

# Уширение спектральных линий в квантовых ямах при кулоновском взаимодействии носителей заряда

© А.А. Афоненко<sup>†</sup>

Белорусский государственный университет,  
220050 Минск, Белоруссия

(Получена 10 июня 2003 г. Принята к печати 1 июля 2003 г.)

Проведен теоретический анализ уширения линий испускания при кулоновском взаимодействии носителей. С использованием теории возмущений для невырожденной многочастичной электронно-дырочной системы получено приближенное аналитическое выражение для контура спектральных линий с экспоненциальными спадами и дано качественное объяснение известных экспериментальных данных, в том числе асимметрии контура, изменение его ширины при вариации температуры и уровня возбуждения.

## 1. Введение

Адекватное теоретическое описание спектральных характеристик полупроводниковых структур требует учета эффектов уширения линий испускания. Анализ процессов излучения в рамках формализма матрицы плотности с эмпирическим временем затухания межзонной поляризации, а также описание многочастичных процессов в первом порядке теории возмущений при независимом от энергии времени релаксации носителей приводят к лоренцеву профилю однородно уширенной линии испускания [1]. Исследование совершенных в кристаллографическом отношении лазерных структур, в которых влияние пространственных неоднородностей на спектральное уширение было сведено к пренебрежимому уровню, выявило, что формфактор однородного уширения имеет экспоненциальные края [2].

Теоретическое обоснование не лоренцева характера контура линии испускания получены в работах [3,4] при учете не-марковских процессов. Однако ввиду сложности расчетов изучение процессов излучения в предложенных моделях может проводиться только численными методами, что затрудняет анализ влияния условий возбуждения и параметров полупроводниковых материалов на спектральный контур.

В настоящей работе проведен теоретический анализ уширения линий испускания в квантовых ямах при кулоновском взаимодействии носителей в приближении двухмерной электронно-дырочной системы. Основная идея использованного метода анализа заключается в нахождении с помощью теории возмущений для многочастичной системы функциональной зависимости крыльев контура линии испускания и последующая экстраполяция центральной части контура с учетом условия нормировки. На основе полученного в приближении параболических зон аналитического выражения для однородно уширенной спектральной линии проанализировано влияние различных факторов на контур линии перехода.

## 2. Вероятность оптических переходов с учетом кулоновского взаимодействия

Рассмотрим спонтанные оптические переходы, переводящие состояние с  $n$  электронно-дырочными парами в состояние с  $(n-1)$  электронно-дырочными парами. Одночастичные волновые функции выберем в виде блоховских функций, различающихся волновыми векторами. Для состояния зоны проводимости и валентной зоны будем использовать различные операторы вторичного квантования. Оператор электромагнитного взаимодействия, описывающий излучательные переходы с сохранением волнового вектора, запишем в виде

$$\hat{V}_{ph} \propto \sum_{\mathbf{q}} \hat{b}_{-\mathbf{q}} a_{\mathbf{q}}, \quad (1)$$

где  $\hat{a}_{\mathbf{q}}$  и  $\hat{b}_{-\mathbf{q}}$  — операторы уничтожения электрона зоны проводимости с волновым вектором  $\mathbf{q}$  и дырки в валентной зоне с волновым вектором  $-\mathbf{q}$ .

В оператор кулоновского взаимодействия включаем взаимодействие между электронами зоны проводимости, между дырками валентной зоны и между электронами и дырками, при этом пренебрегаем спином и обменным взаимодействием между электронами и дырками:

$$\hat{V} = \sum_{i,j,i',j'} V_{\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_i'} \delta_{\mathbf{k}_i'+\mathbf{k}_j',\mathbf{k}_j+\mathbf{k}_i} \times \left( \frac{1}{2} \hat{a}_i^+ \hat{a}_j^+ \hat{a}_j \hat{a}_i + \frac{1}{2} \hat{b}_i^+ \hat{b}_j^+ \hat{b}_j \hat{b}_i - \hat{a}_i^+ \hat{b}_j^+ \hat{b}_j \hat{a}_i \right), \quad (2)$$

где  $\hat{a}^+$  и  $\hat{b}^+$  — операторы рождения электрона зоны проводимости и дырки в валентной зоне с определенным волновым вектором;  $V_{\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_i'}$  — матричный элемент кулоновского взаимодействия.

