# 05,13

# Особенности формирования запрещенных зон при многомодовом распространении спиновых волн в магнонных кристаллах

© А.А. Мартышкин<sup>1</sup>, Е.Н. Бегинин<sup>1</sup>, С.Е. Шешукова<sup>1</sup>, Ю.П. Шараевский<sup>1</sup>, С.А. Никитов<sup>1,2</sup>, А.В. Садовников<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия <sup>2</sup> Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия

E-mail: aamartyshkin@gmail.com

Поступила в Редакцию 29 апреля 2022 г. В окончательной редакции 29 апреля 2022 г. Принята к публикации 12 мая 2022 г.

> Методом манделыштам-бриллюэновской спектроскопии исследована динамика спиновых волн при их многомодовом распространении в магнонном кристалле, представляющем собой нерегулярный узкий ферритовый волновод с периодической модуляцией границ. Показана трансформация модового состава спиновых волн, распространяющихся в нерегулярном ферритовом волноводе. Экспериментально изучена пространственно-временная динамика спиновых волн и характеристики запрещенных зон магнонного кристалла, показана возможность управления частотно-селективными свойствами такой структуры. Путем возбуждения суперпозиции четных или нечетных ширинных мод ферритовой микроструктуры появляется возможность контроля положения запрещенных зон магнонного кристалла. Результаты эксперимента согласуются с результатами микромагнитного моделирования распространения и трансформации спектра спиновых волн, распространяющихся в ферромагнитной периодической структуре.

Ключевые слова: спиновые волны, магноника, магнонный кристалл, микромагнитное моделирование.

DOI: 10.21883/FTT.2022.09.52819.17HH

### 1. Введение

В настоящее время активно исследуются спиновые волны, распространяющиеся в планарных ферромагнитных структурах различной размерности (одномерных (1D) и двумерных (2D)) с периодической пространственной модуляцией параметров [1]. Периодические структуры могут быть созданы различными способами, например: путем пространственной вариации магнитных свойств материалов (например, намагниченности насыщения) [2], изменением толщины или ширины планарных волноведущих магнитных структур [3-5], созданием двумерных магнитных решеток [6], пространственной модуляцией статических магнитных полей [6] и др. Такие периодические структуры, называемые магнонными кристаллами (МК) [1,3], характеризуются наличием запрещенных зон на частотах, где выполняется условие Брэгга  $k_{\rm B} = n\pi/L$  (где L — период структуры,  $k_{\rm B}$  брэгговское волновое число, *п* — порядковый номер зоны). Параметры запрещенных зон (глубина, частотная ширина) зависят в частности от относительной глубины модуляции пространственных параметров  $\xi = \Delta w / w_0$ , где  $\Delta w$  — вариация,  $w_0$  — среднее значение параметра, соответственно.

МК могут быть использованы в качестве элементной базы для разработки различных функциональных устройств для обработки сигналов в СВЧ-диапазоне радиоволн: резонаторов, ответвителей, линий задержки, фильтров, фазовращателей и т.д. Теоретически и экспериментально наиболее хорошо изучены 1D-МК (вариация параметров среды или геометрических размеров вдоль одного из направлений) на основе волноводов постоянной ширины с характерными поперечными размерами 2–3 mm и с малой величиной модуляции  $\xi < 0.1$ . В таких МК распространение волн можно считать одномодовым и рассеяние волн на неоднородностях происходит без возбуждения высших мод. Для теоретического исследования подобных МК широко применяются методы на основе одноволнового приближения: метод связанных волн [7], метод матрицы передачи [4], метод плоских волн [8] и т.д.

