Оптика и спектроскопия, 2022, том 130, вып. 11

03

Спектрально-угловые характеристики излучения заряженной частицы в поле Редмонда

© Д.И. Кудрявцев [1], Г.Ф. Копытов [2], А.Е. Суханов [1]

[1] Кубанский государственный университет,
350040 Краснодар, Россия
[2] Московский государственный университет технологий и управления (Первый казачий университет),
109004 Москва, Россия

e-mail: dmitriy-kudrtyavtsev@mail.ru, g137@mail.ru, sa.world1111@yandex.ru

Поступила в редакцию 05.06.2022 г.
В окончательной редакции 26.07.2022 г.
Принята к публикации 03.08.2022 г.

На основе решения уравнения движения заряда в электромагнитном поле построена классическая теория излучения релятивистской заряженной частицы, линейно ускоренной высокоинтенсивным лазерным импульсом в присутствии статической компоненты магнитного поля. Решения, полученные Г.Ф. Копытовым и А.В. Погореловым, использованы для исследования спектрально-угловых характеристик излучения заряженной частицы в комбинации поля плоской монохроматической электромагнитной волны и постоянного магнитного поля, так называемым полем Редмонда. По вычисленным формулам для интенсивности излучения частиц в поле Редмонда построены графики зависимости от величины магнитного поля, фазового и фазово-углового распределения. Получен фурье-образ напряженности электрического поля излучения и спектральной плотности излучения частицы в случае линейной поляризации волны.

Ключевые слова: поле Редмонда, спектрально-угловые характеристики, заряженная частица, теорема Лоусона–Вудворда, сверхмощное лазерное излучение.

DOI: 10.21883/OS.2022.11.53773.3774-22

Введение

В работе [1] были получены спектрально-угловые характеристики излучения заряда, ускоряемого высокоинтенсивным электромагнитным излучением. Теория ускорения заряженных частиц в плазме с помощью излучения лазера была выдвинута еще в 1979 г. [2] и до сих пор усовершенствуется [3]. В настоящее время рекордные интенсивности, достигаемые в фокусе лазерного луча, составляют $\sim 10^{23}\,\mathrm{W/cm^2}$ [4]. Достижение таких мощных электрических полей стало возможным с появлением и продвижением лазерных установок, которые позволяют получить импульсы оптического диапазона с длительностью в несколько фемтосекунд ($10^{-15}\,\mathrm{s}$). Однако, как известно из теоремы Лоусона–Вудворда, частица в неограниченном вакуумном пространстве без наличия статической компоненты электрического или магнитного поля не может забрать энергию у лазерного импульса какой бы большой величины он ни был [5]. Вопрос об осцилляции частицы в комбинации поля плоской электромагнитной волны (ЭМВ) и постоянного магнитного поля впервые был исследован в работе [6] и исследуется до сих пор с точки зрения классической и квантовой теорий [7–16]. Результаты этих работ представляет особый интерес, так как поставленная задача в них соответствует реальным техническим системам.

В работе [17] была разработана методика определения спектрально-угловых и поляризационных характеристик для пучка релятивистских заряженных частиц в ондуляторе.

В настоящей работе было предпринято исследование вопроса о спектрально-угловых характеристиках излучения заряженной частицы в поле Редмонда (комбинация поля плоской ЭМВ и постоянного магнитного поля) на основании результатов, полученных в работе [14], в которой на основе классического уравнения движения заряда в электромагнитном поле рассчитывались энергетические характеристики заряженной частицы, разгоняемой лазерным излучением в постоянном магнитном поле без учета радиационного трения. Из работы [18] известно, что потери энергии электрона на жесткое излучение достигаются при энергии в 1 GeV, что соответствует интенсивности лазерного поля $\sim 10^{22}\,\mathrm{W/cm^2}$. В настоящей работе расчеты всех характеристик были проведены при интенсивности $10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$. Однако при длительном взаимодействии волны с частицей даже не большой параметр радиационного трения может внести существенных вклад в динамику частицы, поэтому предполагается, что монохроматической электромагнитной волной в работе является ультракороткий лазерный импульс. Интерес представляют такие характеристики, как интенсивность излучения заряда и ее угловое и фазово-угловое распределения, а также фурье-образ напряженности электрического поля излучения частицы и оценка модуля ее спектральной плотности для линейной и круговой поляризаций электромагнитной волны.

Постановка проблемы

Классическое уравнение движения частицы с зарядом q и массой m имеет вид

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}\,[\mathbf{v}\times\mathbf{H}_\Sigma], \tag{1}$$

где $\mathbf{H}_\Sigma = \mathbf{H} + \mathbf{H}_0$; $\mathbf{H}_0 = \mathbf{k}H_0$; $\mathbf{H}$ — вектор напряженности магнитного поля электромагнитной волны, $\mathbf{H}_0$ — вектор напряженности внешнего магнитного поля.

Дополним уравнение (1) начальными условиями для скорости и координат заряженной частицы:

$$\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0, \quad \mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0.$$

Релятивистский фактор γ связан с интенсивностью электромагнитного поля I следующим соотношением: $\gamma = \sqrt{1 + I/I_{\mathrm{rel}}}$, он также равен $\gamma = mc(1 - v_{z0})/\sqrt{1 - v_0^2/c^2}$, где релятивистская интенсивность I_{rel} (W/cm^2) задается следующим образом:

$$I_{\mathrm{rel}} = \frac{m^2c^3\omega^2}{8\pi q^2} = \frac{1.37\cdot 10^{18}}{\lambda^2},$$

где λ — длина волны, c — скорость света в вакууме.

Выберем направление электромагнитной волны вдоль оси z, в таком случае компоненты векторов электрического и магнитного полей определяются системой

$$\begin{cases} E_x = H_y = b_x\cos\Phi, \\ E_y = -H_x = f b_y \sin\Phi, \\ E_z = H_z = 0, \end{cases} \tag{2}$$

где оси x и y совпадают с направлением полуосей волнового поляризационного эллипса b_x и b_y, а $b_x \ge b_y \ge 0$; $\Phi = \omega\xi + \varphi_0$; $\xi = t - z/c$; ω — несущая частота; $f = \pm 1$ — параметр поляризации, с верхним знаком для E_y правой поляризации и нижним знаком для левой поляризации.

Влияние постоянного магнитного поля на интенсивность излучения заряженной частицы в поле плоской монохроматической электромагнитной волны

Применение векторного произведения к уравнению (1) с вектором $\mathbf{H}$ дает вектор Умова–Пойнтинга в следующем виде:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}\,[\mathbf{E}\times\mathbf{H}] = \frac{c}{4\pi q}\,[\mathbf{F}\times\mathbf{H}] - \frac{1}{4\pi}\,\big[[\mathbf{v}\times\mathbf{H}_\Sigma]\times\mathbf{H}\big], \tag{3}$$

где $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$.