Оператор, добавляющий поправки 1-го порядка теории возмущений к исходным многочастичным состояни-

<sup>†</sup> E-mail: afonenko@bsu.by

ям, формально представляется в виде

$$\hat{\Psi}_{cv} = \left\{ 1 + \sum_{i,j,i',j'} V_{\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_j'} \delta_{\mathbf{k}_i'+\mathbf{k}_j', \mathbf{k}_j+\mathbf{k}_i} \right. \\ \times \left[ \frac{\hat{a}_i^+ \hat{a}_j^+ \hat{a}_j \hat{a}_i}{2(E_{c\mathbf{k}_i} + E_{c\mathbf{k}_j} - E_{c\mathbf{k}_j'} - E_{c\mathbf{k}_i'})} \right. \\ \left. + \frac{\hat{b}_i^+ \hat{b}_j^+ \hat{b}_j \hat{b}_i}{2(E_{v\mathbf{k}_i} + E_{v\mathbf{k}_j} - E_{v\mathbf{k}_j'} - E_{v\mathbf{k}_i'})} \right. \\ \left. - \frac{\hat{a}_i^+ \hat{b}_j^+ \hat{b}_j \hat{a}_i}{(E_{c\mathbf{k}_i} + E_{v\mathbf{k}_j} - E_{v\mathbf{k}_j'} - E_{c\mathbf{k}_i'})} \right] \left. \right\}, \quad (3)$$

где  $E_{c\mathbf{k}}$  и  $E_{v\mathbf{k}}$  — энергии одночастичных состояний зоны проводимости и валентной зоны, отсчитанные от энергий основных одночастичных состояний с  $\mathbf{k} = 0$ . Неопределенность коэффициентов разложения у слагаемых с близкими энергиями и примешиваемых состояний будет учтена отдельно при дальнейшем анализе.

С использованием выражения (3) находим поправки 1-го порядка по кулоновскому взаимодействию к излучательным переходам. Для зоны проводимости записываем

$$\hat{M}_{cc} = \sum_{\mathbf{q}} \hat{b}_{-\mathbf{q}} \sum_{i,j,j'} V_{\mathbf{k}_i-\mathbf{q}} \delta_{\mathbf{q}+\mathbf{k}_j', \mathbf{k}_j+\mathbf{k}_i} \\ \times \frac{\hat{a}_i^+ \hat{a}_j \hat{a}_j \hat{a}_i}{(E_{c\mathbf{k}_i} + E_{c\mathbf{k}_j} - E_{c\mathbf{k}_j'} - E_{c\mathbf{q}})}. \quad (4)$$

Аналогичное выражение справедливо и для валентной зоны. Матричные элементы поправок 1-го порядка по кулоновскому взаимодействию между носителями разных зон к излучательным переходам имеют вид

$$\hat{M}_{cv} = - \sum_{\mathbf{q}} \sum_{i,j,i'; \mathbf{k}_j' \neq \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}_i-\mathbf{k}_j'} \delta_{\mathbf{k}_i'-\mathbf{q}, \mathbf{k}_j+\mathbf{k}_i} \\ \times \frac{\hat{a}_q \hat{a}_i^+ \hat{b}_j \hat{a}_i}{(E_{c\mathbf{k}_i} + E_{v\mathbf{k}_j} - (E_v)_{-\mathbf{q}} - E_{c\mathbf{k}_j'})} \\ - \sum_{\mathbf{q}} \sum_{i,j,j'; \mathbf{k}_j' \neq \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}_i-\mathbf{q}} \delta_{\mathbf{q}+\mathbf{k}_j', \mathbf{k}_j+\mathbf{k}_i} \frac{\hat{b}_{-\mathbf{q}} \hat{b}_j^+ \hat{b}_j \hat{a}_i}{(E_{c\mathbf{k}_i} + E_{v\mathbf{k}_j} - E_{v\mathbf{k}_j'} - E_{c\mathbf{q}})} \\ - \sum_{\mathbf{q}} \sum_i V_{\mathbf{k}_i-\mathbf{q}} \frac{\hat{b}_{-\mathbf{k}_i} \hat{a}_{\mathbf{k}_i} (1 - n_{c\mathbf{q}} - (n_v)_{-\mathbf{q}})}{(E_{c\mathbf{k}_i} + (E_v)_{-\mathbf{k}_i} - (E_v)_{-\mathbf{q}} - E_{c\mathbf{q}})}. \quad (5)$$

Матричный элемент (4) и первое слагаемое (5) описывают процесс рекомбинации электрона и дырок с передачей избыточного импульса другому электрону. Третье слагаемое (5) описывает изменение вероятности рекомбинации электронно-дырочной пары с нулевым квазиимпульсом. Один из методов теоретического анализа последнего эффекта изложен в работе [5].

