

Негармонические пространственные структуры разности населенностей, создаваемые униполярными прямоугольными импульсами в резонансной среде

© Р.М. Архипов^{1,2}, М.В. Архипов², А.В. Пахомов¹, О.О. Дьячкова¹, Н.Н. Розанов^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

² ФТИ им. А.Ф. Иоффе,
194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arhipovrostislav@gmail.com, m.arkhipov@spbu.ru, antpakhom@gmail.com, o.o.dyachkova@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 18.09.2022 г.

В окончательной редакции 18.09.2022 г.

Принята к публикации 02.10.2022 г.

При когерентном взаимодействии со средой предельно коротких световых импульсов (ПКИ) с несущей гармонической формы (когда длительности импульсов меньше времен релаксации населенности T_1 и поляризации T_2 среды) в ней возможно возникновение электромагнитно индуцированных решеток (ЭМИР) разности населенностей, имеющих выраженную гармоническую зависимость от координат. Данные структуры могут возникать, когда импульсы одномоментно не перекрываются или перекрываются в среде. В последнее время вызывает интерес возможность получения униполярных электромагнитных импульсов оптического и прилегающих диапазонов негармонической формы, например прямоугольной и треугольной, с длительностью меньше или сравнимой с длительностью ПКИ в данном диапазоне. В настоящей работе с помощью численного решения системы уравнений Максвелла-Блоха изучаются ЭМИР, наводимые прямоугольными аттосекундными импульсами в двухуровневой резонансной среде. Показана возможность наведения ЭМИР негармонической формы в виде светоиндуцированных каналов, своеобразных микрорезонаторов, с размером порядка длины волны резонансного перехода среды, параметры которых можно регулировать, например, амплитудой падающих импульсов. Высказано предположение, что возможно создание ЭМИР наперед заданной негармонической формы только в общем случае использования униполярных импульсов.

Ключевые слова: аттосекундные импульсы, униполярные импульсы, прямоугольные импульсы, электромагнитно индуцированные решетки, волны поляризации, светоиндуцированные микрорезонаторы.

DOI: 10.21883/OS.2022.11.53777.4135-22

Введение

Изучение возможности генерации предельно коротких электромагнитных импульсов (ПКИ) фемто- и аттосекундной длительности и их взаимодействия с веществом является важной частью современной физики, так как такие импульсы активно применяются для управления динамикой сверхбыстрых процессов в резонансных средах [1–7]. Обычно получаемые на практике световые импульсы имеют несущую гармонической формы и содержат несколько осцилляций напряженности поля. Дальнейшее сокращение длительности импульсов требует перехода к униполярным импульсам (УИ), содержащим всплеск электрического поля одного знака (см. обзоры [8,9], работы [10–20] и цитируемую литературу). В отличие от обычных импульсов с гармонической несущей УИ могут обладать ненулевой электрической площадью $S_E(\mathbf{r}, t) = \int \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt$ ($\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ — напряженность электрического поля, t — время). Интерес к УИ связан с возможностью их однонаправленного воздействия на заряды, и как следствие, возможностью быстро и эффек-

тивно управлять свойствами атомов [21], молекул [22] и наноструктур [23].

При когерентном взаимодействии сверхкоротких гармонических импульсов с резонансными средами в среде возможно создание пространственных гармонических электромагнитно индуцированных решеток (ЭМИР) разности населенности, когда импульсы одномоментно перекрываются или не перекрываются в среде, см. обзоры [24,25] и цитируемую литературу. Возможность создания таких ЭМИР с помощью не перекрывающихся длинных многоцикловых импульсов изучалась довольно давно [26–28] (подробнее результаты предыдущих работ резюмированы в обзорах [24,25]). Данный подход существенно отличается от традиционного способа создания гармонических ЭМИР, основанного на интерференции двух и более длинных монохроматических лазерных пучков [29]. Созданные таким образом ЭМИР находят многочисленные применения [25,29]. В связи с интересом к генерации фемто- и аттосекундных импульсов в последнее время активно изучается динамика ЭМИР, наводимых последовательностью ПКИ [25,30–37]. Физический механизм создания ЭМИР связан с

интерференцией волн поляризации среды, наведенных предыдущим импульсом, со следующим импульсом, входящим в среду после того, как предшествующий импульс ее покинул [24–28,30–37].

Активно обсуждается и возможность получения негармонических импульсов различной формы [10–20]. В частности, предложены схемы, в которых временная зависимость напряженности электрического поля имеет прямоугольную и треугольную формы [10,11]. Получение таких УИ возможно, например, за счет интегрирования и дифференцирования временной формы напряженности поля в тонких металлических пленках [38,39]. Экспериментально УИ прямоугольной формы в ТГц диапазоне частот в виде предвестников в электрооптическом кристалле были получены совсем недавно [19], а в работе [20] теоретически показана возможность получения прямоугольных терагерцовых униполярных импульсов при возбуждении металлической пленки фемтосекундным лазерным импульсом.

