

Поляритонный резонанс в автомодуляции асимметричного состояния сверхизлучающего лазера

© Е.Р. Кочаровская¹, А.В. Мишин¹, Вл.В. Кочаровский^{1,2}, В.В. Кочаровский^{1,3}

¹ Институт прикладной физики Российской академии наук,
603950 Нижний Новгород, Россия

² Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
603950 Нижний Новгород, Россия

³ Кафедра физики и астрономии, Техасский A&M университет,
77843 Колледж Стейшен, Техас, США

E-mail: kalya@appl.sci-nnov.ru

Поступила в Редакцию 2 марта 2022 г.

В окончательной редакции 25 марта 2022 г.

Принята к публикации 25 марта 2022 г.

На основе численного решения полуклассических уравнений Максвелла–Блоха в одномерной модели сверхизлучающего лазера с низкодобротным симметричным резонатором Фабри–Перо проведен сравнительный анализ спектра поляритонных мод линеаризованной задачи и дискретного спектра квазимонохроматической генерации со слабой автомодуляцией в условиях спонтанного нарушения зеркальной симметрии полей встречных волн, инверсии населенностей и поляризации активной среды. Показано, что основные частоты резонансной автомодуляции установившегося асимметричного сверхизлучательного фазового состояния близки к частотам поляритонных мод, рассчитанных с использованием среднего уровня инверсии населенностей этого состояния и обладающих небольшими декрементами.

Ключевые слова: сверхизлучательный фазовый переход, поляритонные моды, гетеролазер, автомодуляция, дискретный спектр, низкодобротный резонатор.

DOI: 10.21883/FTP.2022.07.52755.10

1. Введение

В обычных лазерах с симметричными высокодобротными резонаторами Фабри–Перо, где время жизни фотонов велико по сравнению с временем жизни поляризации (оптических дипольных колебаний) активной среды, одномодовой генерации даже при наличии ее значительной автомодуляции отвечает симметричное распределение поля. В сверхизлучающих лазерах, где время жизни фотонов в резонаторе T_E много меньше времен релаксации инверсии населенностей и поляризации активной среды $T_{1,2}$, зеркальная симметрия также имеет место при небольших превышениях порога генерации: из противоположных торцов выходит в среднем одна и та же квазихаотическая последовательность импульсов коллективного спонтанного излучения, обладающих примерно одинаковыми непрерывными спектрами [1–4].

Однако, как показано в работах [1,2], существует достаточно широкая область значений параметров симметричного резонатора, активной среды и накачки, при которых встречные импульсы сверхизлучения в процессе перехода к установившейся генерации создают сильную локальную неоднородность инверсии населенностей и ее полуволновой решетки в форме пика, смещенного из центра к одному из торцов лазера. На этой решетке возникают дополнительные отражение и усиление встречных волн, биения которых оказываются согласованными с неоднородной структурой инверсии населенностей и поддерживают ее полуволновую решет-

ку. В результате спонтанно устанавливается режим с нарушенной зеркальной симметрией полей и возбуждений активной среды, так что интенсивности излучения из противоположных торцов сильно отличаются. Подобные режимы генерации еще не наблюдались, но ожидаются в различных, в том числе полупроводниковых, лазерах с достаточно слабым неоднородным уширением спектральной линии активных центров, роль которых могут играть, скажем, примеси, экситоны или даже электроны и дырки в сильно замагниченных квантовых ямах (см., например, [5–19]).

Предсказываемое явление, связанное с создаваемой биениями встречных волн решеткой инверсии населенностей уровней рабочего перехода, возможно для плотных активных сред со слабым неоднородным уширением спектральной линии, много меньшим спектральной ширины мод резонатора $2/T_E$ и меньшим однородного уширения спектральной линии $2/T_2$, которое в свою очередь должно быть много меньше так называемой кооперативной частоты инвертированной двухуровневой среды лазера:

$$\nu_c = \sqrt{\frac{2\pi d^2 \omega_0 N_0}{\epsilon_0 \hbar}}. \quad (1)$$

Здесь d — дипольный момент активных центров на частоте перехода ω_0 , N_0 — концентрация активных центров, в которых создается инверсия населенностей между двумя рабочими энергетическими уровнями, ϵ_0 — средняя (по резонатору и по частотам генерации) ди-

