

## Поверхностные электромагнитные волны Дьяконова на границе раздела анизотропных двуосных кристаллов

© М.В. Захарченко, Г.Ф. Глинский

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет „ЛЭТИ“,  
197376 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: mikhailvzakh@gmail.com

Поступило в Редакцию 19 мая 2022 г.  
В окончательной редакции 15 июля 2022 г.  
Принято к публикации 21 июля 2022 г.

Предложен наиболее общий подход к анализу поверхностных электромагнитных волн Дьяконова на границах раздела произвольно ориентированных анизотропных двуосных кристаллов. В его основе лежит операторное представление макроскопических уравнений Максвелла как квантово-механических уравнений, описывающих однофотонные состояния в неоднородной анизотропной среде. В самом общем виде исследован закон дисперсии поверхностных волн. Установлена характерная для волн Дьяконова связь их дисперсионных характеристик с законом дисперсии объемных волн в кристаллах, образующих интерфейс. Исследовано пространственное распределение электромагнитного поля поверхностных мод в направлении, перпендикулярном плоскости границы раздела. Определен угловой диапазон существования поверхностных волн и его зависимости от углов поворота оптических осей исходных кристаллов относительно друг друга.

**Ключевые слова:** поверхностные электромагнитные волны, интерфейсные фотонные состояния, анизотропные среды, двуосные материалы.

DOI: 10.21883/JTF.2022.11.53446.140-22

### Введение

Поверхностные электромагнитные волны представляют собой особый тип электромагнитных полей, энергия которых локализована вблизи границ раздела сред с различной диэлектрической или магнитной проницаемостями. К отдельному классу поверхностных волн относятся волны, существование которых обусловлено скачком анизотропных свойств материалов на границе раздела. Первые теоретические предсказания возможности существования электромагнитных волн, распространяющихся вдоль интерфейсов анизотропных кристаллов, были сделаны в работах Ф.М. Марчевского [1] и М.И. Дьяконова [2]. В дальнейшем поверхностные волны данного типа получили название волн Дьяконова и долгое время были объектом лишь теоретических исследований. Однако после их экспериментального обнаружения [3–6], этот вид поверхностных волн приобрел определенные перспективы с точки зрения возможности их использования в различных устройствах фотоники и интегральной оптики [7,8].

В ходе теоретических исследований [1,2] изначально рассматривались поверхностные волны, возникающие на гетерогранице изотропной среды и анизотропного одноосного кристалла, оптическая ось которого лежит в плоскости границы раздела. Было показано, что возбуждение поверхностных волн в подобных структурах возможно лишь в небольшом угловом диапазоне в плоскости интерфейса. Диаграмма направленности и ее угловое распределение определяются значениями компонент тензора диэлектрической проницаемости анизотропного

материала и ориентацией его главных осей относительно плоскости интерфейса. В дальнейшем была решена задача о распространении поверхностных волн Дьяконова вдоль границ раздела изотропного и анизотропного двуосного кристаллов [9–13]. В литературе также рассматривались более сложные структуры, образованные идентичными одноосными [14] и двуосными [15] материалами. При этом анализировались лишь некоторые частные случаи границ раздела двуосных кристаллов при относительно простых пространственных ориентациях их оптических осей. Кроме того, в литературе изучались и другие разновидности волн Дьяконова, существование которых возможно на границах раздела других типов веществ, таких, как гиперболические, хиральные и би-анизотропные материалы [16–19], а также возникающих в ограниченных средах [20–23].

В настоящей работе предлагается наиболее общий подход к анализу поверхностных волн Дьяконова на границах раздела анизотропных двуосных кристаллов с произвольной ориентацией главных осей их диэлектрической и магнитной проницаемостей. Развиваемый теоретический подход основывается на операторном представлении уравнений Максвелла [24], что позволяет сформулировать задачу определения собственных интерфейсных мод исследуемой электродинамической системы как задачу поиска собственных чисел и собственных векторов эрмитова оператора в однофотонном гильбертовом пространстве. С помощью данного метода рассчитывается закон дисперсии поверхностных волн Дьяконова, исследуется угловой диапазон их существования и его зависимость от угла поворота оптических

осей сред относительно друг друга, а также определяется пространственное распределение электромагнитного поля в рассматриваемых структурах.

### 1. Поверхностные электромагнитные моды на границе раздела анизотропных сред

Рассмотрим гетерограницу двух произвольно ориентированных анизотропных сред. Пусть плоскость  $xy$  декартовой системы координат лежит в плоскости границы раздела (рис. 1). Будем считать, что среда 1 расположена в области  $z < 0$ , а среда 2 — в области  $z > 0$ . Соответствующие тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей обозначены как  $\epsilon_1, \epsilon_2$  и  $\mu_1, \mu_2$ . Волновой вектор электромагнитной волны  $\mathbf{k}$  направлен под углом  $\varphi$  к оси  $x$  в плоскости интерфейса.

