$

Сопоставляя полученное выражение (6) для переменной нормированной составляющей автодинного сигнала с гармонической функцией косинуса в виде

$$P = \cos(\Omega \cdot t + \varepsilon), \quad (9)$$

где $\varepsilon = 4\pi \cdot L_0/\lambda_0$ — начальная фаза и, учитывая, что $\Omega = 2\pi \cdot \nu_n$, где ν_n — частота изменения автодинного сигнала при постоянной скорости изменения длины волны излучения лазера, получаем

$$\nu_n = \frac{2 \cdot \vartheta}{\lambda_0},$$

откуда скорость

$$\vartheta = \nu_n \cdot \lambda_0/2, \quad (10)$$

т.е. в случае гармонической модуляции излучения лазера мгновенную скорость изменения длины волны можно получить, определив частоту переменной нормированной составляющей спектра автодинного сигнала с использованием выражения (10).

Приравнявая мгновенную скорость (10), полученную из спектра автодинного сигнала к производной от амплитуды девиации частоты излучения полупроводникового лазерного диода:

$$\frac{d\left(4\pi L \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \sin(2\pi\nu_1 t)\right)}{dt} = \frac{\nu_n \cdot \lambda_0}{2},$$

можно получить соотношение, связывающее расстояние до отражателя с частотой спектральной гармоники ν_n :

$$L = \frac{\lambda^2}{4\pi\Delta\lambda} \frac{\nu_n}{\nu_1}. \quad (11)$$

Учитывая свойства фурье-преобразования для ограниченных порогом функций, максимальной мгновенной скорости девиации $\Delta\lambda$ будет соответствовать точка перегиба огибающей спада спектра автодинного сигнала, т.е. за значение максимальной частоты изменения интерференционного сигнала ν_n следует принимать частоту, соответствующую области перегиба огибающей спада спектра автодинного сигнала.

2. Компьютерное моделирование спектра интерференционного сигнала при гармонической модуляции длины волны лазерного автодина

Моделирование автодинного сигнала проводилось при следующих параметрах: $\lambda = 650$ nm, девиация длины волны излучения полупроводникового лазерного диода $\Delta\lambda = 0.067$ nm, расстояние до объекта $L = 50$ mm, частота модуляции тока лазерного излучения $\nu_1 = 100$ Hz. На рис. 1, 2 приведена модель интерференционного сигнала и его фурье-спектр при различных значениях девиации длины волны излучения $\Delta\lambda$ и стационарной фазы автодинного сигнала θ .

Как видно из рис. 1, наблюдается низкочастотная модуляция, обусловленная модуляцией мощности излучения лазерного диода на частоте модуляции тока питания лазера, а также высокочастотная модуляция, обусловленная интерференцией отраженной волны с падающей, в результате которой во внешнем резонаторе образуется стоячая волна. При девиации длины волны излучения лазерного диода наблюдается смещение узлов и пучностей стоячей волны, в результате которого интенсивность излучения лазера будет изменяться. Изменение интенсивности излучения регистрируется фотодетектором, встроенным с обратной стороны от излучаемой грани лазерного автодина.

Как видно из рис. 2, спектр интерференционного сигнала состоит из гармоник, кратных частоте девиации тока питания лазерного диода. Максимальной частоте девиации тока питания лазера будет соответствовать частота ν_n , соответствующая области перегиба огибающей спада спектра интерференционного сигнала,

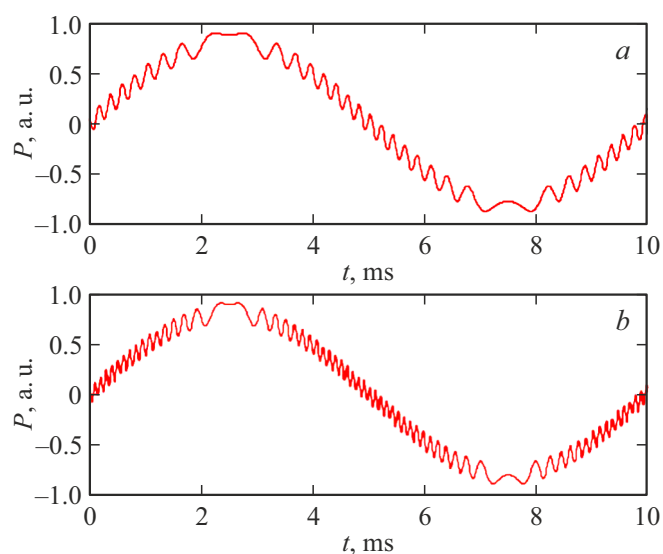


Рис. 1. Автодинный сигнал при различных девиациях длины волны, $\Delta\lambda$: $a — 0.067$, $b — 0.034$ nm.