электрическая проницаемость матрицы активной среды, \hbar — постоянная Планка. Кооперативная частота определяет не только максимальный инкремент диссипативной неустойчивости поляритонов активной среды [5,19], но и характерный пространственный масштаб $B_c = c/v_c \sqrt{\epsilon_0}$ (кооперативную длину) их усиления и длины генерируемых импульсов сверхизлучения в пределе полностью инвертированных активных центров (c — скорость света в вакууме). Следует отметить, что известный сверхизлучательный переход Дике в ансамбле активных центров в отсутствие инверсии населенностей их уровней, в том числе обусловленный внешним когерентным полем встречных электромагнитных волн, и генерация так называемого поляритонного лазера при наличии нерезонансной накачки в различных полупроводниковых гетероструктурах исследовались лишь в достаточно высокочастотных резонаторах; возможность нарушения зеркальной симметрии состояний активной среды в такого рода задачах еще не рассматривалась (ср. [20–28]).

В настоящей работе основное внимание сосредоточено на исследовании дискретных компонент спектра квазимонохроматического асимметричного режима генерации со слабой автомодуляцией и их связи со спектром продольных поляритонных мод сверхизлучающего лазера. Имеются в виду поляритонные моды [1–5], для которых соответствующие частоты холодных мод резонатора Фабри–Перо отстроены от частоты двухуровневого перехода активной среды и порог генерации не достигается (в линеаризованной задаче) для рассматриваемого установившегося режима. Последний по существу определяется одной (центральной) резонансной модой, для которой порог генерации многократно превышен и реализуется сильно нелинейное, сверхизлучательное асимметричное состояние активной среды с самосогласованной решеткой инверсии населенностей, образованной биениями сильно неоднородных встречных волн, составляющих данную моду. При этом неоднородные распределения поля и поляризации однородной активной среды обязаны нелинейно-волновым коллективным эффектам и не допускают адекватного описания посредством горячих мод лазера в интересующем нас случае низкочастотного резонатора. Хотя рассматриваемые режимы сверхизлучающих лазеров еще не реализованы, прежде всего из-за проблем с непрерывной накачкой, в качестве примера возможной активной среды подобных полупроводниковых лазеров укажем ансамбли экситонов в многоямных гетероструктурах (см. [16,17]), где в принципе могут достигаться следующие характерные значения указанных выше параметров: $\omega_0 \sim 2 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, $d \sim 1\text{--}10 \text{ Д}$, $N_0 \sim 10^{16}\text{--}10^{19} \text{ см}^{-3}$, $\epsilon_0 \sim 10$, $v_c \sim 10^{12}\text{--}3 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, $T_1 \sim 10^{-10}\text{--}10^{-12} \text{ с}$, $T_2 \sim 10^{-11}\text{--}10^{-12} \text{ с}$, $T_E \sim 10^{-12}\text{--}10^{-13} \text{ с}$.

Расчеты проводились путем численного решения укороченных уравнений Максвелла–Блоха для одномерной двухуровневой модели активной среды с однородной непрерывной накачкой (разд. 2). В разд. 3 представлены

типичные осциллограммы полей и инверсии населенностей в рассматриваемом режиме генерации и обсуждаются спектры автомодуляции и асимметричные структуры реализующегося сверхизлучательного состояния — сильно нелинейного для основной поляритонной моды и слабо нелинейного для остальных поляритонных мод. В разд. 4 проведено сравнение отстроек частот центральной и двух соседних мод для спектра автомодуляции сверхизлучающего лазера и для спектра поляритонных мод линеаризованной задачи, а также сопоставление тех и других с частотами колебаний Раби в области пика решетки инверсии населенностей. Разд. 5 содержит заключительные замечания и выводы.

2. Уравнения Максвелла–Блоха для одномерной двухуровневой модели сверхизлучающего лазера с однородным уширением спектральной линии

Автомодуляция асимметричного сверхизлучательного фазового состояния моделировалась на основе полуклассических уравнений Максвелла–Блоха [1–5] для двухуровневой модели одномерного (вдоль координаты z) лазера в приближении медленных огибающих встречных волн электромагнитного поля $A_{\pm}(z, t)$ и поляризации (плотности оптических дипольных моментов) однородной активной среды $P_{\pm}(z, t)$:

$$\begin{aligned} E &= \text{Re} [A_+(z, t) \exp(ik_0z - i\omega_0t) \\ &\quad + A_-(z, t) \exp(-ik_0z - i\omega_0t)] / \sqrt{\epsilon_0}, \\ P &= \text{Re} [P_+(z, t) \exp(ik_0z - i\omega_0t) \\ &\quad + P_-(z, t) \exp(-ik_0z - i\omega_0t)] / \sqrt{\epsilon_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

а также плотности инверсии населенностей ее рабочих уровней, представленной в виде суммы плавной огибающей $n(z, t)$ и плавно неоднородной решетки $n_z(z, t)$ (с полуволновым пространственным периодом), созданной биениями встречных волн:

$$N = (n + \text{Im} [n_z \exp(2ik_0z)]) N_0. \quad (3)$$

Здесь обе характеристики инверсии, n (действительная) и n_z (комплексная), относятся к одному активному центру и по модулю ограничены единицей; $k_0 = \omega_0 c^{-1} \sqrt{\epsilon_0}$ — волновое число, отвечающее частоте ω_0 двухуровневого рабочего перехода.