Во всех предыдущих исследованиях наводимые ЭМИР имели гармоническую форму или их достаточно простую суперпозицию, и для их создания также в основном использовались короткие импульсы с несущей гармонической формы или униполярные импульсы гауссовой формы. Поэтому встает вопрос о возможности создания негармонических ЭМИР с помощью световых импульсов негармонической формы. В настоящей работе теоретически изучается возможность наведения и управления ЭМИР разности населенностей с помощью последовательности УИ прямоугольной формы, как перекрывающихся, так и не перекрывающихся в двухуровневой среде. Показана возможность создания в среде узких каналов разности населенностей (микрорезонаторов) — участков, вдоль которых разность населенностей имеет выраженный негармонический вид, а именно постоянное значение разности населенностей. На границе участков имеется скачок разности населенностей. Данные структуры возникают при столкновении прямоугольных импульсов в резонансной среде. В случае отсутствия перекрытия импульсов подобные структуры обнаружены нами не были.

При моделировании показано существование чередующихся участков в резонансной среде, где возникают волны поляризации, бегущие в противоположных направлениях. Ранее такие структуры наблюдались, когда импульсы гармонической формы или униполярные импульсы гауссовой формы перекрывались в центре среды [33,34,37].

Теоретическая модель

Численные расчеты проводились с помощью известной системы уравнений Максвелла-Блоха, которая описывает эволюцию недиагонального элемента матрицы плотности ρ_{12} , разности населенностей двухуровневой среды (инверсии) $n = \rho_{11} - \rho_{22}$ ее поляризации P и

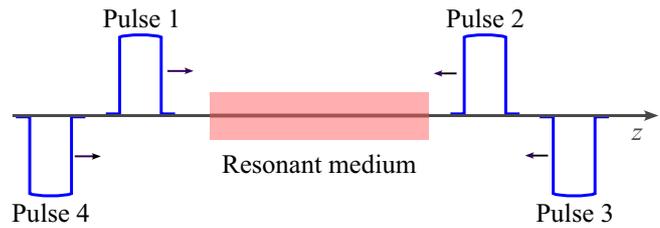


Рис. 1. Последовательность прямоугольных импульсов, распространяющихся навстречу друг другу в резонансной среде.

напряженности электрического поля E [40]:

$$\frac{\partial \rho_{12}(z, t)}{\partial t} = -\frac{\rho_{12}(z, t)}{T_2} + i\omega_0 \rho_{12}(z, t) - \frac{i}{\hbar} d_{12} E(z, t) n(z, t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial t} = -\frac{n(z, t) - n_0(z)}{T_1} + \frac{4}{\hbar} d_{12} E(z, t) \text{Im} \rho_{12}(z, t), \quad (2)$$

$$P(z, t) = 2N_0 d_{12} \text{Re} \rho_{12}(z, t), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}. \quad (4)$$

В данной системе уравнений (1)–(4): t — время, z — продольная координата, N_0 — концентрация двухуровневых активных центров, c — скорость света в вакууме, \hbar — приведенная постоянная Планка, ω_0 — частота резонансного перехода среды ($\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$ — длина волны резонансного перехода), d_{12} — дипольный момент рабочего перехода, n_0 — разность населенностей двух рабочих уровней при отсутствии электрического поля ($n_0 = 1$ для поглощающей среды).

Система уравнений (1)–(4) записана без приближения медленно меняющихся амплитуд и вращающейся волны. Про обоснование применимости двухуровневой модели в подобных задачах см. работы [41,42] и замечания в них. Использование одномерного волнового уравнения оправдано, например, в коаксиальных волноводах, в которых возможно распространения УИ без существенных потерь униполярности [43].

Рисунок 1 иллюстрирует ситуацию, в которой применялась теоретическая модель.

Среда возбуждается последовательностью УИ прямоугольной формы, распространяющихся навстречу друг другу, как показано на рис. 1. Для создания такой последовательности импульсов в численных расчетах в среду слева направо в начальный момент времени из вакуума запускался прямоугольный импульс 1, описываемый гипергауссовой функцией

$$E(0, t) = E_{01} e^{-\frac{(t-\tau_1)^{20}}{\tau^{20}}}, \quad (5)$$

и аналогичный импульс 2 справа налево

$$E(L, t) = E_{02} e^{-\frac{(t-\tau_2)^{20}}{\tau^{20}}}. \quad (6)$$

Параметры, использованные в численных расчетах

Длина волны резонансного перехода	$\lambda_0 = 700 \text{ nm}$
Дипольный момент перехода	$d_{12} = 20 \text{ Debye}$
Время релаксации инверсии	$T_1 = 1 \text{ ps}$
Время релаксации поляризации	$T_2 = 0.5 \text{ ps}$
Концентрация атомов	$N_0 = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Амплитуда поля 1,2	$E_{02} = E_{01} = 74000 \text{ ESU}$
Параметр τ	$\tau = 466 \text{ as}$
Параметры задержки	$\tau_1 = 2.5\tau, \tau_2 = 25\tau$

Здесь $\tau_{1,2}$ — задержки, которые регулируют момент встречи импульсов.

Для того чтобы создать последовательность импульсов, в расчетах брались нулевые граничные условия. Проводилось численное решение системы уравнений Максвелла-Блоха (1)–(4) при различных параметрах, указанных ниже; пространственная область интегрирования имела длину $L = 12\lambda_0$. Двухуровневая резонансная среда располагалась вдоль оси z в центре области интегрирования между точками $z_1 = 4\lambda_0$ и $z_2 = 8\lambda_0$. Система уравнений для матрицы плотности (1)–(3) решалась численно методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Волновое уравнение (4) решалось методом конечных разностей. Задержки $\tau_{1,2}$ подбирались таким образом, чтобы импульсы или не перекрывались одномоментно, или встречались в среде. Ниже приведены результаты численного моделирования динамики ЭМИР в этих ситуациях.