С учетом матричных элементов (4) и (5) нормированная вероятность излучательного перехода с энергией

$\hbar\omega$ , описывающая спонтанные переходы из  $n$ -го электронного состояния, в котором помимо прочих имеются одночастичные состояния зоны проводимости с волновыми векторами  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$  и валентной зоны с волновым вектором  $\mathbf{k}_3$ , в  $(n-1)$ -е электронное состояние, в котором вместо указанного набора одночастичных состояний имеется одно одноэлектронное состояние зоны проводимости с волновым вектором  $\mathbf{k}_4$ , имеет вид

$$\omega_c = \left\{ \frac{(V_{\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_3} - V_{\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_2})}{(E_{c\mathbf{k}_1} + E_{c\mathbf{k}_2} - E_{c\mathbf{k}_4} - (E_c)_{-\mathbf{k}_3})} \right. \\ \left. - \frac{V_{\mathbf{k}_1+\mathbf{k}_3}}{(E_{c\mathbf{k}_2} + E_{v\mathbf{k}_3} - (E_v)_{-\mathbf{k}_1} - E_{c\mathbf{k}_4})} \right. \\ \left. + \frac{V_{\mathbf{k}_2+\mathbf{k}_3}}{(E_{c\mathbf{k}_1} + E_{v\mathbf{k}_3} - (E_v)_{-\mathbf{k}_2} - E_{c\mathbf{k}_4})} \right\}^2 \\ \times \delta(E_{c\mathbf{k}_1} + E_{c\mathbf{k}_2} + E_{v\mathbf{k}_3} - E_{c\mathbf{k}_4} - \Delta\hbar\omega), \quad (6)$$

где  $\Delta\hbar\omega = \hbar\omega - E_g$ ,  $E_g$  — эффективная ширина запрещенной зоны в квантовой яме. Здесь использованы энергии начального и конечного многоэлектронных состояний без учета кулоновского взаимодействия. Учет взаимодействия даже в 1-м порядке теории возмущений приводит к зависимости  $\omega_c$  от всех одноэлектронных составляющих многочастичного состояния, что многократно усложняет проведение дальнейшего анализа. Качественно можно заключить, что изменение энергии ансамбля частиц при их взаимодействии должно приводить к смещению аргумента дельта-функции в область меньших энергий (эффект сокращения запрещенной зоны) и размыванию самой дельта-функции при усреднении по набору многоэлектронных состояний. Последнее также приводит к уширению линий испускания. Влияние этого механизма требует отдельного изучения и не рассматривается в данной работе.

С учетом аргумента дельта-функции видно, что для заданных различных  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3$  величина  $\omega_c$  в зависимости от энергии испускаемых фотонов  $\hbar\omega$  имеет три резонансных пика вблизи энергий прямых переходов с соответствующими волновыми векторами. Эта расходимость связана с использованием теории возмущений, и она бы отсутствовала, если бы вместо приближенного выражения (3) использовалось точное разложение многоэлектронных состояний по базису. На значительном удалении от резонансов в вероятности (6) остаются задействованными только базисные составляющие разложения (3) с малыми коэффициентами, что оправдывает применение в этих областях теории возмущений.

Выделим в выражении (6) слагаемые с полюсами в отдельности по каждой переменной  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3$ :

$$\omega_c = \omega_{c1}(\Delta\hbar\omega - E_{r\mathbf{k}_1}) + \omega_{c2}(\Delta\hbar\omega - E_{r\mathbf{k}_2}) \\ + \omega_{c3}(\Delta\hbar\omega - (E_r)_{-\mathbf{k}_3}), \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} & \omega_{c3}(\Delta\hbar\omega - (E_r)_{-k_3}) \\ &= \left\{ \frac{V_{k_1+k_3}(V_{k_1+k_3} - V_{k_2+k_3})((E_r)_{-k_3} - E_{rk_1})^2}{(\Delta\hbar\omega - (E_r)_{-k_3})^2 + (\Delta\hbar\omega - E_{rk_1})^2} \right. \\ & \quad \left. + \frac{V_{k_2+k_3}(V_{k_2+k_3} - V_{k_1+k_3})((E_r)_{-k_3} - E_{rk_2})^2}{(\Delta\hbar\omega - (E_r)_{-k_3})^2 + (\Delta\hbar\omega - E_{rk_2})^2} \right\} \\ & \quad \times \frac{\delta(E_{ck_1} + E_{ck_2} + E_{vk_3} - E_{ck_4} - \Delta\hbar\omega)}{(\Delta\hbar\omega - (E_r)_{-k_3})^2}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \omega_{c1}(\Delta\hbar\omega - (E_r)_{-k_1}) \\ &= \left\{ \frac{V_{k_1+k_3}(V_{k_1+k_3} - V_{k_2+k_3})(E_{r-k_3} - E_{rk_1})^2}{(\Delta\hbar\omega - (E_r)_{-k_3})^2 + (\Delta\hbar\omega - E_{rk_1})^2} \right. \\ & \quad \left. + \frac{V_{k_1+k_3}V_{k_2+k_3}(E_{rk_1} - E_{rk_2})^2}{(\Delta\hbar\omega - E_{rk_1})^2 + (\Delta\hbar\omega - E_{rk_2})^2} \right\} \\ & \quad \times \frac{\delta(E_{ck_1} + E_{ck_2} + E_{vk_3} - E_{ck_4} - \Delta\hbar\omega)}{(\Delta\hbar\omega - E_{rk_1})^2}, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $E_{rk} = E_{ck} + (E_v)_{-k}$ . Величина  $\omega_{c2}(\Delta\hbar\omega - E_{rk_2})$  получается из выражения (9) для  $\omega_{c1}(\Delta\hbar\omega - E_{rk_1})$  путем взаимозамены  $k_1 \leftrightarrow k_2$ .

