

09

## Особенности поведения волн поляризации при возбуждении протяженной резонансной среды перекрывающимися предельно короткими световыми импульсами

© М.В. Архипов<sup>1</sup>, Р.М. Архипов<sup>1,2</sup>, Н.Н. Розанов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
199034 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: m.arkhipov@spbu.ru, arkhipovrostislav@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 03.06.2022 г.

В окончательной редакции 03.06.2022 г.

Принята к публикации 20.06.2022 г.

При когерентном взаимодействии последовательности предельно коротких световых импульсов с резонансной средой (когда длительности импульсов и задержки между ними короче времен релаксации населенности  $T_1$  и поляризации  $T_2$  среды) в среде возможно наведение пространственных электромагнитно индуцированных решеток (ЭМИР) поляризации и разности населенностей, а также сверхбыстрое управление ими. Динамика таких решеток представляет интерес в связи с возможностью сверхбыстрого управления свойствами вещества на временах порядка длительности импульса и их влиянием на устойчивость режима генерации предельно коротких импульсов в лазере с линейным резонатором малой длины. В данном сообщении на основании численного решения системы уравнений Максвелла-Блоха показана и детально изучена необычная и интересная возможность возникновения в среде узких и чередующихся участков, в которых происходит формирование гармонических волн поляризации среды, бегущих в противоположных направлениях относительно соседних участков. Данная ситуация возникает при столкновении двух предельно коротких аттосекундных импульсов в двухуровневой резонансной среде.

**Ключевые слова:** аттосекундные импульсы, электромагнитно индуцированные решетки, волны поляризации.

DOI: 10.21883/OS.2022.09.53301.3765-22

### Введение

Получение сверхкоротких электромагнитных импульсов фемто- и аттосекундной длительности в последние десятилетия является одной из центральных тем современной оптики [1–4]. Импульсы субфемтосекундной длительности активно применяются для изучения и управления динамикой движения волновых пакетов в веществе [5–8]. Данные исследования представляют фундаментальный интерес, так как позволяют ответить на такие вопросы, какова динамика движения электронов в атомах, молекулах и их ионизация на столь малых временных масштабах порядка десятков-сотен аттосекунд [9–11]. Но получаемые на практике сверхкороткие фемто- и аттосекундные импульсы содержат несколько циклов колебаний [1–4]. Предельной возможностью сокращения длительности световых импульсов является генерация одноцикловых импульсов, содержащих две полуволны поля противоположной полярности [12,13]. Если обрезать одну из полуволн, то получается униполярный полуцикловый импульс, содержащий одну полуволну поля и обладающий ненулевой электрической площадью. Для таких уже предельно коротких импульсов возникает существенное отличие в характере

взаимодействия с квантовыми системами в отличие от обычных длинных многоцикловых импульсов. Важную роль во взаимодействии играет электрическая площадь импульса, если его длительность короче орбитального периода электрона в атоме [12–14].

Интерес к предельно коротким (одноцикловым и полуцикловым импульсам) связан с тем, что они способны более быстро управлять состоянием среды по сравнению с обычными многоцикловыми импульсами, что важно в сверхбыстрой оптике. Тем не менее практическое получение одноцикловых и униполярных полуцикловых импульсов является сложной экспериментальной задачей. Оптические одноцикловые и полуцикловые аттосекундные импульсы экспериментально получены за счет фурье-синтеза широкополосной накачки [6]. Имеется ряд теоретических предложений по получению полупериодных оптических аттосекундных импульсов при торможении релятивистских электронов в тонкой мишени [15,16]. Каскадная схема получения полупериодных аттосекундных импульсов с длительностью менее 10 as изучена в работе [17]. Униполярные импульсы удалось получить экспериментально в ТГц диапазоне частот [18,19].

