

Генерация униполярных импульсов терагерцового излучения с большой электрической площадью

© М.В. Архипов¹, Р.М. Архипов^{1,2}, Н.Н. Розанов^{1,2}

¹ Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия

² Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: m.arkhipov@spbu.ru, arkhipovrostislav@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 18.05.2022 г.

В окончательной редакции 18.05.2022 г.

Принята к публикации 01.06.2022 г.

Предложена и теоретически проанализирована физическая ситуация, в которой, по-нашему мнению, возможна генерация униполярных терагерцовых импульсов, обладающих большой электрической площадью. В данном случае происходит возбуждение газа, находящегося в трубке, фемтосекундным ИК лазерным импульсом. При этом трубка с газом помещена в постоянное внешнее электрическое поле. В основе генерации униполярного импульса лежит „трехступенчатая схема“ — ионизация атомов газа фемтосекундным импульсом, последующее ускорение свободного электрона в постоянном внешнем поле и последующая аннигиляция электрона при столкновении со стенкой трубки или другим атомом (ионом).

Ключевые слова: униполярные импульсы, сверхбыстрая оптика, электрическая площадь импульса, терагерцовое излучение, трехступенчатая модель.

DOI: 10.21883/OS.2022.08.52908.3703-22

Введение

Проблема сокращения длительности световых импульсов является актуальной с момента изобретения лазеров и в настоящее время [1]. На сегодняшний день активно изучаются возможности получения сверхкоротких импульсов терагерцового излучения [2,3], а также аттосекундных импульсов в оптическом и экстремально ультрафиолетовом диапазоне частот [4–6]. Такие импульсы находят многочисленные применения в сверхбыстрой оптике и спектроскопии различных веществ [7,8].

Пределом сокращения длительности электромагнитных импульсов является получение униполярных импульсов, содержащих один полупериод электрического поля. В отличие от обычных многоцикловых импульсов они обладают ненулевой электрической площадью, определяемой в каждой точке пространства как интеграл от напряженности поля по времени [9]:

$$S_E = \int_{t=-\infty}^{+\infty} E(t)dt, \quad (1)$$

где E — напряженность электрического поля и t — время. Для обычных биполярных многоцикловых импульсов электрическая площадь всегда близка к нулю.

Для возбуждения квантовых переходов в среде используются длинные резонансные многоцикловые лазерные импульсы. Интерес к униполярным же импульсам связан с тем, что они способны очень быстро передавать механический импульс заряженной частице в одном

направлении. И поэтому могут быть использованы для сверхбыстрого и эффективного управления динамикой волновых пакетов в веществе по сравнению с биполярными импульсами, ускорения зарядов и др. приложений. Более подробно о последних результатах в данной области см. обзоры [9–11] и цитируемую литературу.

Если длительность такого полупериодного импульса много меньше характерного времени, связанного с внутриатомными движениями электрона в атоме (например, орбитального периода электрона в атоме или характерного времени, связанного с энергией основного состояния, $T_g = 2\pi\hbar/E_1$, где E_1 — энергия частицы в основном состоянии), то воздействие такого импульса на микроробъект определяется электрической площадью импульса, а не его энергией [10–15].

Поэтому при возбуждении населенностей атомных систем униполярные импульсы являются „универсальными“, не требующими настройки частоты на частоту рассматриваемого квантового перехода, как при резонансном возбуждении биполярными многоцикловыми импульсами [15]. В связи с этим актуальной является задача получения униполярных импульсов с большой электрической площадью, а не энергией. Для характеристики степени воздействия предельно коротких импульсов на квантовые системы недавно была введена новая физическая величина — атомная мера площади импульса, обратно пропорциональная размеру микроробъекта [13–15]. Несмотря на большой интерес к униполярным импульсам, их экспериментальное получение до сих пор является сложной задачей.

Впервые экспериментально наличие униполярности было продемонстрировано у терагерцовых импульсов, генерируемых при оптическом выпрямлении и при филаментации в струях жидкости, возбуждаемых фемтосекундными лазерными импульсами [16]. В этой работе были также приведены оценки электрической площади импульсов. В работе [17] теоретически показана возможность получения полуволновых изолированных аттосекундных импульсов с большой электрической площадью за счет явления самоиндуцированной прозрачности.