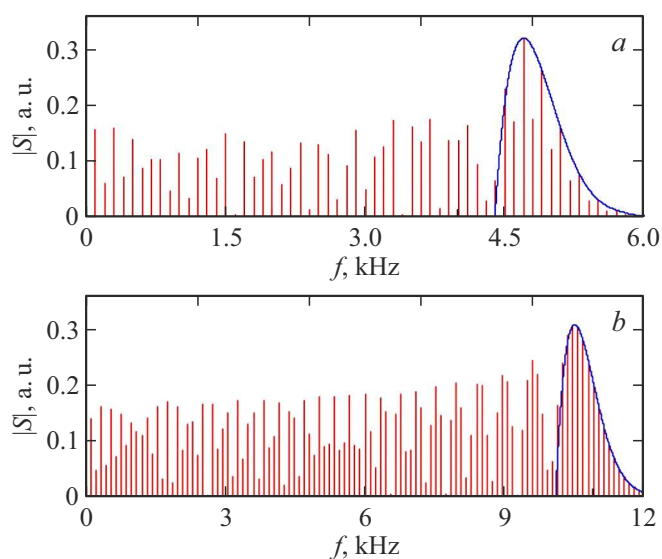


Рис. 2. Спектр интерференционного сигнала при модуляции мощности излучения лазерного диода для различных значений девиации длины волны и стационарной фазы: $a — \Delta\lambda = 0.067$ nm и $\theta = \pi/4$; $b — \Delta\lambda = 0.034$ nm и $\theta = \pi/3$.

определяемой в области минимума первой производной от функции огибающей.

Для повышения точности определения частоты ν_n спад спектра интерференционного сигнала аппроксимировался линейным полиномом вида:

$$A_i(x) = a_0^{(i)} + a_1^{(i)}(x - x_i) + a_2^{(i)}(x - x_i)^2 + a_3^{(i)}(x - x_i)^3 + \dots + a_n^{(i)}(x - x_i)^n.$$

В табл. 1, 2 приведены результаты восстановления значения расстояния по результатам аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала линейным полиномом различной степени.

Из представленных таблиц следует, что точность измерений может быть повышена при использовании аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала по смешанным гармоникам при значении стационарной фазы равной $\theta = \pi/4$, а также при увеличении девиации длины волны лазерного излучения. Наибольшая точность решения обратной задачи по определению расстояния с использованием соотношения (11) достигается при выборе многочлена 5-го порядка ($n = 5$). Средняя точность определения расстояния в диапазоне 50–100 mm составила 28.5 μ m, минимальная и максимальная: 1.3 μ m и 56.3 μ m соответственно.

На рис. 3 приведена зависимость погрешности восстановления значения расстояния от величины девиации длины волны лазера по результатам аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала линейным полиномом 5-й степени, вычисленная по значению максимальной частоты изменения интерференционного сигнала.

Таблица 1. Значения погрешности при восстановлении расстояния по результатам аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала линейным полиномом различной степени при $\Delta\lambda = 34 \mu\text{m}$ и $\theta = \pi/4$

Вид аппроксимации	Погрешность		
	Нечетные гармоники	Четные гармоники	Смешанные гармоники
Полином 4-й степени	$300 \mu\text{m}$	$1090 \mu\text{m}$	$220 \mu\text{m}$
Полином 5-й степени	$15 \mu\text{m}$	$60 \mu\text{m}$	$10 \mu\text{m}$
Полином 6-й степени	$100 \mu\text{m}$	$70 \mu\text{m}$	$80 \mu\text{m}$
Полином 7-й степени	$70 \mu\text{m}$	$80 \mu\text{m}$	$40 \mu\text{m}$

Таблица 2. Значения погрешности при восстановлении расстояния по результатам аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала линейным полиномом различной степени при $\Delta\lambda = 67 \mu\text{m}$ и $\theta = \pi/4$

Вид аппроксимации	Погрешность		
	Нечетные гармоники	Четные гармоники	Смешанные гармоники
Полином 4-й степени	$75 \mu\text{m}$	$330 \mu\text{m}$	$50 \mu\text{m}$
Полином 5-й степени	$9 \mu\text{m}$	$20 \mu\text{m}$	$5 \mu\text{m}$
Полином 6-й степени	$35 \mu\text{m}$	$25 \mu\text{m}$	$30 \mu\text{m}$
Полином 7-й степени	$25 \mu\text{m}$	$20 \mu\text{m}$	$10 \mu\text{m}$

