

# Разогрев электронов сильным продольным электрическим полем в квантовых ямах

© Л.Е. Воробьев, С.Н. Данилов, В.Л. Зерова<sup>†</sup>, Д.А. Фирсов

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет,  
195251 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 22 октября 2002 г. Принята к печати 11 ноября 2002 г.)

Исследованы процессы разогрева электронов сильным продольным электрическим полем и рассеяния энергии неравновесных электронов на полярных оптических фононах в прямоугольных квантовых ямах GaAs/AlGaAs. Предложена простая модель расчета скорости рассеяния энергии электронов на неравновесных оптических фононах. Рассмотрены результаты некоторых экспериментов по разогреву носителей заряда в квантовых ямах и показано, что учет неравновесных оптических фононов значительно улучшает согласие теоретических и экспериментальных данных.

## 1. Введение

Внутризонные переходы электронов в квантовых ямах (КЯ) в последние годы интенсивно исследуются. Это связано с возможностью создания на их основе новых оптоэлектронных приборов. Однако исследованию процессов разогрева носителей заряда в КЯ продольным электрическим полем (лежащим в плоскости слоя) посвящено относительно мало работ. В большинстве случаев изучается разогрев электронов при оптической накачке [1]. Имеется также ряд теоретических и экспериментальных работ по исследованию транспорта электронов в сверхрешетках в поперечном электрическом поле [2–5].

В данной работе исследуется разогрев электронов сильным продольным электрическим полем и рассеяние энергии неравновесных носителей заряда в КЯ. Процессы рассеяния энергии на оптических и акустических фононах, в том числе с учетом эффекта накопления фононов, изучались как в объемных полупроводниках [1,6–8], так и в квантовых ямах (см., например, [9,10]). В частности, установлено, что эффект накопления фононов приводит к уменьшению скорости рассеяния энергии [11], а также к изменению динамических свойств неравновесных носителей заряда. Модели расчета процессов электрон-фононного взаимодействия дают удовлетворительное согласие с экспериментальными данными. Большинство теоретических моделей учитывают рассеяние на оптических и акустических фононах, квантование фононного спектра, эффект накопления фононов, экранирование.

Цель настоящей работы — рассмотрение результатов некоторых экспериментов по разогреву носителей заряда в квантовых ямах и исследование влияния неравновесных оптических фононов на скорость рассеяния их энергии. Предложена простая модель расчета скорости рассеяния энергии электронов на неравновесных оптических фононах. Показано, что учет неравновесных оптических фононов значительно улучшает согласие теоретических и экспериментальных данных.

## 2. Расчет времени релаксации и скорости рассеяния энергии на полярных оптических фононах с учетом и без учета эффекта накопления фононов

Проведем расчет скорости потерь энергии горячими электронами в КЯ. В полярных полупроводниках горячие носители заряда передают энергию кристаллической решетке, главным образом, при рассеянии на длинноволновых поляризационных оптических (ПО) фононах [12]. В этом случае скорость потерь энергии одним электроном с волновым вектором  $\mathbf{k}$  в плоскости квантовой ямы определяется разностью вероятностей процессов поглощения и испускания фонона [12]:

$$d\mathcal{E}(\mathbf{k})/dt = \hbar\omega_0[w_a(\mathbf{k}) - w_e(\mathbf{k})], \quad (1)$$

где  $\omega_0$  — частота оптического фонона,  $w_a(\mathbf{k})$  и  $w_e(\mathbf{k})$  — вероятности поглощения и испускания фононов при внутриволновом переходе электрона из состояния с волновым вектором  $\mathbf{k}$ . Будем предполагать, что рассеяние энергии происходит в основном в пределах нижней подзоны размерного квантования бесконечно глубокой КЯ. Это хорошее приближение, поскольку во всех рассматриваемых далее экспериментах энергетическое расстояние между подзонами большое, и квантовые ямы можно считать бесконечно глубокими.

Плавная огибающая волновой функции электрона в нижней подзоне  $\Psi(x, y, z)$  представляет собой произведение плоской волны на волновую функцию  $\psi(z)$ , описывающую движение в поперечном направлении (вдоль оси роста структуры  $Oz$ ):

$$\Psi(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{S}} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}_\perp)\psi(z), \quad \psi(z) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right),$$

$$\mathbf{r}_\perp = (x, y), \quad \mathbf{k} = (k_x, k_y), \quad (2)$$

где  $S$  — площадь квантово-размерного слоя,  $L$  — ширина КЯ,  $\mathbf{r}_\perp$  — радиус-вектор электрона в плоскости КЯ.

<sup>†</sup> E-mail: VZerova@rphf.spbstu.ru

Электроны с начальным волновым вектором  $\mathbf{k}_i$  при испускании или поглощении фононов со всеми возможными значениями  $\mathbf{q}$  переходят в конечные состояния  $\mathbf{k}_j = \mathbf{k}_i \mp \mathbf{q}_\perp$ , где верхний знак соответствует испусканию, нижний — поглощению фонона. Выражения для вероятностей испускания  $w_e^{i \rightarrow j}(\mathbf{k}_i)$  и поглощения  $w_a^{i \rightarrow j}(\mathbf{k}_i)$  при таком переходе записываются в следующем виде:

$$w_{a,e}^{i \rightarrow j}(\mathbf{k}_i) = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}_j} |H_{a,e}^{LO}|^2 f(\mathbf{k}_i) \{1 - f(\mathbf{k}_j)\} \times \delta[\mathcal{E}(\mathbf{k}_j) - \mathcal{E}(\mathbf{k}_i) \pm \hbar\omega_0], \quad (3)$$

где  $H_{a,e}^{LO}$  — матричный элемент электрон-фононного взаимодействия,  $f(\mathbf{k}_{i,j})$  — значение функции распределения в состоянии  $\mathbf{k}_{i,j}$ . В (3) учтена возможность частичного заполнения конечных состояний электрона после рассеяния.