Ввиду сложности экспериментального получения предельно коротких (ПКИ) одноцикловых и полумноцикловых импульсов их когерентное распространение в резонансных средах (когда длительность импульсов короче времен релаксации разности населенности  $T_1$  и поляризации  $T_2$  среды) слабо изучено на сегодняшний день. Результаты многочисленных теоретических исследований показывают, что динамика когерентного распространения малоцикловых импульсов в резонансных средах существенно отличается от динамики длинных многоцикловых импульсов [20–23]. Когерентное взаимодействие ПКИ с резонансными средами приводит к появлению ряда новых и необычных явлений при распространении таких импульсов в резонансных средах. В частности, это возможность интегрирования и дифференцирования временной формы напряженности поля импульсов, а не их огибающей [24]. Возможность компрессии одноцикловых биполярных импульсов в двухуровневой среде за счет притяжения их униполярных составляющих, когерентно распространяющихся в режиме самоиндуцированной прозрачности (СИП) в резонансной среде, была показана в [25]. Следует отметить и возможность получения полумноцикловых аттосекундных импульсов за счет расталкивания этих униполярных солитонов СИП в аналогичной задаче [26], явление самоостановки одноциклового импульса в однородной среде [27], возможность получения одноцикловых ПКИ в двухсекционном лазере с ультракоротким резонатором за счет явления СИП [28] и др.

Известно, что при когерентном взаимодействии таких импульсов со средой возможно сверхбыстрое изменение населенностей атомных уровней за счет осцилляций Раби [20]. Это приводит к возможности наведения и сверхбыстрого управления электромагнитно индуцированными решетками (ЭМИР) атомных населенностей и поляризации среды с помощью предельно коротких импульсов [29–33]. Данная ситуация возможна, когда импульсы одномоментно не перекрываются в среде [29,30,33] или встречаются внутри среды [31,32]. Ранее изучалась возможность наведения ЭМИР с помощью длинных многоцикловых импульсов, не перекрывающихся в среде [34–36]. В традиционном же подходе ЭМИР создаются при интерференции двух и более длинных квазимонохроматических пучков лазерного излучения в среде [37]. Созданные таким образом ЭМИР находят многочисленные применения в оптике. Обзор результатов в данной области приведен в [36,38] и цитируемой литературе.

В случае когерентного взаимодействия предельно коротких импульсов со средой возможна богатая динамика наводимых решеток разности населенностей и поляризации — появление медленных волн поляризации, мультиплицирование пространственного периода решеток, их стирание и т.п. [29,30,38]. Динамика волн поляризации и ЭМИР, наводимых длинными многоцикловыми лазерными импульсами, не перекрывающимися

в среде, в приближении медленных огибающих изучалась в работе [39]. Однако рассмотренные в этой работе сценарии формирования ЭМИР отличаются от сценариев, разобранных в работах [29–33,38], в которых изучалась возможность создания и управления ЭМИР с помощью ПКИ. Динамика волн поляризации при формировании фотонного эха в среде последовательностью ПКИ теоретически рассматривалась в работах [40–45].

Ранее отмечалось, что при столкновении пары и более униполярного и биполярного предельно коротких импульсов в двухуровневой среде возможна необычная ситуация, когда в среде появляются участки, в которых формируются волны поляризации (когерентности среды) с разной пространственной частотой или бегущие в противоположных направлениях [31,32,38]. В настоящей работе на основании численного решения системы уравнений Максвелла-Блоха для двухуровневой среды более подробно изучается необычная ситуация, которая заключается в формировании в среде ярко выраженных узких и последовательно расположенных участков, в которых возникают волны поляризации, бегущие в противоположных направлениях. Данная ситуация наиболее отчетливо проявляется при когерентном взаимодействии двух одноцикловых аттосекундных импульсов с двухуровневой резонансной средой, когда импульсы одномоментно перекрываются в среде. Ранее в случае, когда импульсы не перекрываются в среде, подобные ситуации обнаружены не были [29,30]. Формирование данных решеток поляризации связывается с когерентным управлением динамикой поляризации среды с помощью последовательности ПКИ в нелинейной резонансной среде.

Актуальность проводимых исследований связана с вопросом устойчивости генерации ПКИ за счет СИП при когерентной синхронизации мод в лазере с коротким линейным резонатором [28] и возможностью излучения данных решеток, что влияет на динамику распространения ПКИ в резонансных средах.

## Теоретическая модель и результаты численного моделирования

В основе проводимых численных расчетов лежит хорошо известная система уравнений Максвелла-Блоха, описывающая эволюцию недиагонального элемента матрицы плотности  $\rho_{12}$ , разности населенностей среды (инверсии)  $n = \rho_{11} - \rho_{22}$ , ее поляризации  $P$  и напряженности электрического поля  $E$  [46],

$$\frac{\partial \rho_{12}(z, t)}{\partial t} = -\frac{\rho_{12}(z, t)}{T_2} + i\omega_0 \rho_{12}(z, t) - \frac{i}{\hbar} d_{12} E(z, t) n(z, t), \quad (1)$$

$$\frac{\partial n(z, t)}{\partial t} = -\frac{n(z, t) - n_0(z)}{T_1} + \frac{4}{\hbar} d_{12} E(z, t) \text{Im} \rho_{12}(z, t), \quad (2)$$

$$P(z, t) = 2N_0 d_{12} \text{Re} \rho_{12}(z, t), \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}. \quad (4)$$