Динамика ЭМИР, когда последовательность прямоугольных аттосекундных импульсов не перекрывается в среде

Параметры, использованные при численном расчете в этом случае, приведены в таблице.

Такие малые времена релаксации и дипольные моменты в десятки Дебай характерны для различных наноструктур [44–46], и униполярные импульсы представляются перспективными для сверхбыстрого управления населенностями в квантовых точках, наночастицах и т.п. [23]. Отметим, что взаимодействие аттосекундных импульсов с наноструктурами является предметом активного изучения в последнее время [47–49].

Рисунок 2 иллюстрирует динамику разности населенностей (а) и поляризации (б) при когерентном распространении в среде пары прямоугольных импульсов (5) и (6), когда импульсы не перекрываются в среде, при параметрах, приведенных в таблице. Амплитуда импульсов выбрана таким образом, чтобы они действовали

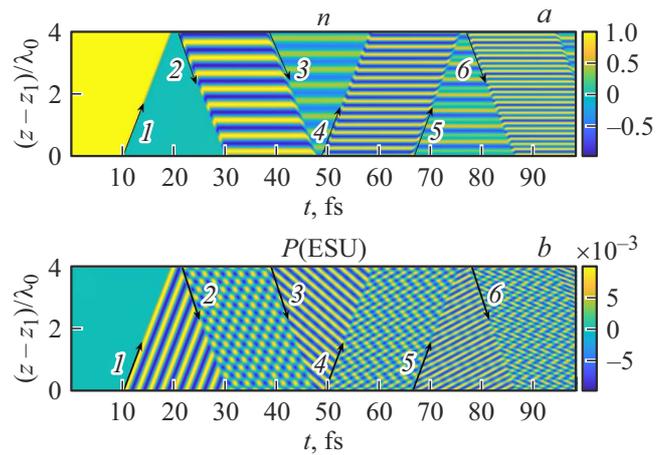


Рис. 2. (а) Динамика разности населенностей $n(z, t)$, (б) динамика поляризации $P(z, t)$ под действием одноцикловых аттосекундных импульсов 1 и 2 в форме (4) и (5). Параметры расчета указаны в таблице.

как $\pi/2$ -импульсы, т.е. оставляли после себя среду в состоянии с нулевой разностью населенностей ($n = 0$). Номера импульсов и направления их распространения показаны цифрами и стрелками соответственно.

Первый прямоугольный импульс, распространяясь слева направо, как на рис. 1, приводит среду в состояние с нулевой инверсией и оставляет после себя в среде бегущую слева направо гармоническую волну поляризации (рис. 2, а, б). Затем, когда первый импульс покинул среду, в среду входит такой же встречный импульс 2. В результате взаимодействия с волной поляризации в среде появляется гармоническая ЭМИР населенностей с периодом $\lambda_0/2$. Распространение последующих импульсов приводит к мультиплицированию периода ЭМИР и появлению стоячих волн поляризации (рис. 2). Данная динамика аналогична рассмотренным ранее в работах [30–32], в которых для создания ЭМИР использовались ПКИ гармонической формы или униполярные импульсы гауссовой формы. Таким образом, прямоугольные импульсы также можно использовать для создания и сверхбыстрого управления ЭМИР в резонансной среде.

Рисунок 3 иллюстрирует, как меняется динамика ЭМИР инверсии и поляризации при изменении значения задержки ($\tau_2 = 27\tau$). Видно, что 2-й импульс также наводит ЭМИР разности населенностей, однако импульс 3 сдвигает решетку в пространстве без изменения ее пространственного периода. Последующие импульсы создают ЭМИР инверсии, имеющую сложную пиковую структуру. Интересна также динамика поляризации в этом случае (рис. 4, б). Видны чередующиеся участки малых размеров в виде зигзагообразных структур в моменты времени 50–85 fs: на этих участках возникают волны поляризации, бегущие в противоположных направлениях. Ранее такие структуры уже наблюдались в численных расчетах, когда гармонические одноцикловые и субцикловые импульсы сталкивались в центре сре-

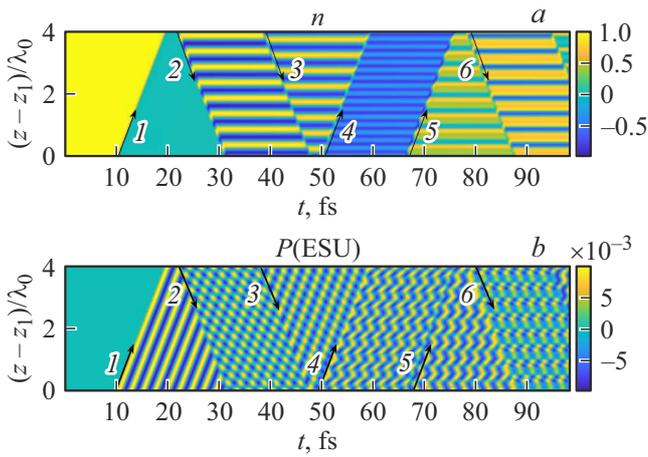


Рис. 3. (а) Динамика разности населенностей $n(z, t)$, (б) динамика поляризации $P(z, t)$ под действием одноцикловых аттосекундных импульсов 1 и 2 в форме (4) и (5). Параметр $\tau_2 = 27\tau$. Остальные параметры расчета указаны в таблице.

