

01.5;11.4

## Диагностика изменений динамики сложных систем по переходным процессам на основе многомасштабного вейвлет-анализа

© Г.А. Гуйо, О.Н. Павлова, А.Н. Павлов

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия  
E-mail: pavlov.alexey@gmail.com

Поступило в Редакцию 19 мая 2022 г.

В окончательной редакции 7 ноября 2022 г.

Принято к публикации 8 ноября 2022 г.

С использованием многомасштабного вейвлет-анализа изучены возможности диагностики изменений режимов динамики сложных систем по переходным процессам в зависимости от скорости вариаций управляющих параметров. Проводятся оценки минимального объема выборки, позволяющей диагностировать изменение режима функционирования автоколебательных систем на примере переходных процессов при формировании или разрушении синхронных хаотических автоколебаний.

**Ключевые слова:** многомасштабный анализ, случайный процесс, нестационарность, вейвлет.

DOI: 10.21883/PJTF.2023.02.54277.19255

Анализ динамики сложных систем по экспериментальным данным, как правило, проводится в установленном режиме, без учета переходных процессов. Это позволяет применять широкий арсенал стандартных методов цифровой обработки сигналов, включающий вероятностные, спектральные методы и другие подходы, предполагающие свойство эргодичности регистрируемых процессов и возможность оценки статистических характеристик путем использования процедуры усреднения по времени [1]. Однако во многих случаях нестационарная динамика систем важна для понимания особенностей их функционирования, например при рассмотрении кратковременных откликов на внешние воздействия, и в этом случае учет переходных процессов является важной составной частью изучения динамики системы. В настоящее время широко применяется ряд методов исследования систем с меняющимися во времени характеристиками, включающий подходы на основе вейвлет-преобразования [2–7], эмпирических мод [8], флуктуационного анализа [9–13] и др. Но их возможности с точки зрения оценки характеристик динамики по коротким фрагментам данных, существенно меньшим длительности переходного процесса, в общем случае различаются, и оценка минимального объема выборки для проведения достоверной диагностики состояния системы является открытым вопросом.

В настоящей работе исследуются возможности диагностики изменений динамики сложных систем по переходным процессам на примере переходов между синхронными и несинхронными хаотическими колебаниями в модели взаимодействующих систем Ресслера и оценивается минимальный объем выборки, позволяющий осуществлять достоверную диагностику режимов хаотических автоколебаний с использованием многомасштабного вейвлет-анализа. Выбранная модель описывается следующей системой шести обыкновенных

дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx_{1,2}}{dt} = -\omega_{1,2}y_{1,2} - z_{1,2} + \gamma(x_{2,1} - x_{1,2}),$$

$$\frac{dy_{1,2}}{dt} = \omega_{1,2}x_{1,2} + ay_{1,2}, \quad \frac{dz_{1,2}}{dt} = b + z_{1,2}(x_{1,2} - c), \quad (1)$$

где параметры  $a = 0.15$ ,  $b = 0.2$ ,  $c = 6.8$  определяют динамику отдельных систем,  $\gamma = 0.02$  — параметр связи между ними,  $\omega_{1,2} = 1.0 \pm \Delta$  — частоты колебаний, имеющие расстройку  $\Delta$ . При изменении  $\Delta$  вблизи значения 0.0097 происходит переход через границу области синхронизации [14], который в настоящей работе исследуется по последовательностям времен возврата в секущую Пуанкаре  $x_1 = 0$ .

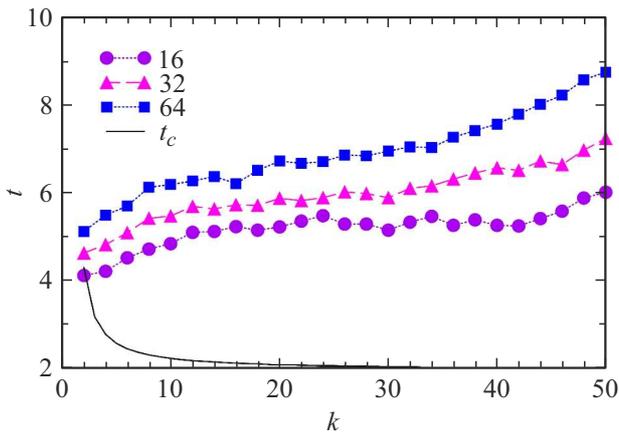
Анализ соответствующих последовательностей проводится с помощью метода многомасштабного вейвлет-анализа [1], предусматривающего разложение сигнала по базису, сформированному из зеркально сопряженных фильтров — скейлинг-функции  $\varphi(t)$  (фильтр нижних частот) и вейвлета  $\psi(t)$  (фильтр верхних частот) — путем их масштабных преобразований и переносов:

$$\varphi_{j,k} = 2^{j/2}\varphi(2^j t - k), \quad \psi_{j,k} = 2^{j/2}\psi(2^j t - k). \quad (2)$$

Сигнал  $f(t)$  на выбранном уровне разрешения  $m$  раскладывается в ряд

$$f(t) = \sum_k s_{m,k}\varphi_{m,k} + \sum_{j \geq m} \sum_k d_{j,k}\psi_{j,k}(t), \quad (3)$$

где  $s_{m,k}$  и  $d_{j,k}$  являются коэффициентами аппроксимации и детализации. В качестве базисного вейвлета используется вейвлет Добеши  $D^8$ , а количественной характеристикой динамики служат стандартные отклонения



**Рис. 1.** Зависимость значения  $t$ -критерия Стьюдента, характеризующего различия синхронных и несинхронных хаотических колебаний в модели (1), от числа сегментов данных  $k$ , используемых для усреднения результатов, для трех размеров сегментов. Величина  $t_c$  обозначает критические значения для уровня значимости  $p < 0.05$ .

вейвлет-коэффициентов на разных уровнях разрешения

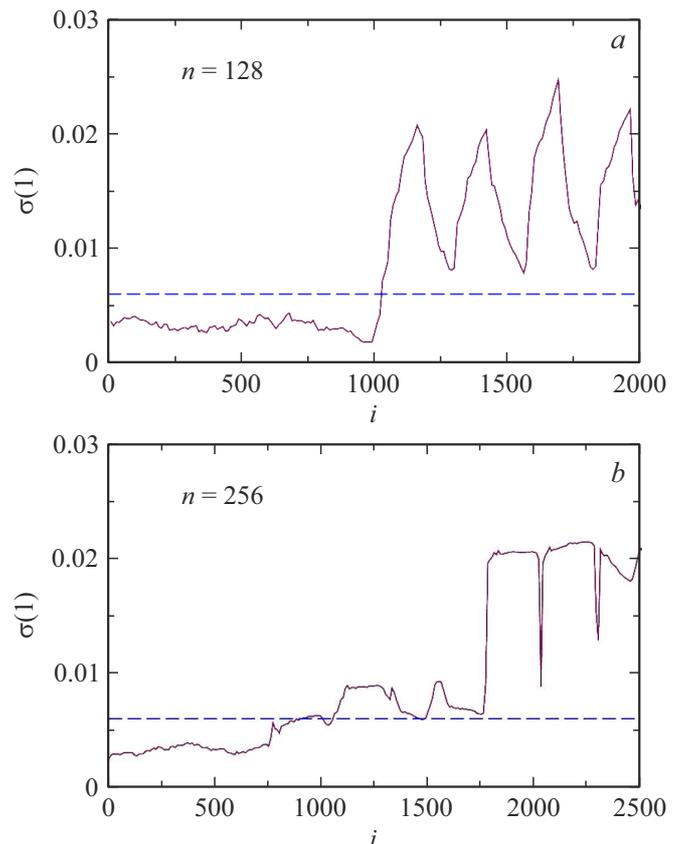
$$\sigma(j) = \sqrt{\frac{1}{J} \sum_{k=1}^J [d_{j,k} - \langle d_{j,k} \rangle]^2}, \quad (4)$$

где  $J$  — число коэффициентов детализации на уровне  $j$ . Такой подход успешно применялся при решении широкого круга задач диагностики сложных процессов и систем [2,15,16], хотя может проводиться и более тщательный анализ коэффициентов [17]. Отметим, что проблема диагностики режимов динамики неавтономных систем по переходным процессам ранее рассматривалась в работах [18,19].