В системе (1)–(4)  $t$  — время,  $z$  — продольная координата,  $N_0$  — концентрация активных центров,  $c$  — скорость света в вакууме,  $\hbar$  — приведенная постоянная Планка,  $\omega_0$  — частота резонансного перехода среды ( $\lambda_0 = 2\pi c/\omega_0$  — длина волны резонансного перехода),  $d_{12}$  — дипольный момент рабочего перехода,  $n_0$  — разность заселенностей двух рабочих уровней при отсутствии электрического поля ( $n_0 = 1$  для поглощающей среды). В данной системе уравнений не используется приближение медленно меняющихся амплитуд и вращающейся волны. Применимость двухуровневого приближения в подобных задачах, несмотря на малую длительность импульсов, может быть обоснована, см. замечания в работах [25,27]. Более того, результаты теоретических исследований показывают, что наведение ЭМИР в многоуровневых средах тоже возможно [30,33,47]. Поэтому можно ограничиться двухуровневым приближением.

В среду слева направо в начальный момент времени из вакуума запускался одноцикловый импульс в форме

$$E(0, t) = E_{01} e^{-\frac{(t-\tau_1)^2}{\tau^2}} \sin[\omega_0(t - \tau_1)]. \quad (5)$$

А справа налево начинал распространяться импульс с амплитудой, немного отличной от ее величины для первого импульса,

$$E(L, t) = E_{02} e^{-\frac{(t-\tau_2)^2}{\tau^2}} \sin[\omega_0(t - \tau_2)]. \quad (6)$$

Здесь  $\tau_{1,2}$  — задержки.

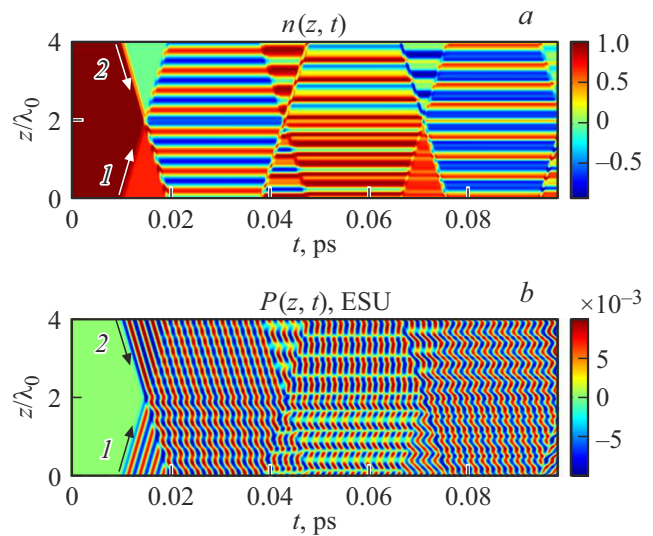
Проводились численное решение системы уравнений (1)–(4) при параметрах, когда изучаемый эффект проявлялся наиболее отчетливо (таблица). Пространственная область интегрирования имела длину порядка двенадцати длин волн резонансного перехода среды,  $L = 12\lambda_0$ . А сама резонансная среда располагалась вдоль оси  $z$  в центре области между точками  $z_1 = 4\lambda_0$  и  $z_2 = 8\lambda_0$ . Для создания последовательности возбуждающих аттосекундных импульсов в численных расчетах были заданы нулевые граничные условия для значений поля на концах области интегрирования. Параметры расчета приведены в таблице.

Амплитуда поля 1 выбиралась таким образом, что первый импульс действовал примерно как  $\pi/4$ -импульс, а второй как  $\pi/2$ -импульс, т.е. оставлял после себя среду в состоянии с нулевой инверсией  $n = 0$ . Результаты численного расчета при заданных параметрах приведены на рис. 1. Рисунок 1, *a* иллюстрирует динамику разности населенностей  $n(z, t)$ , рис. 1, *b* иллюстрирует динамику поляризации  $P(z, t)$ . Стрелки и цифры указывают направление распространения импульсов 1 и 2.