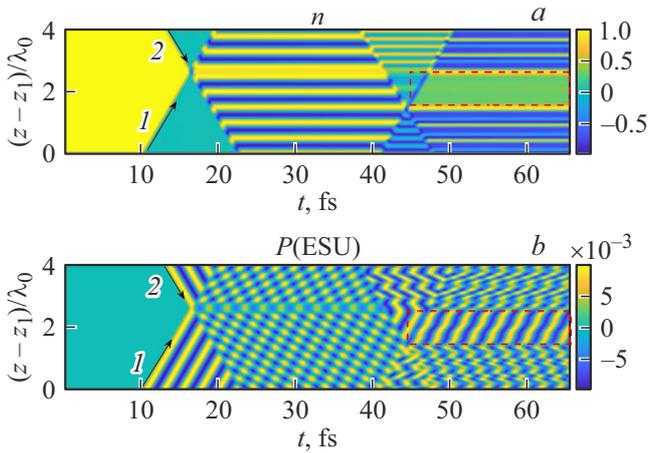


Рис. 4. (а) Динамика разности населенностей $n(z, t)$, (б) динамика поляризации $P(z, t)$: пара $\pi/2$ -импульсов сталкивается вблизи правого края среды в районе точки $z - z_1 = 2.8\lambda_0$ при $\tau_1 = 2\tau$, $\tau_2 = 8\tau$. Остальные параметры расчета указаны в таблице.

ды [25,33,34,37]. В случае непересекающихся ПКИ такие структуры не наблюдались.

ЭМИР, создаваемые последовательностью прямоугольных импульсов, перекрывающихся в среде

Рассматривается динамика ЭМИР, когда пара прямоугольных импульсов (5) и (6) перекрывается внутри среды; место перекрытия регулировалось с помощью выбора τ_1 и τ_2 .

На рис. 4 представлен пример динамики ЭМИР разности населенностей и поляризации, когда пара $\pi/2$ -импульсов сталкивается вблизи правого края среды

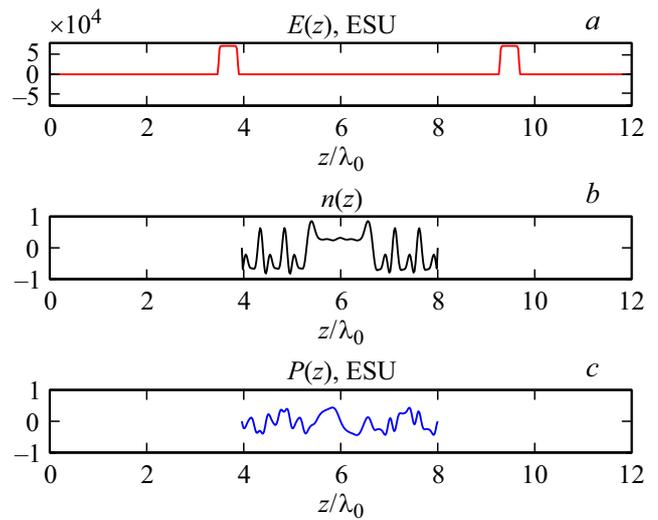


Рис. 5. Мгновенное значение напряженности поля $E(z)$ (а), разности населенности $n(z)$ (б) и поляризации $P(z)$ (с) в зависимости от координаты z в момент времени $t = 65.3$ fs для ситуации, изображенной на рис. 4. Среда расположена между точками $z_1 = 4\lambda_0$ и $z_2 = 8\lambda_0$.

в районе точки $z - z_1 = 2.8\lambda_0$ при $\tau_1 = 2\tau$, $\tau_2 = 8\tau$ (прочие параметры расчета те же, что и в таблице). Если после прохождения импульсов 1 и 2 происходит формирование обычных ЭМИР инверсии с периодом $\lambda_0/2$, то после прохождения импульсов 3 и 4 в среде возникает необычная ситуация (рис. 4, а). Между точками $z - z_1 = 5.5\lambda_0$ и $z - z_1 = 6.5\lambda_0$ возникает светоиндуцированный „канал“ или микрорезонатор — область с постоянным значением разности населенностей $n \cong 0.3$, на концах которой возникают скачки разности населенностей вплоть до значения $n = 1$. Этот „канал“ выделен красным штриховым прямоугольником на рис. 4, а. Для наглядности на рис. 5 представлено мгновенное значение напряженности поля $E(z)$ (а), разности населенности $n(z)$ (б) и поляризации $P(z)$ (с) в зависимости от координаты z в момент времени $t = 65.3$ fs. Формирование микрорезонатора отчетливо видно на рис. 5, б. На рис. 4, б в моменты времени 50–65 fs вновь видны зигзагообразные структуры поляризации.

Повысить глубину данного „микрорезонатора“ или светоиндуцированного канала можно, если немного уменьшить амплитуду поля второго импульса: рис. 6 иллюстрирует изменение динамики ЭМИР инверсии и поляризации при $E_{02} = 0.9E_{01}$. Также видно формирование светоиндуцированного микрорезонатора с постоянным значением инверсии $n = 0$ и резким скачком значения инверсии на границе (область выделена штрихами на рис. 4, а). Мгновенный снимок канала представлен на рис. 7, б, где показано значение инверсии $n(z)$ в момент времени $t = 65.3$ fs для случая на рис. 6. На рисунках видно формирование глубокого канала инверсии, по обе стороны от которого пространственное распределение инверсии имеет вид синусоиды с двумя пиками.

