09

# О формировании траектории оси лазерного излучения в дифференциальной кювете Андерсона

© А.А. Гольдберг,<sup>1</sup> Р.В. Давыдов,<sup>1</sup> И.Д. Кочетков,<sup>1</sup> В.В. Давыдов,<sup>1,2</sup> Д.С. Проводин<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

195251 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича, 193232 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: davydov vadim66@mail.ru

Поступило в Редакцию 14 сентября 2022 г. В окончательной редакции 9 ноября 2022 г. Принято к публикации 13 ноября 2022 г.

Обоснована необходимость исследования изменения оси лазерного излучения в дифференциальной кювете Андерсона. Разработана новая методика для проведения данных исследований, учитывающая все факторы, влияющие на изменения в траектории оси лазерного излучения в дифференциальной кювете, а также за ее пределами. Впервые выведено уравнение для исследования изменения траектории оси лазерного излучения как в кювете Андерсона, так и за ее пределами от различных ее параметров, значений показателей преломления эталонной *n<sub>s</sub>* и исследуемой *n<sub>m</sub>* жидкой среды. Представлены результаты проверки достоверности выведенного уравнения. Впервые для дифференциальной кюветы Андерсона получен полином 12-й степени относительно показателя преломления исследуемой среды.

Ключевые слова: лазерное излучение, рефракция, жидкость, показатель преломления, кювета Андерсона, траектория распространения, уравнение, полином.

DOI: 10.21883/JTF.2023.01.54073.223-22

### Введение

В настоящее время особое внимание уделяется разработке быстрых и надежных методов экспресс-контроля состояния конденсированных сред [1-4]. Это связано с различными причинами, основными из которых являются ухудшение экологии, нарушение условий хранения и транспортировки конденсированных сред вследствие сокращения издержек, а также снижение качества при производстве самих сред и т.д. [5-8]. Поэтому перед использованием конденсированных сред, особенно при проведении различных экспериментов, их необходимо оперативно проверять, чтобы обеспечить достоверность получаемых результатов. Это привело к тому, что, кроме высоких требований по точности и скорости измерения, а также возможности контролировать большое число сред, к методам экспрессконтроля добавили еще одно: проведенные измерения для определения состояния среды не должны изменять ее физическую структуру и химический состав [4,9-11]. Измерение показателя преломления n<sub>m</sub> конденсированной среды с использованием явления рефракции — один из вариантов решения задачи экспрессконтроля, который обеспечивает выполнение этих требований как в условиях лаборатории, так и за ее пределами.

Развитие научно-технического прогресса привело к появлению большого числа жидких сред и их смесей с высоким показателем преломления  $n_m$  (например, иоди-

стый метилен (дииодметан) — значение  $n_m = 1.7425$ или раствор селена и дисульфида димышьяка в трибромиде мышьяка в соотношении 1:1:3 — значение  $n_m = 2.1128$  и т.д.). В связи с этим возникла необходимость в проведении дополнительных исследований для поиска новых решений по обеспечению проведения измерений  $n_m$  в большом диапазоне его изменения с высокой точностью. Проведенные ранее исследования [12–14] показали, что один из возможных вариантов решения данной задачи связан с использованием дифференциального метода измерения  $n_m$  (дифференциальный рефрактометр с кюветой Андерсона).

Анализ результатов различных исследований [15–20], а также принципов работы конструкций дифференциальных рефрактометров [12–14] показал, что при рассмотрении кюветы Андерсона использовались два приближения, которые существенно ограничивают точность и диапазон измерения  $n_m$ .

Первое. При рассмотрении прохождения лазерного излучения через кювету Андерсона считалось, что толщина перегородки d (рис. 1) между двумя ее отсеками — бесконечно малая величина по сравнению с геометрическими размерами кюветы ( $l_1$  — длина основания,  $l_2$  — ширина основания). В этих исследованиях использовались кюветы с  $l_1 = 100-200$  mm,  $l_2 = 150-300$  mm при d = 0.5 mm. Материал — кварцевое стекло ( $\alpha$ -кварц). Поэтому в соотношение, которое было получено для угла  $\varphi$  (это соотношение используется для определения  $n_m$ ), под которым выходит из кюветы



**Рис. 1.** Дифференциальная кювета Андерсона с направлением распространения максимума лазерного излучения: *1* — боковая грань кюветы Андерсона, на которую поступает лазерное излучение; *2* — перегородка; *3* — боковая грань кюветы Андерсона, через которую выходит лазерное излучение; *4* — фотодиодная линейка.

Андерсона лазерное излучение после всех преломлений, уже изначально была заложена погрешность. Данная погрешность увеличивается как минимум в три-четыре раза с уменьшением  $l_1$  и  $l_2$  кюветы. В настоящее время для исследований выпускаются кюветы с размерами  $l_1 = 30-50$  mm,  $l_2 = 40-100$  mm. Это привело к увеличению погрешности измерения  $n_m$  и сделало маловостребованными данные рефрактометрические измерения для контроля состояния биологических и водных растворов солей, медицинских суспензий, кислот, щелочей и т.д.

Второе. Соотношение для угла  $\varphi$ , которое используется для определения значения  $n_m$ , было выведено для частного случая кюветы Андерсона  $(l_1 = l_2)$ . В случае невыполнения равенства между гранями  $l_1$  и  $l_2$ в соотношении для угла  $\varphi$  предлагалось использовать поправочный коэффициент. Численные значения этого коэффициента были обоснованы экспериментальными данными измерений  $n_m$  с использованием дифференциальных рефрактометров. В этих измерениях  $n_m$  использовались соотношения, в которых была заложена большая погрешность по причине отсутствия параметров перегородки кюветы. Поэтому ряд ученых в своих работах отмечают, что использование этого коэффи циента может увеличить погрешность измерения  $n_m$  до 5% и более, что делает данные измерения невостребованными. Поэтому они рекомендуют для исследований использовать дифференциальную кювету Андерсона с  $l_1 = l_2$  [15,17,18,21].

Проведенные нами исследования для случая  $l_1 = l_2 \le 60 \,\mathrm{mm}$  показали, что максимум лазерного излучения при большом изменении  $n_m$  может не попасть на боковую грань *3* кюветы Андерсона (рис. 1), что приведет к сбою в работе рефрактометра. В случае попадания лазерного излучения в угол кюветы проводить измерения  $n_m$  будет крайне сложно.

Поэтому целью настоящей работы является вывод уравнения для исследования особенностей характера изменения распространения траектории оси лазерного излучения без приближений как в кювете Андерсона, так и за ее пределами до фоточувствительного сенсора фотодиодной линейки, на котором происходит ее регистрация, от параметров кюветы, значений показателей преломления эталонной  $n_s$  и измеряемой  $n_m$  жидкости, а также расстояния l (рис. 1). Это позволит обеспечить высокую точность измерения  $n_m$  в широком диапазоне его изменения.

## Формирование траектории распространения максимума лазерного излучения в дифференциальной кювете Андерсона и ее особенности

На рис. 1 представлена схема дифференциальной кюветы Андерсона с направлением распространения траектории оси лазерного излучения от внешней стенки *1* кюветы до фоточувствительного сенсора на фотодиодной линейке *4*. Использование фотодиодной линейки для регистрации лазерного излучения в рефрактометрах является в настоящее время наиболее целесообразным [13,14,16,18,22,23].