### 3. Статистическое усреднение вероятности оптических переходов

Квантово-механическая вероятность (6) с заданными  $k_1, k_2, k_3, k_4$  применима к целому ансамблю многочастичных состояний. Для расчета результирующего вклада в скорость спонтанных переходов необходимо просуммировать выражение (6) по всем начальным многочастичным состояниям, содержащим указанные одночастичные состояния, с учетом их чисел заполнения. Суммирование по конечным состояниям выпадает в силу закона сохранения квазиимпульса и существования единственного конечного состояния с  $k_4 = k_1 + k_2 + k_3$ . Как и при записи дельта-функции в выражении (6), расчет произведем без учета кулоновского взаимодействия. Используя числа заполнения  $n_{c1}, n_{c2}, n_{v3}, n_{c4}$ , находим статистический фактор состояний с соответствующим набором волновых векторов:

$$p_{k_1, k_2, k_3} = n_{c1}n_{c2}n_{v3}(1 - n_{c4}). \quad (10)$$

В приближении невырожденного электронного газа при  $n_{ck} = \exp[(F_e - E_g - E_{ck})/kT]$  и  $n_{vk} = \exp[(-E_{vk} - F_h)/kT]$  с учетом электронейтральности квантово-размерного слоя получаем

$$p_{k_1, k_2, k_3} = \sqrt{\frac{N_v}{N_c}} \exp\left[\frac{3(\Delta F - E_g)}{2kT} - \frac{(E_{ck_1} + E_{ck_2} + E_{vk_3})}{kT}\right], \quad (11)$$

$N_c$  и  $N_v$  — эффективные плотности состояний электронов и дырок  $\Delta F = F_e - F_h$  — разность квазиуровней Ферми электронов  $F_e$  и дырок  $F_h$ .

Для получения вкладов в спектральное уширение отдельных составляющих вероятности оптических переходов необходимо зафиксировать обуславливающий полюс волновой вектор  $k_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) и проинтегрировать  $\omega_{ci}$  с учетом статистического фактора по фазовому пространству оставшихся волновых векторов. В конечном итоге, обозначив аргумент получившихся функций одинаковой переменной  $k$  и просуммировав их, найдем контур линии прямого перехода с указанным волновым вектором, который имеет смысл во всем спектральном диапазоне, за исключением области  $\Delta\hbar\omega - E_{rk} \approx 0$ . Значения функции уширения в этой области могут быть оценены путем ее ограничения и нормирования на вероятность оптических переходов без учета кулоновского взаимодействия.

### 4. Расчет контура линий испускания

Для расчета контура линий испускания необходимо задать зависимость энергий одноэлектронных состояний от волнового вектора. В приближении параболических зон имеем

$$E_{ck} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_c}, \quad E_{vk} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v}, \quad (12)$$

где  $m_c$  и  $m_v$  — эффективная масса электронов и дырок соответственно. Матричный элемент кулоновского взаимодействия в двухмерной системе используем в наиболее простом виде

$$V_{\Delta k} = \frac{e^2}{2\epsilon\epsilon_0|\Delta k|S}, \quad (13)$$

где  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость полупроводникового материала (см., например, [6]);  $S$  — площадь анализируемого квантово-размерного слоя.

Рассмотрим составляющую вероятности оптических переходов (8), которая имеет полюс при совпадении энергии световых квантов с энергией прямых переходов с участием состояния валентной зоны с волновым вектором  $k_3$ :  $\Delta\hbar\omega = (E_r)_{-k_3}$ . Для получения контура спектральной линии интегрируем произведение (8) и (11) по фазовому пространству волновых векторов  $k_1, k_2$ :

$$L_{c3}(\Delta\hbar\omega) = \frac{1}{2} \iint p_{k_1, k_2, k_3} \omega_{c3}(\Delta\hbar\omega - (E_r)_{-k_3}) \frac{S dk_1}{(2\pi)^2} \frac{S dk_2}{(2\pi)^2}. \quad (14)$$

Здесь множитель 1/2 учитывает неразличимость многочастичных состояний при перестановках  $k_1$  и  $k_2$ .