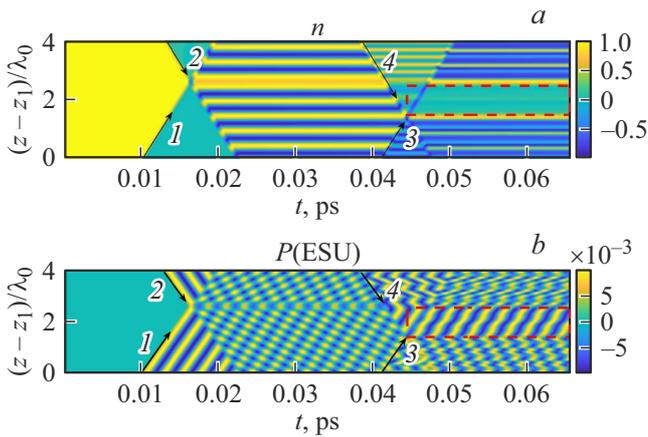


Рис. 6. (а) Динамика разности населенностей $n(z, t)$, (б) динамика поляризации $P(z, t)$: пара $\pi/2$ -импульсов сталкивается вблизи правого края среды в районе точки $z_1 = 2.8\lambda_0$; $E_{02} = 0.9E_{01}$. Остальные параметры расчета указаны в таблице.

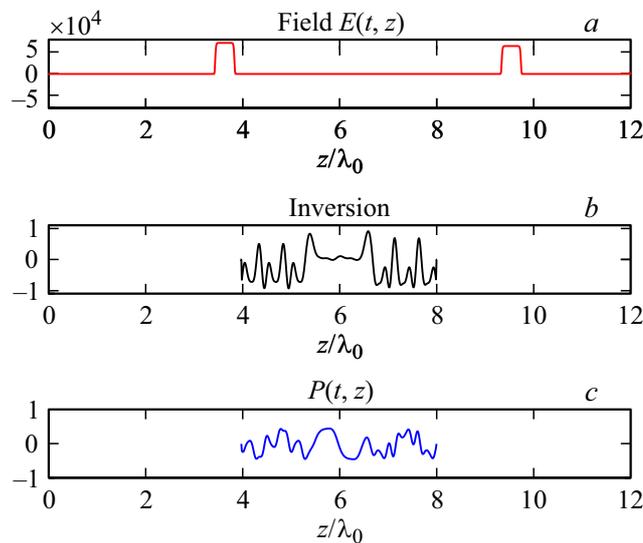


Рис. 7. Мгновенное значение напряжённости поля $E(z)$ (а), разности населенности $n(z)$ (б) и поляризации $P(z)$ (с) в зависимости от координаты z в момент времени $t = 65.3$ fs для случая на рис. 6. Среда расположена между точками $z_1 = 4\lambda_0$ и $z_2 = 8\lambda_0$.

Интересно отметить, что, как показывают численные расчеты, данная прямоугольная структура разности населенностей в виде канала сохраняется в среде, если сократить длину среды, оставив в ней только участок, в котором существует канал. В этом случае удаленные из рассмотрения участки среды не влияют на формирование данного канала (рис. 8 и 9).

Если увеличить амплитуду импульса 2, упомянутый канал в виде ямы исчезает. В этом случае возможно возникновение прямоугольного барьера, в котором разность населенностей близка к единице вдоль этого участка, а затем скачкообразно спадает в сторону меньших значений. Пример возникновения такой структуры в виде

барьера представлен на рис. 10 и 11 при $E_{02} = 1.3E_{01}$. Остальные параметры такие же, как на рис. 9, 10. Данная структура сохраняется при плавном увеличении амплитуды поля импульса $2E_{02}$, а затем исчезает.

Возможность наведения светоиндуцированных каналов в фоточувствительных материалах активно изучается в последнее время [50–52]. При распространении лазерного пучка в фоточувствительной среде формируется скачок показателя преломления, что приводит к формированию самозаписанных волноводов (self-written waveguides). Такие структуры остаются в среде после прохождения лазерного пучка, однако в нашем случае (при формировании ЭМИР при когерентном распро-

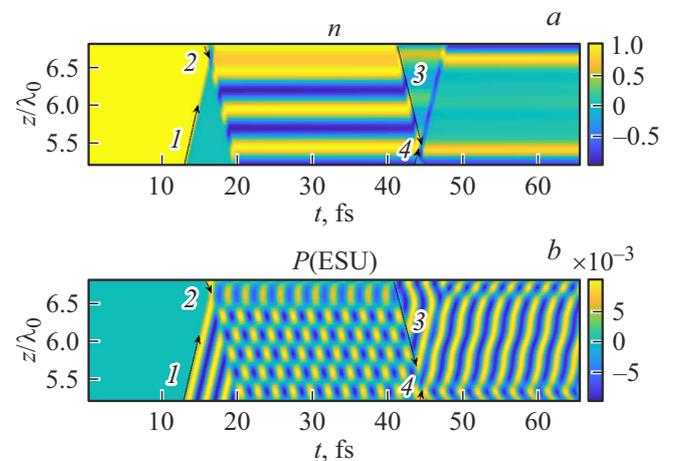


Рис. 8. (а) Динамика разности населенностей $n(z, t)$, (б) динамика поляризации $P(z, t)$ при параметрах на рис. 6, 7, при сокращении длины среды области, в которой существует светоиндуцированный микрорезонатор.