Структура формирования траектории оси лазерного излучения от стенки 1 до сенсора 4 основана на преломлении излучения на границах нескольких сред с различными показателями преломления в точках A, B, Cи D (рис. 1). Рассматриваются смещения по вертикали точек B, C, D и K (параллельно грани 1) относительно точки A (рис. 1). Для каждого смещения (расстояния  $L_1, L_2, L_3$  и  $L_4$ ) выводится математическое соотношение с учетом параметров кюветы (геометрических размеров, материала и т.д.), значений показателей преломления  $n_s$  и  $n_m$ , места ввода лазерного излучения в кювету (грань 1 — точка O — расстояние y) и расстояния lдо фотодиодной линейки 4.

Проведенные нами исследования показали, что при рассмотрении траектории оси лазерного излучения возникает ряд особенностей, основная из которых связана с учетом в уравнении, описывающем траекторию оси лазерного излучения, параметров перегородки 2 (рис. 1) — значения *d* и показателя преломления материала *n*, из которого изготовлена перегородка. Обычно для ее изготовления используют три материала: кварц, сапфир и стекло КВ. Стоит отметить, что из этого же материала изготавливают и остальные грани кюветы Андерсона. В этом случае необходимо рассмотреть три варианта формирования траектории. Эти варианты связаны с тем, в каком соотношении находятся показатели преломления n<sub>m</sub> и, например, n<sub>q</sub> (кювета изготовлена из кварца). При проведении исследований могут возникнуть три ситуации ( $n_m > n_q$ ,  $n_m = n_q$  и  $n_m < n_q$ ). При этом необходимо еще учесть одну особенность, связанную с соотношением между значениями  $n_s$  и  $n_q$ . В случае  $n_s > n_q$  на границе двух сред может произойти полное внутреннее отражение. Ранее при измерении угла  $\varphi$  для определения  $n_m$  это не учитывалось. Некоторые ученые предполагали возможность возникновения такой ситуации, поэтому для проведения исследований рекомендовалось использовать эталонную жидкость с  $n_s < n_q$ . Проведенные авторами исследования показали, что для повышения точности измерения значения n<sub>m</sub> может возникнуть необходимость использования эталонной жидкости с  $n_s > n_q$ . В этом случае необходимо исключить выполнение следующего

соотношения, соответствующего полному внутреннему отражению на границе двух сред:

$$\frac{n_s}{n_q}\sin(\alpha_1) > 1. \tag{1}$$

Результаты исследований показали, что для того, чтобы соотношение (1) выполнялось для эталонных жидкостей, которые используют в реальных условиях для измерений, необходимо, чтобы угол  $\alpha_1$  (рис. 1) был больше 60°. Поэтому размеры кюветы Андерсона выбирают для обеспечения указанного условия. Для проведения эксклюзивных исследований, например, с  $n_s > 1.7$ , используют специальные кюветы с  $\alpha_1 = 30^\circ$ , что исключает выполнение соотношения (1).

Далее рассмотрим ситуации, связанные с тем, что значение n<sub>m</sub> сложно спрогнозировать, так как оно может изменяться по различным причинам. Кроме того, значение *n<sub>m</sub>* необходимо измерять с высокой точностью (не хуже 10<sup>-3</sup>). Первая ситуация связана с соотношением  $n_m > n_q$ . В этом случае траектория изменения оси лазерного излучения представлена на рис. 1. Вторая ситуация —  $n_m = n_q$ . Проведенные нами эксперименты показали, что для описания изменения траектории оси лазерного излучения в этом случае можно использовать уравнение, полученное при рассмотрении случая  $n_m > n_q$ . Третья ситуация (связанная с соотношением  $n_m < n_q$ ) для дифференциального рефрактометра рассматривается впервые. В этом случае преломленный лазерный луч (рис. 1, точка *B*) уходит выше прямой *OA*. Эта ситуация также учитывается в настоящей работе, так как при выводе математического соотношения для определения  $L = L_1 + L_2 + L_3 + L_4$  учитывается наличие перегородки в кювете с параметрами d и n<sub>q</sub>. Использование выведенных ранее соотношений без учета этих параметров для определения n<sub>m</sub> при проведении измерений разработанными ранее конструкциями рефрактометров приводило к большим погрешностям.

На рис. 2 представлен фрагмент A из рис. 1 для более наглядного представления вывода соотношений для определения  $L_1, L_2, L_3$  и  $L_4$  при рассмотрении изменения траектории оси лазерного излучения для случая  $n_m > n_q$ .

При рассмотрении третей ситуации  $(n_m < n_q)$  необходимо учесть еще одну особенность, которая связана с явлением полного внутреннего отражения лазерного излучения на границе двух сред при переходе из более плотной среды в менее плотную  $(n_q > n_m)$ . Для этого случая необходимо определить условие полного внутреннего отражения и разработать способы, позволяющие исключить влияние данного фактора на измерение  $n_m$ .

Рассмотрим изменение траектории оси лазерного излучения на рис. 2. Полное внутренне отражение на границе двух сред (кварц и исследуемая среда) происходит при выполнении следующего соотношения:

$$\sin(\beta_2) \frac{n_q}{n_m} = \sin(\alpha_2) > 1.$$
<sup>(2)</sup>



Рис. 2. Фрагмент А — часть дифференциальной кюветы Андерсона с фотодиодной линейкой.

С учетом того, что лазерное излучение до этой границы еще один раз преломляется на границе двух других сред с  $n_s$  и  $n_q$ , соотношение (2) можно преобразовать следующим образом:

$$\frac{n_s}{n_m}\sin(\alpha_1) > 1.$$
(3)

Полученное соотношение (3) показывает, что полное внутренне отражение лазерного излучения на отмеченной границе двух сред возникает только в случае, когда  $n_s > n_m$  для определенных значениях угла  $\alpha 1$ , который зависит от геометрических размеров кюветы. Ранее при рассмотрении соотношения (1) было установлено, что угол  $\alpha_1 < 60^\circ$ . В этом случае полное внутренне отражение на границе двух сред произойдет при выполнении следующего соотношения:

$$\frac{n_s}{n_m} \ge 1.155. \tag{4}$$

Для угла  $\alpha_1 = 45^\circ$  соотношение (3) преобразуется в следующее:

$$\frac{n_s}{n_m} \ge 1.414. \tag{5}$$

Опыт эксплуатации дифференциальных рефрактометров показывает, что выполнение условия (4) может возникнуть только при проведении исследований в случае решения специальных задач. В такой ситуации рекомендуется использовать кювету Андерсона с  $\alpha_1 = 30^\circ$ и менее, так как в этом случае вероятность выполнения (5) близка к нулю. Необходимо также отметить, что соотношения (4) и (5) с высокой вероятностью могут быть выполнены, если при проведении исследований размещение эталонной и исследуемой жидкости будет перепутано между собой (их зальют в другие отсеки дифференциальной кюветы Андерсона). В этом случае сигнал лазерного излучения с ярко выраженным максимумом в диаграмме направленности на фотодиодной линейке 4 будет отсутствовать. Достоверные измерения n<sub>m</sub> провести будет невозможно, так как на фоточувствительные сенсоры фотодиодной линейки попадут многократно отраженные слабые сигналы лазерного излучения. Чтобы не допустить проведение недостоверных измерений n<sub>m</sub> по этим сигналам, при их обработке с фотодиодной линейки реализуется следующее. Осуществляется нормировка выходного сигнала U с фотодиодной линейки 4 по следующему принципу:

$$U = \frac{\sum_{i=1}^{1024} U_i}{U_{\text{max}}},$$
 (6)