Интеграл (14) не вычисляется аналитически, но можно получить его оценки для предельных случаев  $|\Delta\hbar\omega'| \gg kT$ ,  $|\Delta\hbar\omega'| \gg (E_r)_{-k_3}$ , где  $\Delta\hbar\omega' = \Delta\hbar\omega - E_r$ . При выводе удобно произвести линейное преобразование переменных интегрирования, приводящее квадратичную форму проекций волновых векторов в дельта-функции к диагональному виду. Для длинноволнового

крыла спектральной линии ( $\Delta\hbar\omega' < 0$ ) можно найти:

$$L_{c3}(\Delta\hbar\omega') = \frac{A m_c^2 (m_c^2 - 4m_c m_r - 24m_r^2)}{2 (m_c^2 + 4m_c m_r + 8m_r^2)^2} \frac{(kT)^2}{(\Delta\hbar\omega')^4} \times \exp \left[ -\frac{E_r}{kT} \left( 1 + \frac{m_r}{m_c} \right) + \frac{\Delta\hbar\omega'}{kT} \right] I_0 \left[ \sqrt{-8 \frac{m_r}{m_c} \frac{\Delta\hbar\omega' E_r}{(kT)^2}} \right], \quad (15)$$

где  $I_0$  — модифицированная функция Бесселя первого рода;  $m_r^{-1} = m_c^{-1} + m_v^{-1}$ ;

$$A = \left( \frac{e^2}{2\epsilon\epsilon_0} \right)^2 \frac{\sqrt{m_v m_c}}{8\pi^2 \hbar^2} \exp \left[ \frac{3(\Delta F - E_g)}{2kT} \right] = \text{Ry} \frac{\sqrt{m_c m_v}}{m_e \epsilon^2} \exp \left[ \frac{3(\Delta F - E_g)}{2kT} \right].$$

Здесь  $\text{Ry} \approx 13.6$  эВ.

Для коротковолнового крыла контура спектральной линии ( $\Delta\hbar\omega' > 0$ ) получаем

$$L_{c3}^+(\Delta\hbar\omega') = \frac{A m_c^2 (m_c^2 + 4m_c m_r - 24m_r^2)}{2 (m_c^2 - 4m_c m_r + 8m_r^2)^2} \frac{(kT)^2}{(\Delta\hbar\omega')^4} \times \exp \left[ -\frac{E_r}{kT} - \frac{\Delta\hbar\omega'}{kT} \right]. \quad (16)$$

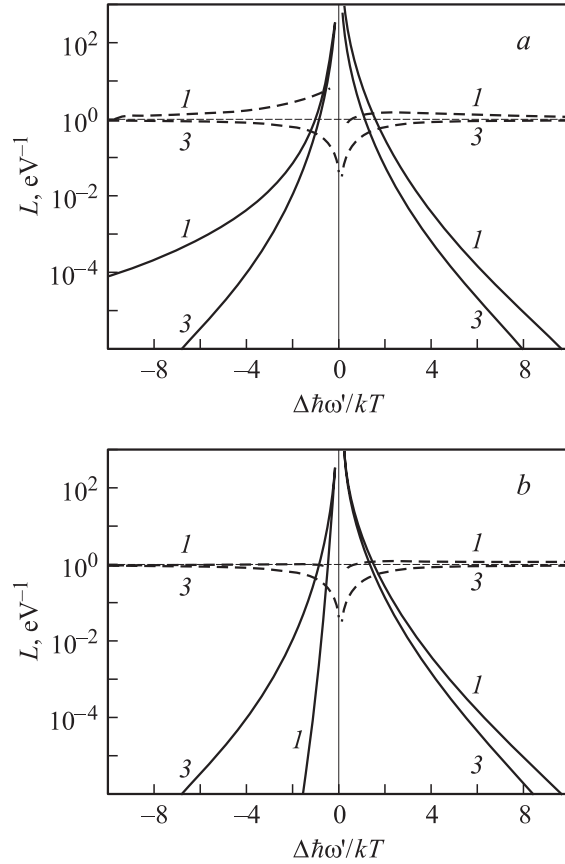
Выражения (15) и (16) не являются положительными при произвольных соотношениях эффективных масс. Так как вероятность спонтанных переходов (6) в принципе не может быть отрицательной, в результирующей скорости спонтанных переходов на произвольной частоте отрицательный вклад выражений (15) и (16), полученных для малых значений  $(E_r)_{-k_3}$ , должен компенсироваться вкладом при больших значениях  $(E_r)_{-k_3}$ , а также другой составляющей вероятности переходов (9).

