Вязкое течение двухкомпонентной электронной жидкости в магнитном поле

© П.С. Алексеев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия E-mail: Pavel.Alekseev@mail.ioffe.ru

Поступила в Редакцию 11 июля 2022 г. В окончательной редакции 12 июля 2022 г. Принята к публикации 12 июля 2022 г.

> Частые межэлектронные столкновения могут приводить к формированию вязкой жидкости из электронов проводимости в чистых проводниках с малой плотностью дефектов. В настоящей работе изучен магнетотранспорт в вязкой жидкости, состоящей из электронов двух типов. Электроны разных типов имеют несовпадающие параметры, поэтому их рассеяние друг на друге происходит значительно реже, чем рассеяние электронов каждого типа на электронах того же типа. Отличие такой системы от однокомпонентной электронной жидкости состоит в том, что рассеяние электронов с переходом их из одной компоненты в другую может приводить к появлению дисбаланса потоков и концентраций, что влияет на течение в целом. В работе составлены и решены балансовые уравнения переноса для такой системы для случая длинного образца с шероховатыми краями. Уравнение для потока величины дисбаланса в направлениях к краям содержит слагаемое объемной вязкости. Показано, что в достаточно широких образцах превращение частиц друг в друга при рассеянии приводит к формированию единой вязкой жидкости, текущей как целое, в то время как в узких образах две компоненты текут как две независимые вязкие жидкости. Ширина образца, при которой происходит этот переход, определяется внутренними параметрами жидкости и величиной магнитного поля. Рассчитаны распределения потоков компонент жидкости по сечению и магнетосопротивление образца. Последнее оказывается положительным и насыщающимся, отвечающим переходу с ростом магнитного поля от независимых течений Пуазейля двух компонент к течению Пуазейля единой жидкости.

> Ключевые слова: электронная жидкость, вязкость, двухкомпонентная система, наноструктуры, магнетосопротивление.

DOI: 10.21883/FTP.2022.09.53407.9931

1. Введение

В двумерных и трехмерных проводниках с малой плотностью дефектов электрон-электронные столкновения могут приводить к формированию вязкой электронной жидкости и реализации гидродинамического режима транспорта. Несмотря на то что теория вязкой электронной жидкости в твердых телах активно развивается в течение долгого времени [1-3], несомненные экспериментальные свидетельства формирования такой жидкости были получены лишь недавно в высококачественном графене, вейлевских полуметаллах и квантовых ямах на основе GaAs [4-27]. Вывод о наличии гидродинамического течения в этих экспериментах был сделан по наблюдениям: зависимости среднего сопротивления образца от его ширины [4]; нелокального отрицательного сопротивления [5-7]; гигантского отрицательного магнетосопротивления [12-20]; магнитного резонанса при удвоенной циклотронной частоте [21-27]. В недавних работах [10,11] удалось непосредственно измерить пространственное распределение плотности тока и холловского электрического поля в потоке двумерных электронов в полосках графена. Экспериментальная реализация гидродинамического транспорта привела к развитию его теории в

различных новых направлениях (см., например, работы [28-42]).

Гидродинамические явления других типов, также связанные с неоднородными распределениями потоков частиц по образцу, возможны и в омических образцах, где рассеяние носителей на дефектах играет доминирующую роль для релаксации импульса. В работах [39,40] был выполнен последовательный микроскопический расчет сдвиговой и объемной вязкостей для двумерных электронов в образце с дефектами малого радиуса. В работах [43-47] изучался гидродинамический транспорт в двухкомпонентных электрон-дырочных системах как в омических образцах с дефектами, так и в чистых образцах. Было показано, что в таких системах формируются прикраевые слои течения, в которых активно происходят диффузия и рекомбинация носителей. В частности, в двухкомпонентных системах с одинаковыми плотностями электронов и дырок основной ток через образец может протекать преимущественно по этим слоям, что приводит к большому линейному магнетосопротивлению. Такие слои могут формироваться как в омических образцах с дефектами, так и в чистых образцах [43,46,47]. В последнем случае в прикраевых слоях баланс обеспечивается эффектами сдвиговой вязкости и рекомбинации.

Из анализа экспериментальных данных по гигантскому отрицательному магнетосопротивлению можно заключить (см., например, работы [19,20]), что, хотя вязкие течения однокомпонентной электронной жидкости реализуются именно в образцах с малой плотностью дефектов, однако при низких температурах, когда межэлектронные столкновения становятся очень редкими, гидродинамический режим транспорта сохраняется. Повидимому, в таком режиме межэлектронное взаимодействие остается очень важным для формирования вязкой жидкости, но релаксация в ней сдвиговых напряжений, определяющая сдвиговую вязкость, происходит [19,20] за счет рассеяния квазичастиц электронной жидкости на дефектах. В таком режиме коэффициенты вязкости электронов (точнее, квазичастиц электронной фермижидкости) за счет их рассеяния на дефектах являются величинами, определяющими гидродинамический транспорт. В работах [19,20] были получены оценки для такой "остаточной сдвиговой вязкости" из анализа экспериментальных данных работ [14-18].

В настоящей работе построена теория магнетотранспорта в вязкой двухкомпонентной жидкости, состоящей из электронов двух типов, которые различаются своими параметрами и могут превращаться друг в друга при рассеянии. Такие системы, в частности, реализуются в двумерных проводниках, к которым приложено сильное наклонное магнитное поле, приводящее к расщеплению спектра электронов по спину и формированию двух зеемановски-расщепленных подзон с различными параметрами. Электроны внутри каждой подзоны рассеиваются друг на друге значительно более интенсивно, чем пары электронов из разных подзон. Транспортные явления в таких системах могут быть отнесены к группе спинового эффекта Холла. В недавних работах [41,42] изучались родственные эффекты группы спинового эффекта Холла в вязкой электронной жидкости в нулевом и слабом магнитных полях. В отличие от этих работ, в настоящей работе предполагается сильное различие параметров электронов двух типов (например, электронов в двух сильно расщепленных зеемановских подзонах), приводящее к независимости их динамики, за исключением редких превращений друг в друга при рассеянии.

Рассмотрено течение двухкомпонентной электронной жидкости в длинном образце с шероховатыми краями, где за релаксацию импульса отвечает рассеяние частиц на неидеальностях края. Следуя методу работ [43–47], составлены балансовые уравнения, учитывающие по-явление холловского электрического поля, сдвиговую вязкость и слабое рассеяние с изменением типа частиц (например, переходы с переворотом спина). Показано, что в достаточно узких образцах формируются независимые течения Пуазейля каждой из компонент жидкости. В достаточно широких образцах, за счет превращения потоков компонент жидкости друг в друга, наряду с течение вдоль образца, возникает течение частиц каждого из типов к противоположным краям образца. Около противоположных краев возникает избыток или

3* Физика и техника полупроводников, 2022, том 56, вып. 9

недостаток компонент жидкости, а в объеме образца формируется течение Пуазейля единой двухкомпонентной жидкости. Вблизи краев течение определяется балансом между эффектом сдвиговой вязкости, с одной стороны, и переходами с изменением типа частиц и диффузией в направлении к краям, с другой стороны. Из полученных гидродинамических уравнений видно, что последние два эффекта представляют собой микроскопический механизм объемной вязкости для переноса дисбаланса плотностей двух компонент жидкости.