Некоторые модели расчета процессов электрон-фононного взаимодействия учитывают квантование фононного спектра [13–15]. Однако установлено, что квантование энергетического спектра фононов в гетероструктурах на основе GaAs слабо изменяет скорость рассеяния энергии электронов [16]. Поэтому в настоящей работе при расчете рассеяния квантование фононов не учитывалось.

Будем считать, что фононный спектр в гетероструктуре такой же, как и в объемном полупроводнике. Матричный элемент рассеяния электронов в пределах нижней подзоны в двумерных системах на потенциале, создаваемом трехмерными длинноволновыми ПО фононами, построенный на волновых функциях (2), имеет вид [17]

$$H_{a,e}^{LO} = -i \frac{\sqrt{2\pi} e \sqrt{\hbar\omega_0} (\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1})^{1/2}}{\sqrt{V} \sqrt{q_\perp^2 + q_z^2}} G_{ij}(q_z) \times \sqrt{N_q + \frac{1}{2} \mp \frac{1}{2} \delta_{\mathbf{k}_j, \mathbf{k}_i \pm \mathbf{q}_\perp}}, \quad (4)$$

где верхний знак относится к процессам поглощения фонона, нижний — к процессам испускания,  $e$  — заряд электрона,  $V$  — объем кристалла,  $\varepsilon_\infty$ ,  $\varepsilon_0$  — высокочастотная и низкочастотная диэлектрические проницаемости полярного полупроводника. Интеграл  $G_{ij}(q_z)$  включает перекрытие волновых функций начального  $\psi_i(z)$  и конечного  $\psi_j(z)$  состояний электрона:

$$G_{ij}(q_z) = \frac{2}{L} \int_0^L \left[ \sin\left(\frac{\pi}{L} z\right) \right]^2 e^{\pm i q_z z} dz. \quad (5)$$

Существуют приближенные методы расчета интеграла (5). Например, в приближении сохранения импульса (МСА — momentum conservation approximation) [18] интеграл (5) аппроксимируется  $\delta$ -функцией. Однако это приближение не всегда оказывается точным.

Для исключения ошибки, возникающей при расчетах внутриволнового рассеяния в узких квантовых ямах методом МСА, будем пользоваться методом расчета, предложенным в работе [17]. Заменяем в (3) суммирование по  $\mathbf{k}_j$  на суммирование по  $\mathbf{q}$  в соответствии с законом сохранения импульса. Далее, для вычисления вероятностей рассеяния (3) заменим суммирование по  $\mathbf{q}$  двойным интегрированием — по  $\mathbf{q}_\perp$  в плоскости квантово-размерного слоя и по  $q_z$  в поперечном направлении:

$$\sum_{\mathbf{q}} F(\mathbf{q}) \rightarrow \int_{q_z=-\infty}^{q_z=+\infty} \frac{dq_z L}{2\pi} \int_{q_{\perp,\min}}^{q_{\perp,\max}} \int_{\theta=0}^{\pi} F(\mathbf{q}_\perp) \frac{2q_\perp dq_\perp d\theta \cdot S}{(2\pi)^2}, \quad (6)$$

где  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{q}_\perp$ . Пределы интегрирования по  $q_\perp$  для испускания ( $q_{\perp,\min,\max}^e$ ) и поглощения ( $q_{\perp,\min,\max}^a$ ) определяются из закона сохранения энергии:

$$q_{\perp,\min,\max}^e = k_i \mp \sqrt{k_i^2 - 2m\omega_0/\hbar};$$

$$q_{\perp,\min,\max}^a = \sqrt{k_i^2 + 2m\omega_0/\hbar} \mp k_i, \quad (7)$$

$m$  — эффективная масса электрона. Пределы интегрирования по  $q_z$  определяются границами зоны Бриллюэна: от  $-\pi/a$  до  $+\pi/a$ , где  $a$  — постоянная решетки. Так как  $a \ll L$ , то эти пределы можно считать бесконечными: от  $-\infty$  до  $+\infty$ . Волновой вектор электрона в направлении  $z$  определен с точностью до  $\pi/L$ , поэтому и волновой вектор фонона в направлении  $z$  определен с этой же точностью.

Используя (4)–(7) для расчета вероятностей (3), получаем, что вероятности электрон-фононного рассеяния определяются многократным интегралом, в котором переменные интегрирования ( $z$ ,  $q_z$ ,  $q_\perp$ ,  $k_i$  и  $\theta$ ) не разделяются. Обозначим через  $I_{ij}(q_\perp)$  интеграл по  $q_z$ :

$$I_{ij}(q_\perp) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq_z}{q_\perp^2 + q_z^2} |G_{ij}(q_z)|^2$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dq_z}{q_\perp^2 + q_z^2} \left| \frac{2}{L} \int_0^L \left[ \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \right]^2 e^{\mp i q_z z} dz \right|^2. \quad (8)$$

В случае прямоугольной бесконечно глубокой КЯ  $I_{ij}(q_\perp)$  удастся вычислить аналитически:

$$I_{ij}(q_\perp) = \pi L \left\{ \frac{2}{(q_\perp L)^2} + \frac{1}{(q_\perp L)^2 + 4\pi^2} - \frac{32\pi^4 [1 - \exp(-q_\perp L)]}{(q_\perp L)^3 [(q_\perp L)^3 + 4\pi^2]^2} \right\}. \quad (9)$$