По аналогии с предыдущим случаем для составляющей контура спектральной линии, соответствующей вероятности оптических переходов (9), в качестве оценок имеем для длинноволнового крыла контура спектральной линии ( $\Delta\hbar\omega' < 0$ )

$$L_{c1}^-(\Delta\hbar\omega') = -\frac{A m_c (m_c^3 + 4m_c^2 m_v - 2m_c m_v^3 + 2m_v^3)}{10 (m_c^4 + 2m_c^2 m_v^2 + 2m_v^4)} \frac{kT}{(\Delta\hbar\omega')^3} \times \exp \left[ -\frac{E_r}{kT} \left( 1 + \frac{m_r m_c}{m_v^2} \right) + \frac{m_c}{m_v} \frac{\Delta\hbar\omega'}{kT} \right] \times I_0 \left[ \sqrt{-4 \frac{m_c^2}{m_v^2} \frac{\Delta\hbar\omega' E_r}{(kT)^2}} \right], \quad (17)$$

и для коротковолнового крыла контура спектральной линии ( $\Delta\hbar\omega' > 0$ )

$$L_{c1}^+(\Delta\hbar\omega') = \frac{A}{2} \frac{kT}{(\Delta\hbar\omega')^3} \exp \left[ -\frac{E_r}{kT} - \frac{\Delta\hbar\omega'}{kT} \right]. \quad (18)$$



**Рис. 1.** Составляющие контура уширения, обусловленные процессами рекомбинации электронно-дырочной пары с передачей избыточного импульса электрону (а) и дырке (b). Составляющие контура уширения при кулоновском взаимодействии с передачей избыточного импульса дырке получаются из выражений (15)–(18) путем замены  $m_c \rightarrow m_v$ . Пунктиром показано отношение результатов численного интегрирования к приближенным функциям. Цифрами 1 обозначены кривые, связанные с процессами межзонного кулоновского взаимодействия и их интерференцией с процессами внутризонного кулоновского взаимодействия, 3 — с процессами внутризонного кулоновского взаимодействия и их интерференцией с процессами межзонного кулоновского взаимодействия. Для контура  $L_{c3}$  приведены абсолютные значения.  $T = 286$  К,  $m_c = 0.055m_e$ ,  $m_v = 0.49m_e$ ,  $E_r = 0$ ,  $\Delta F - E_g = 0$ .

Полученные выражения (17) и (18) являются положительно определенными при любых соотношениях эффективных масс и по сравнению с выражениями (15) и (16) обладают более медленным затуханием, что обеспечивает положительность крыльев результирующего контура спектральной линии.

Как показывают численные расчеты, результаты которых представлены на рис. 1, приближенные выражения для составляющих спектрального контура дают достаточно хорошую аппроксимацию уже при отстройках  $|\Delta\hbar\omega'| > kT$ . Для излучательных переходов с  $E_r < kT$  доминирующий вклад в уширение в длинноволновой части спектра ( $\Delta\hbar\omega' < 0$ ) вносит рекомбинация

электронно-дырочной пары с передачей избыточного импульса (при электронно-дырочном кулоновском взаимодействии) электрону:  $L_{c1}(\Delta\hbar\omega')$ , а в коротковолновой части спектра — с передачей избыточного импульса как электрону, так и дырке:  $L_{c1}(\Delta\hbar\omega')$  и  $L_{v1}(\Delta\hbar\omega')$ .

## 5. Экстраполяция профиля линии испускания вблизи резонанса

В выражениях (15)–(18) явно выделяются экспоненциальный и степенной множители, которые берут начало из статистических и квантово-механических свойств многочастичной системы. В показатель экспоненциального множителя, обусловленного статистическим фактором (11), входит минимальная сумма энергий взаимодействующих носителей, при которой разность энергий начального и конечного многочастичных состояний с учетом сохранения квазиимпульса соответствует заданной энергетической отстройке от центра линии испускания  $\Delta\hbar\omega'$ . В другом множителе часть степени, равная 2, обусловлена использованием теории возмущений, оставшаяся — видом матричного элемента кулоновского взаимодействия (13). Таким образом, формальное совпадение крыльев спектральной линии, получаемых описанным выше методом, с лоренцевым контуром наблюдалось бы при использовании в анализе постоянного матричного элемента и игнорировании закона сохранения квазиимпульса.

Поэтому ограничение спектральной линии в области малых отстроек проведем по аналогии с лоренцевым контуром, а шивку экспоненциальных множителей для положительных и отрицательных отстроек — как в работе [2]. Полагая, что интегральная интенсивность линии испускания равна как в одноэлектронном приближении для прямых излучательных переходов, записываем форм-фактор однородного уширения в виде

$$L(\Delta\hbar\omega') \approx \frac{\text{Ry} \frac{\sqrt{m_c m_v}}{m_e \varepsilon^2} \exp\left[\frac{\Delta F - E_g}{2kT}\right]}{\frac{5m_v}{m_c} \exp\left[-\frac{m_c \Delta\hbar\omega'}{m_v kT}\right] + \frac{1}{2} \exp\left[\frac{\Delta\hbar\omega'}{kT}\right]} \times \frac{kT}{(\gamma^2 + (\Delta\hbar\omega')^2)^{3/2}}. \quad (19)$$

Здесь использовано приближение  $m_v \gg m_c$ , а из длинноволновой части контура исключены слабо зависящие от энергии состояний экспоненциальный и бесселев множители. Величина параметра  $\gamma$  находится из условия нормировки, при котором интеграл (19) по всевозможным энергиям испускаемых фотонов равен единице.