Стационарные уравнения Максвелла для комплексных амплитуд электромагнитного поля в отсутствии источников имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} &= -i \frac{\omega}{c} \epsilon \mathbf{E}, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= i \frac{\omega}{c} \mu \mathbf{H}. \end{aligned} \tag{1}$$

В общем случае анизотропных сред под  $\epsilon$  и  $\mu$  необходимо понимать тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей.

Как было показано в [24], уравнения (1) являются одним из возможных представлений следующих операторных уравнений:

$$\begin{aligned} ic(\hat{s} \cdot \hat{\mathbf{k}})|H\rangle &= \omega \hat{\epsilon}|E\rangle, \\ -ic(\hat{s} \cdot \hat{\mathbf{k}})|E\rangle &= \omega \hat{\mu}|H\rangle. \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь  $\hat{s}, \hat{\mathbf{k}}$  — эрмитовы операторы спинового момента  $s = 1$  и волнового вектора соответственно. Параметры сред описываются эрмитовыми операторами диэлектрической и магнитной проницаемостей  $\hat{\epsilon}$  и  $\hat{\mu}$ . Напряженностям электромагнитного поля сопоставляются два

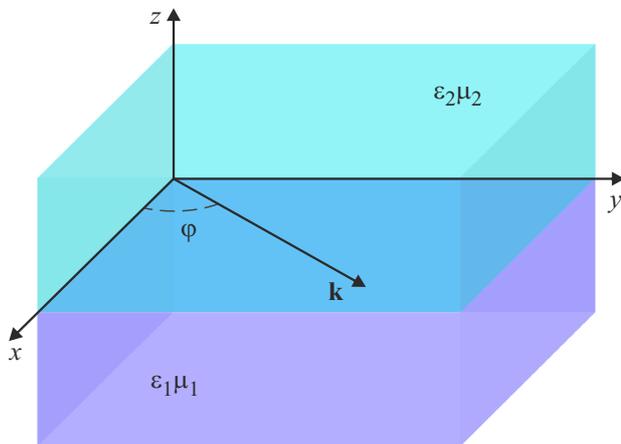


Рис. 1. Граница раздела и введенная система координат.

вектора состояния фотона  $|E\rangle$  и  $|H\rangle$  в комплексном одночастичном гильбертовом пространстве.

С помощью вспомогательных операторов и векторов состояний

$$\begin{aligned} \hat{\Omega} &= ic\hat{\epsilon}^{-1/2}(\hat{s} \cdot \hat{\mathbf{k}})\hat{\mu}^{1/2}, \\ \hat{\Omega}^+ &= -ic\hat{\mu}^{-1/2}(\hat{s} \cdot \hat{\mathbf{k}})\hat{\epsilon}^{1/2}, \\ |\tilde{E}\rangle &= \hat{\epsilon}^{1/2}|E\rangle, \\ |\tilde{H}\rangle &= \hat{\mu}^{1/2}|H\rangle \end{aligned}$$

уравнения (2) могут быть сведены к двум уравнениям на поиск собственных чисел  $\omega_v^2$  и собственных векторов  $|\tilde{E}_v\rangle$  и  $|\tilde{H}_v\rangle$  эрмитовых операторов

$$\begin{aligned} \hat{\Omega}\hat{\Omega}^+|\tilde{E}_v\rangle &= \omega_v^2|\tilde{E}_v\rangle, \\ \hat{\Omega}^+\hat{\Omega}|\tilde{H}_v\rangle &= \omega_v^2|\tilde{H}_v\rangle. \end{aligned} \tag{3}$$

Определяемые таким образом собственные векторы ортогональны и могут быть нормированы на единицу

$$\begin{aligned} \langle \tilde{E}_v | \tilde{E}_{v'} \rangle &= \delta_{vv'}, \\ \langle \tilde{H}_v | \tilde{H}_{v'} \rangle &= \delta_{vv'}. \end{aligned}$$

Эти состояния фотона в определенном базисе будут описывать собственные нормированные по энергии электромагнитные моды, включая и поверхностные.

В качестве базиса рассмотрим состояния фотона с определенной координатой  $|\mathbf{x}\rangle$  и определенной линейной поляризацией вдоль осей декартовой системы координат  $|i\rangle$ , где  $i = 1, 2, 3$  или  $i = x, y, z$ . Определим его как прямое произведение этих векторов  $|\mathbf{x}, i\rangle = |\mathbf{x}\rangle \otimes |i\rangle$ . Полученный набор состояний удовлетворяет следующим условиям ортонормированности и полноты:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{x}, i | \mathbf{x}', j \rangle &= \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}')\delta_{ij}, \\ \sum_i \int d\mathbf{x} |\mathbf{x}, i\rangle \langle \mathbf{x}, i| &= 1. \end{aligned}$$

Позже мы воспользуемся данным представлением для определения пространственного распределения компонент напряженностей электромагнитного поля.