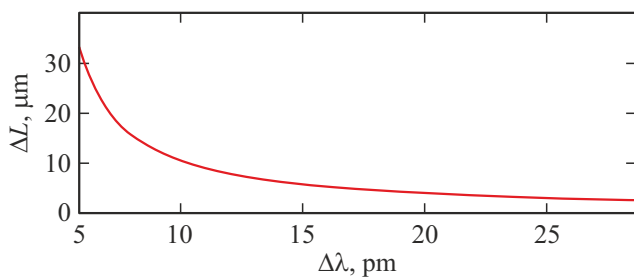


Рис. 3. Зависимость погрешности восстановления значения расстояния по результатам аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала линейным полиномом 5-й степени, вычисленной по значению максимальной частоты изменения интерференционного сигнала, от девиации длины волны $\Delta\lambda$.

Как видно из рис. 3, наблюдается уменьшение средней величины погрешности измерений от величины девиации длины волны лазера, что может быть объяснено обогащением спектра интерференционного сигнала и использованием для определения абсолютного расстояния гармоник высших порядков.

3. Экспериментальная часть

Измерения проводились на установке, блок-схема которой представлена на рис. 4. В состав установки входил полупроводниковый лазерный модуль HLDP 650a на квантоворазмерных структурах с дифракционно-

ограниченной одиночной пространственной модой и длиной волны 654 nm 1. Излучение лазерного автодиода фокусировалось на поверхность объекта 2, при этом диаметр пятна лазерного излучения на поверхности объекта составлял 1 mm . Рабочий режим тока питания лазерного диода задавался блоком управления током питания 5. Модуляция длины волны лазера осуществлялась с помощью генератора сигналов, встроенного в лабораторную станцию виртуальных приборов NIELVIS 3 (NationalInstruments, США).

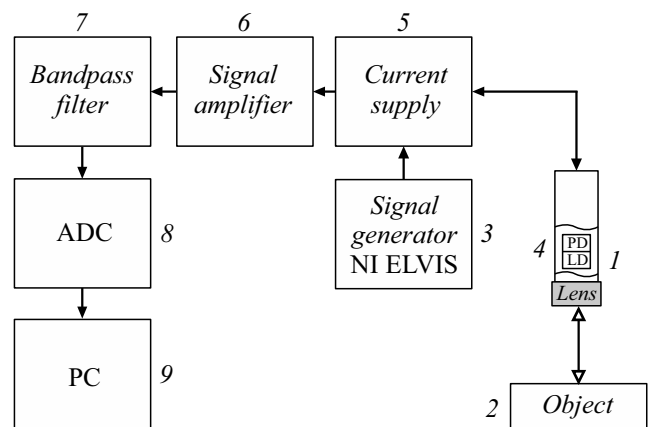


Рис. 4. Блок-схема экспериментальной установки: 1 — лазерный автодиод, 2 — объект, 3 — генератор сигналов NIELVIS, 4 — фотоприемник, 5 — блок управления током питания, 6 — усилитель сигнала, 7 — полосовой фильтр, 8 — АЦП, 9 — компьютер.

Отраженное от внешнего отражателя излучение направлялось в резонатор лазера, изменение мощности которого фиксировалось фотоприемником 4. Продетектированный с фотоприемника сигнал проходил через усилитель сигнала 6, фильтр переменного сигнала 7 и поступал на вход аналого-цифрового преобразователя 8 (с частотой дискретизации 150 kHz), соединенного с компьютером 9. Частотная модуляция лазера задавалась изменением тока питания лазера. Величина девиации изменялась с помощью эшелле-спектрометра SHR (ЗАО „СОЛАР ЛС“, Беларусь).

Излучение лазерного диода фокусировалось линзой (Lens) с числовой апертурой $NA = 0.25$. Отражатель располагался в плоскости фокусировки лазерного пучка. Как известно, максимальный коэффициент автодинного усиления лежит вблизи пороговых значений тока питания полупроводникового лазера. В связи с этим ток питания лазерного автодина задавался на уровне 1.2 от значения порогового тока ($I_{th} = 25$ mA), при этом мощность излучения лазерного диода уменьшалась до 2 mW при рабочей мощности 5 mW.

Для уменьшения уровня обратной связи использовалась регулируемая расфокусировка пучка лазера. Используя наборы различных спектральных составляющих автодинного сигнала, определялся уровень обратной связи, который во время измерений не превышал значений $C < 0.2$. При выборе уровня обратной связи режим работы автодина контролировался на эшелле-спектрометре высокого разрешения SHR, в спектре которого даже при наличии обратной связи наблюдалась только одна частота генерации лазерного излучения, что исключало возникновение режима хаотической неустойчивости мощности и девиации частоты излучения лазерного диода.