где  $U_{\text{max}}$  — максимальное значение сигнала освещенности с элемента фотодиодной линейки,  $U_i$  — амплитуда сигнала с элемента фотодиодной ячейки, i — номер элемента. Это позволяет однозначно идентифицировать наличие одного ярковыраженного максимума на сенсорах фотодиодной линейки от прошедшего через несколько сред в кювете Андерсона лазерного излучения. В случае поступления на фотодиодную линейку многократно отраженных оптических сигналов четко определяются небольшие всплески амплитуды U, которые однозначно отличаются от ярковыраженного максимума. Ранее в используемых методиках для обработки оптических сигналов в дифференциальных рефрактометрах это было не реализовано.

Кроме того, использование этой методики позволяет однозначно определять положение оси регистрируемого лазерного излучения (максимум по амплитуде) при возникновении искажений в форме пучка по причине поглощения лазерного излучения и последующего его испускания в исследуемой среде (эталонная жидкость подбирается так, чтобы данные процессы были минимальны), а также идентифицировать световые всплески или искажения в форме лазерного пучка (для однозначного определения положения оси лазерного излучения) от рассеяния при исследовании среды, в которую добавили другую среду, и осталась небольшая нерастворенная часть. Аналогичная ситуация может возникнуть при контроле состояния углеводородных сред, где одна среда попала в небольшом количестве в другую среду (например, спирты, авиационный керосин и т.д.). Эта методика может быть эффективно применена для случая образования незначительных спеклов. Искажения в форме пучка — небольшие, и можно определить положение оси лазерного излучения на сенсорах фотодиодной линейки.

В случае присутствия в исследуемой среде различных частиц, которые вызовут рассеяние лазерного излучения, например, Ми, искажения в форме пучка будут значительные, и однозначно определить положение оси лазерного излучения на фотодиодной линейке будет крайне сложно.

В случае образования спеклов по различным причинам, например, нерастворенные примеси (в небольших концентрация) с размером порядка 0.02 и более от ширины лазерного пучка, установить положение оси лазерного излучения на фотодиодной линейке будет невозможно. Необходимо отметить, что данный вопрос требует проведения дополнительных обширных исследований со специально изготовленными модельными средами.

Поэтому перед выводом уравнения для описания изменения положения оси лазерного излучения при прохождении его через дифференциальную кювету с

жидкими средами и расстояния до фотодиодной линейки определим следующие. Геометрически-лучевой подход для описания изменения оси лазерного излучения рассматривается нами, когда жидкие среды прозрачны, однородны, искажения в волновом фронте минимальны. Различные сложности по определению положения оси лазерного излучения при регистрации на фотодиодной линейке были рассмотрены ранее.

### 2. Уравнение для описания изменения оси лазерного излучения

В качестве примера представим вывод уравнения для описания изменения оси лазерного излучения для ситуации, когда  $n_m > n_q$ . Рассмотрим фрагмент A (рис. 2) и запишем следующие соотношения:

$$A: \frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1} = \frac{n_q}{n_s}; B: \frac{\sin\alpha_2}{\sin\beta_2} = \frac{n_m}{n_q}; C: \frac{\sin\alpha_3}{\sin\beta_3} = \frac{n_q}{n_m};$$
$$D: \frac{\sin\alpha_4}{\sin\beta_4} = \frac{n_a}{n_q};$$

$$\alpha_1 = \alpha_3 + \beta_2, \ L_1 = l \operatorname{tg} \beta_4, \ L_2 = d_1 \operatorname{tg} \beta_3, \ L_3 = K_1 \operatorname{tg} \alpha_3,$$

a

$$K_{1} = (y - b_{1} + L_{4}) \operatorname{tg} \alpha_{1}, \quad \operatorname{tg} \alpha_{1} = \frac{1}{b},$$

$$L_{4} = |AB| \sin(\alpha_{1} - \beta_{1}) = \frac{d}{\cos\beta_{1}} \sin(\alpha_{1} - \beta_{1})$$

$$= d(\sin\alpha_{1} - \cos\alpha_{1} \operatorname{tg}\beta_{1}),$$

$$\frac{\sin\alpha_{1}}{\sin\beta_{1}} = \frac{n_{q}}{n_{s}} \Rightarrow \sin\beta_{1} = \frac{n_{s}}{n_{q}} \sin\alpha_{1},$$

$$\operatorname{tg} \beta_{1} = \frac{n_{s} \sin\alpha_{1}}{\sqrt{n_{q}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2}\alpha_{1}}}.$$

Эти соотношения в дальнейшем позволяют выразить значения  $L_1, L_2, L_3$  и  $L_4$  через параметры кюветы Андерсона, расстояние l, а также значения показателей преломления эталонной  $n_s$  и исследуемой  $n_m$  жидкой среды.

$$L_{4} = d \sin \alpha_{1} \left( 1 - \frac{n_{s} \cos \alpha_{1}}{\sqrt{n_{q}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1}}} \right),$$
(7)  
$$tg \alpha_{3} = tg(\alpha_{1} - \beta_{2}) = \frac{tg \alpha_{1} - tg \beta_{2}}{1 + tg \alpha_{1} tg \beta_{2}},$$
$$\frac{\sin \alpha_{1}}{\sin \beta_{1}} = \frac{n_{q}}{n_{s}}; \quad \frac{\sin \alpha_{2}}{\sin \alpha_{2}} = \frac{n_{m}}{n_{q}},$$
$$\alpha_{2} = \beta_{1} \Rightarrow \frac{\sin \alpha_{1}}{\sin \beta_{2}} = \frac{n_{m}}{n_{s}} \Rightarrow \sin \beta_{2} = \frac{n_{s}}{n_{m}} \sin \alpha_{1},$$
$$tg \beta_{2} = \frac{\frac{n_{s}}{n_{m}} \sin \alpha_{1}}{\sqrt{1 - \frac{n_{s}^{2}}{n_{m}^{2}} \sin^{2} \alpha_{1}}} = \frac{n_{s} \sin \alpha_{1}}{\sqrt{n_{m}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1}}},$$

$$\frac{L_3}{K_1} = \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 - \frac{n_s \sin \alpha_1}{\sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}}}{1 + \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{n_s \sin \alpha_1}{\sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}}}$$
$$= \frac{\sin \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \sin \alpha_1 \cos \alpha_1}{\cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} + n_s \sin^2 \alpha_1},$$
$$\frac{\sin \alpha_3}{\sin \beta_3} = \frac{n_q}{n_m} \Rightarrow \sin \beta_3 = \frac{n_m}{n_q} \sin \alpha_3 \Rightarrow \operatorname{tg} \beta_3$$
$$= \frac{\frac{n_m}{n_q} \sin \alpha_3}{\sqrt{1 - \frac{n_m^2}{n_q^2} \sin^2 \alpha_3}} = \frac{n_m \sin \alpha_3}{\sqrt{n_q^2 - n_m^2 \sin^2 \alpha_3}},$$