Прежде чем непосредственно анализировать переходные процессы, проведем оценку минимального объема выборки, необходимой для разделения режимов синхронных и несинхронных колебаний в модели (1) в случае установившихся процессов. С этой целью воспользуемся  $t$ -критерием Стьюдента для независимых выборок с уровнем значимости  $p < 0.05$ . На рис. 1 показано, как меняется значение  $t$  в зависимости от размера сегмента данных, выбранного для анализа, и числа таких сегментов  $k$ , используемых для усреднения результатов. Как видно из этого рисунка, достоверные различия режимов синхронных и несинхронных хаотических колебаний можно выявить по наборам данных, включающим примерно 64 времени возврата. При этом часто нет существенной разницы, как проводить оценку: усреднять значения  $\sigma(j)$  по двум сегментам длительностью 32 отсчета или использовать один сегмент длительностью 64 отсчета, однако по нашим оценкам второй вариант более предпочтительный. Отметим, что оценки  $\sigma(1)$  приводят к более высоким значениям  $t$ , чем  $\sigma(2)$ , т.е. в данном случае целесообразнее проводить анализ на первом уровне разрешения.

Рассмотрим теперь переходные процессы между режимами синхронных и несинхронных хаотических колебаний, которые будут смоделированы либо скачкообразным изменением параметра  $\Delta$ , либо его плавным изменением (линейный рост расстройки по частоте с переходом через границу области синхронизации). В первом случае переходный процесс протекает быстрее, и момент перехода четко фиксируется по значениям  $\sigma(1)$  для выборки объемом 128 времени возврата (рис. 2, *a*). При рассмотрении меньших выборок диагностика переходов возможна, но могут возникать неоднозначности, если, например, идентифицировать переходы между режимами путем введения порогового уровня для  $\sigma(1)$ .

Во втором случае (при более медленном изменении параметра) требуемый объем выборки также увеличивается (в данном примере до 256 отсчетов) (рис. 2, *b*). С одной стороны, данный результат является ожидаемым при увеличении длительности переходного процесса, но, с другой стороны, сохраняется возможность идентифицировать смену режима по сравнительно небольшой выборке. Это позволяет использовать метод многомасштабного анализа в качестве инструмента диа-



**Рис. 2.** Изменения стандартных отклонений коэффициентов детализации на первом уровне разрешения при быстром (*a*) и сравнительно медленном (*b*) изменении параметра расстройки по частоте для случая перехода от синхронных к несинхронным хаотическим колебаниям. Горизонтальной штриховой линией обозначен пороговый уровень, разделяющий режимы динамики.

гностики особенностей переходных процессов, включая оценку длительности переходного процесса и прогноза времени его завершения по небольшому участку данных. Последнее достигается при условии, что этот участок включает начало переходного процесса, которое соответствует существенному изменению значений дисперсии вейвлет-коэффициентов. Отметим, что сделанные оценки минимального объема выборки справедливы и при изучении других переходных процессов в модели (1), в частности переходов между синхронными хаотическими и гиперхаотическими колебаниями или между несинхронными хаотическими и гиперхаотическими колебаниями. Рассмотренный подход к анализу переходных процессов может применяться при изучении нестационарной динамики систем различной природы, при этом наряду со стандартными отклонениями могут использоваться другие характеристики распределения коэффициентов детализации.