Мы будем рассматривать автомодуляцию в ограниченной системе активных центров длиной B ($-B/2 \leq z \leq B/2$) и учитывать возможные когерентные незатухающие колебания Раби оптических дипольных моментов и инверсии населенностей уровней активных центров, имеющие характерную частоту

$$\omega_R = \frac{dA}{\hbar \sqrt{\epsilon_0}} \quad (4)$$

в резонансном поле с амплитудой $A/\sqrt{\varepsilon_0}$. Частотные и пространственные масштабы коллективных процессов определяются кооперативными частотой ν_c (1) и длиной B_c соответственно. Поэтому будем использовать следующие нормировки амплитуд встречных волн поля $\alpha_{\pm} = dA_{\pm}/(\hbar\nu_c\varepsilon_0)$ и поляризации $p_{\pm} = P_{\pm}/dN_0$, а также переменной времени $\tau = \nu_c t$ и пространственной координаты $\xi = z/B_c$. Тогда анализируемые уравнения Максвелла-Блоха записываются в виде [1]:

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \pm \frac{\partial}{\partial \xi} \right] \alpha_{\pm} &= i p_{\pm}, \\ \left[\frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_2 \right] p_{\pm} &= -i n \alpha_{\pm} \mp \frac{n_z^{1,*}}{2} \alpha_{\mp}, \\ \left[\frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_1 \right] (n - n_p) &= \text{Im} (\alpha_+^* p_+ + \alpha_-^* p_-), \\ \left[\frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_1 \right] n_z &= \alpha_-^* p_+ - \alpha_+ p_-^*, \end{aligned} \quad (5)$$

где символ $*$ обозначает комплексное сопряжение и во втором уравнении относится только к нижним знакам амплитуд волн. Здесь введены уровень накачки, $0 < n_p \leq 1$, и нормированные скорости некогерентной релаксации инверсии населенностей и поляризации активной среды $\Gamma_{1,2} = 1/(T_{1,2}\nu_c)$, тогда как скорость затухания поля холодных мод $\Gamma_E = 1/(T_E\nu_c)$ неявно задается указанными далее граничными условиями и возможными омическими потерями. Частота одной (центральной) моды резонатора Фабри-Перо для определенности выбрана совпадающей с частотой перехода двухуровневой среды ω_0 . Численное моделирование нестационарных установившихся решений уравнений Максвелла-Блоха проводилось с использованием модифицированного метода Рунге-Кутты 4-го порядка.

Уравнения решались с граничными условиями на зеркалах низкодобротного резонатора Фабри-Перо с коэффициентом отражения R , существенно меньшим единицы: $\alpha_{\mp}(\xi = \pm L/2) = R\alpha_{\pm}(\xi = \pm L/2)$, где введена нормированная длина $L = B/B_c$. В таком резонаторе холодные моды, определяемые при нулевой инверсии населенностей $N = 0$, являются симметричными суперпозициями двух неоднородных встречных волн с равными амплитудами и отвечают эквидистантному набору волновых чисел k_m :

$$\begin{aligned} (k_m - k_0)B_c &\equiv \kappa_m = (\pi m + i \ln R)/L, \\ m &= 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Скорость релаксации всех указанных мод одинакова: $\Gamma_E = -(\ln R)/L$, где учтено, что $\ln R < 0$. В качестве начальных условий использовались шумы поляризации активной среды, амплитуда которых для определенности выбиралась на уровне $p_0 = 0.001$. Пространственные структуры шумоподобной начальной поляризации, бравшиеся в виде набора нескольких синусоид со случайными фазами и волновыми числами, значительно влияли

только на время высвечивания первого импульса сверхизлучения (но не на дальнейший переходный процесс и установившийся режим генерации) и на первоначальное местоположение возникающего пика неоднородной решетки инверсии населенностей. Среднее положение последнего в переходном процессе постепенно смещалось, но в итоге всегда устанавливалось на одном и том же расстоянии от одного из зеркал резонатора (правого или левого с вероятностью 50%).