 $\sin \alpha_3 = \sin(\alpha_1 - \beta_2) = \sin \alpha_1 \cos \beta_2 - \sin \beta_2 \cos \alpha_1$ 

$$= \sin \alpha_1 \sqrt{1 - \frac{n_s^2}{n_m^2} \sin^2 \alpha_1} - \frac{n_s}{n_m} \sin \alpha_1 \cos \alpha_1$$
$$= \frac{\sin \alpha_1}{n_m} \Big( \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 \Big),$$

$$tg\beta_{3} = \frac{L_{2}}{d_{1}}$$

$$= \frac{\sin\alpha_{1}\left(\sqrt{n_{m}^{2} - n_{s}^{2}\sin^{2}\alpha_{1}} - n_{s}\cos\alpha_{1}\right)}{\sqrt{n_{q}^{2} - \sin^{2}\alpha_{1}\left(n_{m}^{2} + n_{s}^{2}\cos^{2}\alpha_{1} - n_{s}^{2}\sin^{2}\alpha_{1}\right)}},$$

$$L_{1} = l tg\beta_{4}, \quad \frac{\sin\alpha_{3}}{\sin\beta_{3}} = \frac{n_{q}}{n_{m}}; \quad \frac{\sin\alpha_{4}}{\sin\beta_{4}} = \frac{n_{a}}{n_{q}};$$

$$\alpha_{4} = \beta_{3} \Rightarrow \frac{\sin\alpha_{3}}{\sin\beta_{4}} = \frac{n_{a}}{n_{m}} \Rightarrow \sin\beta_{4} = \frac{n_{m}}{n_{a}}\sin\alpha_{3},$$

$$\sin\alpha_{3} = \frac{\sin\alpha_{1}}{n_{m}}\left(\sqrt{n_{m}^{2} - n_{s}^{2}\sin^{2}\alpha_{1}} - n_{s}\cos\alpha_{1}\right) \Rightarrow \sin\alpha_{6}$$

$$= \frac{\sin\alpha_{1}}{n_{a}}\left(\sqrt{n_{m}^{2} - n_{s}^{2}\sin^{2}\alpha_{1}} - n_{s}\cos\alpha_{1}\right),$$

$$\frac{L_1}{l} = \operatorname{tg}\beta_4 = \frac{\frac{\sin\alpha_1}{n_a} \left(\sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2\alpha_1} - n_s \cos\alpha_1\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{\sin\alpha_1}{n_a} \left(\sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2\alpha_1} - n_s \cos\alpha_1\right)\right)^2}}$$

$$= \frac{\sin \alpha_1 (\sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1 - n_s \cos \alpha_1})}{\sqrt{\frac{n_a^2 - \sin^2 \alpha_1 (n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1 + n_s^2 \cos^2 \alpha_1)}{-2n_s \cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}}}}$$



Рис. 3. Структурная схема лабораторного макета дифференциального рефрактометра: 1 — полупроводниковый лазер; 2 — блок питания лазера; 3 — линза; 4 — кювета Андерсона; 5 — фотодиодная линейка; 6 — аналого-цифровой преобразователь; 7 — многофункциональный блок питания; 8 — устройство обработки; 9 — ноутбук.

Это позволило получить следующее соотношение для *L*:

$$L = L_{1} + L_{2} + L_{3} + L_{4} = \sin \alpha_{1} \left( d \left( 1 - \frac{n_{s} \cos \alpha_{1}}{\sqrt{n_{q}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1}}} \right) + \left( \sqrt{n_{m}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1}} - n_{s} \cos \alpha_{1} \right) \right)$$

$$\times \left( \frac{l}{\sqrt{n_{a}^{2} - \sin^{2} \alpha_{1} (n_{m}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1} + n_{s}^{2} \cos^{2} \alpha_{1}}}{\sqrt{n_{a}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1} \sqrt{n_{m}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1}}} \right)$$

$$+ \frac{d_{1}}{\sqrt{n_{q}^{2} - \sin^{2} \alpha_{1} (n_{m}^{2} + n_{s}^{2} \cos^{2} \alpha_{1} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1})}}{-2n_{s} \cos \alpha_{1} \sqrt{n_{m}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1}}} + \frac{L_{1}}{\sqrt{n_{a}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1} + n_{s} \sin^{2} \alpha_{1}}} \right)$$

$$+ \frac{K_{1}}{\cos \alpha_{1} \sqrt{n_{m}^{2} - n_{s}^{2} \sin^{2} \alpha_{1} + n_{s} \sin^{2} \alpha_{1}}} \right)$$

$$(8)$$

Проверка достоверности соотношения (8) была реализована с использованием разработанного нами макета дифференциального рефрактометра с кюветой Андерсона (рис. 3). В двух секциях кюветы Андерсона размещались жидкие среды с известными показателями преломления. Одна из этих сред была эталонная —  $n_s$ , другая измеряемая —  $n_m$ . При размещении жидких сред в секциях кюветы Андерсона, учитывались соотношения (1), (3), (4) и (5), с учетом которых было получено соотношение (8). В лабораторном макете дифференциального рефрактометра используется полупроводниковый лазер 1 со встроенной оптикой. Лазер изготовлен компанией "Нататаtsu Photonics" (Япония) по специальному заказу компании "АТАGO" (Япония). Длина волны  $\lambda = 632.8$  nm, мощность P лазерного

**Таблица 1.** Значения смещения L максимума лазерного излучения на фотодиодной линейке для случая  $n_s = n_m < n_q$  для температуры жидких сред и кварца T = 293.1 К

Среда	$n_s = n_m$	$n_q$	$L_m$ , mm	$L_c$ , mm
Воздух	1.000273	1.537826	$1.4381 \pm 0.0005$	1.437762
Вода	1.327412	1.537826	$0.0828 \pm 0.0005$	0.082450
Спирт (этиловый)	1.361513	1.537826	$0.0715 \pm 0.0005$	0.071131
Бензин Аи-92	1.437762	1.537826	$0.0440 \pm 0.0005$	0.043715

**Таблица 2.** Значения смещения L максимума лазерного излучения на фотодиодной линейке для случая  $n_s = n_m > n_q$  для температуры жидких сред и кварца T = 293.1 К

Среда	$n_s = n_m$	$n_q$	$L_m$ , mm	$L_c$ , mm
Анилин	1.562442	1.537826	$0.0247 \pm 0.0005$	-0.024355
Сероуглерод	1.623018	1.537826	$0.0409 \pm 0.0005$	-0.040534
Иодистый метилен	1.742556	1.537826	$0.1168 \pm 0.0005$	-0.116417

излучения регулируется до 20 mW. После линзы 3 угол расходимости лазерного излучения  $\theta \approx 0.02 \,\mathrm{mrad.}$ Линза 3 является макролинзой (торической формы) и размещается рядом с торцом лазерного кристалла (встроенная оптика). Она преобразует волновой фронт лазерного излучения в плоскопараллельный. Лазер работает в режиме основной поперечной моды. Регулировка мощности Р необходима для проведения исследований сред с различной прозрачностью. От полупроводникового лазера 1 (рис. 3) излучение поступает на боковую грань 1 кюветы Андерсона (рис. 1) под прямым углом. Для регистрации лазерного излучения используется фотодиодная линейка TSL1406RSM (компания AMS-TAOS USA) с 1024 фоточувствительными сенсорами, которая изготовлена по специальному заказу компании "ATAGO" (Япония). Ширина зоны регистрации — 64.6 mm, высота — 3.6 mm. Размер фоточувствительного

сенсора  $(0.062 \times 1.6 \text{ mm})$ . Расстояние между сенсорами по длине линейки — 0.001 mm. Погрешность определения расстояния *L* в данном случае составляет 0.0005 mm (половина расстояния между фоточувствительными сенсорами — неопределенность положения оси (максимума по амплитуде) регистрируемого лазерного излучения).