Расписав векторные произведения в уравнении (3), можно получить компоненты вектора Умова–Пойнтинга:

$$S_x(t) = \frac{1}{4\pi}\,H_y\left[(v_xH_y - v_yH_x) - \frac{c}{q}\,F_z\right], \tag{4}$$

$$S_y(t) = -\frac{1}{4\pi}\,H_x\left[(v_xH_y - v_yH_x) - \frac{c}{q}\,F_z\right], \tag{5}$$

$$S_z(t) = \frac{1}{4\pi}\left[v_x(H_x^2 + H_y^2) + \frac{c}{q}\,(E_xF_x + E_yF_y)\right]. \tag{6}$$

Сила Лоренца, действующая на частицу в поле Редмонда в компонентной форме, имеет следующий вид:

$$F_x = \frac{1}{1+g}\left\{q\left[b_x + \frac{\eta(b_x\eta \mp b_y)}{1-\eta^2}\right]\cos\Phi + \frac{R\omega_c^2}{c}\,\gamma\cos\Phi_c\right\}, \tag{7}$$

$$F_y = \frac{1}{1+g}\left\{q\left[\pm b_y - \frac{\eta(b_x \mp \eta b_y)}{1-\eta^2}\right]\sin\Phi + \frac{R\omega_c^2}{c}\,\gamma\sin\Phi_c\right\}, \tag{8}$$

$$F_z = \frac{\gamma\omega}{1+g}\left[\frac{q^2(b_x^2 - b_y^2)}{2\gamma^2\omega^2(1-\eta^2)^2}\,\sin 2\Phi + \frac{q(b_x \mp b_y)}{2\gamma\omega}\,\frac{R\omega_c}{c}\,\frac{1+\eta}{1-\eta}\,\sin(\Phi+\Phi_c) - \frac{q(b_x \pm b_y)}{2\gamma\omega}\,\frac{R\omega_c}{c}\,\frac{1+\eta}{1-\eta}\,\sin(\Phi-\Phi_c)\right], \tag{9}$$

где $\Phi_c = \omega_c\xi + \psi_0$.

Как можно заметить из формулы (9), в поле Редмонда в начальный момент времени $t = 0$ продольная составляющая импульса $dp_\parallel/dt \ne 0$, что означает, что в данном случае теорема Лоусона–Вудворда не выполняется.

Воспользуемся формулой продольной составляющей импульса частицы с поправкой на релятивистский фактор γ из [14]:

$$g = h - \frac{q^2}{4\gamma^2\omega^2}\,\frac{b_x^2 - b_y^2}{1-\eta^2}\,\cos 2\Phi - \frac{R\omega_c}{c}\,\frac{q}{2\gamma\omega} \times \frac{(b_x \pm b_y)(1-\eta)\cos(\Phi-\Phi_c) - (b_x \mp b_y)(1+\eta)\cos(\Phi+\Phi_c)}{1-\eta^2},$$

где h — постоянная часть продольной составляющей скорости частицы, определяемая начальными условиями и параметрами ускоряющего поля, соответственно равна следующему:

$$h = \frac{1}{2}\left[\frac{m^2c^2}{\gamma^2} - 1 + \frac{R^2\omega_c^2}{c^2} + \frac{1}{2}\,\frac{q^2}{\gamma^2\omega^2} \times \frac{(b_x - f\eta b_y)^2 + (\eta b_x - f b_y)^2}{(1-\eta^2)^2}\right],$$

где $\omega_c = qH_0/\gamma$ — циклотронная частота, $\eta = \omega_c/\omega$, R — постоянная, определяемая начальными условиями [14].

Подставляя выражения (7)–(9) и значения скорости из [14] в формулы (4)−(6), получаем компоненты вектора Умова−Пойнтинга в следующем виде:

$$S_x(t) = \frac{1}{8\pi}\frac{cb_x}{1+g}\frac{R\omega_c}{c}\left[(b_x \pm b_y)\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)\right.$$

$$\left.\times\sin(\Phi-\Phi_c)-(b_x \mp b_y)\left(1-\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)\sin(\Phi+\Phi_c)\right]\cos\Phi,$$

$$S_y(t) = \pm\frac{1}{8\pi}\frac{cb_y}{1+g}\frac{R\omega_c}{c}\left[(b_x \pm b_y)\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)\right.$$

$$\left.\times\sin(\Phi-\Phi_c)-(b_x \mp b_y)\left(1-\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)\sin(\Phi+\Phi_c)\right]\sin\Phi,$$

$$S_z(t) = \frac{1}{8\pi}\frac{c}{1+g}\left\langle\left\{(b_x^2-b_y^2)\left[(1+g)+\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right]\right.\right.$$

$$\left.\times\cos 2\Phi+(b_x^2+b_y^2)\left[(1+g)+\frac{1}{1-\eta^2}\left(\eta^2 \mp \frac{2\eta b_x b_y}{b_x^2 b_y^2}\right)\right]\right\}$$

$$+\frac{R\omega_c}{c}\left(\frac{q}{\gamma\omega}\right)^{-1}\eta[(b_x \pm b_y)\cos(\Phi-\Phi_c)$$

$$\left.+(b_x \mp b_y)\cos(\Phi+\Phi_c)]\right\rangle.$$

Для случая циркулярно поляризованной электромагнитной волны, $b_x = b_y = b/\sqrt{2}$, получаем модуль вектора в виде

$$|\mathbf{S}(t)| = \sqrt{S_x^2(t)+S_y^2(t)+S_z^2(t)}, \qquad (10)$$

где $I_{\text{cir}} = cb^2/8\pi$, $\mu = q^2b^2/\gamma^2\omega^2 = I_{\text{lin}}/2I_{\text{rel}} = I_{\text{cir}}/I_{\text{rel}}$.