В [18] экспериментально получены ТГц импульсы в виде предвестников, возникающих при распространении фемтосекундного импульса в электрооптическом кристалле. В теоретических работах [19–21] обсуждается возможность получения ТГц импульсов за счет усиления одноциклового импульса в газовой плазме. Солитоноподобный режим генерации терагерцового излучения в квадратично нелинейной среде теоретически изучался в работе [22]. Однако оценки электрической площади в этих работах не проводились.

В настоящей работе рассматривается схема эксперимента, в котором, по-нашему мнению, возможна генерация униполярного ТГц импульса, обладающего большой электрической площадью. Данная ситуация может быть реализована при распространении одноциклового фемтосекундного лазерного импульса в трубке с газом, помещенной в постоянное внешнее электрическое поле. В основе генерации ТГц импульса лежит предложенная ниже трехступенчатая схема, состоящая из трех основных этапов (ионизация, ускорение, аннигиляция) — ионизация атомов газа проходящим внешним импульсом, затем вырванные электроны ускоряются постоянным внешним полем и спустя расстояние порядка длины свободного пробега электрон аннигилирует при столкновении с другим атомом, ионом или стенкой трубки. В результате ионизации в каждом поперечном слое среды образуется короткоживущий диполь, который является источником импульса униполярного излучения.

Предложенный трехступенчатый механизм получения ТГц импульсов немного аналогичен известному трехступенчатому механизму („three-step model“) генерации гармоник высокого порядка (ГВП), предложенного П. Коркумом (P. Corkum), за счет которого происходит генерация аттосекундных импульсов [23,24]. В этом случае на первом этапе происходит ионизация атома лазерным импульсом, затем ускорение свободного электрона и последующая рекомбинация электрона с родительский ионом под действием того же самого лазерного импульса.

В нашем же случае генерация ТГц импульса происходит также в три этапа, и механизм генерации основан на процессах ионизации, ускорении и рекомбинации вырванного электрона. Поэтому лежащий в основе рассматриваемого нами процесса механизм мы тоже будем называть „трехступенчатым механизмом“. Однако имеются отличия нашей ситуации от трехступенчатого

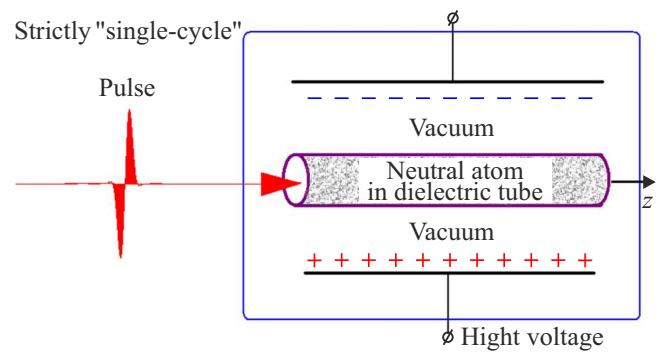


Рис. 1. Схема опыта и основная идея. Трубка с газом помещена в постоянное внешнее электрическое поле. По трубке бежит одноцикловый лазерный импульс, который ионизует электроны.

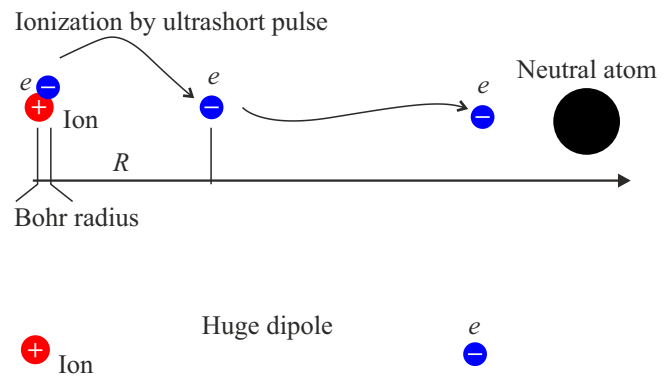


Рис. 2. Схематическое описание трехступенчатого механизма генерации униполярного ТГц импульса — появление свободного электрона вследствие ионизации, приводящее к возникновению гигантского диполя. Последующее ускорение электрона постоянным внешним полем и его аннигиляция при столкновении со стенкой или другим атомом.

механизма ГВП П. Коркума. В нашем случае падающий импульс считается очень коротким — он успевает только ионизовать электрон, затем он ускоряется уже внешним постоянным полем и аннигилирует при столкновении со стенкой трубки или другим атомом.