Получены аналитические формулы для распределений потоков компонент жидкости и полного тока. В области малых полей, где зависимость коэффициентов вязкости от магнитного поля несущественна, полученная формула для тока приводит к положительному насыщающемуся магнетосопротивлению. Обсуждается, что предсказанное положительное магнетосопротивление может быть механизмом (или одним из элементов механизма) подавления гигантского отрицательного магнетосопротивления приложением наклонного магнитном полем, наблюдавшегося в работах [14,23,27] на чистых квантовых ямах GaAs.

2. Модель

Рассмотрим течение двумерной двухкомпонентной электронной жидкости в достаточно узком образце, в котором рассеяние электронов на беспорядке не играет заметной роли. Электроны двух типов, $\alpha = 1, 2$, различаются своими параметрами: коэффициентами вязкости η_{α} , скоростями Ферми $v_{F,\alpha}$, а также концентрациями $n_{0,\alpha}$. К жидкости приложены магнитное поле **В** перпендикулярно слою и электрическое поле **E**₀ вдоль образца (см. рис. 1).

Такая система может быть реализована, например, в двумерной электронной ферми-жидкости или фермигазе в квантовой яме, к которой, наряду с перпендикулярным магнитным полем В, приложено также большое магнитное поле **B**_{||} в плоскости слоя. Последнее расщепляет спектр электронов по спину на величину $\Delta \gg T$, где $T \ll \varepsilon_{\rm F}$ — температура. При этом величина Δ может быть много меньше или сравнима с энергией Ферми $\varepsilon_{\rm F}$. Поэтому здесь индекс $\alpha = \uparrow, \downarrow$ описывает электроны с противоположными направлениями спина вдоль или против оси квантования, совпадающей с направлением поля В...При низких температурах электроны на двух образовавшихся поверхностях Ферми имеют разные скорости Ферми, и, как следствие, разные концентрации, скорости межэлектронных столкновений и коэффициенты вязкости. Другим примером двухкомпонентной электронной системы с редкими рассеяниями электронов двух типов друг на друге может быть квантовая яма с двумя заполненными уровнями размерного квантования или двойная квантовая яма с заполненным основным расщепленным уровнем.



Рис. 1. Длинный образец в магнитном поле **B** с двухкомпонентной электронной жидкостью. Показаны линии тока компонент жидкости e1 и e2. Приложено тянущее электрическое поле **E**₀ и возникает холловское поле **E**_H(y) за счет перераспределения плотностей $\delta n_{1,2}(y)$ двух компонент жидкости. Электрический ток **I** и составляющие его потоки **J**_s и **J**_a текут вдоль образца, а поток **J**, описывающий перенос дисбаланса плотностей электронов e1 и e2, течет перпендикулярно образцу. Вблизи продольных краев накапливается избыточная концентрация либо возникает недостаточная концентрация компонент e1 и e2, поэтому там происходят интенсивные диффузия и рассеяние частиц с изменением их типа. Последние процессы определяют эффект объемной вязкости для потоков в направлении вдоль нормали к краям.

Течение жидкости описывается потоками $\mathbf{j}_{\alpha}(\mathbf{r}, t)$. За счет переходов с изменением типа частиц в течении появляются возмущения плотностей частиц двух типов $\delta n(\mathbf{r}, t)$. Следуя работам [43–47], запишем уравнения баланса числа частиц и их импульса следующим образом:

$$\frac{\partial \delta n_{\alpha}}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j}_{\alpha} = -(\Gamma_{\alpha} \delta n_{\alpha} - \Gamma_{\bar{\alpha}} \delta n_{\bar{\alpha}}),$$
$$\frac{\partial \mathbf{j}_{\alpha}}{\partial t} = \frac{e n_{0,\alpha}}{m} \mathbf{E} + \omega_{c} [\mathbf{j}_{\alpha} \times \mathbf{e}_{z}] - d_{\alpha} \nabla \delta n_{\alpha} + \eta_{\alpha} \Delta \mathbf{j}_{\alpha}.$$
(1)

Здесь $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ — двумерный оператор Лапласа в плоскости слоя *xy*; линия над символом α означает противоположный тип частиц: $\bar{e} = h$ и $\bar{h} = e$; m — эффективные массы электронов двух типов, которые считаются одинаковыми; $\omega_c = eB/(mc)$ — их циклотронные частоты; коэффициенты сжимаемости $d_{\alpha} \sim v_{F,\alpha}^2$ определяют амплитуду гидростатической силы — ∇P_{α} , выраженной через возмущение плотностей частиц δn_{α} (P_{α} — вклады компонент жидкости в давление); $\eta_{\alpha} = \eta_{xx,\alpha}$ — диагональные коэффициенты вязкости, зависящие от магнитного поля [19] в соответствии с формулой $\eta_{\alpha} = \eta_{0,\alpha}/[1 + (2\omega_c \tau_{2,\alpha})^2], \eta_{0,\alpha}$ — коэффициенты вязкости в нулевом магнитном поле, $\tau_{2,\alpha}$ — времена релаксации сдвиговых напряжений за счет электронэлектронных столкновений.

В уравнениях (1) скорости переходов с изменением типа частиц Γ_{α} пропорциональны равновесным концентрациям частиц противоположного типа: $\Gamma_{\alpha} = \gamma n_{0,\tilde{\alpha}}$, а коэффициент γ определяется микроскопическим механизмом такого типа переходов. Например, для расщепленных по спину состояний таким механизмом является рассеяние "с перебросом спина" за счет спинорбитального взаимодействия электронов с решеткой.

В уравнениях (1) пренебрегаются слагаемыми с коэффициентом холловской вязкости, $\eta_{xy,\alpha}[\Delta \mathbf{j}_{\alpha} \times \mathbf{e}_{z}]$, которая для низкочастотных течений приводит только к небольшим поправкам в холловском электрическом поле [47]. Электрическое поле **E** в уравнениях (1) содержит вклад от внешнего приложенного поля **E**₀ и холловский вклад **E**_H(**r**, *t*), возникший за счет перераспределения плотностей δn_{α} для компенсации магнитной силы Лоренца.

Критерием применимости уравнений (1) является малость изменения в пространстве всех величин по сравнению с микроскопическими длинами $l_{2,\alpha} = v_{F,\alpha}\tau_{2,\alpha}$ и (или) циклотронными радиусами $R_{c,\alpha} = v_{F,\alpha}/\omega_{2,\alpha}$ (гидродинамическое приближение), а также медленность столкновений с изменением типа частиц. А именно времена $\tau_s \sim 1/\Gamma_{\alpha}$ должны быть велики по сравнению с временами $\tau_{2,\alpha}$, определяющими сдвиговую вязкость [44].