3. Асимметричные сверхизлучательные фазовые состояния и спектр их автомодуляции

В интересующем нас случае большого, многократного превышения порога генерации резонансной (центральной) моды в плотной среде активных центров, где

$$n_p \gg \Gamma_2 \Gamma_E, \quad (7)$$

процесс установления квазимонохроматического фазового состояния, существующего при $\Gamma_1 < \Gamma_2 \ll 1$, как правило, начинается с высвечивания ряда примерно симметричных встречных импульсов сверхизлучения. Их биения внутри активной среды порождают довольно случайные и медленно затухающие неоднородности пространственных распределений инверсии населенностей и поляризации. Благодаря этому имеют место нелинейное переотражение и неоднородное усиление волн электромагнитного поля, различные для встречных волн. Иными словами, идет асимметричный процесс разрушения первоначальных и создания новых пиков на профилях инверсии населенностей и ее решетки. Постепенно возникает устойчивая (хотя и нестационарная, квазипериодическая) асимметричная пространственная структура в виде одного узкого пика решетки инверсии населенностей, локализованного вблизи одного из торцов лазера, практически там же, где расположен пик общей инверсии населенности (см. пример на рис. 1, а).

В области указанных пиков амплитуды полей встречных волн примерно одинаковы и близки к своим минимальным значениям внутри лазера. При удалении от этой области амплитуды полей обеих встречных волн $|\alpha_{\pm}(\xi)|$ растут (хотя и существенно по-разному), а инверсия населенностей $n(\xi)$ убывает согласно известному нелинейному эффекту насыщения [29]. Это убывание столь значительно, что амплитуды поляризации обеих встречных волн $|p_{\pm}(\xi)|$, пропорциональные инверсии населенностей и соответствующим амплитудам полей, также оказываются убывающими при удалении от указанных пиков.

Таким образом, согласно многочисленным расчетам, при заданных параметрах лазера независимо от начальных условий устанавливаются одни и те же согласованные профили инверсии населенностей и ее