Интегрирование по углу  $\theta$  также может быть проведено аналитически — с помощью  $\delta$ -функции. Функции  $f(\mathbf{k}_i)$  и  $f(\mathbf{k}_i \pm \mathbf{q}_\perp)$  можно считать симметричными частями функции распределения электронов, тогда  $f(\mathbf{k}_i) = f(\mathcal{E}_{\mathbf{k}_i})$ ,  $f(\mathbf{k}_i \pm \mathbf{q}_\perp) = f(\mathcal{E}_{\mathbf{k}_i} \pm \hbar\omega_0)$  и

функции распределения не содержат зависимости от угла  $\theta$ . При интегрировании по  $\theta$  удобно преобразовать  $d\theta \rightarrow d \cos \theta / \sin \theta = d \cos \theta / \sqrt{1 - \cos^2 \theta}$ . Тогда интегрирование по  $\cos \theta$  дает

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} d\theta \cdot \delta \left( \frac{\hbar^2 q_{\perp}^2}{2m} \mp \frac{\hbar^2 k_i q_{\perp}}{m} \cos \theta \pm \hbar \omega_0 \right) \\ &= 2 \int_{-1}^1 \frac{d(\cos \theta)}{\sqrt{1 - \cos^2 \theta}} \delta \left( \frac{\hbar^2 q_{\perp}^2}{2m} \mp \frac{\hbar^2 k_i q_{\perp}}{m} \cos \theta \pm \hbar \omega_0 \right) \\ &= \frac{2m}{\hbar^2 k_i q_{\perp}} \frac{1}{\sqrt{1 - (m\omega_0 / \hbar k_i q_{\perp} \pm q_{\perp} / 2k_i)^2}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где верхний знак соответствует процессу испускания, а нижний — процессу поглощения фонона.

От интегрирования по волновым векторам удобно перейти к интегрированию по соответствующим им энергиям:  $\mathcal{E}_{k_i} = \hbar^2 k_i^2 / 2m$  и  $\mathcal{E}_{q_{\perp}} = \hbar^2 q_{\perp}^2 / 2m$ . Тогда, учитывая (9) и (10), для вероятностей испускания и поглощения фонона электроном с энергией  $\mathcal{E}_{k_i}$  получим

$$\begin{aligned} w_e^{i \rightarrow j}(\mathcal{E}_{k_i}) &= \frac{e^2 \omega_0 m (\varepsilon_{\infty}^{-1} - \varepsilon_0^{-1})}{2\pi \hbar^2 k_i} \\ &\times \int_{q_{\perp, \min}^a}^{q_{\perp, \max}^a} dq_{\perp} I_{ij}(q_{\perp}) \left[ 1 - \left( \frac{m\omega_0}{\hbar k_i q_{\perp}} + \frac{q_{\perp}}{2k_i} \right)^2 \right]^{-1/2} \\ &\times f(\mathcal{E}_{k_i}) [1 - f(\mathcal{E}_{k_i} - \hbar \omega_0)] (N_q + 1); \\ w_a^{i \rightarrow j}(\mathcal{E}_{k_i}) &= \frac{e^2 \omega_0 m (\varepsilon_{\infty}^{-1} - \varepsilon_0^{-1})}{2\pi \hbar^2 k_i} \\ &\times \int_{q_{\perp, \min}^a}^{q_{\perp, \max}^a} dq_{\perp} I_{ij}(q_{\perp}) \left[ 1 - \left( \frac{m\omega_0}{\hbar k_i q_{\perp}} - \frac{q_{\perp}}{2k_i} \right)^2 \right]^{-1/2} \\ &\times f(\mathcal{E}_{k_i}) [1 - f(\mathcal{E}_{k_i} + \hbar \omega_0)] N_q. \end{aligned} \quad (11)$$

Значение полной вероятности рассеяния на равновесных полярных оптических фононах получается при численном интегрировании по  $k_i$  выражений (11) с равновесной функцией распределения фононов  $N_q = N_{q0}$ , где

$$N_{q0} = \left[ \exp \left( \frac{\hbar \omega_0}{k_B T} \right) - 1 \right]^{-1}, \quad (12)$$

$k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура решетки. Величина, обратная найденной полной вероятности рассеяния, определяет время релаксации.

Скорость потерь энергии электроном с волновым вектором  $\mathbf{k}$  определяется выражением (1) с использованием (11). Для получения средней скорости рас-

сеяния энергии достаточно усреднить разность вероятностей (11) по ансамблю электронов:

$$\left\langle \frac{d\mathcal{E}}{dt} \right\rangle = \frac{\int (d\mathcal{E}/dt) k_i dk_i}{\int f(k_i) k_i dk_i}. \quad (13)$$

Для учета эффекта накопления фононов введем ненулевое время жизни оптических фононов  $\tau_q$ . Будем считать его не зависящим от волнового вектора фонона. Неравновесная функция распределения фононов тогда может быть записана в следующем виде:

$$N_q = N_{q0} + N_{qN} \approx N_{q0} + \frac{dN_q}{dt} \tau_q, \quad (14)$$

где  $N_{qN}$  — неравновесная часть функции распределения фононов,  $dN_q/dt$  — скорость изменения числа фононов с волновым вектором фонона  $\mathbf{q}$ :

$$\begin{aligned} \frac{dN_q}{dt} &= \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}_i} |H_e^{LO}|^2 f(\mathbf{k}_i + \mathbf{q}_{\perp}) [1 - f(\mathbf{k}_i)] \\ &\times \delta[\mathcal{E}(\mathbf{k}_i + \mathbf{q}_{\perp}) - \mathcal{E}(\mathbf{k}_i) - \hbar \omega_0] \\ &- \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}_i} |H_a^{LO}|^2 f(\mathbf{k}_i) [1 - f(\mathbf{k}_i + \mathbf{q}_{\perp})] \\ &\times \delta[\mathcal{E}(\mathbf{k}_i) - \mathcal{E}(\mathbf{k}_i + \mathbf{q}_{\perp}) + \hbar \omega_0]. \end{aligned} \quad (15)$$