Кроме того, предполагается, что рассеяние электронов одного типа на электронах другого типа является очень слабым. Поэтому в уравнениях (1) не учитывается релаксация импульса в объеме образца при столкновениях между электронами разных типов, приводящая к релаксации разности потоков $\mathbf{j}_1 - \mathbf{j}_2$. В работе [47] для случая электрон-дырочной системы было показано, что для неучета последних процессов в транспортных уравнениях, аналогичных (1), необходимо выполнение следующего условия на характерное время этих процессов τ_1 и на ширину образца:

$$\tau_{2,\alpha} \ll \tau_s \ll \tau_1^2/\tau_{2,\alpha}, \quad W \ll l_{\rm G0}, \tag{2}$$

где $l_{G0} \sim \sqrt{\eta_{\alpha}\tau_1}$ — длина Гуржи, характеризующая сравнительные интенсивности релаксации импульса при столкновениях разных типов частиц и при диффузии импульса за счет сдвиговой вязкости и рассеянии на шероховатых краях образца. По-видимому, аналогичные критерии справедливы и в системе из электронов двух типов, в которой характеристики двух типов частиц не близки: $|n_{0,1}-n_{0,2}| \sim n_{0,\alpha}$, $|\eta_{0,1}-\eta_{0,2}| \sim \eta_{0,\alpha}$. Таким образом, далее рассматриваются только достаточно узкие образцы, $W \ll l_{G0}$, и не учитывается релаксация импульса в объеме образца.

Отметим, что для двумерных электронов в отсутствии или в достаточно слабом магнитном поле в плоскости (когда зеемановское расщепление Δ подзон меньше или порядка температуры Т или квантовой ширины уровней) скорость релаксации величины $j_1 - j_2$, представляющей собой *z*-компоненту спинового тока, является быстрым процессом. Характерное время такого процесса т₁ в этом случае по порядку величины близко к квантовому времени жизни $\tau_{q.ee,\alpha} \ll \tau_{2,\alpha}$ [48–51], поэтому неравенство (2) не могло бы выполняться. В системе, рассматриваемой в настоящей работе, однако, электроны типов 1 и 2 слабо взаимодействуют друг с другом и между их состояниями отсутствует когерентность. Поэтому в рассматриваемой системе при редких столкновениях частиц этих двух типов релаксация их импульса и превращение друг в друга могут иметь близкие характерные

869

времена: $\tau_s \sim \tau_1 \gg \tau_{2,\alpha}$, что приводит к выполнению неравенства (2).

Рассмотрим течение в длинном образце с шероховатыми краями (см. рис. 1). Приложенное поле направлено вдоль образца: $E_x = E_0$, а холловское поле — перпендикулярно: $E_y = E_H(y)$. В объеме образца происходят частые межэлектронные столкновения, определяющие эффект сдвиговой вязкости, и редкие рассеяния электронов друг на друге с измерением их типа. Рассеяние электронов на краях, $y = \pm W/2$, предполагается полностью диффузионным: импульс отраженных электронов распределен изотропно. Такое рассеяние может быть приближенно описано простейшим граничным условием:

$$\mathbf{j}_{\alpha}\big|_{\mathbf{y}=\pm W/2} = \mathbf{0}.\tag{3}$$

Будем рассматривать образец с металлическим затвором на расстоянии d от слоя с электронной жидкостью. В такой системе холловское электрическое поле связано с возмущением плотности заряда $e\delta n$ простым соотношением для плоского конденсатора:

$$E_{\rm H}(y) = -\frac{4\pi de}{\kappa} \frac{\partial \delta n}{\partial y}.$$
 (4)

Здесь $\delta n = \delta n_1 + \delta n_2$ — полное возмущение концентрации электронов, а κ — диэлектрическая проницаемость диэлектрика между затвором и слоем с электронной жидкостью. Далее производную по координате у будем обозначать штрихом.

Балансовые уравнения в описанной геометрии для стационарного течения приобретают вид:

$$j'_{y,\alpha} = -\gamma (n_{0,\bar{\alpha}}\delta n_{\alpha} - n_{0,\alpha}\delta n_{\bar{\alpha}}),$$

$$\frac{e n_{0,\alpha}}{m} E_0 - \omega_c j_{y,\alpha} + \eta_{\alpha} j''_{x,\alpha} = 0,$$

$$\frac{e n_{0,\alpha}}{m} E_{\rm H}(y) + \omega_c j_{x,\alpha} - d_{\alpha}\delta n'_{\alpha} + \eta_{\alpha} j''_{y,\alpha} = 0.$$
(5)

Для вырожденной статистики электронов с квадратичным законом дисперсии, $\varepsilon_p = p^2/(2m)$, коэффициенты в уравнениях (5) имеют обычный вид: $d_{\alpha} = v_{F,\alpha}^2/2$, $n_{0,\alpha} = k_{F,\alpha}^2/(4\pi)$, $v_{F,\alpha} = \hbar k_{F,\alpha}/m$. Время релаксации сдвиговых напряжений $\tau_{2,\alpha}$, входящее в коэффициенты вязкости $\eta_{\alpha} = (v_{F,\alpha}^2 \tau_{2,\alpha}/4)/[1 + (2\omega_c \tau_{2,\alpha})^2]$, для вырожденных электронного газа и жидкости зависит от температуры и энергии Ферми следующим образом: $\tau_{2,\alpha} = A\varepsilon_{F,\alpha}/T^2$, где $\varepsilon_{F,\alpha} = mv_{F,\alpha}^2/2$ — энергии Ферми компонент и $A = A(\varepsilon_{F,\alpha}, T)$ — функция температуры и параметра силы межэлектронного взаимодействия $r_s = r_s(\varepsilon_{F,\alpha})$, принимающая значения порядка единицы в типичных GaAs-квантовых ямах при температурах $T \ll \varepsilon_{F,\alpha}$ [20].

Течение, контролируемое сдвиговой и объемной вязкостями

Решим уравнения (5), описывающие вязкие течения двухкомпонентной электронной жидкости в длинном образце.

Физика и техника полупроводников, 2022, том 56, вып. 9

Из уравнений баланса числа частиц (первая строка (5)) видно, что производные потоков $j'_{y,1}$ и $j'_{y,2}$ противоположны друг другу. Ввиду граничных условий (3) получаем, что всюду в образце выполнено

$$j_{y,1}(y) = -j_{y,2}(y).$$
 (6)

Физический смысл этого соотношения состоит в том, что в поперечном сечении образца (вдоль оси у) не может течь электрический ток $e(j_{y,1}+j_{y,2})$. В этом направлении, однако, может течь "поток дисбаланса" $J = j_{y,1}(y) - j_{y,2}(y)$, который представляет собой перенос возмущенных концентраций компонент жидкости. Такой поток релаексирует в окрестности границ образца $y = \pm W/2$ за счет переходов частиц из одного типа в другой (см. рис. 1). Для двухкомпонентной электронной системы, сформированной из расщепленных по спину подзон, поток дисбаланса есть компонента спинового тока частиц, отвечающая компоненте спина вдоль поля В_{||} в плоскости ямы в направлении у. Подробное описание процессов такого типа для случая двухкомпонентной электрон-дырочной системы содержится в работах [43–47].

