

05.1;09.2

Метод изопах в неполяризованном свете

© В.В. Кесаев

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

E-mail: vladimir_kesaev@mail.ru

Поступило в Редакцию 9 сентября 2022 г.

В окончательной редакции 7 октября 2022 г.

Принято к публикации 7 октября 2022 г.

Предложен способ получения изопах в неполяризованном свете на установке по типу интерферометра Маха–Цендера. В случае неполяризованного света изопахы наблюдаются не только вследствие изменения толщины модели, но и из-за наведенного двулучепреломления. В отличие от существующих методов предлагаемый способ позволяет исследовать срезы трехмерных моделей или плоские напряженные образцы, в которых отсутствует вариация толщины, пропорциональная сумме главных напряжений. Приводится краткое теоретическое рассмотрение, основанное на формализме матрицы когерентности, рассмотрено также экспериментально полученное поле изопах для модели из высокомолекулярного материала. Метод отличается удобством и простотой в техническом исполнении.

Ключевые слова: фотоупругость, поляризационно-оптический метод, интерферометрия, напряженно-деформированное состояние, изопахы, изохромы, изоклина.

DOI: 10.21883/PJTF.2022.22.53807.19360

Поляризационно-оптический метод исследования напряжений относится к экспериментальным методам исследования механических напряжений и позволяет получить информацию о разности и направлении главных напряжений. Для того чтобы разделить напряжения, необходимо прибегать к дополнительным аналитическим или экспериментальным методам. Хорошо известны такие экспериментальные методы, как экстензиометрия [1,2], интерферометрия [3], метод голографической фотоупругости [4,5] и др. Несмотря на долгую историю, задача разделения напряжений привлекает исследователей и в настоящее время. Например, в работе [6] предложен метод получения изопах с помощью последовательной регистрации картин интенсивности света для ненапряженной и напряженной фотоупругой модели и последующего решения уравнения переноса интенсивности [7]. В работе [8] предложен оригинальный метод изопах, основанный на интерферометре Маха–Цендера, в котором сигнальное плечо представляет собой циркулярный полярископ, где азимуты выходной четвертьволновой пластинки и анализатора принимают четыре дискретных значения. Численный анализ картин интерференции на выходе позволяет выделить информацию о сумме главных напряжений.

В настоящей работе предлагается способ, в котором на вход интерферометра Маха–Цендера подается неполяризованное излучение, а в одно из плеч интерферометра устанавливается напряженная фотоупругая модель (рис. 1, *a*). На выходе интерферометра будет наблюдаться картина полос, обусловленная фазой Панчаратнама–Берри [9], анализ которой позволяет получить сумму главных напряжений ($\sigma_1 + \sigma_2$).

Теоретическое описание пропускания интерферометра удобно выполнить с помощью формализма матрицы

когерентности [10]. Связь между входящей \mathbf{M}_0 и выходящей из интерферометра матрицей когерентности \mathbf{M} можно описать выражением

$$\mathbf{M} = \mathbf{T}\mathbf{M}_0\mathbf{T}^*, \quad \mathbf{T} = \mathbf{T}_s + \mathbf{T}_r, \quad (1)$$

где $\mathbf{M}_0 = \mathbf{I}_2$ — 2×2 единичная матрица, описывающая неполяризованный свет; $\mathbf{T}_{s,r}$ — 2×2 матрицы пропускания для сигнального и опорного плеч интерферометра. Для опорного плеча, не содержащего модели, $\mathbf{T}_r = \mathbf{I}_2$. Матрицу пропускания сигнального плеча \mathbf{T}_s можно записать в форме

$$\mathbf{T}_s = t_1 \hat{\mathbf{d}}_1 \otimes \hat{\mathbf{d}}_1^* + t_2 \hat{\mathbf{d}}_2 \otimes \hat{\mathbf{d}}_2^*, \quad (2)$$

где для плоской задачи теории упругости оптические оси (собственные векторы)

$$\hat{\mathbf{d}}_1 = \hat{\mathbf{x}} \cos \Psi_d + \hat{\mathbf{y}} \sin \Psi_d, \quad \hat{\mathbf{d}}_2 = \hat{\mathbf{z}} \times \hat{\mathbf{d}}_1 \quad (3)$$

связаны с единичными векторами $\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}$ лабораторной системы координат в плоскости модели через угол Ψ_d (рис. 1, *b*). Двумерное распределение $\hat{\mathbf{d}}_{1,2}$ принято называть полем изоклин. Выражения для коэффициентов пропускания $t_{1,2}$ можно аппроксимировать формулами [9]:

$$t_{1,2} \approx \exp(i\Phi_{1,2}), \quad \Phi_{1,2} = kn_{1,2}D, \quad (4)$$

где $\Phi_{1,2}$ — абсолютные фазовые задержки; $n_{1,2}$ — показатели преломления для волн, линейно поляризованных в направлениях $\sigma_{1,2}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число; λ — длина волны в вакууме используемого света; D — геометрическая толщина модели.