Поверхностные волны представляют собой локализованные вблизи интерфейса решения уравнений поля (3). Это позволяет ввести пространственное ограничение рассматриваемой системы вдоль оси  $z$ , перпендикулярной плоскости границы раздела, и приближенно рассматривать два диэлектрических слоя конечной толщины. Далее осуществим периодическое продолжение рассматриваемой системы вдоль оси  $z$ . Это позволяет существенно упростить численное решение уравнений Максвелла, так как в этом случае нет необходимости решать соответствующие дифференциальные уравнения, а сама задача сводится к поиску собственных чисел и собственных столбцов эрмитовой матрицы. Собственные интерфейсные моды и соответствующие им собственные частоты возникают в этом подходе естественным образом как стационарные решения исходной задачи,

удовлетворяющие необходимым граничным условиям. В пределах одного периода рассматриваемой системы решение уравнений Максвелла, соответствующее поверхностным волнам, аппроксимирует решение задачи для двух полубесконечных пространств. При этом выбором достаточно большой толщины диэлектрических слоев всегда можно добиться требуемой точности аппроксимации.

В соответствии с описанным переходом к периодической структуре, подобной фотонному кристаллу, естественно возникает необходимость введения прямой и обратной решеток. Произвольные векторы трансляции прямой  $\mathbf{a}$  и обратной  $\mathbf{b}$  решеток трехмерного фотонного кристалла определяются следующим образом:

$$\mathbf{a} = n_1\mathbf{a}_1 + n_2\mathbf{a}_2 + n_3\mathbf{a}_3,$$

$$\mathbf{b} = m_1\mathbf{b}_1 + m_2\mathbf{b}_2 + m_3\mathbf{b}_3,$$

где  $\mathbf{a}_{1,2,3}$  и  $\mathbf{b}_{1,2,3}$  — основные векторы трансляций,  $n_i, m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . При этом предполагается, что все рассмотренные ранее операторы обладают трансляционной симметрией.

В качестве базиса для представления операторных уравнений (3) воспользуемся состояниями фотона с определенным значением волнового вектора, который в трансляционно-инвариантной системе удобно представить в виде суммы  $\mathbf{b} + \mathbf{k}$ , где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор в зоне Бриллюэна фотонного кристалла.

Аналогично координатному представлению, определим базис с определенным значением волнового вектора и определенной линейной поляризации  $|\mathbf{b} + \mathbf{k}, i\rangle = |\mathbf{b} + \mathbf{k}\rangle \otimes |i\rangle$ . Этот набор состояний также является ортонормированным и полным, т.е. удовлетворяет соотношениям

$$\langle \mathbf{b} + \mathbf{k}, i | \mathbf{b}' + \mathbf{k}', j \rangle = \delta_{\mathbf{b}\mathbf{b}'} \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} \delta_{ij},$$

$$\sum_{\mathbf{b}, \mathbf{k}, i} |\mathbf{b} + \mathbf{k}, i\rangle \langle \mathbf{b} + \mathbf{k}, i| = 1.$$

Связь между векторами  $|\mathbf{x}, i\rangle$  и  $|\mathbf{b} + \mathbf{k}, i\rangle$  определяется следующим унитарным преобразованием:

$$|\mathbf{b} + \mathbf{k}, i\rangle = \sum_j \int_V d\mathbf{x} |\mathbf{x}, j\rangle \langle \mathbf{x}, j | \mathbf{b} + \mathbf{k}, i\rangle,$$

$$\langle \mathbf{x}, j | \mathbf{b} + \mathbf{k}, i\rangle = \frac{1}{\sqrt{V}} \exp[i(\mathbf{b} + \mathbf{k})\mathbf{x}] \delta_{ji},$$

где  $V = NV_0$  — полный объем фотонного кристалла,  $N$  — число его элементарных ячеек,  $V_0$  — объем элементарной ячейки. В случае одномерного периодического продолжения, которое мы ввели для анализа поверхностных мод, трехмерные объемные величины  $V_0$  и  $V$  сводятся к длинам  $L_0$  и  $L$  соответственно.

Воспользовавшись базисом с определенным значением волнового вектора и определенной поляризацией, можно получить систему матричных уравнений, аналогичную (3). При этом оказывается, что все операторы

и собственные векторы в базисе  $|\mathbf{b} + \mathbf{k}, i\rangle$  диагональны по индексам  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ , т.е. имеют вид блочно-диагональных матриц. Это позволяет свести задачу к поиску собственных чисел и собственных столбцов матриц, параметрически зависящих от вектора  $\mathbf{k}$ :

$$\Omega(\mathbf{k})\Omega^+(\mathbf{k})\tilde{\mathbf{E}}_v(\mathbf{k}) = \omega_v^2(\mathbf{k})\tilde{\mathbf{E}}_v(\mathbf{k}),$$

$$\Omega^+(\mathbf{k})\Omega(\mathbf{k})\tilde{\mathbf{H}}_v(\mathbf{k}) = \omega_v^2(\mathbf{k})\tilde{\mathbf{H}}_v(\mathbf{k}). \quad (4)$$