При наличии постоянного магнитного поля колебание частиц происходит с двумя периодами $\tilde{T} = 2\pi(1+h)/\omega$ и $\tilde{T}_c = 2\pi/\omega_c$. Так как движение частицы является суперпозицией двух типов периодического движения с частотами ω и ω_c, усреднение интенсивности будет осуществляться по формуле [14]

$$\overline{f}(t) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{\Phi(t)}^{\Phi(t)+2\pi}\frac{1}{\tilde{T}}\int\limits_{\Phi_c(t)}^{\Phi_c(t)+2\pi} f(t')\,\frac{1+g}{\omega}d\Phi' d\Phi_c'.$$

Оценим теперь интенсивность излучения, усредненную за период колебаний частиц в поле электромагнитной волны с круговой поляризацией в присутствии постоянного магнитного поля:

$$I_{\text{rad}}^{\text{cir}} = \frac{I_{\text{cir}}}{1+\frac{\mu}{4}\left[\left(1-\frac{f\eta}{1+f\eta}\right)^2+\left(\frac{1}{1+f\eta}\right)^2\right]}$$

$$\times\sqrt{\begin{gathered}\left\{1+\frac{\mu}{4}\left[\left(1-\frac{f\eta}{1+f\eta}\right)^2+\left(\frac{1}{1+f\eta}\right)^2\right]-\frac{f\eta}{1+f\eta}\right\}^2+\\ +\frac{\mu}{2}\left(1-f\,\frac{\eta}{1+f\eta}\right)^2\left[\left(1-\frac{1-f\eta}{1+f\eta}\right)^2+\frac{\eta^2}{\mu}\right]\end{gathered}}. \qquad (11)$$

Формулы (10), (11) при выключении магнитного поля становятся эквивалентными формулам, полученным в [1].

Для случая линейно поляризованной электромагнитной волны ($b_x = b$, $b_y = 0$) интенсивность волны равна

$$|\mathbf{S}(t)| = \frac{1}{2}\frac{I_{\text{lin}}}{1+g}\sqrt{\begin{gathered}\frac{1}{2}\frac{R^2\omega_c^2}{c^2}\left[\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)\sin(\Phi-\Phi_c)\right.\\ \left.-\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)\sin(\Phi-\Phi_c)\right]^2\\ \times(1+\cos 2\Phi)\\ +\left\{\left[(1+g)+\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right](1+\cos 2\Phi)\right.\\ \left.+2\frac{R\omega_c}{c}\left(\frac{qb}{\gamma\omega}\right)^{-1}\eta\cos\Phi\cos\Phi_c\right\}^2\end{gathered}}, \qquad (12)$$

где $I_{\text{lin}} = cb^2/4\pi$.

Оценим теперь интенсивность излучения, усредненную за период колебаний частиц в поле электромагнитной волны с линейной поляризацией в присутствии постоянного магнитного поля, при условии, что частица в начальный момент времени покоилась:

$$I_{\text{rad}}^{\text{linear}} = \frac{1}{2}\frac{I_{\text{lin}}}{1+h}\sqrt{\begin{gathered}\frac{1}{4}\frac{R^2\omega_c^2}{c^2}\left[\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2+\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2\right.\\ \left.+\frac{3\mu(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^2}+\frac{4\eta^2}{\mu}\right]+\frac{7\mu^2}{128}\frac{1}{(1-\eta^2)^2}\\ +\frac{3}{2}\left[(1+h)^2+\frac{\eta^4}{(1-\eta^2)^2}\right]+\frac{1}{2}\frac{\eta^2}{1-\eta^2}\\ \times\left[6(1+h)-\frac{\mu}{1-\eta^2}\right]\end{gathered}}, \qquad (13)$$

где значения $R^2\omega_c^2/c^2$ и h соответственно равны

$$\frac{R^2\omega_c^2}{c^2} = \mu\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2}+\frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]$$

и

$$h = \frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\},$$

где $\Phi_0 = \omega\xi_0 + \varphi_0$, $\xi_0 = -z/c$.

Таким образом, минимальное значение интенсивности излучения соответствует фазам $\Phi_0 = 0$ и $\Phi_0 = \pi$ и определяется формулой

$$I_{\min}^{\text{linear}} = \frac{I_{\text{lin}}}{2 + \frac{\mu}{2}\frac{1+3\eta^2}{(1-\eta^2)^2}} \sqrt{\begin{aligned} &\frac{\mu}{4}\frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\left[\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2 \right.\\ &\left.+\left(1-\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^2 + \frac{4\eta^2}{\mu}\right] + \frac{7\mu^2}{128} \\ &\times\frac{1}{(1-\eta^2)^2} + \frac{3\mu^2}{4}\frac{\eta^2(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^4} \\ &+\frac{3}{2}\left\{\left[1+\frac{\mu}{4}\frac{1+3\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]^2\right. \\ &\left.+\frac{\eta^4}{(1-\eta^2)^2}\right\} + \frac{1}{2}\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \\ &\times\left\{6\left[1+\frac{\mu}{4}\frac{1+3\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right. \\ &\left.-\frac{\mu}{1-\eta^2}\right\}. \end{aligned}}$$

Максимальное значение интенсивности излучения соответствует фазам $\Phi_0 = \pi/2$ и $\Phi_0 = 3\pi/2$ и определяется по формуле

$$I_{\min}^{\text{linear}} = \frac{I_{\text{lin}}}{2 + \frac{\mu}{2}\frac{3+\eta^2}{(1-\eta^2)^2}} \times \sqrt{\begin{aligned} &\frac{\mu}{4}\frac{1}{(1-\eta^2)^2}\left[\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2 + \left(1-\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^2 + \frac{4\eta^2}{\mu}\right] \\ &+\frac{7\mu^2}{128}\frac{1}{(1-\eta^2)^2} + \frac{3\mu^2}{4}\frac{(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^4} + \frac{3}{2} \\ &\times\left\{\left[1+\frac{\mu}{4}\frac{3+\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]^2 + \frac{\eta^4}{(1-\eta^2)^2}\right\} + \frac{1}{2}\frac{\eta^2}{1-\eta^2} \\ &\times\left\{6\left[1+\frac{\mu}{4}\frac{3+\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right] - \frac{\mu}{1-\eta^2}\right\}. \end{aligned}}$$

Среднюю интенсивность излучения заряженной частицы в поле Редмонда найдем по формуле

$$\overline{f}(t) = \sup\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t f(t)dt.$$