Проведены численные оценки параметров генерируемого импульса. Показано, что электрическая площадь генерируемого импульса может быть сравнима с атомной мерой для колебательных переходов в молекуле.

Описание эксперимента и трехступенчатый механизм получения униполярного ТГц импульса

Схема предлагаемого эксперимента и лежащая в его основе идея получения униполярного импульса описана на рис. 1–3 (трехступенчатый механизм генерации).

Представим себе волновод (тонкий капилляр), наполненный газом и помещенный во внешнее постоянное

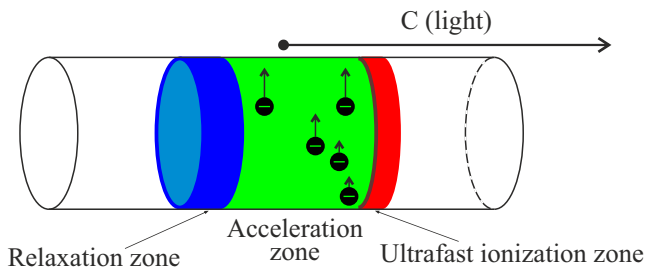


Рис. 3. Движение зоны ионизации (красный) по волноводу, создающей поле генерируемых импульсов.

электрическое поле между пластинами конденсатора. Отметим, что похожая схема использовалась в различных экспериментах по генерации ТГц излучения в филаментах в воздухе в присутствии постоянного внешнего поля, см. например, [25–27]. Однако возможность получения униполярных импульсов в этих работах не обсуждалась.

Генерация ТГц импульса происходит в три этапа. Лежащий в основе этих этапов механизм мы будем называть „трехступенчатым“ механизмом получения униполярных ТГц импульсов по аналогии с трехступенчатым механизмом ГВП [23,24]. Система облучается одноцикловым фемтосекундным импульсом, показанным схематически на рис. 1 и распространяющимся вдоль оси z . Такой импульс ионизирует электроны при распространении в газе, создавая на своем пути движущийся фронт ионизации (рис. 3). Вырванные электроны начинают ускоряться в постоянном внешнем поле. При этом в паре с образованным в результате ионизации ионом электрон образует гигантский диполь, который является источником униполярного импульса (рис. 2).

Затем, пройдя некоторое расстояние, порядка длины свободного пробега, свободный электрон сталкивается с другим атомом или стенкой трубки и аннигилирует. На втором этапе разгона внешним полем электрон не успевает испытать внешнего воздействия в виде столкновений. Все электроны будут только ускоряться именно в одном направлении, что и создает импульс ТГц поля. А вот при столкновениях их ускорения будут в разных направлениях. И столкновения произойдут в разные моменты времени. Данный вклад торможения электронов может вызвать появление длинного хвоста противоположной полярности и малой амплитуды у основного импульса. При воздействии на квантовые объекты вклад данного хвоста можно не учитывать [28]. И поэтому его вклад в основной импульс излучения в дальнейшем не учитывается.

Аналогичные три процесса происходят в каждом поперечном слое среды — ионизация, приводящая к появлению свободного электрона, его кратковременное ускорение во внешнем поле и последующая аннигиляция электрона. В среде возникает движущийся фронт ионизации, который является источником излучения полупериодного ТГц импульса. Схематически данная ситуация

изображена на рис. 3. В рассматриваемой ситуации полное поле излучения на выходе из среды может быть представлено в виде суммы полей, излученных короткоживущим диполем в каждом слое среды, см. следующий раздел.

Отметим, что аналогичная ситуация, в которой также возможно излучение квазиуниполярных ТГц импульсов, рассматривалась ранее [29–31]. Но в этом случае генерация униполярных импульсов происходит за счет коллективного спонтанного излучения импульса остановленной поляризации, создаваемой и выключаемой парой импульсов накачки, см. подробнее обзор [32] и цитируемую литературу.

Отметим важность использования именно одноцикловых импульсов в рассматриваемой схеме. При возбуждении длинным многоцикловым импульсом, содержащим много циклов колебаний поля и длительностью более орбитального периода электрона, вырванные электроны могут разлетаться во всех направлениях. При возбуждении же одноцикловым импульсом в форме, показанной на рис. 1, вылетающие электроны полетят в одном преимущественном направлении, задаваемом внешним постоянным полем, если длительность импульса сравнима или менее орбитального периода электрона.