Миниатюризация элементной базы и создание интегральных схем для систем обработки информации вызывает необходимость перехода в область микронных и субмикронных пространственных масштабов МК с одновременным уменьшением длины распространяющихся волн. В этой области пространственных масштабов основным типом волноведущей структуры для создания 1D-МК являются волноводы на основе пленок пермаллоя. МК на основе волноводов с периодическим изменением ширины экспериментально и теоретически изучались в ряде работ [4,9]. Для этого типа МК величина  $\xi$ определяет относительную глубину модуляции ширины волновода. При малых значениях модуляции  $\xi < 0.1$ для анализа таких структур можно также использовать одноволновое приближение. Однако, даже в этом случае возбуждение и распространение волн в поперечно ограниченных МК является существенно многомодовым, спектр поперечных волновых чисел квантуется и в дисперсионных характеристиках  $\omega(k)$  волн появляются ветви соответствующие так называемым ширинным модам. С уменьшением ширины волновода  $w_0$  и при фиксированной частоте  $\omega$  межмодовое расстояние  $\Delta k$ по волновым числам между вствями увеличивается. В регулярных волноводах эти моды распространяются независимо, однако в волноводах с модуляцией ширины увеличение глубины модуляции ξ может приводить к связи ширинных мод рассеивающихся на неоднородных границах волновода. При большой величине модуляции  $\xi$  ( $\xi > 0.1$ ) необходимо учитывать межмодовое взаимодействие распространяющихся волн в формирование запрещенных зон [10].

Тонкие пленки железо-иттриевого граната (ЖИГ), по сравнению с пермаллоем, обладают существенно меньшими параметрами диссипации и широко используются для создания МК и управляемых устройств спинтроники и магноники [1,4,8]. При уменьшении поперечных размеров регулярных волноводов на основе ЖИГ до сотен микрон характер распространения волн также имеет существенно многомодовый характер. Представляет интерес изучение особенностей формирования запрещенных зон в МК на основе ЖИГ-волноводов с периодической модуляцией ширины и пространственного распределения интенсивности спин-волновых возбуждений на различных частотах. Магнонные кристаллы на основе волноводов как правило представляют собой соединение регулярной и периодической волноведущих структур обладающих различными спектрами собственных волн, причем возбуждение волн осуществляется микрополосковыми антеннами расположенными в регулярном волноволе.

В настоящей работе исследуется нерегулярный ЖИГволновод, который представляет собой две секции, соединенные ЖИГ-волноводом с линейно меняющейся шириной. Первая секция представляет собой широкий волновод, в области которого происходит возбуждение спиновых волн микрополосковой антенной. Вторая секция — это МК на основе узкого волновода с периодической модуляцией ширины. Волновод с изменяющейся шириной выступает в качестве согласующего элемента [11] и может быть использован для управления модовым составом спиновых волн распространяющихся в области МК [12,13].

Экспериментальное измерение пространственного распределения амплитуд волн можно проводить различными методами, например, СВЧ-зондами. Однако, с уменьшением геометрических размеров волноводов (менее  $500 \,\mu$ m), пространственное разрешение зондовых методов становится недостаточным. В настоящее время для исследования пространственных и временных характеристик волн в волноводах микронных и субмикронных размеров, широко используется метод бриллюэновского

рассеивания света на магнитных возбуждениях в ферромагнитных структурах (BLS) [14]. В настоящей работе представлены результаты исследования методом BLS особенностей формирования запрещенных зон и многомодового распространения магнитостатических волн в 1D-MK в различных частотных областях.

## 2. Экспериментальное и численное исследования

Для создания ΜК использовалась монокристаллическая пленка ЖИГ  $[Y_3Fe_2(FeO_4)_3(111)]$ толщиной  $d = 10 \,\mu m$ , намагниченностью насыщения  $4\pi M_0 = 1350 \,\mathrm{G}$ , выращенная на галлий-гадолиниевом основании толщиной 500 µm. На поверхности пленки ЖИГ методом лазерного скрайбирования [15] был создан нерегулярный волновод магнитостатических волн путем соединения двух регулярных волноводов шириной  $2000\,\mu{\rm m}$  и  $w_0 = 353\,\mu{\rm m}$  через участок волновода с линейным изменением ширины (рис. 1). В узком волноводе аналогичным способом был создан 1D МК с периодической последовательностью вырезов прямоугольной формы на его краях и геометрическими размерами, показанными на вставке к рис. 1. Общая длина нерегулярного волновода составляла 6 mm, длина узкого волновода с МК — 5 mm. Для возбуждения магнитостатических волн (МСВ) использовались микрополосковые антенны спиновых волн шириной 30 µm и длиной 3 mm. Входная антенна располагалась в широкой части нерегулярного волновода на расстоянии 1.5 mm от плоскости, соответствующей началу периодической структуры в узком волноводе. Выходная антенна располагалась в узкой части волновода на расстоянии  $h = 5 \,\mathrm{mm}$  от входной антенны. Волновод с МК помещался во внешнее однородное магнитное поле величиной  $H_0 = 440$  Oe, ориентированное в плоскости волновода вдоль оси антенн. В нерегулярном волноводе с МК возбуждались поверхностные МСВ.