Таким образом, усредненная по начальной фазе Φ_0 интенсивность излучения частиц поле Редмонда имеет вид

$$I_{\text{rad}}^{\text{linear}} = \frac{I_{\text{lin}}}{2} \sqrt{\begin{aligned} &\frac{2\mu(1-\eta^2)^2[\mu(1-10\eta^2+\eta^4)+4(1-\eta^4)(1-\eta^2)]}{\left\{\begin{gathered}\sqrt{\mu(3+\eta^2)+4(1-\eta^2)^2}\times\\ \times\sqrt{\mu[4-3(1-\eta^2)]+4(1-\eta^2)^2}\end{gathered}\right\}^3} \\ &\times\left[\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2 + \left(1-\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^2 + \frac{4\eta^2}{\mu} + \frac{3\mu(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^2}\right] \\ &+\frac{7\mu^2(1-\eta^2)[\mu(1+\eta^2)+2(1-\eta^2)^2]}{4\left\{\begin{gathered}\sqrt{\mu(3+\eta^2)+4(1-\eta^2)^2}\times\\ \times\sqrt{\mu[4-3(1-\eta^2)]+4(1-\eta^2)^2}\end{gathered}\right\}^3} \\ &+\frac{3}{2}\left\langle 1 + \frac{32\eta^4[\mu(1-\eta^4)(1-\eta^2)+2(1-\eta^2)^4]}{\left\{\begin{gathered}\sqrt{\mu(3+\eta^2)+4(1-\eta^2)^2}\times\\ \times\sqrt{\mu[4-3(1-\eta^2)]+4(1-\eta^2)^2}\end{gathered}\right\}^3}\right\rangle \\ &+12\eta^2(1-\eta^2) \\ &\times\left\langle\frac{\begin{gathered}[\mu(3+\eta^2)+4(1-\eta^2)^2]\times\\ \times[4\mu-3\mu(1-\eta^2)+4(1-\eta^2)^2]\end{gathered}}{\left\{\begin{gathered}\sqrt{\mu(3+\eta^2)+4(1-\eta^2)^2}\times\\ \times\sqrt{\mu[4-3(1-\eta^2)]+4(1-\eta^2)^2}\end{gathered}\right\}^3}\right\rangle \\ &-16\eta^2(1-\eta^2) \\ &\times\left\langle\frac{\mu[\mu(1+\eta^4)+2(1-\eta^2)^3]}{\left\{\begin{gathered}\sqrt{\mu(3+\eta^2)+4(1-\eta^2)^2}\times\\ \times\sqrt{\mu[4-3(1-\eta^2)]+4(1-\eta^2)^2}\end{gathered}\right\}^3}\right\rangle. \end{aligned}} \tag{14}$$

Используя формулы (11) и (14), можно изобразить изменение интенсивности излучения частицы в поле Редмонда от величины магнитного поля (рис. 1).

Из рисунка видно, что до отметки $\eta = 2.5$ постоянное магнитное поле ненамного увеличивает интенсивность излучения частицы, если электромагнитная волна поляризована по кругу, когда для линейной поляризации волны интенсивность падает.

Дифференцируя выражение (11) относительно Φ_0, получаем фазовое распределение интенсивности излучения:

$$\frac{dI_{\text{rad}}^{\text{linear}}}{d\Phi_0} = \frac{I_{\text{lin}}}{2} \times \frac{\left\langle 1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle\kappa - \frac{\mu}{2}\frac{\sin 2\Phi_0}{1-\eta^2}\theta}{\left\langle 1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle^2}, \tag{15}$$

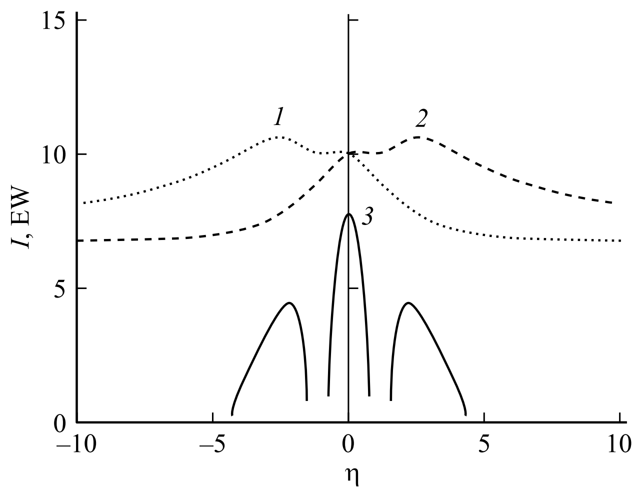

Рис. 1. Зависимость интенсивности излучения частицы от величины магнитного поля (*1* — круговая правая, *2* — круговая левая, *3* — линейная).

где θ и κ соответственно равны

$$\theta = \left(\frac{\mu}{4}\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\left[\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2 + \left(1-\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^2 + \frac{3\mu(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^2} + \frac{4\eta^2}{\mu}\right] + \frac{7\mu^2}{128}\,\frac{1}{(1-\eta^2)^2} + \frac{3}{2}\left\langle 1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle^2 + \frac{3\eta^4}{2(1-\eta^2)^2} + \frac{3\eta^2}{1-\eta^2}\left\langle 1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle - \frac{\mu\eta^2}{2(1-\eta^2)^2} \right)^{1/2}.$$

$$\kappa = \frac{d\theta}{d\Phi_0} = \frac{1}{2\theta}\left\langle \frac{\mu}{4}\,\frac{\sin 2\Phi_0}{1-\eta^2}\left[\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2 + \left(1-\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^2 + \frac{3\mu(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^2} + \frac{4\eta^2}{\mu}\right] + \frac{3\mu}{2}\left\langle 1+\frac{\mu}{4} \times\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle\frac{\sin 2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{3\mu}{2}\,\frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\,\sin 2\Phi_0\right\rangle.$$

Используя формулу (15), можно изобразить фазовое распределение интенсивности излучения заряженной частицы в поле Редмонда с интенсивностью $I_{\text{lin}} = 10^{19}\,\text{W/cm}^2$ на фазовой плоскости (вдоль оси абсцисс — $\sin\Phi_0$ и вдоль оси ординат — $dI_{\text{rad}}^{\text{linear}}/d\Phi_0$) для различных значений магнитного поля (рис. 2).

Из рис. 2 видно, что при увеличении магнитного поля максимум интенсивности излучения заряженной частицы перемещается к $\Phi_0 = \pi/2, -\pi/2, \ldots, \pm\pi/2 + 2\pi n$.