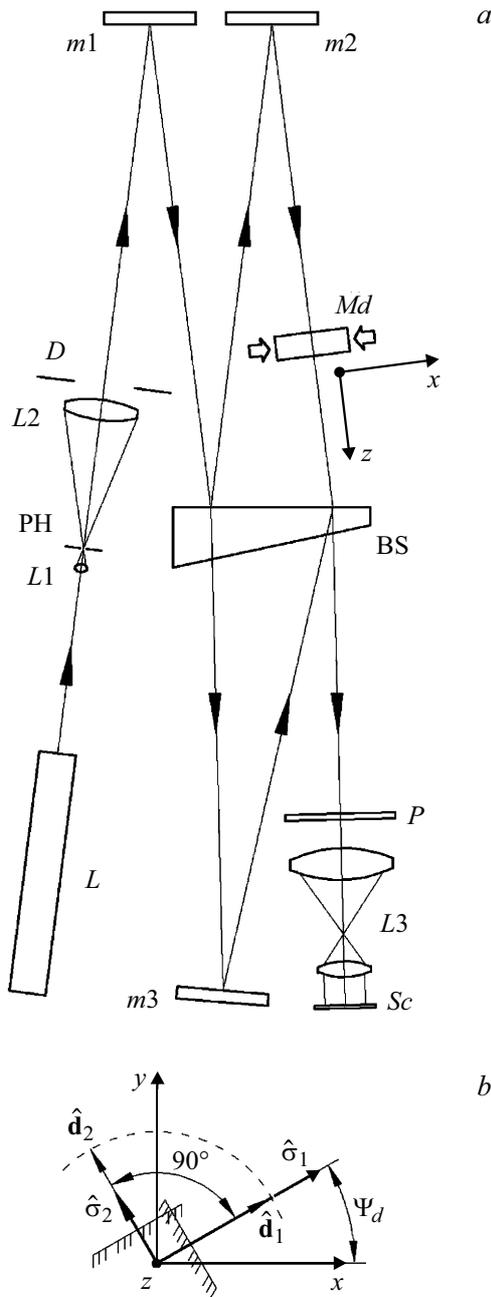


Рис. 1. *a* — интерферометр Маха–Цендера для получения изопах. *L* — неполяризованный He–Ne-лазер ($\lambda = 632.8 \text{ nm}$), *L1*, *L2* — линзы, *PH* — пинхол, *D* — диафрагма, *m* — зеркало, *Md* — напряженная фотоупругая модель, *BS* — светоделитель, *P* — поляризатор (устанавливался опционально), *L3* — телецентрический объектив, *Sc* — экран. Углы падения не превышают 2° для того, чтобы уменьшить поляризующее действие зеркал. *b* — направления векторов $\hat{\mathbf{d}}_{1,2}$ в лабораторной системе координат.

Перепишем выражение (1) в развернутом виде

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_r + \mathbf{M}_s + \mathbf{M}_i, \quad \mathbf{M}_i = \mathbf{T}_s \mathbf{M}_0 \mathbf{T}_r^* + \mathbf{T}_r \mathbf{M}_0 \mathbf{T}_s^*, \quad (5)$$

где $\mathbf{M}_r = \mathbf{T}_r \mathbf{M}_0 \mathbf{T}_r^* = \mathbf{M}_0$ — матрица когерентности опорного пучка, $\mathbf{M}_s = \mathbf{T}_s \mathbf{M}_0 \mathbf{T}_s^*$ — матрица когерентности