**Рис. 1.** Нерегулярный волновод с периодически изменяющейся шириной (1D MK), на вставке — фотография фрагмента структуры с размерами  $a = 60 \,\mu$ m,  $b = 60 \,\mu$ m,  $L = 122 \,\mu$ m,  $w_0 = 353 \,\mu$ m.



**Рис. 2.** Дисперсионные характеристики МСВ (*a*) построенные по экспериментальным данным (черная кривая) и с помощью численного моделирования (красная кривая). Частотный коэффициент передачи  $S_{21}$  (*b*). Точками отмечены характерные частоты, где проводились измерения  $f_1 = 2.519$ ,  $f_2 = 2.55$ ,  $f_3 = 2.608$  GHz. *c* — пространственно-частотное распределение интенсивности I(y, f) МСВ в МК.

Измерение элементов матрицы рассеяния МК (S-параметры) в СВЧ-диапазоне радиоволн проводилось векторным анализатором цепей (VNA). На рис. 2 представлены результаты измерения S-параметров (черная кривая) МК при входной мощности СВЧ-сигнала  $P_{in} = -30 \text{ dB}$  для исключения влияния трех-магнонных процессов распада спиновых волн. Дисперсионная характеристика МСВ (рис. 2, *a*) находилась по измеренной величине фазового набега  $\varphi(f)$  МСВ между микрополосковыми антеннами из соотношения  $k(f) = \varphi(f)/h$ .

Было проведено микромагнитное моделирование в программе MuMax3 [16] на основе численного решения уравнения Ландау–Лифшица–Гильберта:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma [\mathbf{H}_{\text{eff}} \times \mathbf{M}] + \frac{\alpha}{M_s} \left[ \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right],$$

которое описывает прецессию магнитного момента М в эффективном магнитном поле  $H_{\text{eff}} = H_0 + H_{\text{demag}}$  $+H_{\rm ex}+H_a$ , где  $H_0$  — внешнее магнитное поле, *H*<sub>demag</sub> — поле размагничивания, *H*<sub>ex</sub> — обменное поле, На — поле анизотропии. При этом поле анизотропии ЖИГ не учитывалось. Для уменьшения отражений сигнала от границ расчетной области были введены области с увеличивающимся в геометрической прогрессии коэффициентом затухания  $\alpha = 10^{-5} - 1$  на границах волноведущей структуры [17]. Для создания структуры в качестве магнитного микроволновода использовались тонкие пленки ЖИГ с намагниченностью насыщения  $4\pi M_s = 1750 \,\text{G}$ . Безразмерный параметр диссипации полагался равным  $\alpha = 10^{-5}$ , а обменная жесткость  $A_{\rm ex} = 3 \cdot 10^{-7}$  erg/cm. Исследуемая структура может быть представлена в виде волноведущей системы, представляющая собой магнитную полоску промодулированную по ширине, образующую спин-волновой канал помещенный во внешнее однородное магнитное поле  $H_0 = 440$  Ое направленное вдоль оси x (рис. 1, a).

Был проведен расчет значений динамической намагниченности  $m_z(x, y, t)$ , при этом входной сигнал переменного магнитного поля, создаваемого микрополоском с током, задавался в виде  $b_z(t) = b_0 \sin c (2\pi f_c t)$ , где  $f_c = 10$  GHz,  $b_0 = 10$  mOe. Динамическая намагниченность записывались с шагом  $\delta t = 75$  fs в течении времени T = 300 ns. Далее, используя двойное Фурье преобразование, были построены дисперсионные характеристики MCB (рис. 2, *a* (красная кривая)), которые качественно совпадают с экспериментальными результатами.

На рис. 2, b представлены результаты измерения модуля частотного коэффициента передачи  $S_{21}(f)$ .