В следующем разделе проведено теоретическое описание и выполнены численные оценки параметров генерируемых импульсов.

Теоретическая модель, численные оценки и обсуждение полученных результатов

Для теоретического описания рассмотренной выше идеи в простейшем случае может быть использована следующая система уравнений, содержащая скоростное уравнение (2) для концентрации вырванных электронов n_e в газе под действием внешнего поля. Система также содержит и волновое уравнение (3), описывающее эволюцию электрического поля (поляризованного вдоль вертикальной оси, перпендикулярной направлению распространения возбуждения на рис. 1). Данная система уравнений имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t} n_e = -\gamma n_e - [N_0 - n_e]W(t), \quad (2)$$

$$\Delta E(z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} E(z, t) = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P(z, t). \quad (3)$$

В этой системе уравнений γ — скорость рекомбинации электронов, N_0 — концентрация атомов газа в трубке, $W(t)$ — скорость ионизации, которая вычисляется с помощью выражения, получаемого в уточненной теории ионизации Келдыша [33–35],

$$W(t) = \alpha \frac{E_a}{|E_p(t)|} e^{-\beta \frac{E_a}{|E_p(t)|}}, \quad (4)$$

Параметры модели

Параметр модели	Его значение
Интенсивность возбуждающего импульса	$I = 10^{14} \text{ W/cm}^2$
Амплитуда поля возбуждающего импульса	$E_{op} = 2.7 \cdot 10^8 \text{ V/cm}$
Центральная частота (длина волны)	$\omega = 2.35 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$ ($\lambda = 800 \text{ nm}$)
Длительность возбуждающего импульса	$\tau_p = 1; 5 \text{ fs}$
Концентрация атомов газа при комнатной температуре $T = 273 \text{ K}$ и давлении $P = 10^5 \text{ Pa}$	$N_0 \sim 2.7 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$
Сечение атома при его радиусе, равного двум боровским радиусам ($r_a = 10^{-8} \text{ cm}$)	$\sigma = \pi r_a^2 = 3.1 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^{-2}$
Длина свободного пробега электрона	$l \sim \frac{1}{\sigma N_0} \sim 3.1 \cdot 10^{-4} \text{ cm}$
Амплитуда внешнего постоянного поля	$E_{dc} = 260000 \text{ V/cm}$
Достижимое ускорение электрона	$a = \frac{eE_{dc}}{m_e} = 4.5 \cdot 10^{20} \text{ cm/s}^2$
Радиус сечения трубки с газом	$R = 100 \mu\text{m}$
Длина трубки с газом	$L = 1 \text{ cm}$
Скорость рекомбинации электронов	$\gamma = 10^{12} \text{ s}^{-1}$

где α, β — некоторые постоянные в уточненной модели ионизации, $E_a = 5 \cdot 10^{11} \text{ V/m}$ — внутриатомное поле, $E_p(t) = E_0 e^{-\frac{t^2}{\tau^2}} \sin \omega t$ — импульс возбуждения, который распространяется вдоль оси z слева направо, как показано на рис. 1.

В рассматриваемом приближении в качестве источника поля в уравнении (2) выступает кратковременный импульс поляризации P , который начинается в момент времени прихода возбуждения в данную точку среды $t_1 = z/c$ и заканчивается в момент времени $t_2 = z/c + \tau$. Данная поляризация записывается в виде

$$P(z, t) = qn_e \frac{a[t - z/c]^2}{2}, \quad \frac{z}{c} < t < \frac{z}{c} + \tau, \quad (5)$$

$$0, t < \frac{z}{c}, \quad t > \frac{z}{c} + \tau,$$

где q — заряд электрона, a — ускорение электрона в постоянном внешнем поле. Время τ определяется ускорением, которое приобретает электрон во внешнем поле и длиной его свободного пробега, см. ниже.

Нас интересует электрическое поле генерируемого импульса в точке, расположенной на оси z и находящейся на большом расстоянии ($r \gg L$) от правого конца трубки, где L — ее длина. В указанном приближении излученное поле представляет собой сумму полей элементарных диполей, находящихся в каждом слое трубки. Амплитуда поля генерируемого импульса может оценена с помощью известного выражения для амплитуды поля излучающего диполя в дальней зоне [36]:

$$E_0 = \frac{qa}{c^2 r} n_e \pi R^2 L, \quad (6)$$

где R — радиус капилляра.