Для упрощения уравнений (5) введем следующие величины: $\delta \rho = (n_{0,2}\delta n_1 - n_{0,1}\delta n_2)/n_0$ — величина, характеризующая дисбаланс возмущения плотностей; $1/\tau_s = 2\gamma n_0$ — усредненная скорость переходов между двумя компонентами жидкости; $n_0 = n_{0,1} + n_{0,2}$ — общая равновесная концентрация электронов; $\rho_0 = n_{0,1} - n_{0,2}$ — равновесное значение разности концентраций двух типов электронов.

Для применимости электростатического соотношения (4) ("приближение плавного канала") должно выполняться условие $d \gg a_{\rm B}$, где $a_{\rm B}$ — боровский радиус двумерных электронов. Легко показать (см., например, работу [26]), что это неравенство приводит к следующему соотношению между коэффициентами уравнения (5): $e^2 n_{0,\alpha} d/(m\kappa) \ll d_{\alpha}$. С учетом последнего неравенства и введенных в предыдущем абзаце обозначений уравнения (5) могут быть записаны в виде:

$$J' = -\delta\rho/\tau_s,$$

$$en_0 E_0/m + \eta_1 j''_{x,1} + \eta_{12} j''_{x,2} = 0,$$

$$e\varrho_0 E_0/m - \omega_c J + \eta_1 j''_{x,1} - \eta_{12} j''_{x,2} = 0,$$

$$M\left(\frac{n_{0,1}}{\eta_1} + \frac{n_{0,2}}{\eta_2}\right)\delta n' + \omega_c \left(\frac{j_{1,x}}{\eta_1} + \frac{j_{2,x}}{\eta_2}\right) = 0,$$

$$M\left(\frac{n_{0,1}}{\eta_1} - \frac{n_{0,2}}{\eta_2}\right)\delta n' + \omega_c \left(\frac{j_{1,x}}{\eta_1} - \frac{j_{2,x}}{\eta_2}\right)$$

$$= \left(\frac{d_1}{\eta_1}\delta n'_1 - \frac{d_2}{\eta_2}\delta n'_2\right) + J''.$$
(7)

Здесь введено обозначение $M = 4\pi e^2 d/(m\kappa)$.

Первое из этих уравнений описывает связь тока дисбаланса J и дисбаланса возмущения концентраций $\delta \rho$. Второе и третье уравнения описывают перенос импульса

двух компонент жидкости вдоль образца (в направлении x) за счет эффекта сдвиговой вязкости и вклад в этот перенос тока дисбаланса J (в направлении y). Последний вклад возникает за счет магнитной силы Лоренца и различия параметров двух компонент жидкости. Четвертое из уравнений (7) описывает баланс магнитной силы Лоренца и электрической силы от холловского поля в направлении y. Последнее из уравнений (7) определяет баланс потоков в направлении y, обусловленных электрической, $\sim \delta n$, и магнитными силами, $\sim j_{a,x}$; пространственно-неоднородными возмущениями концентраций $\delta n_{\alpha}(y)$, приводящими к диффузии; и влиянием сдвиговой вязкости на потоки вдоль y.

Выразим из четвертого уравнения (7) общее возмущение плотности δn , а из первого — асимметризованное возмущение плотностей $\delta \rho$, и подставим эти величины в последнее, пятое, уравнение. В результате последнее уравнение будет описывать баланс асимметризованной магнитной силы Лоренца и силы трения для потока J от эффекта объемной вязкости:

$$\omega_c \frac{n_{0,2} j_{1,x} - n_{0,1} j_{2,x}}{n_0} + \xi J'' = 0.$$
(8)

Здесь учтено, что $\tau_s \gg \tau_{2,\alpha}$, и введен коэффициент объемной вязкости двухкомпонентной жидкости, обусловленный рассеянием со сменой типа частиц и диффузией возмущения концентраций:

$$\xi = \frac{\xi_1 \eta_1 - \xi_2 \eta_2}{\eta_1 \eta_2} \frac{n_{0,1} \eta_2 - n_{0,2} \eta_1}{n_0},\tag{9}$$

где "парциальные" коэффициенты объемной вязкости каждого из типов частиц имеют вид: $\xi_{\alpha} = d_{\alpha}\tau_s/2$. В связи с критерием применимости исходных уравнений $\tau_s \gg \tau_{2,\alpha}$ как величины ξ_{α} , так и общая объемная вязкость ξ оказываются велики по сравнению со сдвиговыми вязкостями η_{α} .

Из второго уравнения (7) сразу следует, что симметризованная плотность потока вдоль образца $J_s = (\eta_1 j_{x,1} + \eta_2 j_{x,2})/\eta$ вычисляется независимо от остальных величин и имеет профиль течения Пуазейля:

$$J_s(y) = \frac{en_0}{m} \frac{E_0}{2\eta} \left[\left(\frac{W}{2} \right)^2 - y^2 \right], \tag{10}$$

где введено обозначение $\eta = \eta_1 + \eta_2$.

Для поиска некоторой асимметричной линейной комбинации, J_a , потоков j_1 и j_2 и тока дисбаланса Jнеобходимо использовать полученное уравнение (8) и третье из уравнений (7). В качестве такой комбинации удобно выбрать входящую в последнее величину $J_a = (\eta_1 j_{x,1} - \eta_2 j_{x,2})/\eta$. В результате из третьего уравнения (7) и уравнений (8) и (10) получим окончательное уравнение на ток дисбаланса:

$$\frac{e\Delta n_0}{m}E_0 - \omega_c J - \frac{\xi\eta}{a_s\omega_c}J^{\prime\prime\prime\prime} = 0, \qquad (11)$$

а также граничные условия $J|_{y=\pm W/2} = 0$ и $J''|_{y=\pm W/2} = 0$. Здесь введены дополнительные обозначения:

$$\Delta n_0 = \frac{2n_{0,1}n_{0,2}(\eta_2 - \eta_1)}{n_{0,1}\eta_1 + n_{0,2}\eta_2}, \ a_s = \frac{\eta}{n_0} \left(\frac{n_{0,2}}{\eta_1} + \frac{n_{0,1}}{\eta_2}\right).$$
(12)

Решение сформулированной краевой задачи на функцию J(y) имеет вид

$$J(y) = \frac{e\Delta n_0 E_0}{m\omega_c} \times \left[1 - \frac{\cosh(\sqrt{i\lambda y})}{2\cosh(\sqrt{i\lambda W/2})} - \frac{\cosh(\sqrt{-i\lambda y})}{2\cosh(\sqrt{-i\lambda W/2})}\right]. \quad (13)$$

Входящее в эту формулу число λ есть модуль собственных чисел уравнения (11). Оно зависит от магнитного поля и от общих коэффициентов сдвиговой и объемной вязкостей:

$$\lambda = \sqrt{\omega_c} \sqrt[4]{\frac{a_s}{\xi \eta}}.$$
 (14)

Это число определяет ширины прикраевых областей, $l_c = 1/\lambda$, где происходят интенсивные диффузия и превращения частиц друг в друга, определяющие объемную вязкость, а также диффузный перенос *x*-компонент импульсов компонент жидкости в направлении *y* за счет эффекта сдвиговой вязкости.