Матричные элементы  $H_e^{LO}$  и  $H_a^{LO}$ , входящие в (15), содержат неравновесную функцию распределения фононов  $N_q$ . Используем для нее соотношение (14). Это означает, что  $dN_q/dt$  присутствует в обеих частях равенства (15), т.е. выражение (15) является уравнением для нахождения  $dN_q/dt$ . Обозначим в (15) множители, не зависящие от  $dN_q/dt$ , через  $F_a(q_{\perp})$  и  $F_e(q_{\perp})$  соответственно для поглощения и испускания. Тогда уравнение для  $dN_q/dt$  запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dN_q(q_{\perp})}{dt} &= F_e(q_{\perp}) \left( N_{q0} + \frac{dN_q(q_{\perp})}{dt} \tau_q + 1 \right) \\ &- F_a(q_{\perp}) \left( N_{q0} + \frac{dN_q(q_{\perp})}{dt} \tau_q \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\frac{dN_q(q_{\perp})}{dt} = \frac{F_e(q_{\perp})(N_{q0} + 1) - F_a(q_{\perp})(N_{q0})}{1 - \tau_q [F_e(q_{\perp}) - F_a(q_{\perp})]}. \quad (17)$$

Функции  $F_a(q_{\perp})$  и  $F_e(q_{\perp})$  содержат все операции интегрирования и интересующую нас зависимость от волнового вектора фонона. Для их расчета заменим суммирование по  $\mathbf{k}_i$  на интегрирование, затем от волновых векторов  $\mathbf{k}_i$  и  $\mathbf{q}_{\perp}$  перейдем к энергиям. После интегрирования по  $q_z$  и  $z$  аналогично (9), а также по углу  $\theta$  с помощью  $\delta$ -функции, функции  $F_a(q_{\perp})$  и  $F_e(q_{\perp})$

будут иметь вид

$$F_e(q_\perp) = \frac{\sqrt{2} e^2 \omega_0 m^{3/2} L (\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1}) I_{ij}(q_\perp)}{\hbar^3} \times \int_{(\hbar\omega_0 + \varepsilon_{q_\perp})^2 / 4 \varepsilon_{q_\perp}}^{\infty} \frac{f(\varepsilon_{k_i} + \hbar\omega_0) [1 - f(\varepsilon_{k_i})]}{\sqrt{\varepsilon_{k_i} - \frac{1}{4} (\hbar\omega_0 / \sqrt{\varepsilon_{q_\perp}} + \sqrt{\varepsilon_{q_\perp}})^2}} d\varepsilon_{k_i},$$

$$F_a(q_\perp) = \frac{\sqrt{2} e^2 \omega_0 m^{3/2} L (\varepsilon_\infty^{-1} - \varepsilon_0^{-1}) I_{ij}(q_\perp)}{\hbar^3} \times \int_{(\hbar\omega_0 - \varepsilon_{q_\perp})^2 / 4 \varepsilon_{q_\perp}}^{\infty} \frac{f(\varepsilon_{k_i}) [1 - f(\varepsilon_{k_i} + \hbar\omega_0)]}{\sqrt{\varepsilon_{k_i} - \frac{1}{4} (\hbar\omega_0 / \sqrt{\varepsilon_{q_\perp}} - \sqrt{\varepsilon_{q_\perp}})^2}} d\varepsilon_{k_i}, \quad (18)$$

Определив из (17) и (18)  $dN_q(q_\perp)/dt$ , можно найти усредненную скорость рассеяния энергии в расчете на один электрон с учетом неравновесных фононов:

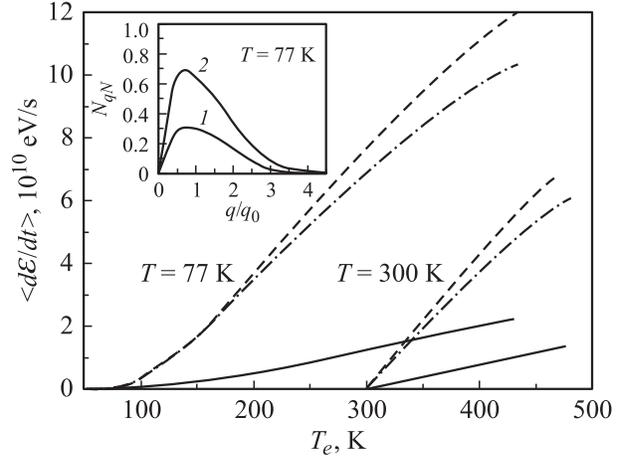
$$\left\langle \frac{d\varepsilon}{dt} \right\rangle = \frac{\hbar\omega_0}{n_s} \int_{q_\perp=0}^{\infty} \int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{q_\perp dq_\perp d\theta}{(2\pi)^2} \frac{dN_q(q_\perp)}{dt}, \quad (19)$$

где  $n_s$  — поверхностная концентрация электронов.

Оценим возможное уменьшение найденной скорости рассеяния энергии вследствие эффектов экранирования фононов двумерным электронным газом. Для этого достаточно умножить индуцированный потенциал на множитель  $\varepsilon_\infty / (\varepsilon_\infty + q_d/q_\perp)$ , где  $q_d$  — обратная длина экранирования [19]. Этот множитель содержит отношение  $q_d/q_\perp$  в первой степени, в отличие от случая объемного полупроводника, где величина экранирования определяется квадратом данного отношения. Это означает, что двумерный электронный газ экранирует фононы слабее, чем трехмерный. Для КЯ GaAs толщиной 5–10 нм с уровнем легирования  $n_s = 1 \cdot 10^{11} - 5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  при температурах  $T = 100 - 300 \text{ К}$  множитель, учитывающий экранирование, составляет 0.8–0.95, т.е. близок к единице. Таким образом, в КЯ с подобными параметрами процессы экранирования оказывают незначительное влияние на величину скорости рассеяния энергии.