При небольших уровнях возбуждения, когда затухание контура вблизи резонанса обусловлено в основном степенным множителем, величину  $\gamma$  можно выразить аналитически:

$$\gamma^2 = \text{Ry} \frac{\sqrt{m_c m_v}}{m_e \varepsilon^2} \frac{4m_c kT}{10m_v + m_c} \exp\left[\frac{\Delta F - E_g}{2kT}\right]. \quad (20)$$

Затухание спектральной линии вблизи резонанса, при  $\gamma < kT$  обусловлено в основном квантово-механическим фактором, а при  $\gamma > kT$  — статистическим. Для энергий квантов  $|\Delta\hbar\omega'| < \gamma$ , где существенно влияние искусственной нормировки, основной причиной уширения линий испускания при кулоновском взаимодействии выступает расщепление энергетических уровней многочастичных состояний.

## 6. Обсуждение полученных результатов

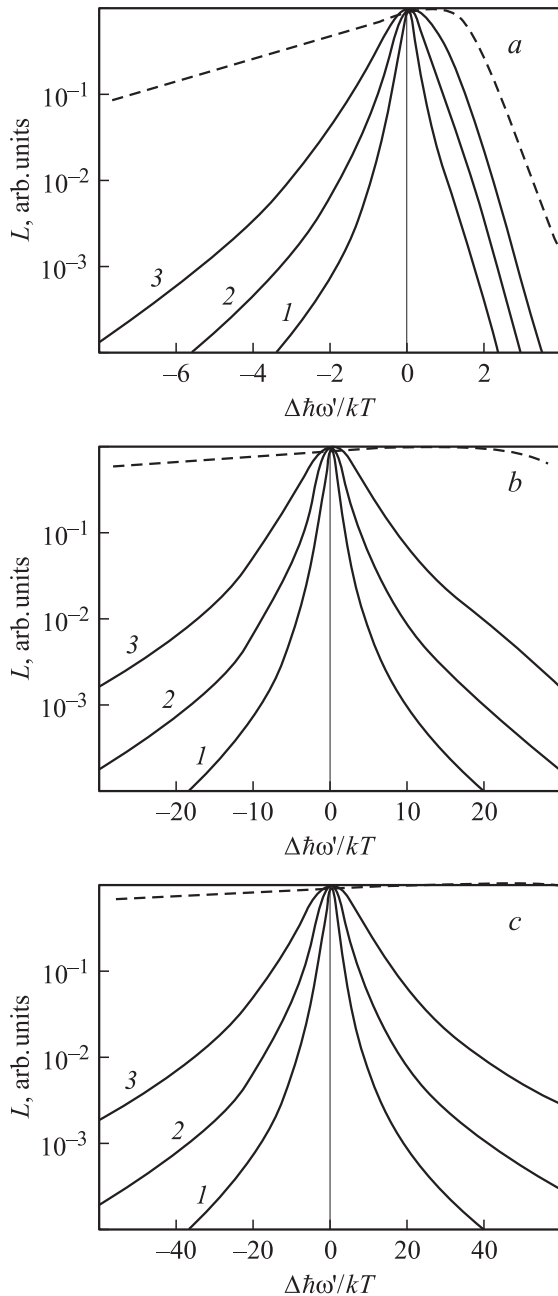
Результаты расчетов форм-фактора однородного уширения с использованием выражения (19) представлены на рис. 2. Хотя изложенные выше выкладки справедливы для невырожденной электронно-дырочной системы, для интерпретации известных экспериментальных данных на рисунке также имеются кривые, относящиеся и к вырожденному случаю. Можно сделать следующие выводы.

1. Контур линии испускания имеет асимметричные экспоненциально спадающие крылья. Длинноволновой край затухает медленнее, чем коротковолновой. Асимметричный экспоненциальный характер спадов связан со статистикой распределения носителей заряда по энергии и выполнением законов сохранения энергии и импульса при взаимодействии и не связан с видом матричного элемента взаимодействия. Поэтому аналогичный экспоненциальный фактор будет присутствовать в контурах спектральных линий для квантовых проволок и полупроводников с объемными свойствами.

2. При повышении уровня возбуждения линия испускания уширяется. Математически увеличение ширины линии испускания выражается тем, что интегральная интенсивность испускания растет пропорционально  $\exp[\Delta F/kT]$ , а интенсивность испускания в крыльях контура —  $\propto \exp[3\Delta F/2kT]$ . С учетом того что рост уровня возбуждения приводит к увеличению числа частиц в зонах, уширение линии объясняется опережающим ростом скорости процессов с участием трех частиц, пропорциональной кубу числа частиц  $n^3$ , по сравнению со скоростью прямых излучательных переходов с участием двух частиц, пропорциональной  $n^2$ .