Заметим, что собственная длина l_c оценивается как $\sqrt{R_{c,\alpha}} \sqrt[4]{l_{s,\alpha}l_{2,\alpha}}$ при малом магнитном поле, когда $R_{c,\alpha} \gg l_{2,\alpha}$, и при параметрах частиц двух типов одного порядка величины (здесь $l_{2,\alpha} = v_{F,\alpha}\tau_{2,\alpha}$ и $l_{s,\alpha} = v_{F,\alpha}\tau_s$ — длина релаксации сдвиговых напряжений и длина релаксации относительно переходов $1 \leftrightarrow 2$). В силу неравенства $\tau_s \gg \tau_{2,\alpha}$ длина l_c оказывается много больше длины $l_{2,\alpha}$, как это и требуется для применимости гидродинамических уравнений модели.

Асимметричная комбинация продольных потоков J_a выражается следующим образом через симметричную комбинацию J_s и поток дисбаланса J:

$$J_a = -(a_a/a_s)J_s - [\xi/(a_s\omega_c)]J'',$$
 (15)

где введено обозначение $a_d = \eta/n_0[(n_{0,2}/\eta_1) - (n_{0,1}/\eta_2)]$. Максимальная амплитуда потока J_s в центре канала и амплитуды потоков J и J_a у краев канала по порядку величин соотносятся как величины W^2/η , $1/\omega_c$, $\sqrt{\tau_s/\tau_{2,a}}/\omega_c$ (при условии, что $\Delta n_0 \sim n_0$ и $a_a \sim a_s$).

Далее будем рассматривать диапазон магнитных полей, в которых зависимость коэффициентов сдвиговой вязкости η_{α} от магнитного поля несущественна, что отвечает условию $\omega_c \tau_{2,\alpha} \ll 1$.

На рис. 2 приведены графики распределений потоков J, J_s, J_a по профилю образца при нескольких значениях магнитного поля B и некоторых значениях сдвиговых вязкостей η_{α} , концентраций $n_{0,\alpha}$ и общей объемной вязкости всей жидкости ξ . Видно, что для узких образцов



Рис. 2. Распределения по сечению образца потока дисбаланса J(a, b), симметричной $J_s(c)$ и асимметричной $J_a(d)$ частей потока для нескольких значений магнитного поля В, отвечающих разным соотношениям между шириной пристеночных слоев lc и шириной образца W. Величина J отложена в характерных масштабах потоков $j_u = en_u E_0/(m\omega_u)$ панели (a), (c), (d)и $j_c(B) = j_u \omega_u / \omega_c$ панель (b). Здесь $\omega_u = \eta_u / W^2$, n_u , η_u единицы измерения частоты, концентрации и вязкости, конкретные значения которых не влияют на вид профилей. Кривые построены для следующих значений параметров двух компонент электронной жидкости: $n_1/n_u = 1, n_2/n_u = 3, \eta_1/\eta_u = 0.4,$ $\eta_1/\eta_u = 4, \, \xi/\eta_u = 29.$ Кривые 1-7 на каждой панели отвечают следующим значениям отношений ω_c/ω_u , задающих величину магнитного поля: $\omega_c/\omega_u = 2.5, 9, 19, 50, 210, 700, 2700$. Этим значениям поля отвечают следующие ширины прикраевых слоев: $l_c/W = 1.2, 0.66, 0.45, 0.28, 0, 14, 0.074, 0.038$. На панели (*c*) все кривые 1-7 совпадают.

и малых полей, $W \leq l_c$, поток дисбаланса имеет параболический профиль и растет с ростом магнитного поля. Для широких образцов и достаточно больших полей, $W \gg l_c$, ток дисбаланса падает с ростом поля и в объеме образца приобретает плоский профиль, в то время как в прикраевых слоях толщиной порядка l_c он осциллирует и обращается в нуль при $y = \pm W/2$ (см. рис. 2, *a*, *b*). Таким образом, существует ширина образца $W \sim l_c$, при которой амплитуда *J* имеет максимум (см. вставку на рис. 3). Профили потока J_s оказываются в точности параболическими, не зависящими от магнитного поля. Профили J_a оказываются почти параболическими, при этом их амплитуда сильно зависит от магнитного поля (см. рис. 2, *c*, *d*).

Физика и техника полупроводников, 2022, том 56, вып. 9

Найденные потоки J, J_s, J_a позволяют рассчитать вклады в плотность потока каждой из компонент жидкости: $j_1 = (\eta/\eta_1)(J_s + J_a)/2$ и $j_2 = (\eta/\eta_2)(J_s - J_a)/2$. Из последних величин были рассчитаны полный электрический ток, $I = e \int_{-W/2}^{W/2} dy [j_1(y) + j_2(y)]$, и сопротивление образца на единицу его ширины, $R = E_0 W/I$. Было получено выражение

$$I = \frac{e n_0 E_0 / m}{(n_{0,1} / n_0) \eta_1 + (n_{0,2} / n_0) \eta_2} \left\{ \frac{W^3}{12} + \frac{2\xi}{\omega_c^2} \times \frac{n_{0,1} n_{0,2} (\eta_1 - \eta_2)^2}{n_0 (n_{0,1} \eta_1 + n_{0,2} \eta_2)} \operatorname{Re} \left[\sqrt{i} \tanh \left(\sqrt{i} \frac{\lambda W}{2} \right) \right] \right\}.$$
 (16)

Видно, что для образцов, широких по сравнению с характерной шириной прикраевого слоя: $W \gg l_c$, $l_c = 1/\lambda$, слагаемое с гиперболическим тангенсом становится мало по сравнению с первым слагаемым в фигурных скобках. Формула (16) переходит в результат:

$$I_w = \frac{eE_0}{M} \frac{W^3}{12} \frac{n_0}{(n_{0,1}/n_0)\eta_1 + (n_{0,2}/n_0)\eta_2},$$
 (17)

отвечающий течению Пуазейля жидкости со сдвиговой вязкостью $\eta_{\text{tot}} = (n_{0,1}/n_0)\eta_1 + (n_{0,2}/n_0)\eta_2$ — вязкостью единой двухкомпонентной жидкости, состоящей из парциальных вкладов от двух компонент. В таком режиме около краев образца происходят частые превращения частиц видов 1 и 2 друг в друга, при этом в объеме возникает поток дисбаланса $J(y) \approx \text{const: частицы}$ одного типа двигаются к одному краю, а другие — к противоположному (см. уравнения (6) и (13), а также рис. 1 и 2).