Такое построение схемы регистрации лазерного излучения позволяет осуществлять контроль формы пучка и исследовать эволюцию формы лазерного пучка от состояния исследуемой среды даже в случаях, когда по причине наличия спеклов определить положение оси лазерного излучения на фотодиодной линейке невозможно. Эти исследования в дальнейшем позволят определить функциональные возможности разработанного дифференциального рефрактометра по исследованию различных сред.

По уровню 0.5 на расстоянии 300 mm от лазера в отсутствие кюветы была измерена ширина пучка, которая составляет  $0.448 \pm 0.001$  mm. В дальнейшем при исследованиях жидких сред ширина пучка лазерного излучения на сенсорах фотодиодной линейки увеличивается в зависимости от свойств исследуемой и эталонной среды, а также температуры *T*, при которой они находятся.

В табл. 1–3 представлены результаты сравнения измеренных  $L_m$  и рассчитанных значений  $L_c$  с использованием (8) для различных жидких сред. Для расчетов использовались следующие величины:  $n_q = 1.537826$ ,  $n_a = 1.000273$ , d = 0.5 mm,  $d_1 = 1$  mm, l = 20 mm, y = 4 mm.

Анализ полученных результатов показал, что значения  $L_m$  и  $L_c$  совпадают в пределах погрешности измерения  $L_m$ , что подтверждает достоверность выведенного нами соотношения (8) и возможность его использования в разработанной конструкции дифференциального рефрактометра (рис. 3) для определения  $n_m$ .

На рис. 4 в качестве примера проверки функциональных возможностей разработанной конструкции дифференциального рефрактометра представлены результаты исследования состояния водопроводной воды и водного раствора с окислами, который используется в биологических экспериментах, при различных температурах *T*. Водный раствор с окислами был приготовлен из водопроводной воды и 10% водного раствора азотной кислоты (в соотношении 97 к 3 по объему).

**Таблица 3.** Значения смещения L максимума лазерного излучения на фотодиодной линейке для случая  $n_s < n_q$  значение  $n_m$  любые при температуре жидких сред и кварца  $T = 293.1 \,\mathrm{K}$ 

Эталонная среда	$n_s$	Измеряемая среда	$n_m$	$n_q$	$L_m$ , mm	$L_c$ , mm
Воздух	1.000273	Спирт (этиловый)	1.361513	1.537826	$0.7708 \pm 0.0005$	0.770416
Вода	1.327412	Бензин Аи-92	1.437762	1.537826	$2.4711 \pm 0.0005$	2.470831
Спирт (этиловый)	1.361513	Сероуглерод	1.623018	1.537826	$6.4642 \pm 0.0005$	6.463831
Бензин Аи-92	1.437762	Йодистый метилен	1.742556	1.537826	$9.1239 \pm 0.0005$	9.123527

1.3348 1.3346 1.3344 1.3342 1.3340 1.3338 1.3336 ≓ 1.3334 rel. 1.3332 â 1.3330 1.3328 1.3326 1.3324 1.3322 1.3320 1.3318 1.3316 1.3314 1.3312 303 287 291 295 299 283 *T*, K

**Рис. 4.** Зависимость изменения показателя преломления  $n_m$  водопроводной воды от температуры *T*. Графикам соответствует состояние водопроводной воды: I — в воде нет окислов, 2 — в воде присутствуют окислы.

Состояние воды и раствора определяется по измеренному значению  $n_m$  с использованием (8). Полученные результаты совпадают с данными исследований других ученых [13,15,18,19,20,22–24].

Для дополнительного подтверждения достоверности результатов измерения  $n_m$ , полученных с использованием разработанной конструкции рефрактометра и соотношения (8), было выполнено исследование изменения показателя преломления моторного масла Rheinol 5W-30 от температуры T и проведено сравнение этих результатов с данными полученными с использованием промышленного рефрактометра Abbe NAR-2T (компания "ATAGO", Japan), погрешность измерения 0.0002. В табл. 4 представлены результаты сравнения измеренных показателей преломления с использованием двух приборов.

Анализ данных в табл. 4 показывает, что результаты измерений  $n_m$  совпадают в пределах погрешности измерения, что подтверждает достоверность полученного нами соотношения (8) и обоснованность предложенной методики измерения  $n_m$  с использованием дифференциальной кюветы Андерсона.

**Таблица 4.** Изменение показателя преломления *n<sub>m</sub>* моторного масла от температуры *T* 

<i>Т</i> , К	Лабораторный макет дифференциального рефрактометра	Промышленный рефрактометр Abbe NAR-2T
$285.1\pm0.1$	$1.4707 \pm 0.0005$	$1.4703 \pm 0.0002$
$287.2\pm0.1$	$1.4701 \pm 0.0005$	$1.4699 \pm 0.0002$
$291.3\pm0.1$	$1.4685 \pm 0.0005$	$1.4682 \pm 0.0002$
$295.2\pm0.1$	$1.4669 \pm 0.0005$	$1.4665 \pm 0.0002$
$299.3\pm0.1$	$1.4654 \pm 0.0005$	$1.4650 \pm 0.0002$
$303.2\pm0.1$	$1.4640 \pm 0.0005$	$1.4637 \pm 0.0002$
$307.2\pm0.1$	$1.4625 \pm 0.0005$	$1.4621 \pm 0.0002$
$310.1\pm0.1$	$1.4611 \pm 0.0005$	$1.4607 \pm 0.0002$
$313.2\pm0.1$	$1.4596 \pm 0.0005$	$1.4591 \pm 0.0002$