Фильтрация автодинного сигнала осуществлялась с помощью фильтра Баттерворта 3-го порядка. Обработка

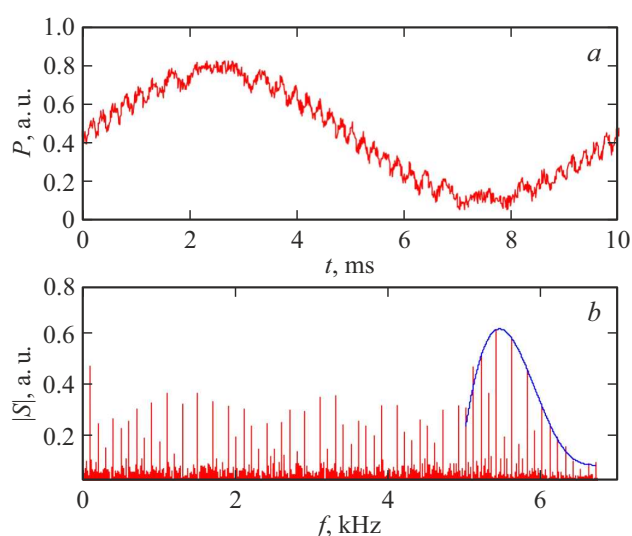


Рис. 5. Измеренный автодинный сигнал (a) и его спектр (b) для случая развертки напряжения по гармоническому закону за время 10 ms, девиации длины волны лазерного излучения составила 38 pm.

Таблица 3. Значения абсолютного расстояния, восстановленные по результатам аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала линейным полиномом 5-й степени для различных значений девиации длины волны лазерного автодина

№ п/п	Девиация длины волны лазерного излучения					
	39 pm		58 pm		73 pm	
	Расстояние, mm	СКО, μm	Расстояние, mm	СКО, μm	Расстояние, mm	СКО, μm
1	51.64	33	51.6	27	51.58	25
2	51.69		51.54		51.57	
3	51.7		51.57		51.54	
4	51.73		51.61		51.62	
5	51.72		51.63		51.6	
6	51.68		51.6		51.61	
7	51.75		51.57		51.56	
8	51.71		51.61		51.58	

сигнала осуществлялась на языке python с использованием библиотеки `scipy`.

На рис. 5 приведены измеренный автодинный сигнал (рис. 5, a) и его спектр (рис. 5, b) для случая развертки напряжения по гармоническому закону за время 10 ms ($\nu_1 = 100$ Hz) в диапазоне девиации длины волны лазерного излучения от 0 до 38 pm. Для увеличения точности измерений циклы изменения развертки напряжения повторялись многократно.

Спад автодинного сигнала аппроксимировался многочленом 5-го порядка в области высших спектральных составляющих автодинного сигнала (сплошная кривая). Расстояние до отражателя определялось по значению частоты ν_n , соответствующей точке перегиба аппроксимирующей кривой в области высших спектральных составляющих автодинного сигнала с использованием соотношения (11). Значения абсолютного расстояния, восстановленные по результатам аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала линейным полиномом 5-й степени, приведены в табл. 3 для нескольких измерений, соответствующих случайным значениям стационарной фазы Θ , обусловленным неконтролируемым изменением температуры лазерного кристалла. Здесь же приведены результаты расчета среднеквадратического отклонения (СКО) при фиксированном расстоянии и девиации длины волны лазерного излучения.

Среднее значение абсолютного расстояния составило 51.63 mm. Минимальное значение разброса 25 μm наблюдается при девиации равной 73 pm. Средний разброс измерений при различных величинах девиации длины волны лазерного излучения составил 76 μm .

Выводы

В отличие от известного метода определения расстояния по спектру частотно-модулированного лазерного автодина по треугольному закону, использование

гармонической частотной модуляции лазерного излучения позволяет повысить чувствительность метода к расстоянию за счет возможности измерения частоты спектральной составляющей не кратной частоте внешней модуляции. Частотная модуляция лазерного излучения по гармоническому закону приводит к появлению в спектре автодинного сигнала набора спектральных составляющих. По результатам аппроксимации спада спектра интерференционного сигнала линейным полиномом вычисляется частота интерференционного сигнала, соответствующая области перегиба огибающей спада спектра интерференционного сигнала, определяемой в области минимума первой производной от функции огибающей. Определенная таким образом максимальная частота изменения интерференционного сигнала используется для расчета абсолютного расстояния с точностью до десятков микрон.