Одноцикловые аттосекундные импульсы 1 и 2 в форме (5) и (6) входят в среду и наводят в ней бегущие волны поляризации (вертикальные наклонные

Параметры, использованные при численном расчете

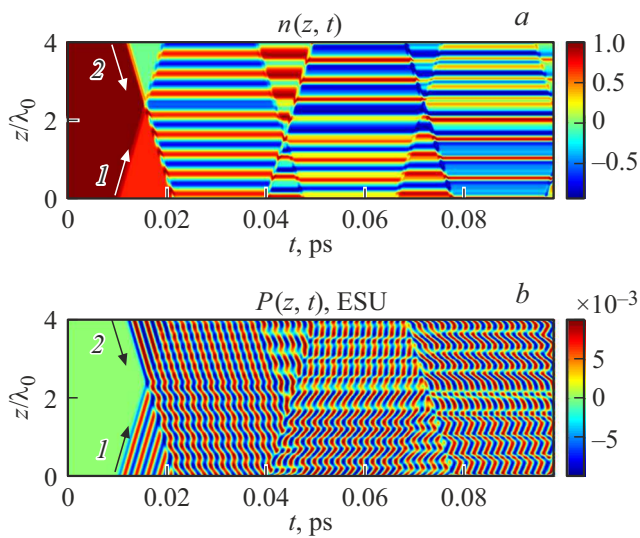
Длина волны резонансного перехода	$\lambda_0 = 700 \text{ nm}$
Дипольный момент перехода	$d_{12} = 20 \text{ Debye}$
Время релаксации инверсии	$T_1 = 1 \text{ ns}$
Время релаксации поляризации	$T_2 = 1 \text{ ps}$
Концентрация атомов	$N_0 = 5 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$
Амплитуда поля 1	$E_{01} = 9.55 \cdot 10^4 \text{ ESU}$
Длительность импульсов 1,2	$\tau = 388.88 \text{ as}$
Амплитуда поля 2	$E_{02} = 2E_{01}$
Параметр задержки	$\tau_1 = \tau_2 = 2.5\tau$



**Рис. 1.** (а) Динамика разности населенностей  $n(z, t)$ , (б) динамика поляризации  $P(z, t)$  под действием одноцикловых аттосекундных импульсов 1 и 2 в форме (5) и (6), сталкивающихся в центре среды в точке  $z/\lambda_0 = 2$ . Параметры расчета указаны в таблице.

линии на рис. 1, *b* во временном интервале 0.01–0.02 ps). Затем, столкнувшись в центре среды в точке  $z_0 = 2\lambda_0$ , импульсы начинают взаимодействовать с бегущими им навстречу данными волнами поляризации. В среде возникает ЭМИР разности населенностей (рис. 1, *a*). Но в результате когерентного управления колебаниями поляризации (когерентности) среды наведенные ранние гармонические волны поляризации меняют форму. Наиболее отчетливо это видно в области левее точки  $z_0$ . В ней появляются отчетливо видные зигзагообразные изломы (рис. 1, *b*) на временном интервале 0.02–0.04 ps. Это и есть интересующие нас чередующиеся участки, в которых возникают волны поляризации, бегущие в противоположных направлениях.

После того, как импульсы дойдут до границы области интегрирования, они возвращаются в среду и вновь управляют решетками поляризации и инверсии, наведенными в предыдущие моменты времени. В результате такого когерентного управления в среде вновь возникают характерные малые зоны с волнами поляризации,



**Рис. 2.** (а) Динамика разности населенностей  $n(z, t)$ , (б) динамика поляризации  $P(z, t)$  под действием одноцикловых аттосекундных импульсов 1 и 2 в форме (5) и (6), сталкивающихся в центре среды в точке  $z_0 = 2.5\lambda_0$ . Параметр  $\tau_2 = 7.5\tau$ . Остальные параметры расчета указаны в таблице.

которые бегут в противоположных направлениях. Они снова проявляются в виде зигзагообразных структур уже во всей среде, начиная с момента времени 0.07 ps на рис. 1, б и далее. При столкновении униполярных импульсов эффект имеет слабо выраженный характер.