Мгновенное угловое распределение интенсивности излучения заряженных частиц будет иметь вид

$$\frac{dI_{\text{rad}}^{\text{linear}}}{d\Omega} = \frac{I_{\text{lin}}}{4\pi} \times \frac{\left\langle 1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle\kappa - \frac{\mu}{2}\,\frac{\sin 2\Phi_0}{1-\eta^2}\theta}{\left\langle 1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle^2\cos\Phi_0}. \tag{16}$$

Дифференцируя распределение (16) относительно Φ_0, получаем фазово-угловое распределение интенсивности излучения в зависимости от начальной фазы электромагнитной волны:

$$\frac{d^2I_{\text{rad}}^{\text{linear}}}{d\Phi_0 d\Omega} = \frac{I_{\text{lin}}}{4\pi} \times\left\langle \frac{\Gamma}{1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}} - \frac{\mu\left\langle 2\kappa\sin\Phi_0 + \theta\cos\theta\Phi_0 - \frac{\frac{\mu\theta}{1-\eta^2}\sin 2\Phi_0\sin\Phi_0}{1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2}+2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2}+\frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}}\right\rangle}{(1-\eta^2)\left\langle 1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle^2}\right\rangle, \tag{17}$$

где

$$\Gamma = \frac{\cos\Phi_0}{2\theta}\left\langle \frac{\mu}{2(1-\eta^2)}\left[1-\left(1-\frac{1-\eta}{1+\eta}\right)^2 + \left(1-\frac{1+\eta}{1-\eta}\right)^2 + \frac{3\mu(1+\eta^2)}{(1-\eta^2)^2} + \frac{4\eta^2}{\mu}\right] + \frac{3\mu}{1-\eta^2} \times\left\langle 1+\frac{\mu}{4}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[3\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\} + \frac{\eta^2}{1-\eta^2}\right\rangle - 2\left(\frac{\gamma}{\cos\Phi_0}\right)^2\right\rangle.$$

Используя формулу (17), можно изобразить фазово-угловое распределение интенсивности излучения заряженной частицы для излучения для значения $I_{\text{lin}} = 10^{19}\,\text{W/cm}^2$ на фазовой плоскости (вдоль оси абсциссы — $\sin\Phi_0$ и вдоль оси ординат — $d^2I_{\text{rad}}^{\text{linear}}/d\Phi_0 d\Omega$) для различных значений магнитного поля (рис. 3).

На рис. 3 можно также заметить, что максимум интенсивности перемещается к значению

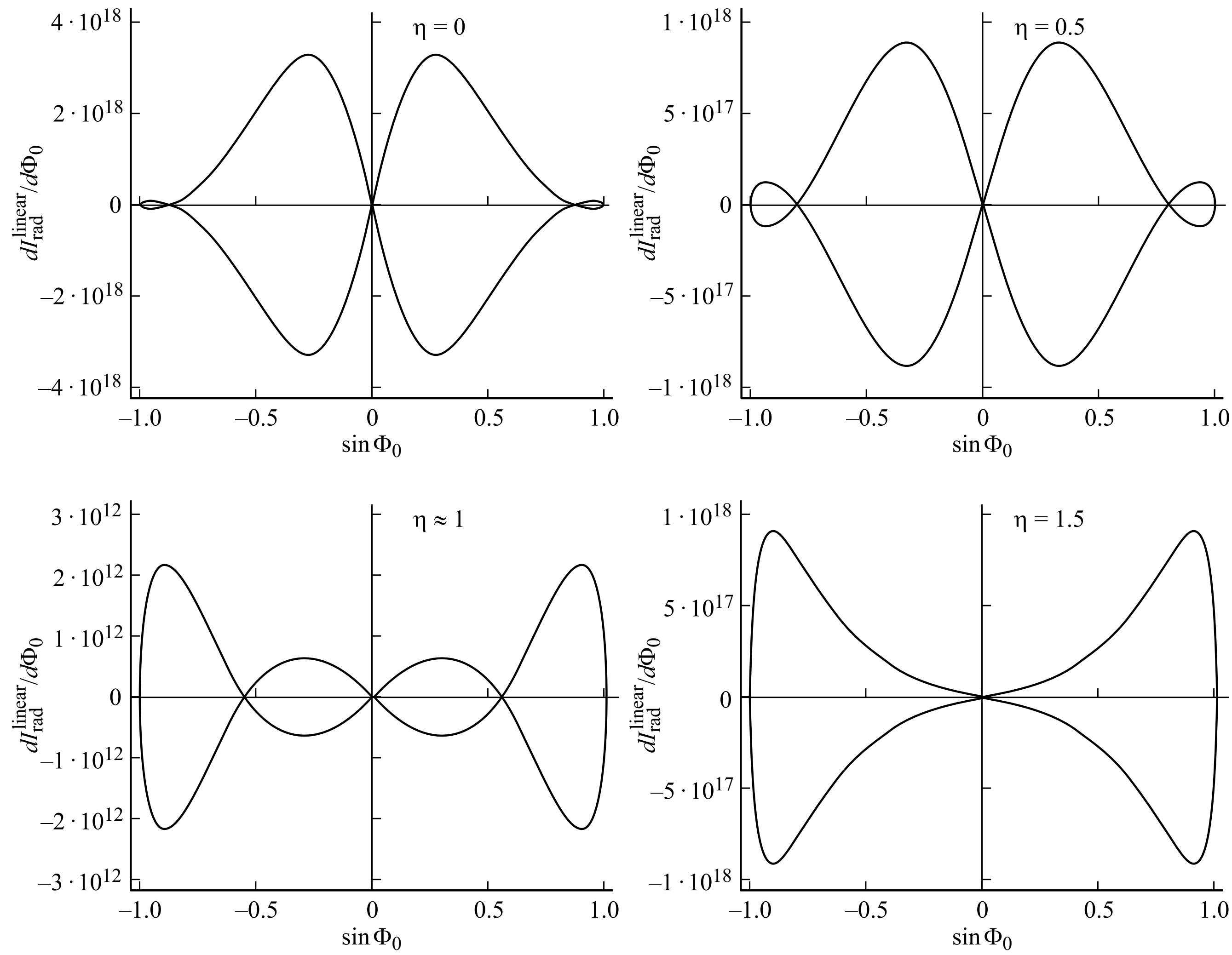

Рис. 2. Фазовое распределение интенсивности излучения частиц при различных магнитных полях.

$\Phi_0 = \pi/2, -\pi/2, \ldots, \pm\pi/2 + 2\pi n$, а также в условиях, близких к резонансу, фазово-угловое распределение представляет эллипс.