Было показано, что формула (16) для узких образцов, $W \ll l_c$, дает для тока *I* выражение, состоящее из суммы вкладов от двух независимых течений Пуазейля частиц вида 1 и 2:

$$I_{\rm sh} = \frac{eE_0}{M} \frac{W^3}{12} \left(\frac{n_{0,1}}{\eta_1} + \frac{n_{0,2}}{\eta_2} \right).$$
(18)

Анализ показывает, что величина I_w всегда меньше $I_{\rm sh}$. Как следствие, с ростом магнитного поля B и уменьшением ширины прикраевой области $l_c(B) \sim 1/B^{1/2}$ от случая $W \ll l_c$ до $W \gg l_c$ сопротивление R растет от величины $E_0 W/I_{\rm sh}$ до величины $E_0 W/I_w$. Напомним, что рассматриваются малые магнитные поля, $\omega_c \tau_{2,\alpha} \ll 1$, в которых коэффициенты сдвиговой вязкости η_2 изменяются мало. Можно показать, что последнее условие сочетается с неравенством $W \gg l_c$ при ширинах образцов $\tau_{2,\alpha}^{3/4} \tau_s^{1/4} \ll W/v_{{\rm F},\alpha} \ll \tau_{2,\alpha}^{1/2} \tau_1^{1/2}$ (здесь считается, что разница между параметрами электронов двух типов порядка самих величин этих параметров: $|\eta_1 - \eta_2| \sim \eta_1 \sim \eta_2$ и $|n_{0,1} - n_{0,2}| \sim n_{0,1} \sim n_{0,2}$.

Таким образом, с ростом магнитного поля, при прохождении величиной $l_c = l_c(B)$ значения W, происходит переход между двумя описанными выше режимами: независимых течений двух компонент жидкости и течения, в



Рис. 3. Зависимость усредненного сопротивления образца R от магнитного поля В для нескольких значений объемной вязкости *ξ*. Магнитное поле *B*₀ перехода от режима течения, когда две компоненты 1 и 2 жидкости независимы, к режиму, когда обе компоненты жидкости объединяются за счет рассеяния с изменением типа частиц, отвечает равенству $l_{c}(B, \xi) = W$ и формуле (19). Сопротивление R отложено в единицах $R_0 = E_0 W / I_{\rm sh}$. Магнитное поле отложено в единицах $B_u = mc\omega_u/e$. Кривые 1-3 построены для значений объемной вязкости $\xi/\eta_u = 8.7, 58, 203$ при тех же остальных параметрах, что кривые на рис. 2. На вставке приведена зависимость тока дисбаланса в центре образца $J|_{y=0}$ от магнитного поля. Последний график показывает, что абсолютная величина тока дисбаланса, обусловленного рассеянием с изменением типа электронов, мала как в пределе больших, $B \gg B_0$, так и в пределе малых, $B \ll B_0$, магнитных полей.

котором существует поток дисбаланса *J* в прикраевые области, где происходят превращения $1 \leftrightarrow 2$. На рис. З построены зависимости сопротивления *R* от магнитного поля *B* при нескольких значениях объемной вязкости ξ . Переход между описанными режимами имеет характер плавного кроссовера и происходит при магнитном поле $B_0(W) = mc\omega_{c,0}/e$, отвечающем пограничной циклотронной частоте:

$$\omega_{c,0} = \sqrt{\frac{\xi\eta}{a_s}} \frac{1}{W}.$$
 (19)

По своей природе полученное магнетосопротивление является аналогом положительного насыщающегося магнетосопротивления двухкомпонентных систем в объемных омических образцах с дефектами (см. обсуждение в работе [44]). В последних системах с ростом магнитного поля происходит переход от независимых омических однородных по образцу течений двух типов носителей (например, электронов и дырок) к течению двух типов носителей, между которыми происходит рекомбинация. Благодаря рекомбинации и диффузии влияние магнитного поля на потоки в центральной части широкого образца и в прикраевых слоях оказывается различным, что приводит к пространственной неоднородности течения и положительному насыщающемуся магнетосопротивлению для широких образцов.

4. Обсуждение результатов

Во-первых, отметим следующую нетривиальную особенность полученного результата. С ростом магнитного поля B от значений много меньше до значений много больше переходного поля B_0 продольный ток I изменяется значительно, от $I_{\rm sh}$ до I_w , хотя величина поперечного тока дисбаланса J и рассеяние с изменением типа электронов в центральной части образца, дающей главный вклад в продольный ток, в этих двух пределах являются относительно малыми. Обсудим причины этой особенности.

Если магнитного поля нет, то рассеяние с изменением типа электронов мало вероятно по сравнению со столкновением электронов одного типа друг с другом (напомним, что рассматриваются достаточно узкие образцы, $W \ll l_{G0}$, в которых релаксация импульса при столкновениях электронов разных типов несущественна). Поэтому объединения процессов сдвиговых переносов импульса у электронов двух типов в единый процесс не происходит, и каждая из компонент формирует независимые течения Пуазейля со своими значениями вязкости η_{α} .

Характерная длина, которую электрон одного типа проходит до превращения в другой при диффузии за счет столкновений с электронами того же типа оценивается в нулевом поле как $v_{\rm F}\sqrt{\tau_2\tau_s}$ (здесь и далее для краткости опущен индекс а). Для смешивания продольных и поперечных компонент потоков необходимо действие магнитного поля. Характерная длина, определяющая возможность совершить все процессы, необходимые для сильного эффекта на полный ток от рассеяний с изменением типа (в том числе повороты потоков магнитным полем), оценивается как $l_c \sim \sqrt{R_c v_F} \sqrt[4]{\tau_2 \tau_s}$, как следует из проведенного выше анализа и решения гидродинамических уравнений (7). Когда длина l_c становится порядка и меньше ширины образца W, с электронами успевает происходить рассеяние с изменением типа за время их диффузии между краями. При этом также происходит смешивание продольного и поперечного потоков за счет магнитной силы Лоренца.

В умеренных полях, когда $l_c \sim W$, смешивание поперечных и продольных потоков велико всюду в образце и вклад описанных процессов в ток *I* велик. В бо́льших магнитных полях, когда $l_c \ll W$, ситуация становится сложнее. Смешивание *x*- и *y*-компонент потока и эффект объемной вязкости велики только в прикраевых областях $W/2-|y| \lesssim l_c$. Хотя в центральной области, $W/2-|y| \gg l_c$, переходы с изменением типа успевают произойти до того как электроны достигнут стенок, за счет пространственной однородности потока *J*, эти процессы вклада в потоки *J_s* и *J_a* не дают. Действительно, в

этой области величины потоков J_s , J_a и J определяются из баланса силы от холловского поля, силы Лоренца, сил сдвигового трения и продольного электрического поля (это можно увидеть из уравнений (7) при J = const). Таким образом, в центральной области величины J_s , J_a и Jне связаны с переходами с изменением типа электронов и объемной вязкостью. Амплитуда J оказывается конечной, но малой по сравнению с J_s и J_a (см. формулу (15) и текст после нее).

Таким образом, переходы с изменением типа частиц и объемную вязкость в последнем режиме можно назвать "катализатором" объединения электронов в единую жидкость в широких образцах, $W \gg l_c$. Отражением описанного характера течения является то, что ток *I* как в пределе малых, так и в пределе больших магнитных полей не зависит от коэффициента объемной вязкости. Последний эффект определяет только положение и ширину переходной области (см. формулы (17), (18) и рис. 3). Заметим, что аналогичная ситуация имеет место в химических реакциях с катализатором: последний определяет только скорость реакции, но не содержится ни в начальных, ни в конечных продуктах реакции.

Во-вторых, обсудим возможное экспериментально проявление изученных эффектов.