Далее с помощью вспомогательных собственных векторов определяются исходные векторы состояния фотона, соответствующие  $v$ -й моде. В рассматриваемом представлении исходные (истинные) напряженности полей, соответствующие  $v$ -й моде, определяются из соотношений

$$\mathbf{H}_v(\mathbf{k}) = \boldsymbol{\mu}^{-1/2} \tilde{\mathbf{H}}_v(\mathbf{k}),$$

$$\mathbf{E}_v(\mathbf{k}) = \boldsymbol{\varepsilon}^{-1/2} \tilde{\mathbf{E}}_v(\mathbf{k}).$$

Их компоненты  $E_{bi,v}(\mathbf{k})$  и  $H_{bi,v}(\mathbf{k})$  позволяют рассчитать пространственное распределение компонент векторов напряженностей электромагнитного поля

$$E_{i,v\mathbf{k}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{b}} E_{bi,v}(\mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{b} + \mathbf{k})\mathbf{x}],$$

$$H_{i,v\mathbf{k}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\mathbf{b}} H_{bi,v}(\mathbf{k}) \exp[i(\mathbf{b} + \mathbf{k})\mathbf{x}]. \quad (5)$$

Таким образом, воспользовавшись периодическим продолжением рассматриваемой системы и решая задачу в базисе состояний фотона с определенным значением волнового вектора и поляризации, мы осуществили переход от непрерывных координат к дискретным переменным, а систему дифференциальных уравнений Максвелла (1) свели к системе линейных алгебраических уравнений (4). Решая эту систему, можно определить закон дисперсии  $\omega(\mathbf{k})$  и пространственное распределение поля собственных мод в исследуемой структуре.

## 2. Результаты численного моделирования

В разд. 2 мы применим описанный ранее метод для анализа собственных поверхностных мод на границе раздела двух анизотропных двуосных материалов. С этой целью введем две функции  $f_1(z)$  и  $f_2(z)$ , определяющие координатную зависимость тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей  $\boldsymbol{\varepsilon}(z)$ ,  $\boldsymbol{\mu}(z)$  в каждой из сред. Пусть функции  $f_1(z)$  и  $f_2(z)$  равны единице в областях  $-d < z < 0$  и  $0 < z < d$ , занимаемых первой и второй средой соответственно, и равны нулю при других значениях координаты  $z$ . Тогда для компонент тензоров диэлектрической и магнитной проницаемостей получим

$$\varepsilon_{ij}(z) = \varepsilon_{ij}^1 f_1(z) + \varepsilon_{ij}^2 f_2(z),$$

$$\mu_{ij}(z) = \mu_{ij}^1 f_1(z) + \mu_{ij}^2 f_2(z),$$

где  $\epsilon_{ij}^{1,2}, \mu_{ij}^{1,2}$  — компоненты тензоров в областях, занимаемых каждым из материалов.

Вначале рассмотрим простейший случай пространственной ориентации анизотропных кристаллов, образующих интерфейс, при котором главные оси их диэлектрических проницаемостей совпадают с осями выбранной системы координат. Значения компонент зададим следующим образом:

$$\epsilon^1 = \begin{pmatrix} 11 & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}, \quad \epsilon^2 = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix},$$

$$\mu^1 = \mu^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Далее мы также проанализируем вопрос о существовании поверхностных волн при изменении взаимной пространственной ориентации тензоров диэлектрической проницаемости. С этой целью осуществим поворот кристалла 1 относительно осей  $z$  и  $y$ , определив соответствующие углы поворота как  $\xi$  и  $\eta$ . Матрицы поворота  $\mathbf{R}_z(\xi)$  и  $\mathbf{R}_y(\eta)$  при этом можно представить в виде

$$\mathbf{R}_z(\xi) = \begin{pmatrix} \cos \xi & -\sin \xi & 0 \\ \sin \xi & \cos \xi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_y(\eta) = \begin{pmatrix} \cos \eta & 0 & \sin \eta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \eta & 0 & \cos \eta \end{pmatrix}.$$

Новые значения компонент тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon^1$  после вращения могут быть рассчитаны из компонент исходного тензора  $\epsilon_o^1$  по формуле

$$\epsilon^1 = \mathbf{R}(\xi, \eta) \epsilon_o^1 \mathbf{R}^T(\xi, \eta), \quad \mathbf{R}(\xi, \eta) = \mathbf{R}_z(\xi) \mathbf{R}_y(\eta).$$

В качестве единицы измерения длины выберем период системы — линейный размер элементарной ячейки  $L_0$ . Тогда толщина диэлектрических слоев  $d = 0.5L_0$ , а единицы волнового вектора и частоты определяются как  $k_0 = 1/L_0$  и  $\omega_0 = ck_0$  соответственно. Модуль волнового вектора примем равным  $k = 200k_0$ . Вектор обратной решетки, направленный вдоль оси  $z$ , определяется как  $b_n = 2\pi n/L_0$ , где  $n = -N_b \dots 0 \dots N_b$ , число  $N_b = 75$ , при этом размерность матрицы  $\Omega(\mathbf{k})$  равна  $453 \times 453$ . Отметим, что при заданном значении модуля вектора  $\mathbf{k}$  отношение длины электромагнитной волны к периоду системы не превышает значения  $\lambda/L_0 \cong 1/(kL_0) = 0.005$ .