Фурье-образ напряженности электрического поля в поле Редмонда

Спектр излучения заряженной частицы в поле плоской монохроматической электромагнитной волны можно представить как сумму бесконечного числа монохроматических волн:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) \exp(-i\Phi). \tag{18}$$

Фурье-образ может быть представлен в виде периодической функции:

$$\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}) = \frac{1}{\tilde{T}} \int\limits_{t}^{\tilde{t}} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(-i\Phi) dt. \tag{19}$$

Из уравнения (1) выразим $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ и подставим в функцию (19), после чего перейдем от интегрирования по времени к интегрированию по фазам Φ и Φ_c, что даст для вещественной и мнимой частей $\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r})$ следующие выражения:

$$\mathrm{Re}\big(\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r})\big) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Phi_c(t)}^{\Phi_c(\tilde{t})} \frac{1}{\tilde{\tilde{T}}} \int\limits_{\Phi(t)}^{\Phi(\tilde{t})} \left(\frac{1}{q} \frac{d\mathbf{p}}{dt} - \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}_\Sigma] \right) \times \cos\Phi \, \frac{1+g}{\omega} \, d\Phi d\Phi_c,$$

$$\mathrm{Im}\big(\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r})\big) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{\Phi_c(t)}^{\Phi_c(\tilde{t})} \frac{1}{\tilde{\tilde{T}}} \int\limits_{\Phi(t)}^{\Phi(\tilde{t})} \left(\frac{1}{q} \frac{d\mathbf{p}}{dt} - \frac{1}{c} [\mathbf{v} \times \mathbf{H}_\Sigma] \right) \times \sin\Phi \, \frac{1+g}{\omega} \, d\Phi d\Phi_c. \tag{20}$$

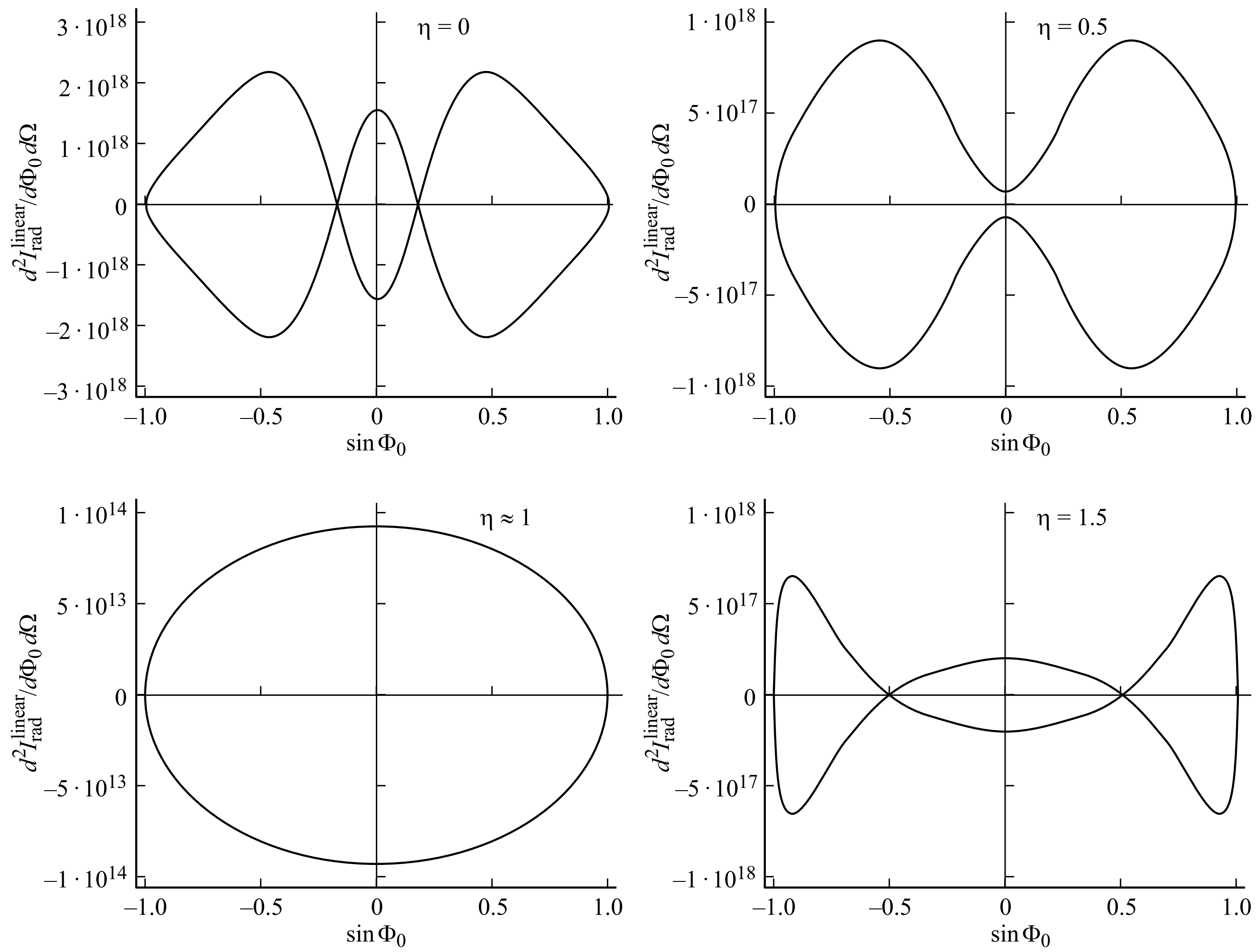

Рис. 3. Фазово-угловое распределение интенсивности излучения частиц при различных магнитных полях.

Компоненты преобразования фурье-функции (20) будут выглядеть так:

$$\mathrm{Re}(\mathbf{E}_{\omega,x}) = \frac{b_x}{2(1+h)} \left(1 + h - \frac{q^2(b_x^2 - b_y^2)}{8\gamma^2\omega^2(1-\eta^2)}\right),$$

$$\mathrm{Im}(\mathbf{E}_{\omega,x}) = 0,$$

$$\mathrm{Re}(\mathbf{E}_{\omega,y}) = 0,$$

$$\mathrm{Im}(\mathbf{E}_{\omega,y}) = \pm\frac{b_y}{2(1+h)} \left(1 + h + \frac{q^2(b_x^2 - b_y^2)}{8\gamma^2\omega^2(1-\eta^2)}\right),$$

$$\mathrm{Re}(\mathbf{E}_{\omega,z}) = \mathrm{Im}(\mathbf{E}_{\omega,z}) = 0. \qquad (21)$$

Рассмотрим случаи круговой и линейной поляризации.

Круговая поляризация. В [1] было выяснено, что в случае круговой поляризации сохраняется только информация об амплитуде, в то время как информация о фазе полностью теряется, поэтому в этом случае поляризации волны внешнее магнитное поле не внесет никакого вклада.