### 3. Результаты и их обсуждение

Рассмотрим гетероструктуру с КЯ GaAs/AlGaAs шириной  $L = 6 \text{ нм}$  и уровнем легирования  $5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$ . В этих условиях функцию распределения электронов можно считать фермиевской вследствие сильного электрон-электронного рассеяния. Таким образом, для описания электронного газа в условиях его разогрева электрическим полем можно ввести температуру горя-



**Рис. 1.** Скорость рассеяния энергии двумерными электронами при взаимодействии с полярными оптическими фононами в квантовой яме GaAs/AlGaAs (ширина  $L = 6 \text{ нм}$ , поверхностная концентрация  $n_s = 3 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$ ) в расчете на один электрон без учета накопления фононов (штриховые кривые) и с учетом этого явления при  $\tau_q = 7 \cdot 10^{-12} \text{ с}$  (сплошные кривые) для двух температур решетки. Штрихпунктирные кривые —  $\langle d\varepsilon/dt \rangle$  для объемного полупроводника GaAs без учета неравновесных фононов. На вставке — неравновесная часть функции распределения полярных оптических фононов в зависимости от приведенного волнового вектора для этой же КЯ при  $T = 77 \text{ К}$ ; параметр  $q_0 = \sqrt{2m\hbar\omega_0}/\hbar$ ; электронная температура  $T_e$ : 1 — 300 К, 2 — 500 К.

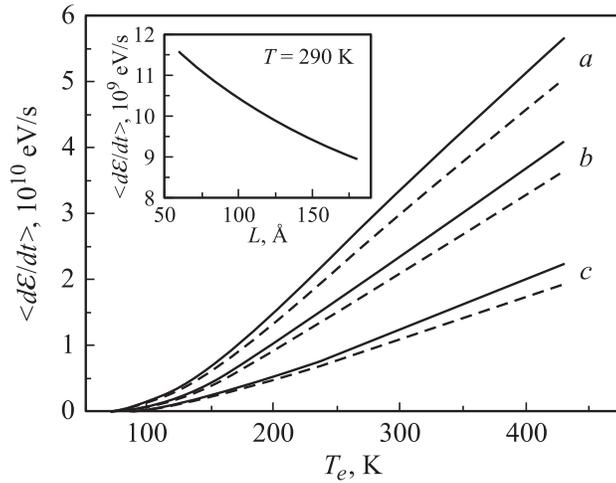
чих электронов  $T_e$  как параметр в функции распределения Ферми:

$$f(\mathbf{k}_i) = \left[ \exp\left(\frac{\varepsilon_{k_i} - \varepsilon_F}{k_B T_e}\right) + 1 \right]^{-1}, \quad (20)$$

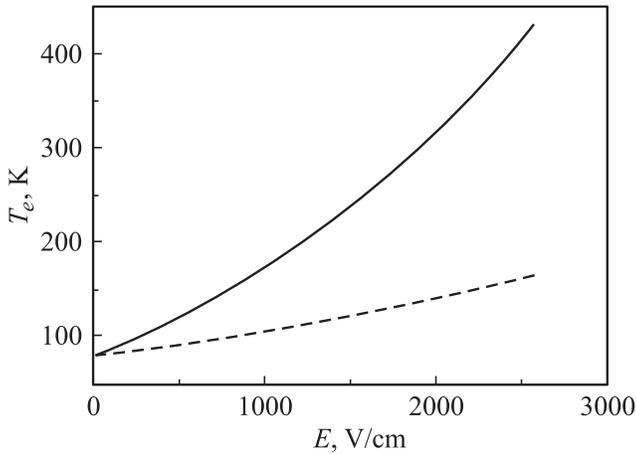
где  $\varepsilon_F$  — уровень химического потенциала.

Время жизни неравновесных оптических фононов  $\tau_q$  в GaAs, найденное из сопоставления экспериментальных и теоретических исследований скорости рассеяния энергии для объемных полупроводников, составляет  $7 \cdot 10^{-12} \text{ с}$  [20].

Результат расчета скорости рассеяния энергии в предложенной выше модели представлен на рис. 1 для двух температур решетки. Штриховые кривые соответствуют рассеянию на равновесных ПО фононах, сплошные кривые учитывают эффект накопления фононов при  $\tau_q = 7 \cdot 10^{-12} \text{ с}$ . В отсутствие электрического поля, когда температура электронов  $T_e$  равна температуре решетки  $T$ , количество поглощенных и испущенных электронами фононов одинаково и  $\langle d\varepsilon/dt \rangle = 0$ . При приложении электрического поля увеличивается средняя энергия электронов, соответственно в стационарных условиях плавно возрастает и скорость рассеяния энергии. Ход зависимостей  $\langle d\varepsilon/dt \rangle$  в двумерных системах от  $T_e$  аналогичен случаю объемного полупроводника, показанного на рис. 1 штрихпунктирной линией.



**Рис. 2.** Скорость рассеяния энергии двумерными электронами (в расчете на один электрон) с учетом накопления полярных оптических фононов при времени жизни фононов  $\tau_q = 7 \cdot 10^{-12}$  с в квантовых ямах GaAs/AlGaAs с концентрациями  $n_s = 0.5 \cdot 10^{11}$  (a),  $1 \cdot 10^{11}$  (b),  $3 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$  (c). Сплошные кривые — КЯ шириной  $L = 10$  нм, штриховые — КЯ шириной  $L = 6$  нм. На вставке — зависимость скорости рассеяния энергии от ширины КЯ при  $T = 77$  К,  $T_e = 290$  К,  $n_s = 3 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ .



**Рис. 3.** Зависимость электронной температуры от электрического поля с учетом (сплошная линия) и без учета (штриховая линия) эффекта накопления полярных оптических фононов при температуре решетки  $T = 77$  К. Ширина КЯ GaAs/Al $_{0.24}$ Ga $_{0.76}$ As  $L = 6$  нм, поверхностная концентрация  $n_s = 3 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ .

Эффект накопления фононов уменьшает  $\langle d\mathcal{E}/dt \rangle$  вследствие резкого увеличения количества актов поглощения накопившихся неравновесных фононов. На вставке к рис. 1 показаны зависимости неравновесной части функции распределения фононов  $N_{qN} = (dN_q/dt)\tau_q$  от приведенного волнового вектора фонона, рассчитанные по (17) при температуре решетки  $T = 77$  К для двух значений электронной температуры  $T_e$ . Максимум этой

функции примерно соответствует значению волнового вектора фонона  $q_0$ , равному по величине волновому вектору электрона с энергией, близкой к  $\hbar\omega_0$ :  $q_0 = \sqrt{2m\hbar\omega_0}/\hbar$ . При увеличении электронной температуры, как видно из рисунка, количество неравновесных фононов резко возрастает. По абсолютной величине неравновесная часть функции распределения фононов при высоких электронных температурах оказывается близка к единице, поэтому влияние неравновесных фононов на процессы рассеяния энергии электронов при их разогреве в сильном электрическом поле оказывается существенным. При времени жизни фононов  $\tau_q = 7 \cdot 10^{-12}$  с значение скорости рассеяния энергии в 5–6 раз меньше, чем без учета неравновесных фононов.

Влияние уровня легирования и ширины КЯ на среднюю скорость рассеяния энергии с учетом накопления полярных оптических фононов показано на рис. 2. Увеличение концентрации электронов приводит к ослаблению рассеяния энергии в расчете на один электрон при фиксированном значении электрического поля. Кроме того, увеличение концентрации электронов ведет к большему заполнению конечных состояний для процессов испускания фононов, что уменьшает величину  $\langle d\mathcal{E}/dt \rangle$ . Зависимость  $\langle d\mathcal{E}/dt \rangle$  от ширины КЯ следует из выражения (9) работы [17] и является слабой.

Зная зависимость скорости рассеяния энергии от температуры электронов, можно определить электронную температуру, соответствующую заданной величине продольного электрического поля. Для определения зависимости электронной температуры от величины продольного электрического поля было решено уравнение баланса мощности [21]:

$$e\mu_e E^2 = \langle d\mathcal{E}/dt \rangle, \quad (21)$$

где  $\mu_e$  — подвижность электронов,  $E$  — приложенное электрическое поле. Подвижность электронов в продольном электрическом поле экспериментально исследовалась в работе [22] в структуре с прямоугольными КЯ GaAs/Al $_{0.22}$ Ga $_{0.78}$ As шириной  $L = 6$  нм с концентрацией свободных электронов  $n_s = 3 \cdot 10^{11}$  см $^{-2}$ . Найденное значение подвижности электронов слабо зависело как от величины электрического поля, так и от температуры. Поэтому в настоящей работе для структуры с аналогичными параметрами было использовано найденное в [22] среднее значение подвижности  $\mu_e = 3400$  см $^2$ /В·с, не зависящее от величины продольного электрического поля. На рис. 3 приведены зависимости электронной температуры от электрического поля с учетом и без учета эффекта накопления ПО фононов, полученные путем решения уравнения (21). Видно, что эффект накопления фононов приводит к существенному увеличению  $T_e$ .

#### 4. Использование предложенной модели расчетов для объяснения результатов некоторых экспериментов

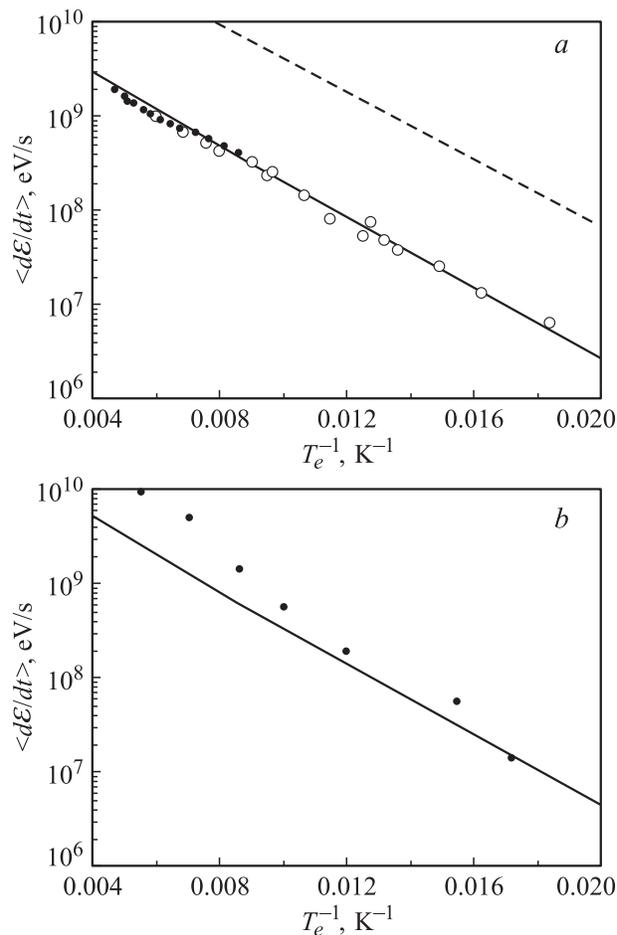
Расчеты скорости рассеяния энергии в рамках предложенной модели хорошо описывают экспериментальные результаты, полученные разными авторами. Рассмотрим некоторые из них.