пучка, прошедшего фотоупругую модель, а \mathbf{M}_i — интерференционный член. В том случае, когда свет на входе не поляризован и входная матрица пропорциональна единичной ($\mathbf{M}_0 = \frac{I_0}{2} \mathbf{I}_2$), выходная матрица (5) будет иметь вид

$$\frac{\mathbf{M}}{I_0} = \frac{m_0}{2} \mathbf{I}_2 + \frac{m_p}{2} \begin{pmatrix} \cos 2\Psi_d & \sin 2\Psi_d \\ \sin 2\Psi_d & -\cos 2\Psi_d \end{pmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{I}{I_0} &\equiv m_0 = 1 + \frac{|t_1|^2 + |t_2|^2}{2} + \text{Re} [e^{-i\Phi_0} (t_1 + t_2)] \\ &\approx 2 \left\{ 1 + \cos(\Phi - \Phi_0) \cos(\Delta\Phi) \right\}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} m_p &= \frac{|t_1|^2 - |t_2|^2}{2} + \text{Re} [e^{-i\Phi_0} (t_1 - t_2)] \\ &\approx -2 \sin(\Phi - \Phi_0) \sin(\Delta\Phi), \end{aligned} \quad (8)$$

где аргументы

$$\Phi = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2}, \quad \Delta\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{2} \quad (9)$$

являются средним фазовым сдвигом Φ и относительной разностью фаз $\Delta\Phi$; Φ_0 — фаза волны, распространяющейся через опорное плечо интерферометра; I_0 — интенсивность света на входе.

Связь между главными напряжениями и показателями преломления (4) для плоского напряженного состояния описывается уравнениями Максвелла–Неймана

$$n_1 - n_0 = C_1 \sigma_1 + C_2 \sigma_2, \quad n_2 - n_0 = C_1 \sigma_2 + C_2 \sigma_1, \quad (10)$$

где C_1, C_2 — оптические постоянные материала модели, n_0 — показатель преломления ненагруженной модели. Выражение для выходной интенсивности (7) оказывается не зависящим от угла Ψ_d и содержит в себе информацию как о поле изохром $\Delta\Phi$, так и о поле изопах Φ — геометрическом месте точек с одинаковой средней фазовой задержкой и одинаковой суммой главных напряжений. Для анализа картины интерференции удобно использовать понятие „видности“ полос

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (11)$$

где $I_{\max, \min}$ — максимальная и минимальная интенсивности интерференционной картины. Согласно (7), изопахам будет соответствовать максимум или минимум выходной картины интенсивности в зависимости от того на светлое или темное поле настроен интерферометр. Видность этих полос $V = 1$. В точках же, где разность фаз будет кратна нечетному количеству половин волны $\Delta\Phi = \pi \{2N + 1\}$ (здесь $N = 0, 1, 2, \dots$), видность будет равна $V = 0$ в независимости от значения средней фазы Φ . Эти точки будут полосами изохром с полутоновой интенсивностью. На рис. 2, *a* приведен теоретически рассчитанный пример муаровой картины полос для кольца, изготовленного из низкомодульного фотоупругого