Линейная поляризация. В этом случае из (21) для фурье-образа получаем

$$\mathrm{Re}(\mathbf{E}_\omega) = \frac{b\left\langle 1 + \frac{\mu}{8}\left\{\frac{1+3\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 4\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}\right\rangle}{2 + \frac{\mu}{2}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}}. \qquad (22)$$

Подставляя выражение (22) в формулу (18), получаем спектр излучения частицы в начальный момент времени:

$$\mathrm{Re}\big((\mathbf{E}_\omega(\mathbf{r}, t_0)\big) = b$$

$$\times \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \frac{1 + \frac{\mu}{8}\left\{\frac{1+3\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 4\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}}{2 + \frac{\mu}{2}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2} + 2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2} + \frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}} \cos\Phi_0. \qquad (23)$$

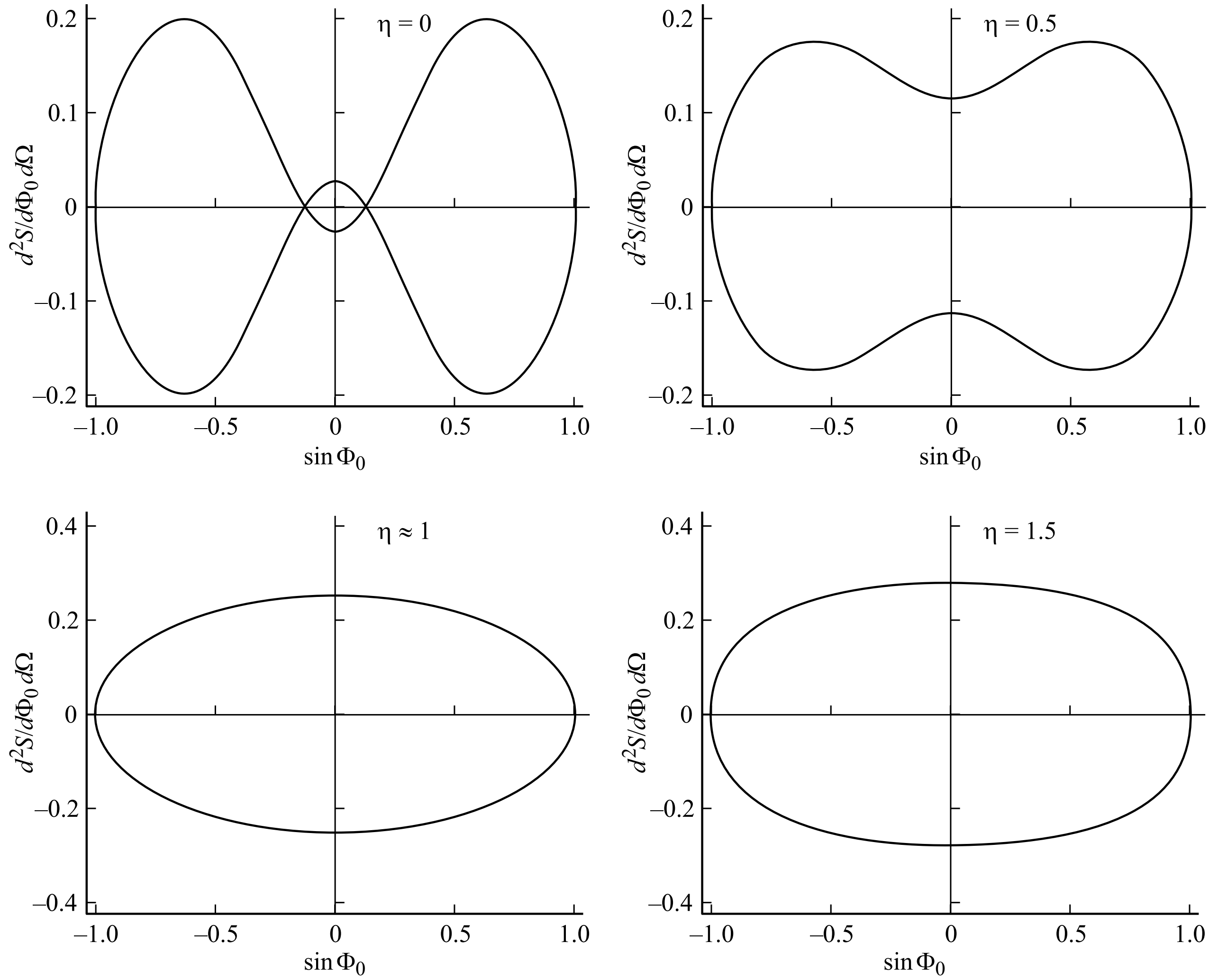

Рис. 4. Фазово-угловое распределение спектральной плотности при различных магнитных полях.

Спектр излучения имеет следующее фазовое распределение:

$$\mathrm{Re}\left(\left|\frac{d\mathbf{E}(\mathbf{r},t_0)}{d\Phi_0}\right|\right) = b \times \left|\sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty}\left(1-\frac{2A}{B}\right)\frac{\mu\sin\Phi_0\cos^2\Phi_0}{B(1-\eta^2)} - \frac{A}{B}\sin\Phi_0\right|, \quad (24)$$

где

$$A = 1+\frac{\mu}{8}\left\{\frac{1+3\eta^2}{(1-\eta^2)^2}+4\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2}+\frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\},$$

$$B = 2+\frac{\mu}{2}\left\{\frac{1+\eta^2}{(1-\eta^2)^2}+2\left[\frac{\sin^2\Phi_0}{1-\eta^2}+\frac{\eta^2}{(1-\eta^2)^2}\right]\right\}.$$

Спектр излучения заряда в единичном сплошном угле определяется формулой

$$\mathrm{Re}\left(\left|\frac{d\mathbf{E}(\mathbf{r},t_0)}{d\Omega}\right|\right) = \frac{b}{2\pi}\left|\sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty}\left(1-\frac{2A}{B}\right) \times \frac{\mu\sin 2\Phi_0}{B(1-\eta^2)} - \frac{A}{B}\,\mathrm{tg}\,\Phi_0\right|. \quad (25)$$

Фазово-угловое распределение этого спектра излучения имеет вид

$$\mathrm{Re}\left(\left|\frac{d^2\mathbf{E}(\mathbf{r},t_0)}{d\Phi_0 d\Omega}\right|\right) = \frac{b}{2\pi}\left|\sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty}\frac{1-2\,\frac{A}{B}}{B}\,\frac{\mu}{1-\eta^2} (1-3\sin^2\Phi_0) - \frac{A}{B}\sec^2\Phi_0\right|. \quad (26)$$

Представим функцию, характеризующую спектральную плотность излучения:

$$\mathrm{Re}\big(S(\omega)\big) = \mathrm{Re}\left(|\mathbf{E}(\mathbf{r}, t_0)|^2\right) = b^2 \left| \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \frac{A^2}{B^2} \cos^2(\omega\xi_0) \right|. \tag{27}$$