Задав параметры структуры и определив собственные числа матриц в уравнениях (4), мы получаем закон дисперсии собственных мод  $\omega(\mathbf{k})$ , который в дальнейшем будем представлять в виде зависимости показателя преломления от волнового вектора  $n(\mathbf{k})$ . На рис. 2 представлены рассчитанные зависимости  $n_1(\mathbf{k})$  и  $n_2(\mathbf{k})$ , соответствующие объемным волнам, распространяющимся в одном из образующих интерфейс материалов. При определенных значениях компонент тензоров диэлектрической

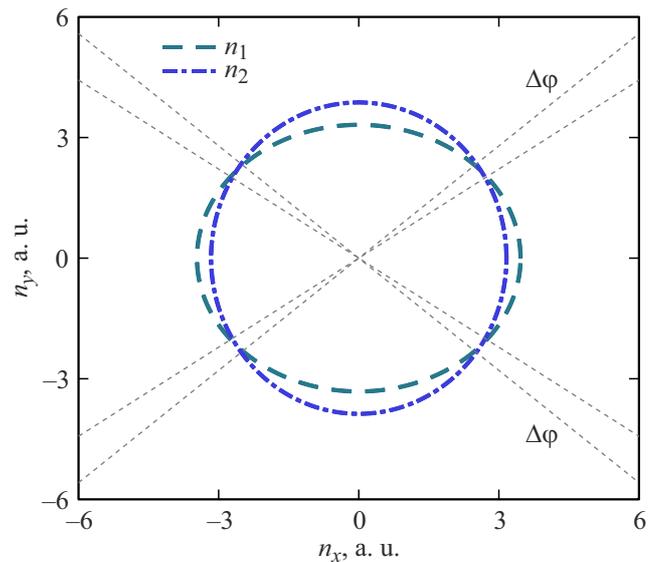


Рис. 2. Сечения дисперсионных поверхностей  $n_1(\mathbf{k})$  и  $n_2(\mathbf{k})$  объемных волн в плоскости  $xy$  в средах 1 и 2.

проницаемости сред законы дисперсии объемных волн пересекают друг друга. Это означает, что в направлении волнового вектора, соответствующего оси пересечения, возможно возбуждение электромагнитных волн в обоих средах на одной и той же частоте. При этом оказывается, что в небольшом диапазоне направлений  $\Delta\phi$  возможно существование еще одной дисперсионной ветви, которая и соответствует собственным интерфейсным модам.

В рассматриваемом нами случае кривые  $n_1(\mathbf{k})$  и  $n_2(\mathbf{k})$  представляют собой симметричные эллипсы. Поэтому достаточно рассмотреть один из угловых интервалов  $\Delta\phi$ , расположенный в первом квадранте плоскости  $xy$ . Результат расчета закона дисперсии поверхностных волн  $n_o(\mathbf{k})$  вблизи оси пересечения представлен на рис. 3. Зависимость  $n_o$  от волнового вектора  $\mathbf{k}$  появляется лишь в небольшом диапазоне углов, определяющем диапазон существования волн Дьяконова. Границы области существования обозначены как  $\phi'$ ,  $\phi''$ , ось пересечения законов дисперсии объемных волн при этом расположена под углом  $\phi_o$ . При направлениях распространения  $\phi'$  и  $\phi''$  закон дисперсии поверхностных волн полностью переходит в закон дисперсии объемных волн в одной из сред.

При использовании метода, основанного на периодическом продолжении системы и применении фурье-разложения, возникает вопрос о сходимости результатов расчета. Рассмотрим, как изменяется закон дисперсии поверхностных волн  $n_o(\mathbf{k}, N)$  при увеличении числа гармоник  $N = 2N_b + 1$ . Для этого зафиксируем вектор  $\mathbf{k}$  по направлению угла  $\phi_o$  и будем определять относительное изменение показателя преломления при увеличении числа  $N$ :

$$\delta n_o(N) = \frac{n_o(N) - n_o(N + 1)}{n_o(N)}.$$

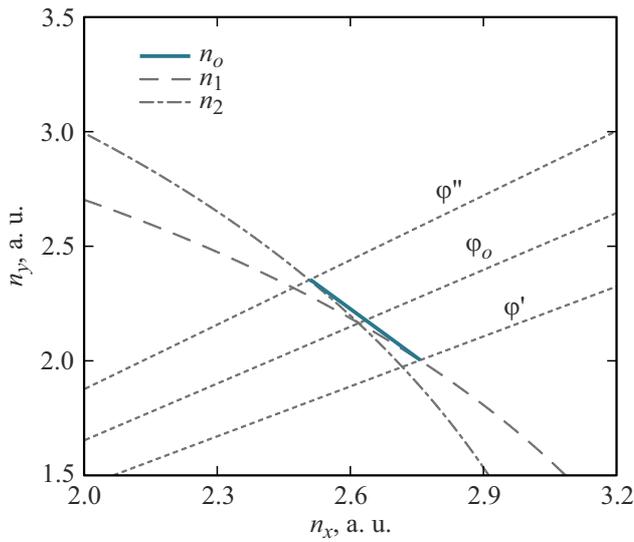


Рис. 3. Закон дисперсии поверхностных волн  $n_o(\mathbf{k})$ .