Проведем численные оценки амплитуды генерируемого импульса поля, его длительности и электрической площади, используя параметры, приведенные в таблице. Тогда для длительности генерируемого импульса получаем $\tau \sim \sqrt{2l/a} \approx 1 \text{ ps}$.

Форма импульса возбуждения и временное поведение концентрации вырванных электронов, рассчитанные с помощью численного решения уравнения (3) при длительностях возбуждения $\tau_p = 1$ и 5 fs , приведены на рис. 4 и 5 соответственно.

При данных параметрах, как видно из данных рисунков, концентрация вырванных электронов может иметь порядок величины $n_e \sim 10^{13} - 10^{16} \text{ cm}^{-3}$. Генерируемый импульс излучается на длине свободного пробега электрона, пока он ускоряется внешним полем.

При концентрации электронов $n_e \sim 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ амплитуда поля генерации на расстоянии $r = 1 \text{ cm}$ от трубки может быть оценена с помощью формулы (6). Оценка дает $E_0 = 2.3 \cdot 10^5 \text{ V/cm}$.

Оценим значение электрической площади импульса (для $\tau = 1 \text{ ps}$): $S_E = E_0 \tau = 2.3 \cdot 10^{-5} \text{ V/m}\cdot\text{s}$. Данное значение необходимо сравнить с величиной атомной меры площади, введенной в [13]. Величина атомной меры для квантового гармонического осциллятора может быть оценена с помощью соотношения [13] $S_{0,HO} = \frac{\sqrt{2\hbar\omega_0 m}}{q} \approx 10^{-5} \text{ V/m}\cdot\text{s}$ (параметры: собственная частота осциллятора $\frac{\omega_0}{2\pi} = 1 \text{ THz}$, масса осциллятора $m = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ равнялась массе протона, заряд осциллятора q равнялся заряду электрона).

Видно, что значение электрической площади, получаемое в нашем случае по порядку величины, сравнимо с величиной ее меры площади, оцененной для квантового гармонического осциллятора с частотой перехода в ТГц диапазоне. Поэтому генерируемые импульсы могут быть использованы для эффективного возбуждения колебательных переходов в молекулах [15].

Сделанные выше выводы о возможности генерации униполярного импульса подтверждаются непосредственным численным решением волнового уравнения (3) в одномерном случае. При этом в его правой части стоит заданный источник поля — униполярный импульс поляризации, движущийся со скоростью света. Расчет показывает, что при движении такого заданного источника

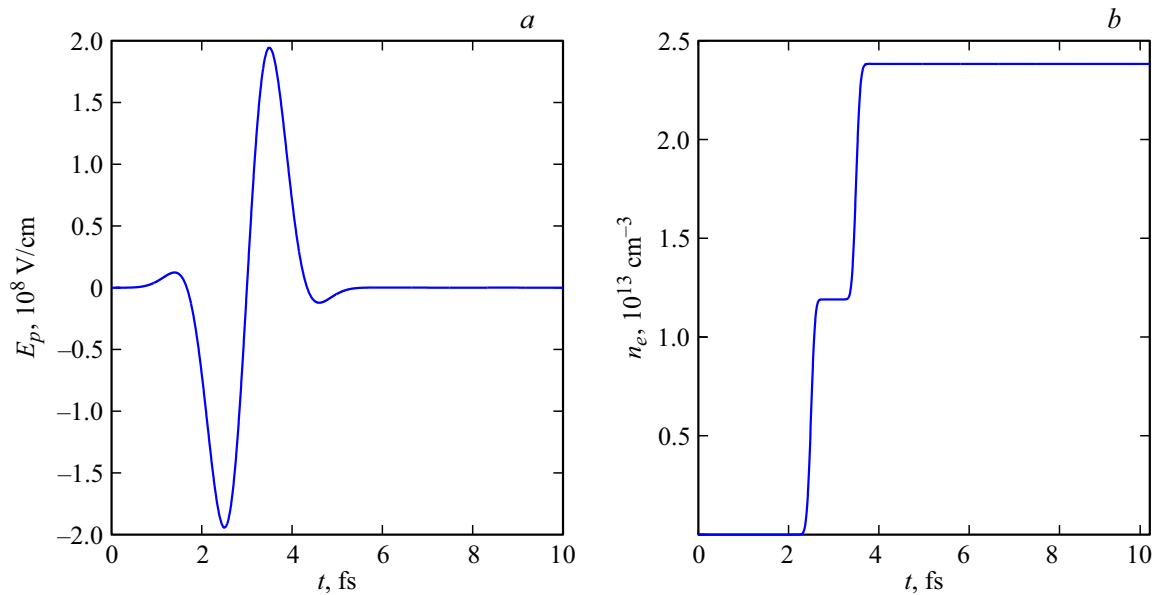


Рис. 4. (а) Временная форма импульса возбуждения $E_p(t)$, (б) временная зависимость концентрации вырванных электронов $n_e(t)$ под действием данного импульса. Длительность импульса возбуждения $\tau_p = 1$ fs. Остальные параметры указаны в таблице.