Фазовое распределение заданной плотности спектрального излучения выражается формулой

$$\frac{dS(\omega)}{d\Phi_0} = b^2 \left| \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \left\{ \left[\frac{1}{A} - 2\,\frac{1}{B}\right] \frac{\mu}{1-\eta^2} \cos^2\Phi_0 - 1 \right\} \times \frac{A^2}{B^2} \sin 2\Phi_0 \right|. \tag{28}$$

Спектральная плотность излучения на единицу твердого угла определяется выражением

$$\frac{dS(\omega)}{d\Omega} = \frac{b^2}{\pi} \left| \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \left\{ \left[\frac{1}{A} - 2\,\frac{1}{B}\right] \frac{\mu}{1-\eta^2} \cos^2\Phi_0 - 1 \right\} \times \frac{A^2}{B^2} \sin \Phi_0 \right|. \tag{29}$$

Дифференцируя выражение (29) относительно Φ_0, получаем фазово-угловое распределение:

$$\frac{d^2S(\omega)}{d\Phi_0 d\Omega} = \frac{b^2}{\pi} \left[\left(\frac{1}{A} - 2\,\frac{1}{B}\right) \frac{\mu}{1-\eta^2} \cos^2\Phi_0 - 1\right] \times$$
$$\times \left| \sum_{\omega=-\infty}^{\omega=\infty} \left\{ \begin{array}{l} \times \left[1 + \left(\frac{1}{A} - 2\,\frac{1}{B}\right) \frac{\mu}{1-\eta^2} \sin^2\Phi_0\right] - \\ - \frac{2\mu}{1-\eta^2}\left[1 + \left(\frac{1}{2A} - \frac{1}{B}\right)\frac{\mu}{1-\eta^2} \times \right. \\ \left. \times \cos^2\Phi_0\right] \left(\frac{1}{A} - 2\frac{1}{B}\right) \sin^2\Phi_0 \end{array} \right\} \times \frac{A^2}{B^2} \cos\Phi_0 \right|. \tag{30}$$

Используя формулу (30), можно изобразить фазово-угловое распределение интенсивности излучения заряженной частицы для излучения для значения $I_{\mathrm{lin}} = 10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$ на фазовой плоскости (вдоль оси абсциссы — $\sin\Phi_0$ и вдоль оси ординаты — $d^2S(\omega)/d\Phi_0 d\Omega$) для различных значений магнитного поля (рис. 4).

Из рис. 4 можно увидеть, что при увеличении магнитного поля максимум спектральной плотности перемещается к значению $\Phi_0 = \pi, -\pi, \ldots, \pm\pi n$.

Заключение

Исследован вопрос о спектрально-угловых характеристиках излучения заряженной частицы в поле Редмонда. Получены выражения для интенсивности излучения релятивистского заряда в случае круговой и линейно поляризованной электромагнитной волны в данной конфигурации полей. Получены фазовые и фазо-угловые распределения интенсивности излучения частицы, движущейся в электромагнитной волне с интенсивностью $10^{19}\,\mathrm{W/cm^2}$ в присутствии магнитного поля различной величины. Вычислен фурье-образ $\mathbf{E}$ излучения частицы в поле Редмонда с линейно поляризованной электромагнитной волной. Результаты данного исследования могут быть использованы при математической интерпретации экспериментов по взаимодействию лазерного излучения с магнитоплазмой.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Н.С. Акинцов, Г.Ф. Копытов, А.А. Мартынов. Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки, **230** (4), 150 (2015). DOI: 10.5862/JPM.230.14

[2] T. Tajima, J. Dawson. Phys. Rev. Lett., **43** (4), 267 (1979). DOI: 10.1103/PhysRevLett.43.267

[3] Y. Wu, J. Hua, Z. Zhou, J. Zhang, S. Liu, B. Peng, Y. Fang, X. Ning, Z. Nie, F. Li, C. Zhang, C.-H. Pai, Y. Du, W. Lu, W.B. Mori, C. Joshi. Nat. Phys., **17**, 801 (2021). DOI: 10.1038/s41567-021-01202-6

[4] L.J. Wong, K.-H. Hong, S. Carbajo, A. Fallahi, P. Piot, M. Soljačić, J.D. Joannopoulos, F.X. Kärtner, I. Kaminer. Sci. Rep., **7** (1), 11159 (2017). DOI: 10.1038/s41598-017-11547-9

[5] P.M. Woodward, J.D. Lawson. J. Institution of Electrical Engineers — Part III: Radio and Communication Engineering, **95** (37), 363 (1948). DOI: 10.1049/ji-3-2.1948.0094

[6] P.J. Redmond. J. Math. Phys., **6**, 1163 (1965). DOI: 10.1063/1.1704385

[7] V.G. Bagrov, V.A. Bordovitsyn. Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz., **8** (3), 691 (1968). [V.G. Bagrov, V.A. Bordovitsyn, Comput. Math. Math. Phys., **8** (3), 274 (1968) DOI: 10.1016/0041-5553(68)90082-7].

[8] A. Orefice. Il Nuovo Cimento B, **63** (2), 638 (1969). DOI: 10.1007/BF02710713

[9] E.M. Boldyrev. J. Techn. Phys., **69** (5), 106 (1999).

[10] V.V. Apollonov, M.V. Fedorov, A.M. Prokhorov, A.G. Suzdal′tsev. IEEE J. Quantum Electronics, **28** (1), 265 (1992). DOI: 10.1109/3.119522

[11] B.-L. Qian. Physics of Plasmas, **7**, 537 (2000). DOI: 10.1063/1.873839

[12] A. Dubik. Laser and Particle Beams, **18** (2), 341 (2000). DOI: 10.1017/S0263034600182254

[13] Г.Ф. Копытов, А.А. Мартынов, Н.С. Акинцов. Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки, **206** (4), 55 (2014).

[14] Г.Ф. Копытов, А.В. Погорелов. Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки, **146** (2), 112 (2012).
[15] V. Zhukovsky. Symmetry, **12** (8), 1367 (2020). DOI: 10.3390/sym12081367
[16] V.A. Buts, A.G. Zagorodny. Physics of Plasmas, **28** (2), 022311 (2021). DOI: 10.1063/5.0037808
[17] Yu.A. Bashmakov, D.F. Alferov. J. Technical Physics, **55** (5), 829 (1985).
[18] A.V. Bashinov, A.A. Gonoskov, A.V. Kim, M. Marklund, G. Mourou, A.M. Sergeev. Quantum Electronics, **43** (4), 291 (2013). DOI: 10.1070/QE2013v043n04ABEH015101