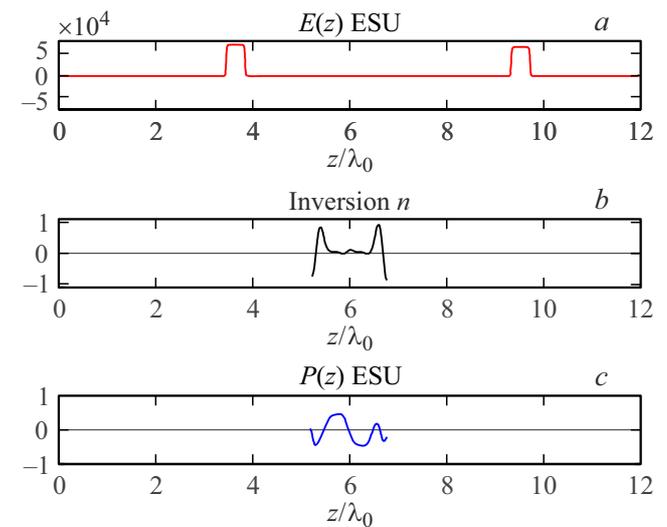


Рис. 9. Мгновенное значение напряжённости поля $E(z)$ (а), разности населенности $n(z)$ (б) и поляризации $P(z)$ (с) в зависимости от координаты z в момент времени $t = 65.3$ fs при параметрах на рис. 8. Среда расположена между точками $z_1 = 4\lambda_0$ и $z_2 = 8\lambda_0$.

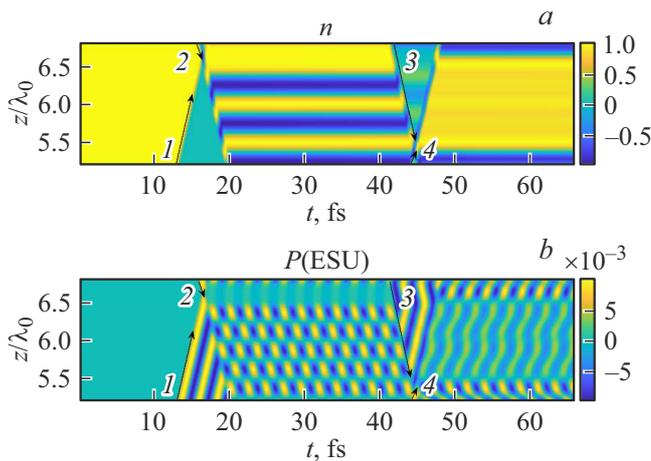


Рис. 10. (a) Динамика разности населенностей $n(z, t)$, (b) динамика поляризации $P(z, t)$ при $E_{02} = 1.3E_{01}$. Остальные параметры как на рис. 8,9.

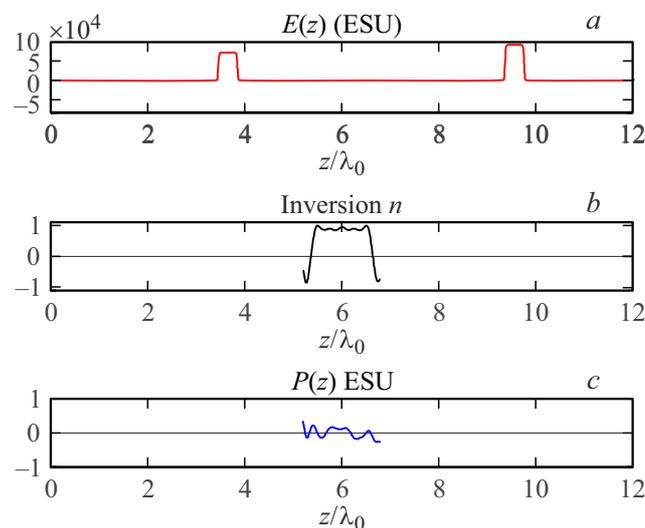


Рис. 11. Мгновенное значение напряжённости поля $E(z)$ (a), разности населенности $n(z)$ (b) и поляризации $P(z)$ (c) в зависимости от координаты z в момент времени $t = 65.3 fs$ при параметрах на рис. 10. Среда расположена между точками $z_1 = 4\lambda_0$ и $z_2 = 8\lambda_0$.

странении ПКИ в резонансной среде) они существуют в среде в течение времени когерентности T_2 . Наведение подобных микрорезонаторов актуально в связи с проблемой самоостановки коротких световых импульсов в резонансной среде [42]. Приведенные выше результаты показывают возможность сверхбыстрого формирования и переключения ЭМИР на аттосекундных временных масштабах и иллюстрируют богатую динамику системы.