3. Более выражена зависимость ширины линии испускания от уровня возбуждения при высоких температурах. При малой температуре равенство протяженности области расщепления уровней многочастичных состояний  $\gamma$  и тепловой энергии  $kT$  реализуется при меньших относительных уровнях возбуждения  $(\Delta F - E_g)/kT$  (см. выражение (20)), после чего профиль контура спектральной линии оказывается близок к асимптотической кривой, определяемой не зависящим от уровня возбуждения статистическим фактором (см. рис. 2, а). По этой же причине степень асимметричности крыльев контура больше при меньших температурах.

Перечисленные выше качественные особенности контура линий испускания согласуются с результатами экс-



**Рис. 2.** Нормированные на максимальное значение контуры линии испускания для различных температур: 4.2 (а), 77 (б), 286 К (с) при различных относительных уровнях возбуждения  $\Delta F - E_g$ : 1 —  $(-5)kT$ , 2 — 0, 3 —  $5kT$ . Штриховой линией показан асимптотический профиль линии испускания в пределе  $\Delta F \rightarrow \infty$ .

периментальной работы [2]. Количественное сопоставление с экспериментом требует более детального учета особенностей зонной структуры излучающих квантово-размерных слоев вместо использования приближения параболических зон, оценки влияния вырождения и спинов взаимодействующих частиц, а также анализа условий неоднородного возбуждения образцов, что в рамках

одной работы не представляется возможным. Как видно из рис. 2, ширина спектральных контуров для температур 286 и 77 К сопоставима с экспериментальными данными [2], а для температуры 4.2 К является заниженной. Однако следует учесть, что при равных инжекционных токах нормированное на тепловую энергию превышение разностью квазиуровней Ферми ширины запрещенной зоны  $(\Delta F - E_g)/kT$  растет с уменьшением температуры, и контур спектральной линии приближается к асимптотическому профилю. По-видимому, по этой причине полученное в эксперименте значение декремента затухания для длинноволнового края спектра спонтанного излучения, равное  $\varepsilon_1 = 3.2$  мЭВ при 4.2 К, количественно совпадает с асимптотическим декрементом затухания в выражении (19)  $\varepsilon_1 = kTm_v/m_c$ . Коротковолновой край линии излучения затухает медленнее, чем следует из формулы (19). Это может быть связано с не учитывавшимся в данной работе расщеплением уровней многочастичных состояний, которое более существенно при низких температурах. Что касается влияния на процессы спектрального уширения электрон-фононного взаимодействия, то, по нашим оценкам, оно должно приводить к возникновению фононных повторений в спектре испускания. Их отсутствие в эксперименте, по-видимому, свидетельствует о преобладании кулоновского механизма при достаточно высоких уровнях возбуждения.

## 7. Заключение

В результате проведенного теоретического анализа уширения линий испускания при кулоновском взаимодействии носителей показано, что экспоненциальные спады связаны со статистикой распределения носителей заряда по энергии; асимметричность контура возникает вследствие законов сохранения энергии и импульса электронно-дырочной системы при кулоновском взаимодействии; увеличение ширины линии испускания при росте возбуждения объясняется опережающим ростом скорости рекомбинации с участием трех частиц, определяющей интенсивность крыльев спектральной линии, по сравнению со скоростью прямых излучательных переходов с участием двух частиц, определяющей интенсивность центральной части спектральной линии.

Автор выражает благодарность проф. В.К. Кононенко за введение в проблематику спектрального уширения и Д.В. Ушакову за полезные замечания по изложению материала.

## Список литературы

- [1] М. Asada. IEEE J. Quant. Electron., **25**, 2019 (1989).
- [2] П.Г. Елисеев, И.В. Акимова. ФТП, **32**, 472 (1998).
- [3] Т. Ohtoshi, М. Yamanishi. IEEE J. Quant. Electron., **27**, 46 (1991).
- [4] D. Ahn. IEEE J. Select. Top. Quant. Electron., **1**, 301 (1995).

- [5] H. Haug, S.W. Koch. Phys. Rev. A., **39**, 1887 (1989).  
[6] A.I. Kucharska, D. Robbins. IEEE J. Quant. Electron., **26**, 443 (1990).

*Редактор Л.В. Беляков*

## **Spectral line broadening in quantum wells due to Coulomb interaction of carriers**

*A.A. Afonenko*

Belarussian State University,  
220050 Minsk, Belarus

**Abstract** A theoretical analysis of the emission line broadening due to the Coulomb interaction of carriers has been performed. An approximate analytical expression for the contour of spectral line with the exponential decay has been derived by using the perturbation theory for non-degenerate many-body electron-hole system. A qualitative explanation of the known experimental data, including the asymmetry of contour, the contour widths change at variation of temperature and excitation level has been given.