1) В работе [11] зависимость скорости рассеяния энергии от температуры горячих электронов получена по спектрам фотолюминесценции (см. экспериментальные точки на рис. 4, *a*). Эксперимент проведен при температуре  $T = 4.2$  К на образце с КЯ GaAs/AlGaAs шириной  $L = 6.5$  нм и концентрацией электронов  $n_s = 1.42 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup>. Расчеты в рамках предложенной в настоящей статье модели показали, что учет неравновесных фононов значительно улучшает согласие теоретических и экспериментальных данных.

2) На рис. 4, *b* приведены экспериментальные данные работы [23] для более широких КЯ GaAs/AlGaAs, полученные путем прямых измерений скорости потерь энергии. Эти измерения были выполнены с помощью комбинации оптических и электрических методов: одновременно измерялись спектры люминесценции, по которым определялась температура носителей, и вольт-амперные характеристики, по которым независимо находилась мощность, приходящаяся на один носитель. Толщина слоя КЯ в исследуемой в [23] структуре составляла  $L = 25.8$  нм, концентрация электронов  $n_s = 3.9 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup>, температура  $T = 1.8$  К. Для этого случая расчет, проведенный в настоящей работе с учетом неравновесных фононов, также удовлетворительно описывает экспериментальные результаты.

3) Рассмотрим роль учета неравновесных фононов при объяснении модуляции межподзонного поглощения дальнего инфракрасного излучения в сильном продольном электрическом поле. Модуляция коэффициента поглощения  $\alpha$  экспериментально исследовалась в [22] в структуре с КЯ GaAs/Al<sub>1-x</sub>Ga<sub>x</sub>As, селективно легированной в барьерах. Параметры КЯ подобраны таким образом, чтобы изучать модуляцию на коротковолновом склоне пика межподзонного поглощения излучения CO<sub>2</sub>-лазера. Разогрев электронов продольным электрическим полем приводит к увеличению энергетического расстояния между двумя уровнями размерного квантования. В результате пик межподзонного поглощения сдвигается в коротковолновую область по сравнению со случаем отсутствия поля, и коэффициент поглощения на длине волны излучения CO<sub>2</sub>-лазера возрастает.

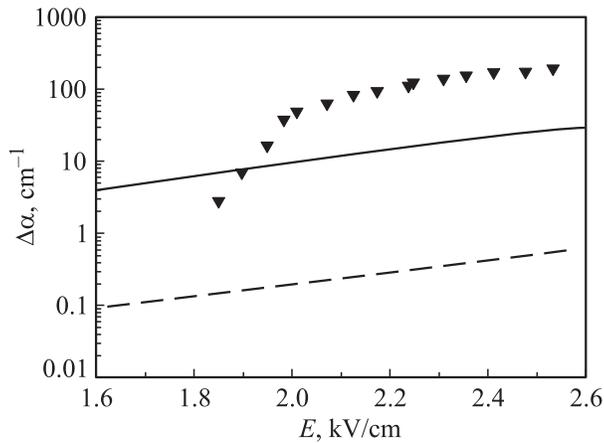
Энергетическое расстояние между уровнями изменится по следующей причине. Пространственный заряд, возникающий вследствие селективного легирования средней области барьеров структуры, искажает вид потенциала и приводит к появлению неглубокой КЯ в области барьера. В сильном продольном электрическом



**Рис. 4.** Скорость рассеяния энергии горячими электронами в квантовых ямах. Точки — экспериментальные данные: *a* — из работы [11], *b* — из работы [23]. Сплошные и штриховые линии — расчет в рамках предложенной в настоящей работе модели соответственно с учетом и без учета неравновесных фононов.

поле электроны разогреваются и переходят из нижней подзоны в верхнюю, перераспределяясь в пространстве между основной глубокой КЯ GaAs/AlGaAs и мелкой КЯ в области барьера. Электроны, попавшие в область барьера, компенсируют заряд легирующей примеси. В результате глубина КЯ в области барьера уменьшается, соответственно повышается энергия верхнего уровня.

В настоящей работе изменение профиля потенциала и зонного спектра исследуемого образца в зависимости от величины приложенного электрического поля найдено при самосогласованном решении уравнений Шредингера и Пуассона. Температура электронов, соответствующая каждому значению электрического поля, определена путем решения уравнения баланса мощности (21). При этом расчет скорости рассеяния энергии проведен с учетом неравновесных ПО фононов. Найденное значение электронной температуры как параметра в функции распределения электронов позволило определить долю электронов, компенсирующих заряд легирующей приме-



**Рис. 5.** Изменение коэффициента межподзонного поглощения на длине волны  $\lambda = 10.6$  мкм в зависимости от величины продольного электрического поля при  $T = 77$  К. Точки — эксперимент [22]; сплошная и штриховая линии — расчет в рамках предложенной в настоящей работе модели с учетом и без учета неравновесных фононов соответственно.

си в барьере. Уравнение Пуассона позволило связать изменение заряда легирующей примеси с изменением глубины КЯ в области барьера, а соответствующие новому виду потенциала уровни энергии определялись из уравнения Шредингера. Таким образом, найдена величина сдвига верхнего уровня, а следовательно, и пика межподзонного поглощения как функция приложенного электрического поля. Приближение максимума пика поглощения (сдвиг пика) к частоте  $\text{CO}_2$ -лазера означает увеличение коэффициента поглощения на данной частоте.