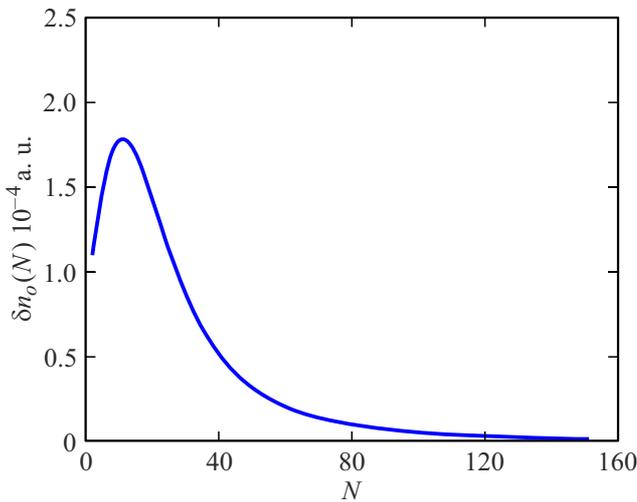


Рис. 4. Зависимость относительного изменения показателя преломления поверхностной волны от числа используемых фурье-гармоник.

На рис. 4 представлен результат расчета зависимости  $\delta n_o(N)$ . Отметим, что при малых значениях  $N$  структура из диэлектрических слоев с резким скачком диэлектрической проницаемости не может быть аппроксимирована удовлетворительным образом. Однако при большем числе гармоник зависимость  $\delta n_o(N)$  монотонно стремится к нулю, а закон дисперсии интерфейсных мод практически перестает зависеть от числа фурье-компонент.

Зафиксируем направление вектора  $\mathbf{k}$  вдоль оси пересечения  $\phi_o$  и определим пространственное распределение векторов напряженностей электромагнитного поля, восстановив их с помощью соотношений (5). Результат расчета представлен на рис. 5, 6. Полученные зависимости подтверждают, что рассчитанный закон дисперсии  $n_o(\mathbf{k})$  соответствует электромагнитным волнам,

затухающим в каждом из материалов при удалении от плоскости границы раздела и позволяют оценить степень их локализации.

Проанализируем изменение углового диапазона существования поверхностных волн Дьяконова при изменении пространственной ориентации анизотропных сред относительно друг друга. Рассмотрим поворот кристалла 1 относительно оси, перпендикулярной границе раздела. Результат расчета зависимости углового диапазона существования поверхностных волн от угла поворота  $\xi$  среды 1 относительно оси  $z$  представлен на рис. 7 для I и IV квадрантов плоскости  $xu$ . По мере изменения ориентации осей тензора проницаемости одной из сред, нарушается симметричное расположение угловых диапазонов существования. В данном случае поверхностные волны могут распространяться при любых значениях угла  $\xi$ , однако при этом угловые диапазоны, лежащие

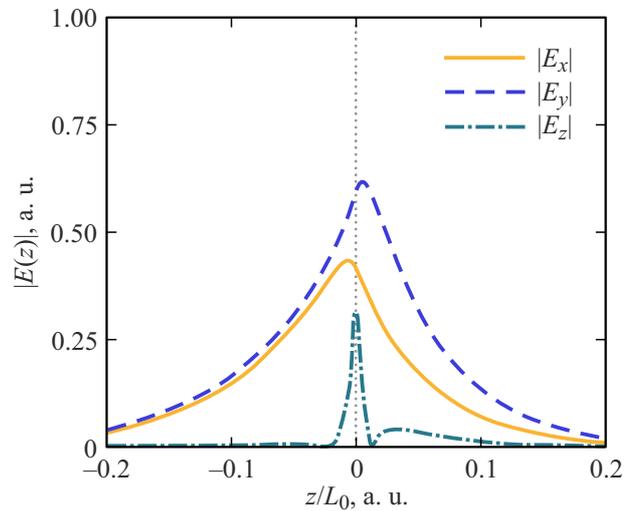


Рис. 5. Пространственное распределение модулей компонент вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}(z)$ .