На поведение данных структур влияет амплитуда падающих импульсов и задержка между ними  $\tau_{1,2}$ , что говорит о когерентном управлении указанными решетками. Пример динамики решеток поляризации и инверсии, когда  $\tau_2 = 7.5\tau$ , показан на рис. 2. Остальные параметры такие же, как на рис. 1. Изменение задержки  $\tau_2$  приводит к сдвигу области перекрытия импульсов. При данных параметрах импульсы встречаются в точке  $z_0 = 2.5\lambda_0$ . Видно, что при смене задержки данные указанные структуры поляризации отчетливо проявляют себя во всех областях среды на всем временном интервале после 0.02 ps (рис. 2, б).

## Заключение

В работе на основании численного решения системы уравнения Максвелла-Блоха показана и изучена необычная ситуация, которая заключается в возникновении в среде чередующихся малых участков, в которых формируются волны поляризации (когерентности) среды, распространяющиеся в противоположных направлениях. Данное явление возникает при когерентном распространении пары одноцикловых аттосекундных импульсов в двухуровневой резонансной среде, когда импульсы переключаются в среде.

Данные решетки поляризации (когерентности) среды возникают за счет когерентного управления колебани-

ями поляризации среды возбуждающими импульсами. Предсказанный эффект представляет интерес в физике когерентного взаимодействия предельно коротких импульсов с резонансными средами и сверхбыстрой оптике, так как демонстрирует возможность сверхбыстрого управления и переключения состояния среды на ультрамалых временах порядка длительности импульса. Это, в частности, дает возможность управления излучением среды за счет изменения направления движения волны поляризации, делая его встречным к волне накачки.

Также динамику излучения решеток поляризации и разности населенностей необходимо принимать во внимание в задачах получения ПКИ в лазерах с линейным резонатором за счет явления СИП, так как ЭМИР влияют на устойчивость режима генерации [28].

## Благодарности

Авторы выражают благодарность С.В. Сазонову за полезное обсуждение результатов данной работы.

## Финансирование работы

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФНФ в рамках научного проекта 21-72-10028.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- [2] J. Biegert, F. Calegari, N. Dudovich, F. Quéré, M. Vrakking. *J. Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, **54**, 070201 (2021).
- [3] Е.А. Хазанов. *Квант. электрон.*, **52**(3), 208 (2022). [*Quantum Electron.*, 52 (3), 208 (2022)].
- [4] K. Midorikawa. *Nature Photonics*, **16**, 267 (2022).
- [5] F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, M. Nisoli. *J. Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, **49**, 062001 (2016).
- [6] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A. M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [7] А.М. Жёлтиков. *УФН*, **191**, 386 (2021). [*A.M. Zheltikov. Phys. Usp.*, **64**, 370 (2021)].
- [8] D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada, V. Pervak, K. Yabana, M.T. Hassan. *Nature Photonics*, **16**, 33–37 (2022).
- [9] A.L. Wang, V.V. Serov, A. Kamalov, P.H. Bucksbaum, A. Kheifets, J.P. Cryan. *Phys. Rev. A*, **104**, 063119 (2021).
- [10] T. Severt, D.R. Dugaard, T. Townsend, F. Ziaee, K. Borne, S. Bhattacharyya, K.D. Carnes, D. Rolles, A. Rudenko, E. Wells, I. Ben-Itzhak. *Phys. Rev. A*, **105**, 053112 (2022).
- [11] M.J.J. Vrakking. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **55**, 134001 (2022).
- [12] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50**, 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quantum Electronics*, **50**, 801 (2020)].