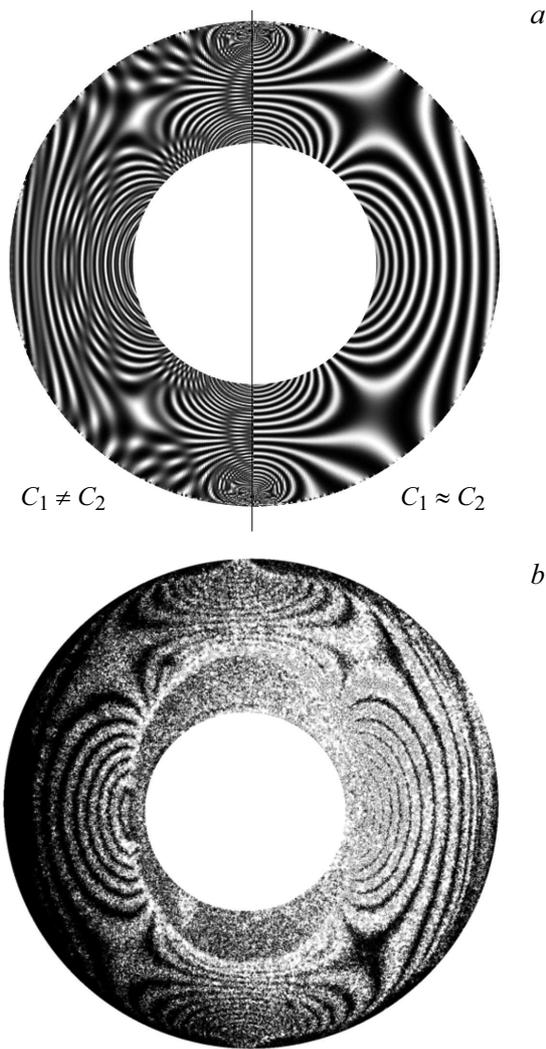


Рис. 2. *a* — теоретически рассчитанная муаровая картина, образованная изопахами и изохромами, при нагружении кольца из низко модульного материала с $C_1 = 18.1 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$, $C_2 = 87.6 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ (слева) и из высоко модульного материала с $C_1 = 60.3 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$, $C_2 = 58.4 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$ (справа). Внутренний радиус кольца 7.5 мм, наружный радиус 15 мм, толщина 5 мм. Кольцо нагружено давлением 39.2 МПа в двух диаметрально расположенных секторах по 4° . Расчет выполнен согласно [11]. *b* — экспериментально наблюдаемая в интерферометре картина изопах для этого кольца, изготовленного из плексигласа. Относительная разность фаз находилась в диапазоне $0 < \Delta\Phi \leq 8.4^\circ$.

материала ($C_1 \neq C_2$) и подвергнутого диаметральному сжатию. Картина свободна от изоклин, описываемых выражениями (3).

В том случае, когда для модели используется высоко модульный материал ($C_1 \approx C_2$), например минеральное или органическое стекло, выражение (7) преобразуется к виду

$$\frac{I}{I_0} \approx 2\{1 + \cos(\Phi - \Phi_0)\}. \quad (12)$$

Для таких материалов наблюдается только поле изопах. Отметим, что в среднюю фазу Φ вклад будет вносить как изменение толщины $\Delta d = \mu D(\sigma_1 + \sigma_2)/E$ (где μ — коэффициент Пуассона, E — модуль упругости материала), так и наводимое двулучепреломление (см. формулы (10)). Отличительной особенностью рассматриваемого способа является возможность анализа напряженных моделей или изделий, повергнутых шлифовке с последующей полировкой, т.е. с одинаковой толщиной D . Действительно, для такого случая постоянные материала $C_{1,2}$ достаточно определить на калибровочных моделях с выравниванием поверхности после нагружения. На рис. 2 показаны теоретическая и экспериментальная картины изопах для диаметрально сжатого плексигласового кольца. На рис. 3, *a* представлено это же кольцо после шлифовки и полировки. Видно, что цена полосы возросла (порядок полосы уменьшился).