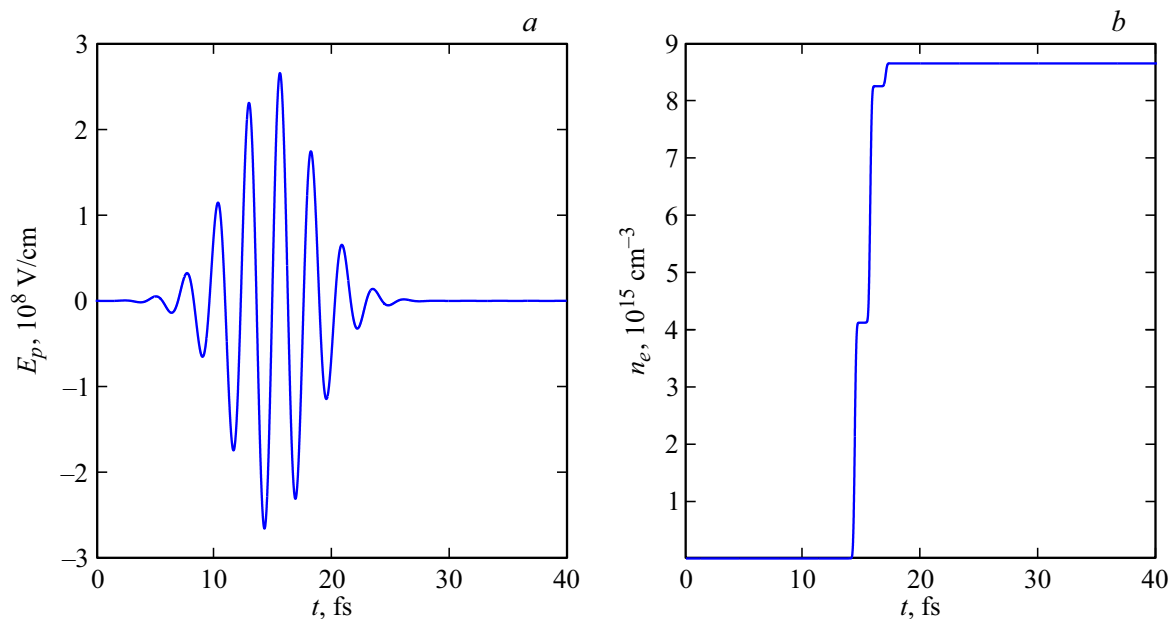


Рис. 5. (а) Временная форма импульса возбуждения $E_p(t)$, (б) временная зависимость концентрации вырванных электронов $n_e(t)$ под действием данного импульса. Длительность импульса возбуждения $\tau_p = 5$ fs. Остальные параметры указаны в таблице.

возникает движущийся одноцикловый импульс электрического поля, амплитуда которого линейно нарастает с расстоянием. Очевидно, что форма импульса генерации в дальней зоне в этом случае будет определяться первой производной по времени от данного одноциклового импульса, т.е. представлять собой интересующий нас полупериодный ТГц импульс.

Отметим, что необычность рассмотренной выше ситуации заключается в том, что источником излучения является искусственный кратковременный импульс

поляризации среды, движущийся со скоростью света. А реальные заряды не могут двигаться со скоростью света и выше.

Однако хорошо известны примеры различных искусственных источников когерентного излучения — эффективных зарядов, световых зайчиков и т.п., которые могут двигаться с произвольной скоростью (в том числе и сверхсветовой). Различные примеры таких источников и их излучение разобраны в обзорах [37–40] и цитируемой литературе.