В экспериментах [14,23,27] изучался магнетотранспорт в очень чистых квантовых ямах GaAs при приложении к ним наклонного магнитного поля под разными углами. Наблюдалось сильное отрицательное ("гигантское") магнетосопротивление в умеренном магнитном поле, перпендикулярном плоскости двумерных электронов. Последний эффект был объяснен в работе [19] формированием вязкой электронной жидкости из двумерных электронов в яме и зависимостью их сдвиговой вязкости от магнитного поля. Приложение компоненты магнитного поля в плоскости ямы приводило в экспериментах [14,23,27] к достаточно резкому подавлению гигантского отрицательного магнетосопротивления и появлению положительного магнетосопротивления. Такое подавление считается в литературе важным характеристическим свойством гигантского отрицательного магнетосопротивления, однако оставалось необъясненным (см., например, обсуждение в работе [52]).

В настоящей работе предлагается гипотеза о том, что одним из эффектов, ответственным за наблюдавшееся подавление отрицательного магнетосопротивления при наличии компоненты магнитного поля в плоскости, может быть появление зеемановского расщепления состояний двумерных электронов и формирование двух слабо связанных компонент электронной жидкости с противоположными спинами и различающимися параметрами.

Действительно, при низких температурах и достаточно больших приложенных полях в плоскости у электронов в расщепленных по спину подзонах могут значительно различаться скорости Ферми, плотности, времена релаксации, коэффициенты вязкости. Тем самым однокомпонентная электронная жидкость в яме становится двухкомпонентной жидкостью, и в ней могут

Физика и техника полупроводников, 2022, том 56, вып. 9

формироваться течения различных типов, в частности, рассмотренные в настоящей статье.

Полученные в настоящей работе результаты показывают, что в относительно малых магнитных полях, $\omega_c \tau_2 \ll 1$, магнетосопротивление двухкомпонентной жидкости в достаточно узких образцах, $\tau_2^{3/4} \tau_s^{1/4} \ll W/v_F \ll \tau_2^{1/2} \tau_1^{1/2}$, становится положительным за счет эффекта сдвиговой вязкости и редких рассеяний с переворотом спина, приводящих к объемной вязкости для потока дисбаланса. Амплитуда такого магнетосопротивления определяется степенью различия параметров электронов в двух зеемановски расщепленных подзонах, т. е. в конечном итоге величиной компоненты магнитного поля в плоскости ямы B_{\parallel} .

Для такого объяснения экспериментов [14,23,27] необходимо изучить вопрос о сосуществовании гигантского отрицательного магнетосопротивления за счет зависимости сдвиговых вязкостей η_{α} от перпендикулярной компоненты магнитного поля B_z [19] и положительного магнетосопротивления, изученного в настоящей работе. Повидимому, этот вопрос требует расчета влияния зеемановского расщепления и перестройки спектра электронов в квантовой яме с ростом B_{\parallel} на времена релаксации τ_2 и τ_s . Такой расчет и сопоставление его результатов с экспериментальными данными [14,23,27] представляется актуальной темой для дальнейшей работы.

5. Заключение

Изучены течения вязкой двухкомпонентной электронной жидкости в магнитном поле в длинных образцах с шероховатыми краями. Показано, что в достаточно широких образцах переход электронов из одной компоненты жидкости в другую при рассеянии приводит к образованию единой вязкой жидкости, текущей как единое целое, а в узких образцах две компоненты жидкости текут независимо. Ширина образца, при которой происходит этот переход, определяется магнитным полем и внутренними параметрами жидкости, в частности объемной вязкостью. Рассчитаны распределения потоков компонент жидкости и магнетосопротивление образца. Последнее оказывается положительным и насыщающимся. Участок сильного роста магнетосопротивления отвечает переходу между двумя описанными выше режимами течения.

Финансирование работы

Работа поддержана Фондом развития теоретической физики и математики "Базис" (Проект № 20-1-3-51-1).

Благодарности

Автор благодарит М.И. Дьяконова за постановку задачи об объяснении влияния наклонного магнитного поля на гигантское отрицательное магнетосопротивление, М.М. Глазова за чтение предварительного варианта статьи и плодотворные советы и обсуждения, а также И.С. Бурмистрова и М.О. Нестоклона за поддержку, советы и плодотворные обсуждения.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] R.N. Gurzhi. Sov. Phys. Uspekhi, 94, 657 (1968).
- [2] M. Hruska, B. Spivak. Phys. Rev. B, 65, 033315 (2002).
- [3] A.V. Andreev, S.A. Kivelson, B. Spivak. Phys. Rev. Lett., 106, 256804 (2011).
- [4] P.J.W. Moll, P. Kushwaha, N. Nandi, B. Schmidt, A.P. Mackenzie. Science, 351, 1061 (2016).
- [5] D.A. Bandurin, I. Torre, R. Krishna Kumar, M. Ben Shalom, A. Tomadin, A. Principi, G.H. Auton, E. Khestanova, K.S. Novoselov, I.V. Grigorieva, L.A. Ponomarenko, A.K. Geim, M. Polini. Science, **351**, 1055 (2016).
- [6] L. Levitov, G. Falkovich. Nature Physics, 12, 672 (2016).
- [7] A.D. Levin, G.M. Gusev, E.V. Levinson, Z.D. Kvon, A.K. Bakarov. Phys. Rev. B, 97, 245308 (2018).
- [8] R. Krishna Kumar, D.A. Bandurin, F.M.D. Pellegrino, Y. Cao, A. Principi, H. Guo, G.H. Auton, M. Ben Shalom, L. A.Ponomarenko, G. Falkovich, K. Watanabe, T. Taniguchi, I.V. Grigorieva, L.S. Levitov, M. Polini, A.K. Geim. Nature Physics, 13, 1182 (2017).
- [9] A.I. Berdyugin, S.G. Xu, F.M.D. Pellegrino, R. Krishna Kumar, A. Principi, I. Torre, M. Ben Shalom, T. Taniguchi, K. Watanabe, I.V. Grigorieva, M. Polini, A.K. Geim, D.A. Bandurin. Science, **364**, 162 (2019).
- [10] J.A. Sulpizio, L. Ella, A. Rozen, J. Birkbeck, D.J. Perello, D. Dutta, M. Ben-Shalom, T. Taniguchi, K. Watanabe, T. Holder, R. Queiroz, A. Principi, A. Stern, T. Scaffidi, A.K. Geim, S. Ilani. Nature, **576**, 75 (2019).
- [11] M.J.H. Ku, T.X. Zhou, Q. Li, Y.J. Shin, J.K. Shi, C. Burch, L.E. Anderson, A.T. Pierce, Y. Xie, A. Hamo, U. Vool, H. Zhang, Francesco Casola, T. Taniguchi, K. Watanabe, M.M. Fogler, P. Kim, A. Yacoby, R.L. Walsworth. Nature, 583, 537 (2020).
- [12] J. Gooth, F. Menges, C. Shekhar, V. Suess, N. Kumar, Y. Sun, U. Drechsler, R. Zierold, C. Felser, B. Gotsmann. Nature Commun., 9, 4093 (2018).
- [13] L. Bockhorn, P. Barthold, D. Schuh, W. Wegscheider, R.J. Haug. Phys. Rev. B, 83, 113301 (2011).
- [14] A.T. Hatke, M.A. Zudov, J.L. Reno, L.N. Pfeiffer, K.W. West. Phys. Rev. B, 85, 081304 (2012).
- [15] R.G. Mani, A. Kriisa, W. Wegscheider. Sci. Rep., 3, 2747 (2013).
- [16] Q. Shi, P.D. Martin, Q.A. Ebner, M.A. Zudov, L.N. Pfeiffer, K.W. West. Phys. Rev. B, 89, 201301 (2014).
- [17] G.M. Gusev, A.D. Levin, E.V. Levinson, A.K. Bakarov. AIP Advances, 8, 025318 (2018).
- [18] G.M. Gusev, A.D. Levin, E.V. Levinson, A.K. Bakarov. Phys. Rev. B, 98, 161303 (2018).
- [19] P.S. Alekseev. Phys. Rev. Lett., 117, 166601 (2016).
- [20] P.S. Alekseev, A.P. Dmitriev. Phys. Rev. B, 102, 241409 (2020).
- [21] Y. Dai, R.R. Du, L.N. Pfeiffer, K.W. West. Phys. Rev. Lett., 105, 246802 (2010).