Далее для вывода аналитического соотношения  $n_m(d, L, n_s, l, d_1, n_q, \alpha_1)$  введем следующие обозначения:

$$\begin{aligned} \frac{L_4}{\sin \alpha_1} &= d \left( 1 - \frac{n_s \cos \alpha_1}{\sqrt{n_q^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}} \right) = L_4', \\ \frac{L}{\sin \alpha_1} - L_4' &= \frac{L - L_4}{\sin \alpha_1} = A, \\ \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1} - n_s \cos \alpha_1 = f_1, \\ f_1^2 &= n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1 + n_s^2 \cos^2 \alpha_1 - 2n_s \cos \alpha_1 \sqrt{n_m^2 - n_s^2 \sin^2 \alpha_1}, \\ f_2^2 &= f_1^2 \sin^2 \alpha_1, \quad f_2 = f_1 \sin \alpha_1, \\ A &= f_1 \left( \frac{l}{\sqrt{n_a^2 - f_2^2}} + \frac{d_1}{\sqrt{n_q^2 - f_2^2}} \right) \\ &+ \frac{K_1}{\cos \alpha_1 (f_1 + n_s \cos \alpha_1) + n_s \sin^2 \alpha_1} \right), \\ \frac{A}{f_1} &= \frac{l}{\sqrt{n_a^2 - f_2^2}} + \frac{d_1}{\sqrt{n_q^2 - f_2^2}} + \frac{K_1}{f_1 \cos \alpha_1 + n_s}. \end{aligned}$$

В этом случае уравнение (8) преобразуется в следующий вид:

$$\frac{A\sin\alpha_1}{f_2} = \frac{l}{\sqrt{n_a^2 - f_2^2}} + \frac{d_1}{\sqrt{n_q^2 - f_2^2}} + \frac{K_1}{f_2 \operatorname{tg} \alpha_1 + n_s}$$
$$\frac{L_0}{f_2} - \frac{K_1}{f_2 \operatorname{tg} \alpha_1 + n_s} = \frac{l}{\sqrt{n_a^2 - f_2^2}} + \frac{d_1}{\sqrt{n_q^2 - f_2^2}}.$$
(9)

В полученном соотношении (9) неизвестное  $n_m$ , которое необходимо определить по результатам измерения *L*, находится только в одной переменной  $f_2(n_m)$ .

1.3352

1.3350

Соотношение (9) можно решить относительно  $n_m$  только численно. Поэтому для получение аналитического соотношения  $n_m(d, L, n_s, l, d_1, n_q, \alpha_1)$  преобразуем (9). В результате выполненных преобразований получилось соотношение (10), которое является полиномом 12-й степени от  $f_2$ . Корни данного полинома являются соотношениями для  $n_m$  относительно переменных  $d, L, n_s, l, d_1, n_q$  и  $\alpha_1$  в явном виде. В соотношении (10) учитываются все факторы, влияющие на формирование траектории оси лазерного излучения в дифференциальной кювете Андерсона и за ее пределами до фотодиодной линейки 4 (рис. 2).

На основе экспериментальных значений  $n_m$ , полученных на лабораторном макете с использованием (8), мы осуществили проверку правильности вывода уравнения (10) для чего подставили все значения в уравнение (10) и получили нуль. Это достижение предложенного нами подхода, который позволяет найти ошибку при проведении математических преобразований и выводов, что отсутствует в ряде работ, связанных с решением теоретических задач.

В настоящее время разработаны методы, которые позволяют аналитически решить уравнение четвертой степени в общем виде. В общем случае, коэффициенты нашего полинома вещественные, поэтому для нахождения его корней мы принципиально можем использовать только один способ — разложение на множители. Поэтому мы планируем разложить полином на множители с помощью суперкомпьютера СПбПУ Петра Великого.

$$\begin{split} P(f_2) &= f_2^{12} \left( C^4 + e^4 \operatorname{ctg}^4(\alpha_1) + d_1^4 \operatorname{ctg}^4(\alpha_1) - 2e^2 d_1^2 \operatorname{ctg}^4(\alpha_1) \right. \\ &+ 2(e^2 + d_1^2) C^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) \right) + f_2^{11} \left( 4C^3 B + 4e^4 n_s \operatorname{ctg}^3(\alpha_1) \right. \\ &+ 4d_1^4 n_s \operatorname{ctg}^3(\alpha_1) - 8e^2 d_1^2 n_s \operatorname{ctg}^3(\alpha_1) + 4(e^2 + d_1^2) C \operatorname{ctg}(\alpha_1) \\ &\times \left( n_s C + \operatorname{ctg}(\alpha_1) B \right) \right) + f_2^{10} \left( -C^4 (2n_a^2 + 2n_q^2) + 6C^2 B^2 \right. \\ &- 2n_q^2 e^4 \operatorname{ctg}^4(\alpha_1) + 6e^4 n_s^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) - 2n_a^2 d_1^4 \operatorname{ctg}^4(\alpha_1) \right. \\ &+ 6d_1^4 n_s^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) + 2e^2 d_1^2 (n_q^2 + n_a^2) \operatorname{ctg}^4(\alpha_1) \\ &- 12e^2 d_1^2 n_s^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) - 2(n_q^2 + n_a^2) (e^2 + d_1^2) C^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) \right. \\ &- 2\left( C^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) (e^2 n_q^2 + d_1^2) - (e^2 + d_1^2) \left( C^2 n_s^2 + B^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) \right) \right. \\ &+ 4CB n_s \operatorname{ctg}(\alpha_1) \right) \right) + f_2^9 \left( -4C^3 B \left( 2n_a^2 + 2n_q^2 \right) + 4CB^3 \right. \\ &- 8n_q^2 e^4 n_s \operatorname{ctg}^3(\alpha_1) + e^4 n_s^3 \operatorname{ctg}(\alpha_1) - 8n_a^2 d_1^4 n_s \operatorname{ctg}^3(\alpha_1) \right. \\ &+ d_1^4 n_s^3 \operatorname{ctg}(\alpha_1) + 8e^2 d_1^2 n_s \operatorname{ctg}^3(\alpha_1) (n_q^2 + n_a^2) - 8e^2 d_1^2 n_s^3 \operatorname{ctg}(\alpha_1) \right) \\ &- 4 \left( n_q^2 + n_a^2 \right) \left( e^2 + d_1^2 \right) C \operatorname{ctg}(\alpha_1) \left( n_s - C + \operatorname{ctg}(\alpha_1) B \right) \right. \\ &- 4 \left( C \operatorname{ctg}(\alpha_1) \left( n_s C + \operatorname{ctg}(\alpha_1) B \right) \right) + f_2^8 \left( C^4 \left( n_a^4 + 4n_q^2 n_a^2 + n_q^4 \right) \right) \\ &- 6C^2 B^2 \left( 2n_a^2 + 2n_q^2 \right) + B^4 + e^4 n_q^4 \operatorname{ctg}^4(\alpha_1) - 12n_q^2 e^4 n_s^2 \right. \\ &\times \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) + n_s^4 e^4 + d_1^4 n_a^4 \operatorname{ctg}^4(\alpha_1) - 12n_a^2 d_1^4 n_s^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) \right) \end{split}$$