Экспериментальная и теоретическая зависимости изменения коэффициента поглощения света  $\Delta\alpha$  от величины приложенного электрического поля  $E$  показаны на рис. 5. Для сравнения изображены результаты расчета для случаев рассеяния электронов на равновесных и на неравновесных ПО фононах. Видно, что учет неравновесных фононов при расчете сдвига пика поглощения приближает расчетную кривую к экспериментальным значениям.

## 5. Заключение

В данной работе проведено исследование влияния эффекта накопления полярных оптических фононов на скорость рассеяния энергии горячих электронов в квантовых ямах. Предложенная простая модель расчета скорости рассеяния энергии с учетом неравновесных фононов хорошо описывает экспериментальные данные, полученные разными авторами. Установлено, что учет неравновесных оптических фононов в теоретических расчетах значительно улучшает соответствие результатов теоретических и экспериментальных исследований

скорости рассеяния энергии, позволяет точнее определять электронную температуру.

Работа поддержана грантами Министерства науки, Министерства высшего образования, INTAS.

## Список литературы

- [1] J. Shah. In: *Spectroscopy of nonequilibrium electrons and phonons*, ed. by C.V. Shank, B.P. Zakharchenya [Ser. *Modern problems in condensed matter sciences*, ed. by V.M. Agranovich, A.A. Maradudin (Elsevier Science, Netherlands, 1992) v. 35, p. 57].
- [2] H.T. Grahn, J. Kastrup, K. Ploog, L. Bonilla, J. Galan, M. Kindelan, M. Moscoso. *Jap. J. Appl. Phys.*, **34**, 4526 (1995).
- [3] J. Kastrup, R. Klann, H.T. Grahn, K. Ploog, L. Bonilla, J. Galan, M. Kindelan, M. Moscoso, R. Merlin. *Phys. Rev. B*, **52**, 13761 (1995).
- [4] L.L. Bonilla. In: *Nonlinear Dynamics and Pattern Formation in Semiconductors*, ed. by F.-J. Niedernostheide (Springer, Berlin, 1995) chap. 1.
- [5] E. Shomburg, A.A. Ignatov, J. Grenzer, K.F. Renk, D.G. Pavel'ev, Yu. Koschurinov, B. Ja. Melzer, S. Ivanov, S. Schaposchnikov, P.S. Kop'ev. *Appl. Phys. Lett.*, **68**, 1096 (1996).
- [6] L.E. Vorobjev, V.I. Stafeev, A.V. Shturbin. *Phys. St. Sol. (b)*, **53**, 47 (1972).
- [7] Л.Е. Воробьев, Ф.И. Осокин, В.И. Стафеев, А.В. Штурбин. *ФТП*, **8**, 1281 (1974).
- [8] Л.Е. Воробьев. *ФТП*, **8**, 1291 (1974).
- [9] K. Hess, G.J. Iafrate. In: *Hot-Electron Transport in Semiconductors*, ed. by L. Reggiani (Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 1985) chap. 7.
- [10] B.K. Ridley. In: *Hot Carriers in Semiconductor Nanostructures: Physics and Applications*, ed. by J. Shah. (Academic Press Inc., USA, 1992) chap. 2.
- [11] R. Gupta, N. Balcan, B.K. Ridley. *Semicond. Sci. Technol.*, **7**, B274 (1992).
- [12] Л.Е. Воробьев, С.Н. Данилов, Е.Л. Ивченко, М.Е. Левинштейн, Д.А. Фирсов, В.А. Шалыгин. *Кинетические и оптические явления в сильных электрических полях в полупроводниках и наноструктурах* (СПб., Наука, 2000).
- [13] B.K. Ridley. *Semicond. Sci. Technol.*, **4**, 1142 (1989).
- [14] R. Fuchs, K.L. Kleiwer. *Phys. Rev.*, **140**, A2076 (1965).
- [15] K. Huang, B. Zhu. *Phys. Rev. B*, **38**, 2183 (1988).
- [16] Ю. Пожела, К. Пожела, В. Юцене. *ФТП*, **34**, 1053 (2000).
- [17] В.Л. Гуревич, Д.А. Паршин, К.Э. Штенгель. *ФТТ*, **30**, 1466 (1988).
- [18] B.K. Ridley. *J. Phys. C: Sol. St. Phys.*, **15**, 5899 (1982).
- [19] V.V. Mitin, V.A. Kochelap, M.A. Stroschio. *Quantum heterostructures* (Cambridge, University Press, 1999) p. 242.
- [20] J.A. Kash, J.C. Tsang, J.M. Hvam. *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 2151 (1989).
- [21] *Горячие электроны в полупроводниках и наноструктурах*, под ред. Л.Е. Воробьева (СПб., Изд-во ГТУ, 1999) с. 5.
- [22] Л.Е. Воробьев, С.Н. Данилов, Е.А. Зибик, Ю.В. Кочегаров, Д.А. Фирсов, Е. Тове, В. Сан, А.А. Торопов, Т.В. Шубина. *ФТП*, **29**, 1136 (1995).
- [23] J. Shah. *Phys. Rev. B*, **54**, 2945 (1985).

Редактор Л.В. Шаронова

## Electron heating under strong longitudinal electric field in quantum wells

*L.E. Vorobjev, S.N. Danilov, V.L. Zerova, D.A. Firsov*

St. Petersburg State Polytechnical University,  
195251 St. Petersburg, Russia

**Abstract** The processes of electron heating by a strong longitudinal electric field and losses of hot electron energy on polar optical phonons in GaAs/AlGaAs quantum wells are investigated. The simple model of calculations of the energy scattering rate on nonequilibrium optical phonons is suggested. Some experimental results on the charge carrier heating in quantum wells are considered and it is shown that taking into account nonequilibrium optical phonons significantly improves agreement between theoretical and experimental results.