### Финансирование работы

Исследование выполнено при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 19-12-00037).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] J.S. Bendat, A.G. Piersol, *Random data: analysis and measurement procedures*, 4th ed. (Wiley, N.J., 2010).
- [2] I. Daubechies, *Ten lectures on wavelets* (S.I.A.M., Philadelphia, 1992).
- [3] И.М. Дремин, О.В. Иванов, В.А. Нечитайло, УФН, **171** (5), 465 (2001). DOI: 10.3367/UFN.0171.200105a.0465 [I.M. Dremin, O.V. Ivanov, V.A. Nechitailo, Phys. Usp., **44** (5), 447 (2001). DOI: 10.1070/PU2001v044n05ABEH000918].
- [4] С.В. Божокин, ЖТФ, **82** (7), 8 (2012). [S.V. Bozhokin, Tech. Phys., **57** (7), 900 (2012). DOI: 10.1134/S1063784212070067].
- [5] С.В. Божокин, И.М. Сулова, ЖТФ, **83** (12), 26 (2013). [S.V. Bozhokin, I.M. Suslova, Tech. Phys., **58** (12), 1730 (2013). DOI: 10.1134/S1063784213120074].
- [6] P.S. Addison, *The illustrated wavelet transform handbook: introductory theory and applications in science, engineering, medicine and finance*, 2nd ed. (CRC Press, Boca Raton, 2017).
- [7] A.E. Hramov, A.A. Koronovskii, V.A. Makarov, V.A. Maksimenko, A.N. Pavlov, E. Sitnikova, *Wavelets in neuroscience*, 2nd ed. (Springer, Cham, 2021). DOI: 10.1007/978-3-030-75992-6
- [8] N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shih, Q. Zheng, N.-C. Yen, C.C. Tung, H.H. Liu, Proc. R. Soc. Lond. A, **454**, 903 (1998). DOI: 10.1098/rspa.1998.0193
- [9] C.-K. Peng, S. Havlin, H.E. Stanley, A.L. Goldberger, Chaos, **5**, 82 (1995). DOI: 10.1063/1.166141
- [10] R.M. Bryce, K.B. Sprague, Sci. Rep., **2**, 315 (2012). DOI: 10.1038/srep00315
- [11] N.S. Frolov, V.V. Grubov, V.A. Maksimenko, A. Lüttjohann, V.V. Makarov, A.N. Pavlov, E. Sitnikova, A.N. Pisarchik, J. Kurths, A.E. Hramov, Sci. Rep., **9**, 7243 (2019). DOI: 10.1038/s41598-019-43619-3
- [12] А.Н. Павлов, О.Н. Павлова, А.А. Короновский (мл.), Письма в ЖТФ, **46** (6), 47 (2020). DOI: 10.21883/PJTF.2020.06.49166.18136 [A.N. Pavlov, O.N. Pavlova, A.A. Koronovskii, Jr., Tech. Phys. Lett., **46** (3), 299 (2020). DOI: 10.1134/S1063785020030281].
- [13] О.Н. Павлова, А.Н. Павлов, Письма в ЖТФ, **47** (9), 52 (2021). DOI: 10.21883/PJTF.2021.09.50910.18653 [O.N. Pavlova, A.N. Pavlov, Tech. Phys. Lett., **47**, 463 (2021). DOI: 10.1134/S1063785021050126].
- [14] О.Н. Павлова, А.Н. Павлов, Письма в ЖТФ, **45** (18), 6 (2019). DOI: 10.21883/PJTF.2019.18.48228.17882 [O.N. Pavlova, A.N. Pavlov, Tech. Phys. Lett., **45** (9), 909 (2019). DOI: 10.1134/S1063785019090268].
- [15] S. Thurner, M.C. Feurstein, M.C. Teich, Phys. Rev. Lett., **80**, 1544 (1998). DOI: 10.1103/PhysRevLett.80.1544
- [16] I.M. Dremin, V.I. Furletov, O.V. Ivanov, V.A. Nechitailo, V.G. Terziev, Control Eng. Pract., **10**, 599 (2002). DOI: 10.1016/S0967-0661(02)00005-9
- [17] O.N. Pavlova, G.A. Guyo, A.N. Pavlov, Physica A, **585**, 126406 (2022). DOI: 10.1016/j.physa.2021.126406
- [18] B.P. Bezruchko, T.V. Dikanev, D.A. Smirnov, Phys. Rev. E, **64**, 036210 (2001). DOI: 10.1103/PhysRevE.64.036210
- [19] А.А. Короновский, Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов, ДАН, **389** (6), 749 (2003). [A.A. Koronovskii, D.I. Trubetskov, A.E. Hramov, Dokl. Phys., **48** (4), 166 (2003). DOI: 10.1134/1.1574371].