Обсуждение результатов. Заключение

Рассмотрена и проанализирована схема опыта, в котором, по нашему мнению, возможно получение униполярных ТГц импульсов с большой электрической площадью. Генерация происходит в три этапа при ионизации газа, возбуждаемым внешним одноцикловым фемтосекундным лазерным импульсом, последующем ускорении электрона во внешнем статическом электрическом поле и последующей аннигиляции свободного электрона при столкновении со стенкой трубки.

По аналогии с трехступенчатым механизмом ГВВП рассмотренный механизм также назван трехступенчатым механизмом генерации ТГц импульсов. Однако в случае ГВВП все три этапа — ионизация, ускорение и рекомбинация вырванного электрона происходят под действием исходного импульса возбуждения. В рассматриваемом нами случае падающий импульс только ионизует атомы.

Предложенный метод позволяет, по нашему мнению, получать униполярные импульсы с величиной электрической площади, сравнимой с ее атомной мерой. Следовательно, получаемые импульсы могут быть использованы для эффективного управления населенностью переходов в молекулах [15].

В виду малого радиуса капилляра с газом следует ожидать большой расходимости ТГц излучения и потери униполярности при распространении импульса. Для этого возможно потребуется использование дополнительного световода. Решить проблему транспортировки униполярных импульсов позволяет использование коаксиальных волноводов [41].

Отметим, что предложенная модель и лежащая в ее основе система уравнений (2)-(4) не учитывает вклад различных типов нелинейности, которые могут играть существенную роль при формировании ТГц импульсов в плазме [42,43]. Однако результаты последних экспериментов [16] продемонстрировали наличие униполярности у ТГц импульсов, генерируемых при филаментации воды, возбуждаемой фемтосекундными лазерными импульсами. Поэтому рассмотренная выше трехступенчатая схема получения униполярных ТГц импульсов, по нашему мнению, может служить хорошим приближением для описания реального эксперимента, идея которого рассмотрена в настоящей работе.

Финансирование работы

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФНФ в рамках научного проекта 21-72-10028.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Е.А. Хазанов. Квант. электрон., **52**(3), 208 (2022). [E.A. Khazanov. Quantum. Electron., **52**(3), 208 (2022).
- [2] J.A. Fülöp, S. Tzortzakis, T. Kampfrath. Adv. Opt. Mater., **8**, 1900681 (2020).
- [3] Y. E., L. Zhang, A. Tsyppin, S. Kozlov, C. Zhang, X.-C. Zhang. J. Optical Society of America B, **39**(3), A43 (2022).
- [4] F. Krausz, M. Ivanov. Rev. Mod. Phys., **81**, 163 (2009).
- [5] K. Midorikawa. Nat. Photon., **16**, 267–278 (2022).
- [6] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. Nature, **530**, 66 (2016).
- [7] E.P. Parrott, J.A. Zeitler. Appl. Spectrosc., **69**, 1 (2015).
- [8] F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, M. Nisoli. J. Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics, **49**, 062001 (2016).
- [9] Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов. УФН, **188**, 1347 (2018). [N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov. Phys. Usp., **61**, 1227 (2018)].
- [10] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов, Квант. Электрон., **50**, 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. Quantum Electronics, **50**, 801 (2020)].
- [11] R.M. Arkhipov, M. Arkhipov, A. Pakhomov, I. Babushkin, N. Rosanov. Las. Phys. Lett., **19**(4), 043001 (2022).
- [12] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. Opt. Lett., **44**, 1202 (2019).
- [13] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Письма в ЖЭТФ, **114**(3), 156 (2021). [Arkhipov R.M., Arkhipov M.V., Pakhomov A.V., Rosanov N.N. JETP Lett., **114**(3), 129 (2021)].
- [14] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **104**(6), 063101 (2021).
- [15] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **43103**(4), 043103 (2022).
- [16] М.В. Архипов, А.Н. Цыпкин, М.О. Жукова, А.О. Исмагилов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов. Письма в ЖЭТФ, **115**(1), 3 (2022). [M.V. Arkhipov, A.N. Tsyppin, M.O. Zhukova, A.O. Ismagilov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov. JETP Lett., **115**(1), 1 (2022)].
- [17] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, С.В. Федоров, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **129**(10), 1286 (2021).
- [18] I.E. Ilyakov, B.V. Shishkin, E.S. Efimenko, S.B. Bodrov, M.I. Bakunov. Optics Express, **30**(9), 14978 (2022).
- [19] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. Plasma Sources Sci. Technol., **30**, 085001 (2021).
- [20] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. Phys. Rev. E, **104**, 025202 (2021).
- [21] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. Phys. Rev. E, **105**, 055203 (2022).
- [22] С.В. Сазонов, Н.В. Устинов. Письма в ЖЭТФ, **114**, 437 (2021). [S.V. Sazonov, N.V. Ustinov. JETP Lett., **114**, 380 (2021)].
- [23] P.B. Corkum. Phys. Rev. Lett., **71**(13), 1994 (1993).
- [24] P.B. Corkum, F. Krausz. Nature Physics, **3**(6), 381 (2007).
- [25] A. Houard, Y. Liu, B. Prade, V.T. Tikhonchuk, A. Mysyrowicz. Phys. Rev. Lett., **100**(25), 255006 (2008).
- [26] T. Wang, C. Marceau, Y. Chen, S. Yuan, F. Théberge, M. Châteauneuf, J. Dubois, S. Chin. Appl. Phys. Lett., **96**, 211113 (2010).
- [27] W. Sun, Y. Zhou, X. Wang, Y. Zhang. Opt. Express, **16**(21), 16573 (2008).