Экспериментальные измерения подтвердили возможность измерения расстояния предложенным методом с высокой точностью, которая увеличивается с увеличением девиации длины волны излучения лазера и при измерениях со значением стационарного набега фазы равного $\pi/4$. Линейная зависимость от расстояния частоты, соответствующей области перегиба огибающей спада спектра интерференционного сигнала, может быть использована для реализации бесконтактного метода измерения абсолютного расстояния при гармонической токовой модуляции длины волны лазерного излучения.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда содействия инновациям (проект № 171ГССС15-Л/78935).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] А.П. Напартович, А.Г. Сухарев. Квант. электрон., **34** (7), 630 (2004).
- [2] В.Я. Носков, С.М. Смольский. Радиотехника, **8**, 91 (2013).
- [3] H. Wang, Y. Ruan, Y. Yu, Q. Guo, J. Xi., J. Tong. IEEE Access, **8**, 123253 (2020). DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3007516
- [4] M.C. Amann, T. Bosch, M. Lescure, R. Myllyla, M. Rioux. Opt. Engineer., **40** (1), 10 (2001). DOI: 10.1117/1.1330700
- [5] M. Norgia, A. Magnani, A. Pesatori. Rev. Sci. Instrum., **83** (4), 045113 (2012). DOI: 10.1063/1.3703311
- [6] K. Ke, K. Kou, X. Li, L. Li, H. Xiang. Appl. Opt., **53** (27), 6280 (2014). DOI: 10.1364/AO.53.006280
- [7] Z. Zhang, C. Li, Z. Huang. Opti. Commun., **436**, 192 (2019). DOI: 10.1016/j.optcom.2018.12.032
- [8] S. Donati. Laser Photon., **6** (3), 393 (2012). DOI: 10.1002/lpor.201100002
- [9] S. Donati. Proceed. SPIE, 10150, 101501I (2016). DOI: 10.1117/12.2248912
- [10] J. Chen, X. Wang, Y. Wu, Y. Yang, M. Qiu, M. Wang, Y. Li. Appl. Opt., **61**, 4687 (2022). DOI: 10.1364/AO.455671
- [11] F.F. Mul, M.H. Koelink, A.L. Weijers, J. Greve, J.G. Aarnoudse, R. Graaff, A.C.M. Dassel. Appl. Opt., **31** (27), 5844 (1992). DOI: 10.1364/AO.31.005844
- [12] K. Meigas, H. Hinrikus, R. Kattai, J. Lass. J. Biomed. Opt., **8** (1), 152 (2003). DOI: 10.1117/1.1528949
- [13] S.K. Ozdemir, S. Takamiya, S. Ito, S. Shinohara, H. Yoshida. IEEE Transactions on Instrument. Measurement, **49** (5), 1029 (2000). DOI: 10.1109/19.872925
- [14] Z. Dong, X. Sun, W. Liu, H. Yang. Sensors, **18** (10), 3527 (2018). DOI: 10.3390/s18103527
- [15] T. Wu, Y. Hui, Z. Yan, Z. Li, Q. Li. Opt. Laser Technol., **89**, 196 (2017). DOI: 10.1016/j.optlastec.2016.09.034
- [16] А.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин, А.В. Джафаров, К.А. Садчикова, В.Б. Феклистов. Известия Саратовского ун-та. Новая серия. Серия: Физика, **20** (2), 84 (2020). DOI: 10.18500/1817-3020-2020-20-2-84-91
- [17] Д.А. Усанов, А.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин, А.В. Джафаров, И.С. Соколенко. Компьютерная оптика, **43** (5), 797 (2019). DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-796-802
- [18] Д.А. Усанов, А.В. Скрипаль, С.Ю. Добдин, Е.И. Астахов, Костюченко И.Ю., А.В. Джафаров. Известия Саратовского ун-та. Новая серия. Серия: Физика, **18** (3), 189 (2018).
- [19] H. Olesen, J. H. Osmundsen, B. Tromborg. IEEE J. Quantum Electron., **22** (6), 762 (1986). DOI: 10.1109/JQE.1986.1073061
- [20] N. Schunk, K. Petermann. IEEE J. Quantum Electron., **24** (7), 1242 (1988). DOI: 10.1109/3.960
- [21] В.Я. Носков, С.М. Смольский, К.А. Игнатков, А.П. Чупахин. Уральский радиотехнический журн., **3** (1), 7 (2019). DOI: 10.15826/urej.2019.3.1.001
- [22] G. Giuliani, M. Norgia, S. Donati, T. Bosch. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., **4**, 283 (2002). DOI: 10.1088/1464-4258/4/6/371