- [22] A.T. Hatke, M.A. Zudov, L.N. Pfeiffer, K.W. West. Phys. Rev. B, 83, 121301 (2011).
- [23] Y. Dai, K. Stone, I. Knez, C. Zhang, R.R. Du, C. Yang, L.N. Pfeiffer, K.W. West. Phys. Rev. B, 84, 241303 (2011).
- [24] M. Bialek, J. Lusakowski, M. Czapkiewicz, J. Wrobel, V. Umansky. Phys. Rev. B, 91, 045437 (2015).
- [25] P.S. Alekseev. Phys. Rev. B, 98, 165440 (2018).
- [26] P.S. Alekseev, A.P. Alekseeva. Phys. Rev. Lett., 123, 236801 (2019).
- [27] X. Wang, P. Jia, R.R. Du, L.N. Pfeiffer, K.W. Baldwin, K.W. West. arXiv: 2205.10196 (2022).
- [28] A. Lucas. Phys. Rev. B, 95, 115425 (2017).
- [29] F.M.D. Pellegrino, I. Torre, M. Polini. Phys. Rev. B, 96, 195401 (2017).
- [30] R. Moessner, P. Surowka, P. Witkowski. Phys. Rev. B, 97, 161112 (2018).
- [31] P.S. Alekseev, M.A. Semina. Phys. Rev. B, 98, 165412 (2018).
- [32] P.S. Alekseev, M.A. Semina. Phys. Rev. B, 100, 125419 (2019).
- [33] J.Y. Khoo, I.S. Villadiego. Phys. Rev. B, 99, 075434 (2019).
- [34] E.I. Kiselev, J. Schmalian. Phys. Rev. B, 99, 035430 (2019).
- [35] T. Scaffidi, N. Nandi, B. Schmidt, A.P. Mackenzie, J.E. Moore. Phys. Rev. Lett., **118**, 226601 (2017).
- [36] T. Holder, R. Queiroz, T. Scaffidi, N. Silberstein, A. Rozen, J.A. Sulpizio, L. Ella, S. Ilani, A. Stern. Phys. Rev. B, 100, 245305 (2019).
- [37] A.N. Afanasiev, P.S. Aleksseev, A.A. Greshnov, M.A. Semina. Phys. Rev. B, 104, 195415 (2021).
- [38] А.Н. Афанасьев, П.С. Алексеев, А.А. Грешнов, М.А. Семина. ФТП, 55, 566 (2021).
- [39] I.S. Burmistrov, M. Goldstein, M. Kot, V.D. Kurilovich, P.D. Kurilovich. Phys. Rev. Lett., **123**, 026804 (2019).
- [40] V.A. Zakharov, I.S. Burmistrov. Phys. Rev. B, 103, 235305 (2021).
- [41] M.M. Glazov. 2D Materials, 9, 015027 (2022).
- [42] A.N. Afanasiev, P.S. Alekseev, A.A. Danilenko, A.A. Greshnov, M.A. Semina. arXiv:2203.06070 (2022).
- [43] P.S. Alekseev, A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Yu. Kachorovskii, B.N. Narozhny, M. Schutt, M. Titov. Phys. Rev. Lett., 114, 156601 (2015).
- [44] P.S. Alekseev, A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Yu. Kachorovskii, B.N. Narozhny, M. Schutt, M. Titov. Phys. Rev. B, 95, 165410 (2017).
- [45] П.С. Алексеев, А.П. Дмитриев, И.В. Горный, В.Ю. Качоровский, М.А. Семина. ФТП, 51, 798 (2017).
- [46] P.S. Alekseev, A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Yu. Kachorovskii,
 B.N. Narozhny, M. Titov. Phys. Rev. B, 97, 085109 (2018).
- [47] P.S. Alekseev, A.P. Dmitriev, I.V. Gornyi, V.Yu. Kachorovskii, B.N. Narozhny, M. Titov. Phys. Rev. B, 98, 125111 (2018).
- [48] M.M. Glazov, E.L. Ivchenko. JETP Lett., 75, 403 (2002).
- [49] M.M. Glazov, E.L. Ivchenko. JETP, 99, 1279 (2004).
- [50] I. D'Amico, G. Vignale. Phys. Rev. B, 62, 4853 (2000).
- [51] I. D'Amico, G. Vignale. Phys. Rev. B, 68, 045307 (2003).
- [52] B. Horn-Cosfeld, J. Schluck, J. Lammert, M. Cerchez, T. Heinzel, K. Pierz, H.W. Schumacher, D. Mailly. Phys. Rev. B, 104, 045306 (2021).

Редактор Г.А. Оганесян

Viscous flow of two-component electron fluid in a magnetic field

P.S. Alekseev

loffe Institute, 194021 St. Petersburg, Russia

Abstract In pure conductors with a low density of defects, frequent electron-electron collisions can lead to the formation of a viscous fluid consisting of conduction electrons. In this work, is studied magnetotransport in a viscous fluid consisting of two types of electrons, for which some of their parameters are different. The difference between such system and the one-component electron fluid is as follows. The scattering of electrons with their transitions from one component to another can lead to an imbalance in flows and concentrations, which affects the flow as a whole. In this work, the balance transport equations for such a system are constructed and solved for the case of a long sample with rough edges. The equation for the flow of the unbalance value towards the edges contains the bulk viscosity term. It is shown that in sufficiently wide samples, the transformation of particles into each other during scattering leads to the formation of a single viscous fluid flowing as a whole, while in narrow samples the two components flow as two independent fluids. The width of the sample at which this transition occurs is determined by the internal parameters of the fluid and the magnitude of magnetic field. The distributions of the flow of the fluid components over a sample cross section and the magnetoresistance of a sample are calculated. The latter turns out to be positive and saturating, corresponding to the transition with increasing of magnetic field from independent Poiseuille flows of the two components to the Poiseuille flow of a uniform fluid.