- [28] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov, I. Babushkin. *Optics Express*, **28**(11), 17020 (2020).
- [29] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, P.A. Belov, Y.A. Tolmachev, I. Babushkin. *Laser Phys. Lett.*, **13**(4), 046001 (2016).
- [30] A.V. Pakhomov, R.M. Arkhipov, I.V. Babushkin, M.V. Arkhipov, Y.A. Tolmachev, N.N. Rosanov. *Phys. Rev. A*, **95**(1), 013804 (2017).
- [31] A.V. Pakhomov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov, I. Babushkin. *Scientific Reports*, **9**, 7444 (2019).
- [32] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, М.О. Жукова, А.Н. Цыпкин, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **113**(4), 237 (2021). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, M.O. Zhukova, A.N. Tsypkin, N.N. Rosanov. *JETP Lett.*, **113**(4), 242 (2021)].
- [33] А.М. Переломов, В.С. Попов, М.В. Терентьев. *ЖЭТФ*, **50**, 1393 (1966). [A.M. Perelomov, V.S. Popov, M.V. Terent'ev. *Sov. Phys. JETP*, **23**(5), 924 (1966)].
- [34] М.В. Аммосов, Н.Б. Делоне, В.П. Крайнов. *ЖЭТФ*, **91**, 2008 (1986). [M.V. Ammosov, N.B. Delone, V.P. Krainov. *Sov. Phys. JETP*, **64**(6), 1191 (1986)].
- [35] А.М. Жёлтиков. *УФН*, **187**, 1169 (2017). [A.M. Zheltikov. *Phys. Usp.*, **60**, 1087 (2017)].
- [36] М. Борн, Э. Вольф. *Основы оптики* (Наука, Москва, 1973). [M. Born, E. Wolf. *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light* (Pergamon Press, Oxford, 1980).
- [37] Б.М. Болотовский, В.Л. Гинзбург, *УФН*, **106**(4), 577 (1972) [B.M. Bolotovskii, V.L. Ginzburg, *Sov. Phys. Usp.* **15**(2), 184 (1972)].
- [38] В.Л. Гинзбург. *Теоретическая физика и астрофизика. Дополнительные главы* (Рипол Классик, 1981). гл. 9. с. 211 [V.L. Ginzburg *Theoretical physics and astrophysics* (Pergamon Press Ltd, 1979) Chapter VIII, p. 171].
- [39] Б.М. Болотовский, В.П. Быков, *УФН*, **160**(6), 141 (1990) [B.M. Bolotovskii, V.P. Bykov. *Sov. Phys. Usp.*, **33**(6), 477 (1990)].
- [40] Б.М. Болотовский, А.В. Серов, *УФН*, **175**(9), 943 (2005) [B.M. Bolotovskii, A.V. Serov, *Phys. Usp.* **48**(9), 903 (2005)].
- [41] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **127**, 960 (2019). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **127**, 1050 (2019)].
- [42] K. Reiman. *Rep. Prog. Phys.*, **70**, 1597 (2007).
- [43] A.N. Tsypkin, E.A. Ponomareva, S.E. Putilin, S.V. Smirnov, S.A. Shtumpf, M.V. Melnik, E. Yiwen, S.A. Kozlov, X. Zhang. *Opt. Express*, **27**(11), 15485 (2019).