 $+n_{s}^{4}d_{1}^{4}-2e^{2}d_{1}^{2}n_{a}^{2}n_{a}^{2}\operatorname{ctg}^{4}(\alpha_{1})+12e^{2}d_{1}^{2}n_{s}^{2}\operatorname{ctg}^{2}(\alpha_{1})(n_{a}^{2}+n_{a}^{2})$  $-2e^2d_1^2n_s^4+2n_a^2n_a^2(e^2+d_1^2)C^2\operatorname{ctg}^2(\alpha_1)+2(n_a^2+n_a^2)$  $\times (C^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1)(e^2n_a^2+d_1^2)-(e^2+d_1^2)(C^2n_s^2+B^2\operatorname{ctg}^2(\alpha_1)))$  $+4CBn_s \operatorname{ctg}(\alpha_1))) - 2((e^2n_a^2 + d_1^2)(C^2n_s^2 + B^2\operatorname{ctg}^2(\alpha_1)))$  $+4CBn_{s}\operatorname{ctg}(\alpha_{1})) - (e^{2} + d_{1}^{2})B^{2}n_{s}^{2}))$  $+ f_2^7 (4C^3B(n_a^4 + 4n_a^2n_a^2 + n_a^4) - 4CB^3(2n_a^2 + 2n_a^2))$  $+4n_{a}^{4}e^{4}n_{s}\operatorname{ctg}^{3}(\alpha_{1})-8n_{a}^{2}e^{4}n_{s}^{3}\operatorname{ctg}(\alpha_{1})+4n_{a}^{4}d_{1}^{4}n_{s}\operatorname{ctg}^{3}(\alpha_{1})$  $-8n_a^2d_1^4n_s^3\operatorname{ctg}(\alpha_1)-8n_a^2n_a^2e^2d_1^2n_s\operatorname{ctg}^3(\alpha_1)+8e^2d_1^2n_s^3$  $\times \operatorname{ctg}(\alpha_1)(n_a^2 + n_a^2) + 4n_a^2 n_a^2 (e^2 + d_1^2) C \operatorname{ctg}(\alpha_1)$  $\times (n_s C + \operatorname{ctg}(\alpha_1)B) + 4(n_a^2 + n_a^2)(C\operatorname{ctg}(\alpha_1))$  $\times (n_s C + \operatorname{ctg}(\alpha_1)B)(e^2 n_a^2 + d_1^2) - (e^2 + d_1^2)$  $\times Bn_s(Cn_s + \operatorname{ctg}(\alpha_1)B)) - 4(e^2n_a^2 + d_1^2)Bn_s$  $-(Cn_s + \operatorname{ctg}(\alpha_1)B)) + f_2^6(-C^4(2n_a^2n_a^4 + 2n_a^4n_a^2))$  $+ 6C^{2}B^{2}(n_{a}^{4} + 4n_{a}^{2}n_{a}^{2} + n_{a}^{4}) - B^{4}(2n_{a}^{2} + 2n_{a}^{2})$  $+ 6n_a^4 e^4 n_s^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) - 2n_a^2 e^4 n_s^4 + 6n_a^4 d_1^4 n_s^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1)$  $-2n_a^2 d_1^4 n_s^4 - 12e^2 d_1^2 n_a^2 n_a^2 n_s^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) + 2e^2 d_1^2 n_s^4 (n_a^2 + n_a^2)$  $-2n_a^2n_a^2(C^2\operatorname{ctg}^2(\alpha_1)(e^2n_a^2+d_1^2)-(e^2+d_1^2))$  $\times (C^2 n_s^2 + B^2 \operatorname{ctg}^2(\alpha_1) + 4CBn_s - \operatorname{ctg}(\alpha_1)))$  $+2(n_a^2+n_a^2)((e^2n_a^2+d_1^2)(C^2n_s^2+B^2))$  $+4CBn_s \operatorname{ctg}(\alpha_1)) - 2B^2n_s^2(e^2n_a^2 + d_1^2)) + f_2^5(-4C^3)$  $\times B(2n_a^2n_a^4 + 2n_a^4n_a^2) + 4CB^3(n_a^4 + 4n_a^2n_a^2 + n_a^4)$  $+4n_a^4e^4n_s^3 \operatorname{ctg}(\alpha_1)+4n_a^4d_1^4n_s^3 \operatorname{ctg}(\alpha_1)-8e^2d_1^2n_a^2n_a^2n_s^3 \operatorname{ctg}(\alpha_1)$  $-4n_a^2n_a^2(C\operatorname{ctg}(\alpha_1)(n_sC+\operatorname{ctg}(\alpha_1)B)(e^2n_a^2+d_1^2)-(e^2+d_1^2))$  $\times Bn_s(Cn_s + \operatorname{ctg}(\alpha_1)B)) + 4(n_a^2 + n_a^2)(e^2n_a^2 + d_1^2)$  $\times Bn_{s}(Cn_{s} + \operatorname{ctg}(\alpha_{1})B)) + f_{2}^{4}(C^{4}n_{a}^{4}n_{a}^{4} - 6C^{2}B^{2}(2n_{a}^{2}n_{a}^{4}))$  $+2n_a^4n_a^2)+B^4(n_a^4+4n_a^2n_a^2+n_a^4)+n_s^4n_a^4e^4+n_s^4n_a^4d_1^4$  $-2e^2d_1^2n_s^4n_a^2n_a^2-2n_a^2n_a^2((e^2n_a^2+d_1^2)(C^2n_s^2+B^2\operatorname{ctg}^2(\alpha_1)))$  $+4CBn_s \operatorname{ctg}(\alpha_1)) - (e^2 + d_1^2)B^2n_s^2) + 2(n_a^2 + n_a^2)B^2$  $\times n_s^2(e^2n_a^2+d_1^2))+f_2^3(4C^3Bn_a^4n_a^4-4CB^3(2n_a^2n_a^4+2n_a^4n_a^2))$  $-4n_a^2n_a^2(e^2n_a^2+d_1^2)Bn_s(Cn_s+\operatorname{ctg}(\alpha_1)B))$  $+ f_2^2 (6C^2 B^2 n_a^4 n_a^4 - B^4 (2n_a^2 n_a^4 + 2n_a^4 n_a^2) - 2n_a^2 n_a^2 B^2 n_s^2)$  $\times (e^2 n_a^2 + d_1^2)) + f_2 4CB^3 n_a^4 n_a^4 + B^4 n_a^4 n_a^4 = 0.$ (10)

Для нахождения корней полинома нами будет использована разработанная программа на языке программирования Python. Далее необходимо будет исследовать каждый корень отдельно на соответствие экспериментальным данным и граничным условиям.

### Заключение

Полученное нами уравнение (10) в отличие от ранее применяемых соотношений в дифференциальных рефрактометрах с кюветой Андерсона позволит (с использованием его корней) провести ряд аналитических исследований влияния различных параметров кюветы Андерсона, а также значений  $n_s$  и *l* на характер изменения  $n_m$  при выполнении измерений в различных условиях, а также определить критические точки (максимумы и минимумы) и граничные условия, при которых измерения значений  $n_m$  невозможно. Экспериментально установить все эти условия проблематично. В ранее используемых соотношениях, полученных с различными приближениями, достоверный результат обеспечить было крайне сложно.

Необходимо отметить, что сопоставление результатом расчетных значений смещения L (табл. 1-3), полученных с использованием (8)-(10), с экспериментальными измерениями L для контрольных жидкостей показали адекватность разработанной нами модели, которая позволяет обеспечить возможность измерения значения n<sub>m</sub> с необходимой погрешностью в заданном диапазоне изменения показателя преломления. Например, в диапазоне изменения n<sub>m</sub> от 1.4 до 1.5 можно с использованием полученных соотношений (8)-(10) (выбрав параметры кюветы, показатель преломления эталонной жидкости n<sub>s</sub> и l) обеспечить необходимый режим измерения. Например, изменению в значении n<sub>m</sub> на 0.0001 соответствует смещение максимума лазерного излучения на один фоточувствительный сенсор. Экспериментальные исследования различных жидких сред (рис. 4, табл. 4) это подтвердили. Ранее получить данный результат в дифференциальном рефрактометре было крайне сложно.