- [13] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A. Pakhomov, I. Babushkin, N. Rosanov. *Las. Phys. Lett.*, **19** (4), 043001 (2022).
- [14] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Physical Review A*, **104** (6), 063101 (2021).
- [15] H.-C. Wu, J. Meyer-ter-Vehn. *Nat. Photonics*, **6**, 304 (2012).
- [16] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. *Sci. Rep.*, **8**, 2669 (2018).
- [17] Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, J. Chen, G. Mourou, X. Yan, W. Ma. *New J. Physics*, **23** (5), 053003 (2021).
- [18] М.В. Архипов, А.Н. Цыпкин, М.О. Жукова, А.О. Исмагилов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов. *Письма в ЖЭТФ*, **115** (1), 3 (2022). [M.V. Arkhipov, A.N. Tsypkin, M.O. Zhukova, A.O. Ismagilov, A.V. Pakhomova, N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov. *JETP Lett.*, **115** (1), 1 (2022)].
- [19] I.E. Pyakov, B.V. Shishkin, E.S. Efimenko, S.B. Bodrov, M.I. Bakunov. *Optics Express*, **30** (9), 14978 (2022).
- [20] S. Hughes. *Phys. Rev. Lett.*, **81** (16), 3363 (1998).
- [21] J. Xiao, Z. Wang, Z. Xu, *Phys. Rev. A*, **65**, 031402 (2002).
- [22] A.V. Tarasishin, S.A. Magnitskii, V.A. Shuvaev, A.M. Zheltikov. *Opt. Express*, **8**, 452 (2001).
- [23] D.V. Novitsky. *Phys. Rev. A*, **86**, 063835 (2012).
- [24] A. Pakhomov, R. Arkhipov, M. Arkhipov, N. Rosanov. *Optics Lett.*, **46** (12), 2868 (2021).
- [25] R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, I. Babushkin, N. Rosanov. *Optics Express*, **29**, 10134 (2021).
- [26] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, С.В. Федоров, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **129** (10), 1286 (2021).
- [27] M. Arkhipov, R. Arkhipov, I. Babushkin, N. Rosanov. *Physical Review Lett.*, **128** (20), 203901 (2022).
- [28] R. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, I. Babushkin, N. Rosanov. *Phys. Rev. A*, **105** (1), 013526 (2022).
- [29] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **41**, 4983 (2016).
- [30] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Scientific Reports*, **7**, 12467 (2017).
- [31] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, И. Бабушкин, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **123**, 600 (2017). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, I. Babushkin, N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **123**, 610 (2017)].
- [32] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Д.О. Жигулева, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **124**, 510 (2018). [R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov, M.V. Arkhipov, D.O. Zhiguleva, N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **124**, 541 (2018)].
- [33] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Scientific Reports*, **11** (1961) (2021).
- [34] I.D. Abella, N.A. Kurnit, S.R. Hartmann. *Phys. Rev.* **141**, 391 (1966).
- [35] Е.И. Штырков, В.С. Лобков, Н.Г. Ярмухаметов. *Письма в ЖЭТФ*, **27**, 685 (1978). [E.I. Shtyrkov, V.S. Lobkov, N.G. Yarmukhametov. *JETP Lett.*, **27**, 648 (1978)].
- [36] Е.И. Штырков. *Опт. и спектр.*, **114**, 105 (2013). [E.I. Shtyrkov. *Opt. Spectrosc.*, **114**, 96 (2013)].
- [37] H.J. Eichler, P. Günter, D.W. Pohl. *Laser-Induced Dynamic Gratings* (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1981).
- [38] Р.М. Архипов. *Письма в ЖЭТФ*, **113** (10), 636 (2021). [R.M. Arkhipov. *JETP Lett.*, **113** (10), 611 (2021)].
- [39] С.А. Моисеев, Е.И. Штырков. *Квант. электрон.*, **18**, 447 (1991). [S.A. Moiseev, E.I. Shtyrkov. *Sov. J. Quant. Electron.*, **21**, 403 (1991)].
- [40] А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. *Письма в ЖЭТФ*, **67**, 887 (1998). [A.Yu. Parkhomenko, S.V. Sazonov. *JETP Lett.*, **67**, 934 (1998)].
- [41] А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. *Опт. и спектр.* **90**, 788 (2001). [A.Yu. Parkhomenko, S.V. Sazonov. *Opt. Spectrosc.*, **90**, 707 (2001)].
- [42] С.В. Сазонов. *Опт. и спектр.*, **94**, 453 (2003). [S.V. Sazonov. *Opt. Spectrosc.*, **94**, 400 (2003)].
- [43] С.В. Сазонов, А.Ф. Соболевский. *ЖЭТФ*, **123**, 919 (2003). [S.V. Sazonov, A.F. Sobolevskii. *JETP*, **96**, 807 (2003)].
- [44] Н.В. Знаменский, С.В. Сазонов. *Письма в ЖЭТФ*, **85**, 440 (2007). [N.V. Znamenskii, V. Sazonov. *JETP Lett.*, **85**, 358 (2007)].
- [45] Н.В. Знаменский, С.В. Сазонов. *Опт. и спектр.*, **104**, 415 (2008). [N.V. Znamenskii, S.V. Sazonov. *Opt. Spectrosc.*, **104**, 378 (2008)].
- [46] А. Ярив. *Квантовая электроника* (Советское радио, М., 1980). [A. Yariv. *Quantum Electronics* (Wiley, N.Y., 1975)].
- [47] Р.М. Архипов, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **130** (6), 969 (2022).