Заключение

В настоящей работе на основании численного решения системы уравнений Максвелла-Блоха для двухуров-

невой среды была изучена динамика ЭМИР инверсии, наводимых аттосекундными импульсами прямоугольной формы. В случае, когда импульсы не перекрывались в среде, динамика ЭМИР полностью аналогична той, которая наблюдалась при возбуждении среды гармоническими импульсами [30,31]. При этом возможно не только наведение, но и мультиплицирование пространственной частоты ЭМИР. Показано возникновение чередующихся участков, в которых возникают волны поляризации, бегущие в противоположных направлениях. Ранее подобные ситуации наблюдались только, когда импульсы сталкивались в центре среды [25,33,34,37].

Необычная форма ЭМИР инверсии была обнаружена в случае, когда прямоугольные импульсы сталкивались: зафиксировано формирование светоиндуцированных микрорезонаторов („каналов“) — участков среды, вдоль которых инверсия имеет постоянное значение, а на концах возникает скачок инверсии. Обратим внимание, что продемонстрированные структуры можно рассматривать как динамические короткоживущие световоды для излучения, распространяющегося в направлении, перпендикулярном к формирующему их излучению. Такие каналы можно индуцировать на разных расстояниях от края среды.

Подобные структуры ЭМИР могут быть быстро созданы в различных материалах, причем время их существования ограничено временем релаксации T_1 среды. Представленные результаты еще раз показывают возможность сверхбыстрого управления и переключения состояния пространственных параметров среды с помощью униполярных негармонических импульсов.

Наконец, уместно сделать замечание общего характера. При воздействии двух или нескольких много- или малоцикловых импульсов привычной гармонической формы возникает ситуация, когда пространственные параметры среды модулируются интерференцией между импульсами (неважно, имеет ли место интерференция при перекрытии импульсов или в отсутствие одномоментного перекрытия за счет интерференции с волнами поляризации среды), которая имеет гармонический вид. В среде в зависимости от характера нелинейного отклика гармонический вид трансформируется тем или иным образом. Это кажется очевидным, но нам неизвестно о постановке задачи по получению в резонансной среде структур с выраженной желаемой негармонической формой. Приведенный в работе пример численного моделирования показывает, что такая ситуация, скорее всего, возможна. Хотя в работе дан результат в одномерной модели, интересно провести теоретический анализ систем уравнений подобных использованной нами, где возможно будет в общем виде продемонстрировать существование полей, способных наводить структуры ЭМИР наперед заданной формы. По нашему мнению, существенным будет снятие ограничений на гармоническую многоцикловую форму импульсов излучения, т.е. поля, способные решить такую задачу, будут не гармоническими, а импульсы униполярными.