Кроме того, разработанная нами конструкция дифференциального рефрактометра позволяет воспроизводить на экране ноутбука форму лазерного пучка, который регистрируется на фотодиодной линейке, и контролировать появление в нем, например, спеклов по различным причинам. Это позволяет определить вносимые ими искажения и целесообразность измерения в данном случае положения оси лазерного излучения, а также дальнейшие перспективы исследования данных сред разработанным нами дифференциальным рефрактометром, что делает возможным определение функциональных возможностей прибора по контролю им состояния различных сред.

В настоящее время разработаны конструкции фотодиодных линеек с количеством сенсоров 2048 и расстоянием между ними 0.0002 mm. В этом случае погрешность измерения L составит 0.0001 mm. Это расширит возможности измерения значения  $n_m$  с более высокой точностью.

Полученные нами результаты позволяют на основе дифференциального рефрактометра с кюветой Андерсона в дальнейшем разработать проверочную схему первого класса для ряда жидких сред. Для этого необходимо в условиях лаборатории, например, для изменения  $n_m$  в диапазоне от 1.43 до 1.44, обеспечить соответствие изменению в значении  $n_m$  на 0.00001 смещение максимума лазерного излучения на один фоточувствительный сенсор. В этом случае можно получить погрешность измерения при использовании соответствующей конструкции фотодиодной линейки порядка  $0.2 \cdot 10^{-5}$ , что близко к точностным характеристикам государственного эталона.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- A.F. Guedes, F.A. Carvalho, C. Moreira, J.B. Nogueira, N.C. Santos. Nanoscale, 9 (39), 14897(2017). DOI: 10.1039/c7nr03891g
- [2] В. Антонов, П. Ефремов. ЖТФ, 90 (9), 1506 (2020).
   DOI: 10.21883/JTF.2020.09.49683.24-20 [V. Antonov, P. Efremov. Tech. Phys., 65 (9), 1446 (2020).
   DOI: 10.1134/S1063784220090042]
- [3] M.S. Mazing, A.Y. Zaitceva, Y.Y. Kislyakov, S.A. Avdyushenko. Intern. J. Pharmaceutical Research, 12, 1974 (2020). DOI: 10.31838/iipr/2020.SP2.355
- [4] B.B. Давыдов, H.C. Мязин, Макеев, C.C. 1380 ЖТФ, В.И. Дудкин. **90**(8), (2020).DOI: 10.21883/JTF.2020.08.49551.40-20 [V.V. Davydov, N.S. Myazin, S.S. Makeev, V.I. Dudkin. Tech. Phys., 65 (8), 1327 (2020). DOI: 10.1134/S1063784220080058]
- [5] A. Bobyl, V. Malyshkin, V. Dolzhenko, A. Grabovets, V. Chernoivanov. IOP Confe. Series: Earth and Environmental Science, **390** (1), 012047 (2019).
   DOI: 10.1088/1755-1315/390/1/012047
- [6] F. Murzakhanov, G. Mamin, S. Orlinskii, M. Gafurov, V. Komlev. ACS Omega, 6 (39), 25338 (2021).
   DOI: 10.1021/acsomega.1c03238
- [7] E. Verbitskaya, V. Eremin, A. Zabrodskii, N. Egorov, A. Galkin. J. Instrumentation, **12** (3), C03036 (2017). DOI: 10.1088/1748-0221/12/03/C03036
- [8] J. Burlakovs, Z. Vincevica-Gaile, M. Krievans, T. Tamm, M. Klavins. Minerals, 10 (6), 1 (2020).
- [9] A. Bobyl, I. Kasatkin. RSC Advances, 11 (23), 13799 (2021).
   DOI: 10.1039/d1ra02102h
- [10] В.В. Давыдов, Н.С. Мязин, В.И. Дудкин, Н.М. Гребеникова. ЖТФ, 88 (12),1885 (2018).
   DOI: 10.21883/JTF.2018.12.46793.24-18 [V.V. Davydov, N.S. Myazin, V.I. Dudkin. Tech. Phys., 63 (12), 1845 (2018).
   DOI: 10.1134/S1063784218120046]
- [11] А.И. Жерновой, А.А. Комлев, С.В. Дьяченко. ЖТФ, 86 (2), 146 (2016). [А.І. Zhernovoi, А.А. Komlev, S.V. D'yachenko. Tech. Phys., 61 (2), 302 (2016). DOI: 10.1134/S1063784216020274]
- [12] M.A. Karabegov, Measurement Techniques, 47 (11), 1106 (2004). DOI: 10.1007/s11018-005-0069-1
- [13] N.M. Grebenikova, V.Y. Rud. J. Physics: Conference Series, 1410 (1), 012186 (2019).
   DOI: 10.1088/1742-6596/1410/1/012186

- [14] В.В. Давыдов, А.В. Мороз. Опт и спектр., 128 (9), 1303 (2020).
   [V.V. Davydov, A.V. Moroz, Optics and Spectroscopy, 128 (9), 1415 (2020). DOI: 10.1134/S0030400X20090076]
- [15] M.A. Karabegov, Measurement Techniques, 50 (6), 619 (2007). DOI: 10.1007/s11018-007-0120-5
- [16] E.V. Rodriguez, A.D. Guzman Chavez. Opt. Commun., 524, 128765 (2022). DOI: 10.1016/j.optcom.2022.128765
- [17] S.A. Jaywant, H. Singh, K.M. Arif. Sensors, 22 (6), 2290 (2022). DOI: 10.3390/s22062290
- [18] M. Condorelli, L. Litti, M. Pulvirenti, M. Meneghetti, G. Compagnini. Appl. Surfa. Sci., 566, 150701 (2021). DOI: 10.1016/j.apsusc.2021.150701
- [19] M.A. Karabegov, Measurement Techniques, 54 (10), 1203 (2012). DOI: 10.1007/s11018-012-9872-7
- [20] K.S. Rashid, L. Tathfif, A.A. Yaseer, M.F. Hassan, R.H. Sagor, Opt. Express, 29 (23), 37541 (2021).
   DOI: 10.1364/OE.442954
- [21] M.A. Karabegov. Measurement Techniques, 52 (4), 416 (2009). DOI: 10.1007/s11018-009-9279-2
- [22] P. Gao, X. Zheng, Y. Liu, Z. Wang. Optik, 267, 169682 (2022). DOI: 10.1016/j.ijleo.2022.169682
- [23] A. Kumar, P. Verma, P. Jindal, J. Opt. Society America B: Opt. Phys., 38 (12), F81 (2021). DOI: 10.1364/JOSAB.438367
- [24] V.S. Terent'ev, V.A. Simonov. Opt. Spectr., 129 (11), 1179 (2021). DOI: 10.1134/S0030400X21080191