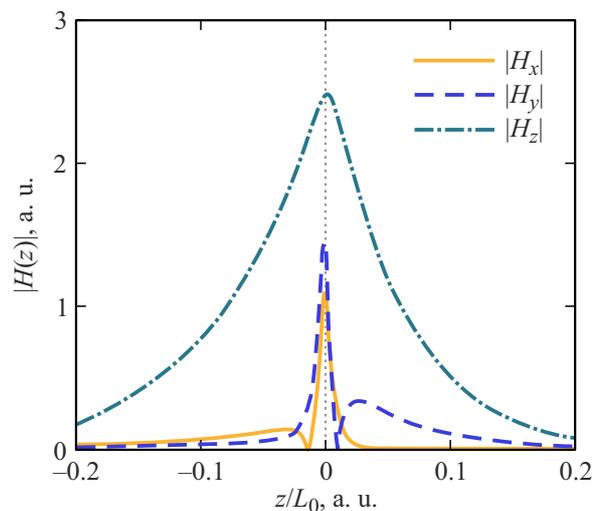
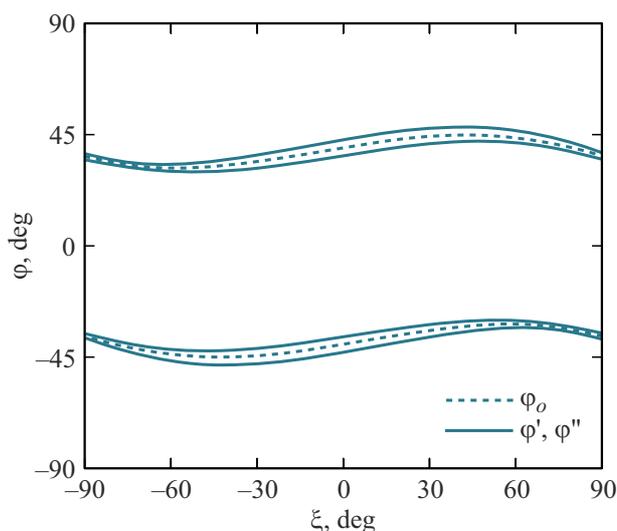
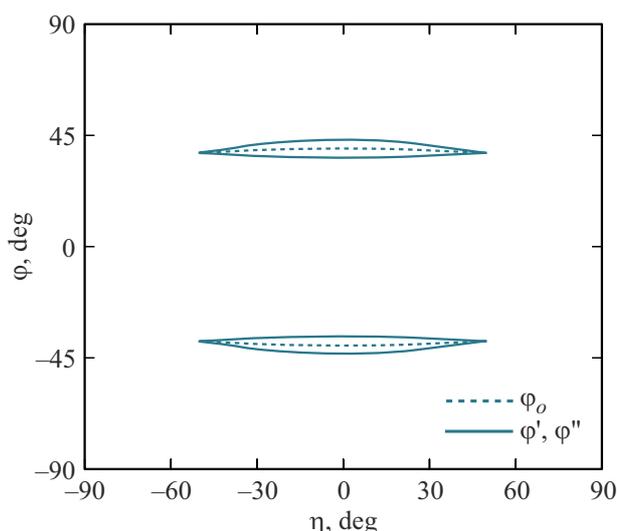


Рис. 6. Пространственное распределение модулей компонент вектора напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}(z)$ .



**Рис. 7.** Зависимость углового диапазона существования поверхностных волн от угла поворота  $\xi$  среды 1 относительно оси  $z$ .



**Рис. 8.** Зависимость углового диапазона существования поверхностных волн от угла поворота  $\eta$  среды 1 относительно оси  $y$ .

в различных квадрантах плоскости интерфейса, имеют различную величину.

Далее рассмотрим аналогичный поворот кристалла 1 на угол  $\eta$  относительно одной из осей, лежащих в плоскости границы (оси  $y$ ). Значение угла  $\xi$  при этом полагаем равным нулю. Результат расчета зависимости углового диапазона существования поверхностных волн от  $\eta$  представлен на рис. 8. В этом случае угловые диапазоны из различных квадрантов плоскости интерфейса изменяются симметричным образом. Наибольшая ширина углового диапазона существования наблюдается при  $\eta = 0$ . При этом существуют критические значения угла

поворота, при которых угловой диапазон существования поверхностных волн Дьяконова исчезает полностью.