Финансирование работы

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФ в рамках научного проекта 21-72-10028 (изучение динамики гармонических ЭМИР) и гранта фонда развития теоретической физики и математики „БАЗИС“ (численное моделирование возможности создания негармонических ЭМИР при когерентном взаимодействии ПКИ с различными резонансными средами, в частности полупроводниковыми наноструктурами).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- [2] Е.А. Хазанов. *Квант. электрон.*, **52** (3), 208 (2022). [E.A. Khazanov. *Quantum Electron.*, **52** (3), 208 (2022)].
- [3] K. Midorikawa. *Nature Photonics*, **16**, 267 (2022).
- [4] F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, M. Nisoli. *J. Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, **49**, 062001 (2016).
- [5] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmaki. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [6] D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada, V. Pervak, K. Yabana, M.T. Hassan. *Nature Photonics*, **16**, 33 (2022).
- [7] P. Peng, Y. Mi, M. Lytova, M. Britton, X. Ding, A.Yu. Naumov, P.B. Corkum, D.M. Villeneuve. *Nat. Photon.*, **16**, 45 (2022).
- [8] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50**, 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quantum Electronics*, **50**, 801 (2020)].
- [9] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A. Pakhomov, I. Babushkin, N. Rosanov. *Las. Phys. Lett.*, **19** (4), 043001 (2022).
- [10] A.V. Pakhomov, R.M. Arkhipov, I.V. Babushkin, M.V. Arkhipov, Y.A. Tolmachev, N.N. Rosanov. *Phys. Rev. A*, **95** (1), 013804 (2017).
- [11] A.V. Pakhomov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov, I. Babushkin. *Scientific Rep.*, **9**, 7444 (2019).
- [12] H.-C. Wu, J. Meyer-ter-Vehn. *Nat. Photonics*, **6**, 304 (2012).
- [13] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. *Sci. Rep.*, **8**, 2669 (2018).
- [14] Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, J. Chen, G. Mourou, X. Yan, W. Ma. *New J. of Phys.*, **23** (5), 053003 (2021).
- [15] С.В. Сазонов, Н.В. Устинов. *Письма в ЖЭТФ*, **114**, 437 (2021) [S.V. Sazonov, N.V. Ustinov. *JETP Lett.*, **114**, 380 (2021)].
- [16] S.V. Sazonov. *Laser Phys. Lett.*, **18**, 105401 (2021).
- [17] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. *Phys. Rev. E*, **104**, 025202 (2021).
- [18] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. *Phys. Rev. E*, **105**, 055203 (2022).
- [19] I.E. Pyakov, B.V. Shishkin, E.S. Efimenko, S.B. Bodrov, M.I. Bakunov. *Opt. Expr.*, **30** (9), 14978 (2022).
- [20] A.S. Kuratov, A.V. Brantov, V.F. Kovalev, V. Yu. Bychenkov. *Phys. Rev. E*, **106**, 035201 (2022).
- [21] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **104** (6), 063101 (2021).
- [22] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **105** (4), 043103 (2022).
- [23] Р.М. Архипов, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **52** (7), 610 (2022).
- [24] Е.И. Штырков. *Опт. и спектр.*, **114**, 105 (2013). [E.I. Shtyrkov. *Opt. Spectrosc.*, **114**, 96 (2013)].
- [25] Р.М. Архипов. *Письма в ЖЭТФ*, **113** (10), 636 (2021). [R.M. Arkhipov. *JETP Lett.*, **113** (10), 611 (2021)].
- [26] I.D. Abella, N.A. Kurnit, S.R. Hartmann. *Phys. Rev.*, **141**, 391 (1966).
- [27] Е.И. Штырков, В.С. Лобков, Н.Г. Ярмухаметов. *Письма в ЖЭТФ*, **27**, 685 (1978). [E.I. Shtyrkov, V.S. Lobkov, N.G. Yarmukhametov. *JETP Lett.*, **27**, 648 (1978)].
- [28] С.А. Моисеев, Е.И. Штырков. *Квант. электрон.*, **18**, 447 (1991). [S.A. Moiseev, E.I. Shtyrkov. *Sov. J. Quant. Electron.*, **21**, 403 (1991)].
- [29] H.J. Eichler, P. Günter, D.W. Pohl. *Laser-Induced Dynamic Gratings* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, (1981)).
- [30] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **41**, 4983 (2016).
- [31] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Scientific Reports*, **7**, 12467 (2017).
- [32] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, I. Babushkin, N.N. Rosanov. *Laser Phys. Lett.*, **14** (9), 095402 (2017).
- [33] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, И. Бабушкин, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **123**, 600 (2017). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, I. Babushkin, N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **123**, 610 (2017)].
- [34] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Д.О. Жигулева, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **124**, 510 (2018). [R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov, M.V. Arkhipov, D.O. Zhiguleva, N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **124**, 541 (2018)].
- [35] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Scientific Reports*, **11**, 1961 (2021).
- [36] Р.М. Архипов, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **130** (6), 969 (2022).
- [37] М.В. Архипов, Р.М. Архипов, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **130** (9), 1397 (2022).
- [38] A. Pakhomov, R. Arkhipov, M. Arkhipov, N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **46** (12), 2868 (2021).
- [39] А.В. Пахомов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **51** (11), 1000 (2021). [A.V. Pakhomov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quantum Electron.*, **51** (11), 1000 (2021)].
- [40] А. Ярив. *Квантовая электроника* (Советское радио, М., 1980). [A. Yariv. *Quantum Electronics* (Wiley, N.Y., 1975)].
- [41] R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, I. Babushkin, N. Rosanov. *Opt. Expr.*, **29**, 10134 (2021).
- [42] M. Arkhipov, R. Arkhipov, I. Babushkin, N. Rosanov. *Phys. Rev. Lett.*, **128** (20), 203901 (2022).
- [43] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **127**, 960 (2019). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **128**, 490 (2020)].
- [44] H. Choi, L. Diehl, F. Capasso, D. Bour, S. Corzine, J. Zhu, G. Höfler, T.B. Norris. *Opt. Expr.*, **15**, 15898–15907 (2007).

- [45] H. Choi, V.-M. Gkortsas, L. Diehl, D. Bour, S. Corzine, J. Zhu, G. Höfler, F. Capasso, F.X. Kärtner, T.B. Norris. *Nature Photonics*, **4**, 706–710 (2010).
- [46] R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, I. Babushkin, N. Rosanov. *Phys. Rev. A*, **105** (1), 013526 (2022).
- [47] M.F. Ciappina, J.A. Perez-Hernandez, A.S. Landsman, W.A. Okell, S. Zherebtsov, B. Förg, J. Schötz, L. Seiffert, T. Fennel, T. Shaaran, T. Zimmermann, A. Chacón, R. Guichard, A. Zaïr, J.W.G. Tisch, J.P. Marangos, T. Witting, A. Braun, S.A. Maier, L. Roso, M. Krüger, P. Hommelhoff, M.F. Kling, F. Krausz, M. Lewenstein. *Rep. Progr. Phys.*, **80**, 054401 (2017).
- [48] C. Karnetzky, P. Zimmermann, C. Trummer, C.D. Sierra, M.Wörle, R. Kienberger, A. Holleitner. *Nat. Commun.*, **9**, 2471 (2018).
- [49] L. Shi, I. Babushkin, A. Husakou, O. Melchert, B. Frank, J. Yi, G. Wetzell, A. Demircan, C. Lienau, H. Giessen, M. Ivanov, U. Morgner, M. Kovace. *Las. Photon. Rev.*, **15**, 2000475 (2021).
- [50] A.A. Sukhorukov, S. Shoji, Y.S. Kivshar, S. Kawata. *J. Nonlinear Opt. Phys. & Mater.*, **11** (04), 391–407 (2002).
- [51] R.E. Malallah, D. Cassidy, M. Wan, I. Muniraj, J.J. Healy, J.T. Sheridan. *Appl. Opt.*, **57** (22), E80–E88 (2018).
- [52] G. Violakis, A. Bogris, S. Pispas, G. Fytas, B. Loppinet, S. Pissadakis. *Opt. Lett.*, **46** (21), 5437–5440 (2021).