На зависимости  $S_{21}(f)$  можно выделить три характерные частотные области с различными уровнями ослабления — 50 dB находится вблизи начала спектра МСВ с волновыми числами  $k \sim 100 \text{ cm}^{-1}$ . Область III с центральной частотой  $f_3 = 2.608 \text{ GHz}$ , уровнем ослабления — 60 dB соответствуют МСВ с волновыми числам  $k \sim 240 \text{ cm}^{-1}$ . Области I и III разделены областью II, где МСВ распространяются со сравнительно малым ослаблением ( $S_{21} \simeq 30 \text{ dB}$ ). Из экспериментально измеренной дисперсионной характеристики МК следует, что область III соответствуют МСВ с волновыми числами близкими к величине волнового числа  $k_{\rm B}$  первой брэгтовской запрещенной зоны  $k \sim k_{\rm B} = \pi/L = 257 \text{ cm}^{-1}$ .

Механизм возникновения зоны режекции МСВ в области I обусловлен многомодовым составом распространяющейся МСВ. Методом BLS было проведено исследование пространственного распределения интенсивности МСВ в МК на различных частотах при возбуждении структуры импульсным СВЧ-сигналами длительностью  $\tau = 200$  пs, периодом повторения  $T_i = 1.5 \,\mu$ s, различной мощности. Сканирование исследуемого нерегулярного волновода проводилось с различным пространственным разрешением  $\Delta y \Delta z = 0.05 \times 0.03$  mm. Интенсивность рассеянного света на спиновых волнах определяется выражением  $I(y, z, t) \propto |m(y, z, t)|^2$ , где m(y, z, t) -амплитуда МСВ.

На рис. 2, с показано пространственно-частотное распределение интегральной интенсивности

$$I(f, y) = \int_{0}^{I_i} \int_{0}^{w_0} I(f, y, z, t) dz dt / I_0(f),$$

где  $I_0(f)$  — интегральная интенсивность, измеренная в сечении  $y_{\rm mc} = 0$  (mc — magnonic crystal) на заданной частоте f. Отметим, что началу МК в узком волноводе соответствует координата  $y_{\rm Mc} = 0.25$  mm. На рис. 2, c наблюдаются две частотные области с сильным пространственным затуханием МСВ, причем положение этих областей на оси частот соответствуют областям I, III на рис. 2, b. Формирование запрещенных зон при этом происходит на расстоянии порядка 1 mm от начала МК, на котором укладывается около 10 периодов структуры. Таким образом, происходит пространственное формирование запрещенных зон за счет рассеивания МСВ на периодических краях волновода.

Пространственное распределение спиновых волн в МК характеризуется интегральной интенсивностью

$$I(y,z) = \int_{0}^{T} I(y,z,t) dt.$$

Распределение I(y, z) показало, что на всех частотах в регулярной части узкого волновода до начала МК  $(y < y_{\rm MC})$  распространяются моды МСВ с поперечным распределением амплитуд по закону  $\sin(n\pi z/w_0)$ , n = 1, 3, ... Основной вклад в формирование картины пространственного распределения интенсивности спиновых волн вносят моды с n = 1 и n = 3. В рассматриваемом волноводе реализуется многомодовый режим возбуждения и распространения МСВ в МК [18].

На рис. З представлены пространственные распределения интегральной интенсивности I(y, z) МСВ, измеренные на частотах  $f_1, f_2, f_3$ . На этом же рисунке (правый столбец) показаны поперечные распределения интенсивности в широкой и узкой части волновода (в сечении y = 0.7 mm и y = 0.76 mm соответственно).

На всех частотах в области МК формируется регулярная пространственная картина распределения интенсивности МСВ за счет суперпозиции падающих и рассеянных на краях МК мод с различными модовыми индексами *n*. Распределение интенсивности практически симметрично относительно продольной оси МК, т.е. *n* принимает нечетные значения. Стоит отметить, что с помощью изменения ширины волноведущей структуры становится возможным управлять модовым составом



**Рис. 3.** Пространственное распределение I(y, z) МСВ в МК на различных частотах входного СВЧ-сигнала:  $f_1(a)$ ,  $f_2(b)$ ,  $f_3(c)$  и поперечные распределения I(z) в широкой (y = 0.7 mm, пунктирная линия) и узкой частях волновода (0.76 mm, сплошная линия).

распространяющихся МСВ: нарушение осевой симметрии структуры приводит к формированию четных ширинных мод, если же осевая симметрия сохраняется при изменении ширины пленочного волновода, то модовый состав распространяющихся МСВ не изменяется.