## Заключение

В работе предложен общий подход к анализу поверхностных волн Дьяконова, распространяющихся вдоль интерфейсов, образованных произвольно ориентированными анизотропными двуосными кристаллами. При этом предполагается, что анизотропные свойства этих кристаллов, описываемые тензорами диэлектрической и магнитной проницаемостей, в общем случае различны. В основе развитого теоретического аппарата лежит использование операторного представления уравнений Максвелла, которое позволяет сформулировать задачу определения собственных поверхностных мод интерфейса в виде задачи на поиск собственных чисел и векторов эрмитовых операторов. В рамках данного метода определен закон дисперсии поверхностных волн Дьяконова в виде зависимости показателя преломления от волнового вектора. Установлена связь между законом дисперсии объемных электромагнитных волн, распространяющихся в каждой из граничащих сред, и дисперсией поверхностных волн Дьяконова. Существенным при этом оказывается наличие пересечения поверхностей показателей преломления объемных волн в этих средах в плоскости границы. Участок дисперсионной поверхности, соответствующий интерфейсным модам, появляется вблизи указанного пересечения. В работе исследованы зависимости углового диапазона существования волн Дьяконова от углов относительного поворота сред. Рассчитанные зависимости позволили определить, при каких пространственных ориентациях анизотропных кристаллов возможно распространение поверхностных электромагнитных волн, и в каких случаях достигается максимальная величина углового диапазона их существования.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Ф.Н. Марчевский, В.Л. Стрижевский, С.В. Стрижевский. ФТТ, **26**, 1501 (1984). [F.N. Marchevskii, V.L. Strizhevskii, S.V. Strizhevskii. Sov. Phys. Solid State, **26**, 911 (1984).]
- [2] М.И. Дьяконов. ЖЭТФ, **94**, 119 (1988). [M.I. Dyakonov. Sov. Phys. JETP, **67**, 714 (1988).]
- [3] O. Takayama, L. Crasovan, D. Artigas, L. Torner. Phys. Rev. Lett., **102**, 043903 (2009). DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.043903
- [4] O. Takayama, D. Artigas, L. Torner. Nature Nanotech., **9**, 419 (2014). DOI: 10.1038/nnano.2014.90
- [5] O. Takayama, P. Dmitriev, E. Shkondin, O. Yermakov, M. Panah, K. Golenitskii, F. Jensen, A. Bogdanov, A. Lavrinenko. Semiconductors, **52**, 442 (2018). DOI: 10.1134/S1063782618040279

- [6] Y. Li, J. Sun, Y. Wen, J. Zhou. *Phys. Rev. Appl.*, **13**, 024024 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.13.024024
- [7] O. Takayama, L.C. Crasovan, S.K. Johansen, D. Mihalache, D. Artigas, L. Torner. *Electromagnetics*, **28**, 126 (2008). DOI: 10.1080/02726340801921403
- [8] J.A. Polo Jr., A. Lakhtakia. *Laser Photonics Rev.*, **5**, 234 (2011). DOI: 10.1002/lpor.200900050
- [9] D.B. Walker, E.N. Glytsis, T.K. Gaylord. *J. Opt. Soc. Am. A*, **15**, 248 (1998). DOI: 10.1364/JOSAA.15.000248
- [10] J.A. Polo Jr., S. Nelatury, A. Lakhtakia. *J. Electromagn.*, **26**, 629 (2006). DOI: 10.1080/02726340600978364
- [11] J.A. Polo Jr., S. Nelatury, A. Lakhtakia. *J. Nanophoton.*, **1**, 013501 (2007). DOI: 10.1117/1.2515618
- [12] E. Cojocar. *J. Opt. Soc. Am. A*, **32**, 782 (2015). DOI: 10.1364/JOSAA.32.000782
- [13] E.E. Narimanov. *Phys. Rev. A*, **98**, 013818 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevA.98.013818
- [14] Н.С. Аверкиев, М.И. Дьяконов. *Опт. и спектр.*, **68**, 1118 (1990). [N.S. Averkiev, M.I. Dyakonov. *Opt. Spectrosc.*, **68**, 6535 (1990).]
- [15] S.R. Nelatury, J.A. Polo Jr., A. Lakhtakia. *J. Opt. Soc. Am. A*, **24**, 2102 (2007). DOI: 10.1364/JOSAA.24.002102
- [16] A. Lakhtakia, M. Faryad. *J. Modern Optics*, **61** (13), 1115 (2014). DOI: 10.1080/09500340.2014.915065
- [17] F. Chiadini, V. Fiumara, A. Scaglione, A. Lakhtakia. *J. Opt. Soc. Am. B*, **33** (6), 1197 (2016). DOI: 10.1364/JOSAB.33.001197
- [18] V.M. Galynsky, A.N. Furs, L.M. Barkovsky. *J. Phys. A: Math. Gen.*, **37**, 5083 (2004). DOI: 10.1088/0305-4470/37/18/012
- [19] A.N. Darinskii. *Phys. Rev. A*, **103**, 033501 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevA.103.033501
- [20] V. Kajorndejnukul, D. Artigas, L. Torner. *Phys. Rev. B*, **100** (19), 195404 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevB.100.195404
- [21] D.A. Chermoshentsev, E.V. Anikin, S.A. Dyakov, N.A. Gippius. *Nanophotonic*, **9** (16), 4785 (2020). DOI: 10.1515/nanoph-2020-0459
- [22] E.V. Anikin, D.A. Chermoshentsev, S.A. Dyakov, N.A. Gippius. *Phys. Rev. B*, **102** (16), 161113 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevB.102.161113
- [23] K.Yu. Golenitskii, A.A. Bogdanov. *Phys. Rev. B*, **101** (16), 165434 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevB.101.165434
- [24] Г.Ф. Глинский. *ЖТФ*, **89** (3), 329 (2019). DOI: 10.21883/JTF.2019.03.47163.273-18 [G.F. Glinskii. *Tech. Phys.*, **64** (3), 293 (2019). DOI: 10.1134/S1063784219030125]