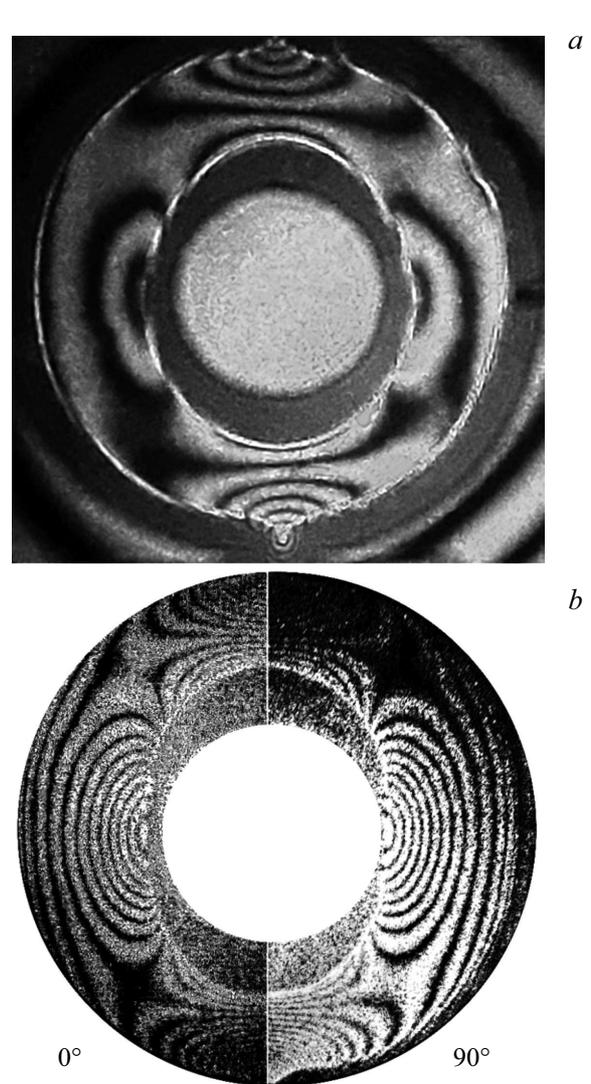


Рис. 3. *a* — фотография изопах для кольца, показанного на рис. 2, после шлифовки и полировки. *b* — фотография изопах, показанных на рис. 2, *b*, при установленном на выходе из интерферометра поляризаторе с азимутом $\Psi_p = 0^\circ$ (слева) и 90° (справа).

Прошедшее через фотоупругую модель неполяризованное излучение остается неполяризованным и описывается матрицей, пропорциональной единичной. Отличие выходной матрицы \mathbf{M} от единичной обуславливается только интерференционным слагаемым \mathbf{M}_i . Благодаря ему на выходе из интерферометра будут наблюдаться два эффекта: а) модуляция интенсивности света согласно формуле (7); б) световое поле на выходе интерферометра окажется частично поляризованным со степенью поляризации

$$P = |m_p|/m_0. \quad (13)$$

Частичная поляризация, возникшая вследствие интерференции сигнального и опорного лучей, обуславливает зависимость интенсивности света, прошедшего через линейный поляризатор, установленный на выходе из интерферометра, от азимута поляризатора Ψ_p :

$$I_p(\Psi_p)/I_0 = [m_0 + m_p \cos(2\Psi_d - 2\Psi_p)]/2. \quad (14)$$

Анализ последнего выражения показывает, что в зависимости от $\Delta\Phi$ полосы изопах могут смещаться по полю вплоть до значения π (т.е. интерференционный максимум сменится на минимум) при повороте поляризатора на угол $\pi/2$. На рис. 3, б показаны экспериментально полученные картины изопах для двух ортогональных азимутов поляризатора, значение $\Delta\Phi$ при этом было примерно одинаковым по всей площади модели. Обратим внимание на то, что точки, не меняющие своей интенсивности при изменении Ψ_p , оказываются изотропными с $P = 0$.

В заключение отметим, что описываемый способ разделения напряжений не требует проведения измерений в две стадии: до и после нагружения модели. Данное обстоятельство выгодно выделяет его в сравнении с методами голографической интерферометрии, поскольку позволяет исследовать напряжения методом их „замораживания“ либо непосредственно анализировать оптически прозрачные детали и изделия.

Финансирование работы

Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 20-71-10103.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] E.G. Coker, L.N.G. Filon, *A treatise on photo-elasticity* (Cambridge University Press, 1931).
- [2] M.M. Frocht, *Photoelasticity* (Wiley, N.Y., 1948), vol. 1.
- [3] *Метод фотоупругости*, под ред. Н.А. Стрельчука, Г.Л. Хесина (Стройиздат, М., 1975), т. 2, с. 60–97.
- [4] K. Gasvik, *Exp. Mech.*, **16**, 146 (1976). DOI: 10.1007/BF02321109
- [5] T. Kihara, H. Kubo, R. Nagata, *Appl. Opt.*, **15**, 3025 (1976). DOI: 10.1364/AO.15.003025
- [6] N. Anthony, G. Cadenazzi, H. Kirkwood, E. Huwald, K. Nugent, *B. Abbey, Sci. Rep.*, **6**, 30541 (2016). DOI: 10.1038/srep30541
- [7] C. Zuo, J. Li, J. Sun, Y. Fan, J. Zhang, L. Lu, R. Zhang, B. Wang, L. Huang, Q. Chen, *Opt. Lasers Eng.*, **135**, 106187 (2020). DOI: 10.1016/j.optlaseng.2020.106187
- [8] H. Yun, Z. Lei, D. Yun, *Chin. Opt. Lett.*, **4**, 164 (2006).
- [9] V.V. Kesaev, A.D. Kiselev, E.P. Pozhidaev, *Phys. Rev. E*, **95**, 032705 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevE.95.032705
- [10] E.L. O'Neill, *Introduction to statistical optics* (Dover, N.Y., 2003).
- [11] Y.V. Tokovyy, K.M. Hung, C.C. Ma, *J. Math. Sci.*, **165**, 342 (2010). DOI: 10.1007/s10958-010-9803-6