Для оценки межмодового взаимодействия в рассматриваемом магнонно-кристаллическом микроволноводе была использована модель сочленения двух полубесконечных волноведущих секций ферритовых микроволноводов различной ширины ( $w_1$  и  $w_2$ ). Задача дифракции спиновых волн на стыке двух полубесконечных волноводов рассмотрена в электродинамическом приближении в работе [19]. Дисперсия первой и третьей ширинных мод для ферритовых микроволноводов ширины  $w_1 = 353 \,\mathrm{mkm}$  и  $w_2 = 233 \,\mathrm{mkm}$  показаны на рис. 4, где схематически изображены профили распределения интенсивности спиновой волны поперек микроволноводов. При изменении параметра модуляции ширины волноводов  $\delta = \frac{w_1 - w_2}{w_1}$  будет меняться степень связи первой моды волновода шириной  $w_1$  с первыми тремя модами микроволновода шириной  $w_2$ . В работе [20] показано, что ширина запрещенной зоны в периодических структурах в приближении малости индекса  $\delta \ll 1$  пропорциональна величине индекса модуляции параметра периодичности. Следовательно, рост индекса модуляции приводит к увеличению ширины запрещенных зон. Однако для наблюдения запрещенных зон для волн с различными индексами необходимо чтобы вол-



**Рис. 4.** Дисперсии первой и третьей ширинных мод для ферритовых микроволноводов шириной  $w_1 = 353 \,\mu\text{m}$  и  $w_2 = 233 \,\mu\text{m}$  (a). Результат расчета динамической намагниченности на расстоянии 1.2 mm от входной антенны в виде карт пространственного распределения компоненты намагниченности  $m_z$  (b), интенсивности I(y, z) (c) и экспериментальная карта распределения интегральной интенсивности I(y, z) MCB (d).

новоды имели достаточно малую ширину. Тогда спектр собственных мод будет достаточно разряжен и условия брэгговского отражения для каждой собственной моды будут выполняться на сильно различающихся частотах. При любой величине индекса модуляции эффективная связь уменьшается с увеличением индекса моды п. С ростом индекса модуляции в случае возбуждения фундаментальной моды в секции шириной  $w_1$  будет наблюдаться уменьшение связи с первой модой и рост связи со второй и третьей модами в секции шириной  $w_2$ . В экспериментально исследуемом волноводе индекс модуляции ширины имеет величину порядка  $\delta = 0.33$  при этом наблюдается достаточно эффективная межмодовая связь магнитостатических волн. Распространяющиеся высшие моды также рассеиваются на стыках волноводов различных сечений формируя запрещенные зоны в дисперсионных ветвях соответствующих мод. Для доказательства данного эффекта было проведено микромагнитное моделирование, при котором сигнал возбуждался на левой границе структуры с пространственным профилем, соответствующим первой ширинной моде микроволновода шириной  $w_1$ . На рис. 4, *b*, *c* показан результат расчета динамической намагниченности на расстоянии 1.2 мм от входной антенны в виде карт пространственного распределения компоненты намагниченности  $m_z$  и интенсивности  $I = \sqrt{m_z^2 + m_y^2}$ . Для сравнения с экспериментальными измерениями на рис. 4, *d* приведена область карты распределения интегральной интенсивности I(y, z) МСВ. Количество максимумов в микромагнитном и экспериментальном исследовании в узкой секции совпадает, что подтверждает наблюдаемое в эксперименте межмодовое взаимодействие.

## 3. Заключение

С помощью метода бриллюэновской спектроскопии магнитных материалов были исследованы особенности многомодового распространения МСВ в нерегулярном ЖИГ волноводе с периодически модулированой шириной, сформированного из пленки ЖИГ методом лазерного скрайбирования. Показано, что с помощью изменения ширины волноведущей структуры становится возможным управлять как модовым составом распространяющихся МСВ: нарушение осевой симметрии структуры приводит к формированию четных ширинных мод, если же осевая симметрия сохраняется при изменении ширины пленочного волновода, то модовый состав распространяющихся МСВ не изменяется. На экспериментально полученных пространственно-частотных распределениях интенсивности было показано существование запрещенных зон. Запрещенная зона в низкочастотной области формируется за счет межмодового взаимодействия МСВ и отражений от периодических неоднородностей на границах. Высокочастотная соответствует брэгговской запрещенной зоне магнонного кристалла со слабой периодической модуляцией границы. Распространение СВЧ-импульса в 1D МК на частотах между запрещенными зонами сопровождалось возбуждением локализованных мод МСВ на краях структуры. Данные эффекты необходимо учитывать при построении математических моделей данного типа 1D-МК и изготовлении частотно-селективных устройств на их основе.

#### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки России в рамках выполнения государственного задания (проект № FSRR-2020-0005).

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### Список литературы

- A.V. Sadovnikov, A.A. Grachev, S.E. Sheshukova, S.A. Nikitov, J.-Y. Duquesne, M. Marangolo. J. Phys.: Condens. Matter 33, 413001 (2021)
- [2] B. Obry, P. Pirro, Th. Bracher, A. Chumak, J. Osten, F. Ciubotaru. Appl. Phys. Lett. 102, 202403 (2013).
- [3] С.А. Никитов, А.Р. Сафин, Д.В. Калябин, А.В. Садовников, Е.Н. Бегинин, М.В. Логунов, М.А. Морозова, С.А. Одинцов, С.А. Осокин, А.Ю. Шараевская, Ю.П. Шараевский, А.И. Кирилюк. УФН **190**, 1009 (2020).
- [4] A.V. Chumak, A.A. Serga, M.P. Kostylev, R.L. Stamps, H. Schultheiss, K. Vogt, S.J. Hermsdoerfer, B. Laegel, P.A. Beck, B. Hillebrands. Appl. Phys. Lett. 95, 262508 (2009).
- [5] M. Arikan, Y. Au, G. Vasile, S. Ingvarsson, V.V. Kruglyak. J. Phys. D 46, 135003 (2013).
- [6] V.V. Kruglyak, P.S. Keatley, A. Neudert, R.J. Hicken, J.R. Childress, J.A. Katine. Phys. Rev. Lett. 104, 027201 (2010).
- [7] M.A. Morozova, S.A. Nikitov, Yu.P. Sharaevskii, S.E. Sheshukova. Acta Phys. Polon. A 121, 1173 (2012).
- [8] M. Krawczyk, H. Puszkarski. Phys. Rev. B 77, 054437 (2008).
- [9] F. Ciubotaru, A.V. Chumak, N.Yu. Grigoryeva, A.A. Serga, B. Hillebrands. J. Phys. D 45, 255002 (2012).
- [10] K.-S. Lee, D.-S. Han, S.-K. Kim. Phys. Rev. Lett. 102, 127202 (2009).
- [11] V.E. Demidov, M.P. Kostylev, K. Rott, J. Münchenberger, G. Reiss, S.O. Demokritov. Appl. Phys. Lett. 99, 082507 (2011).
- [12] E.N. Beginin, A.V. Sadovnikov, Yu.P. Sharaevsky, S.A. Nikitov. Solid State Phenomena 215, 389 (2014).
- [13] Е.Н. Бегинин, А.В. Садовников, Ю.П. Шараевский, С.А. Никитов. Изв. РАН. Сер. физ. 77, 1735 (2013).
- [14] V.E. Demidov, J. Jersch, S.O. Demokritov, K. Rott, P. Krzysteczko, G. Reiss. Phys. Rev. B 79, 054417 (2009).
- [15] E.N. Beginin, A.V. Sadovnikov, Yu.P. Sharaevsky, S.A. Nikitov. Solid State Phenomena 215, 389 (2014).
- [16] A. Vansteenkiste, J. Leliaert, M. Dvornik, M. Helsen, F. Garcia-Sanchez, B. Van Waeyenberge. AIP Advances 4, 107133 (2014).
- [17] G. Venkat, H. Fangohr. JMMM 450, 34 (2018).
- [18] S.O. Demokritov, B. Hillebrands, A.N. Slavin. Phys. Rep. 348, 441 (2001).
- [19] Л.А. Вайнштейн. Электромагнитные волны. Радио и связь, М. (1988). 440 с.
- [20] А.Д. Григорьев. Электродинамика и микроволновая техника. 2-е изд. Лань, СПб (2007). 704 с.

Редактор Ю.Э. Китаев