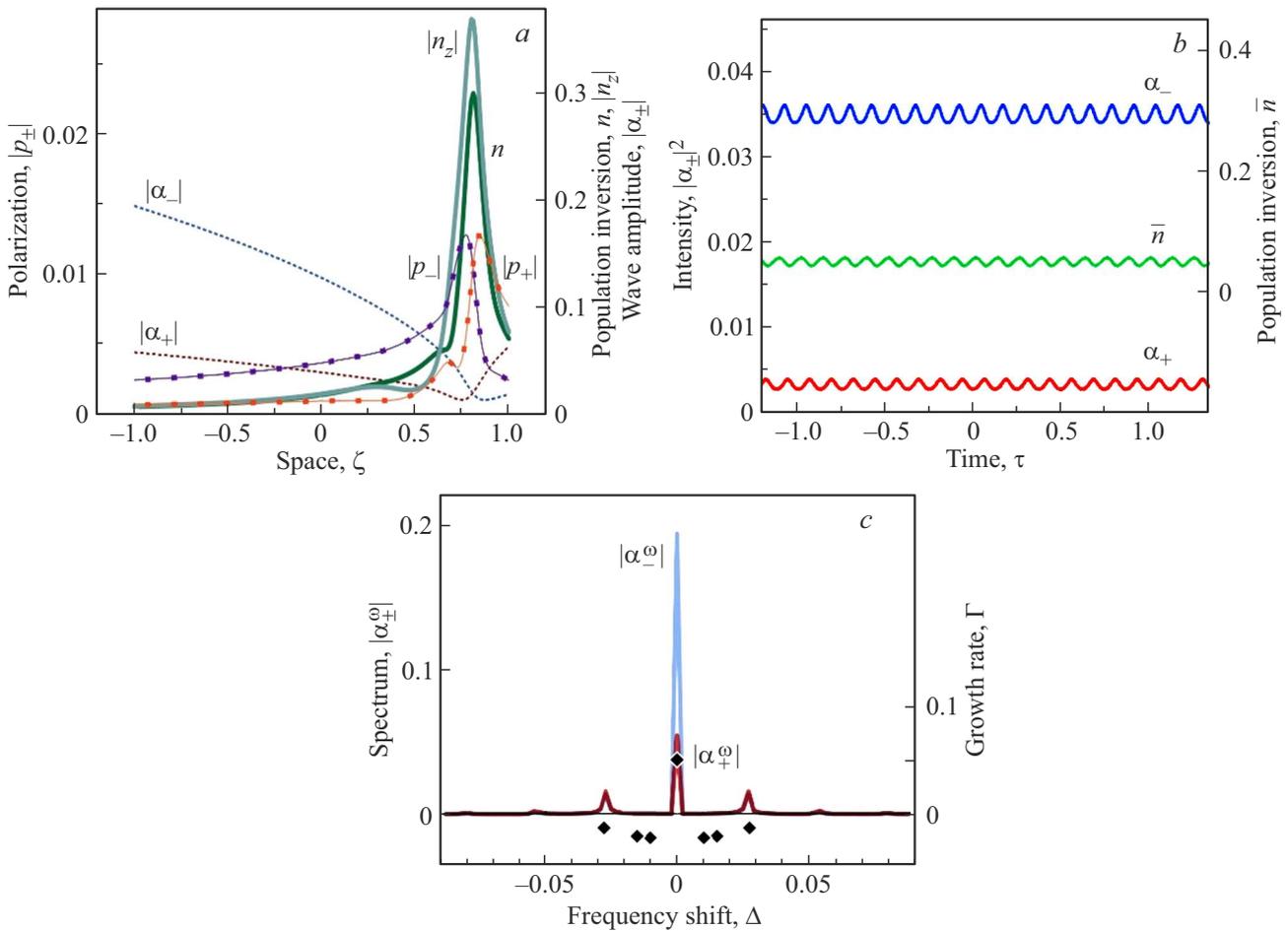


Рис. 1. Типичная установившаяся асимметричная квазимонохроматическая генерация сверхизлучающего лазера с симметричным резонатором Фабри–Перо. *a* — асимметричные пространственные профили амплитуд поля $|\alpha_{\pm}|$ и поляризации $|p_{\pm}|$ встречных волн, инверсии населенности n и амплитуды решетки инверсии населенностей $|n_z|$. *b* — осциллограммы интенсивности встречных волн $|\alpha_{\pm}|^2$ на противоположных торцах и усредненной по образцу инверсии населенностей \bar{n} . *c* — амплитудные спектры $|\alpha_{\pm}^{\omega}|$ полей на торцах лазера в зависимости от частоты отстройки $\Delta = (\omega - \omega_0)/\nu_c$. Точками показаны инкременты/декременты Γ поляритонных мод, вычисленные при однородной инверсии населенностей $n = 0.05$, равной ее среднему установившемуся значению $\langle \bar{n} \rangle$ в нелинейном режиме. Лазер имеет обезразмеренную длину $L = 2$, коэффициент отражения зеркал $R = 0.3$, уровень накачки $n_p = 1$, скорости релаксации поляризации $\Gamma_2 = 0.02$ и инверсии населенностей $\Gamma_1 = 0.01$ (нормированные на кооперативную частоту (1)). (Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи).

комплексной решетки, обуславливающие согласованные нелинейные усиление и обратное рассеяние встречных волн (рис. 1, *a*). Профили амплитуд последних являются асимметричными, т.е. в симметричном однородном лазере спонтанно нарушается зеркальная симметрия поля, и излучение из противоположных торцов оказывается тоже несимметричным (рис. 1, *b*). При этом, вообще говоря, пространственные структуры поля, поляризации, инверсии населенностей и ее решетки испытывают регулярные или нерегулярные осцилляции из-за непрерывающейся когерентной модуляции свойств активной среды и, в частности, амплитуды решетки инверсии населенностей под действием генерируемого поля.

Нестационарность деформации указанных структур наиболее заметна в области пиков инверсии населенностей и ее решетки, а также связанных и практиче-

ски совпадающих с ними максимумов поляризации и минимумов поля, локализованных на масштабе меньше или порядка кооперативной длины $B_c/\sqrt{n_{\max}}$ (рис. 1, *a*). Автомодаляция менее заметна в остальных частях лазера: большая часть активной среды квазистационарна, плавно неоднородна и слабо инвертирована. Расчеты, проведенные для различных параметров лазера, свидетельствуют о значительной автомодаляции подобных асимметричных сверхизлучательных состояний в очень широком диапазоне величин превышения порога лазерной генерации, $10 \neq n_p/(\Gamma_2\Gamma_E) \geq 300$.

В настоящей работе мы ограничимся анализом простейшего, но весьма показательного случая слабой автомодаляции (рис. 1, *b, c*), которая реализуется тогда, когда основная (резонансная, $m = 0$ в уравнении (6)) поляритонная мода, испытав асимметричную деформа-

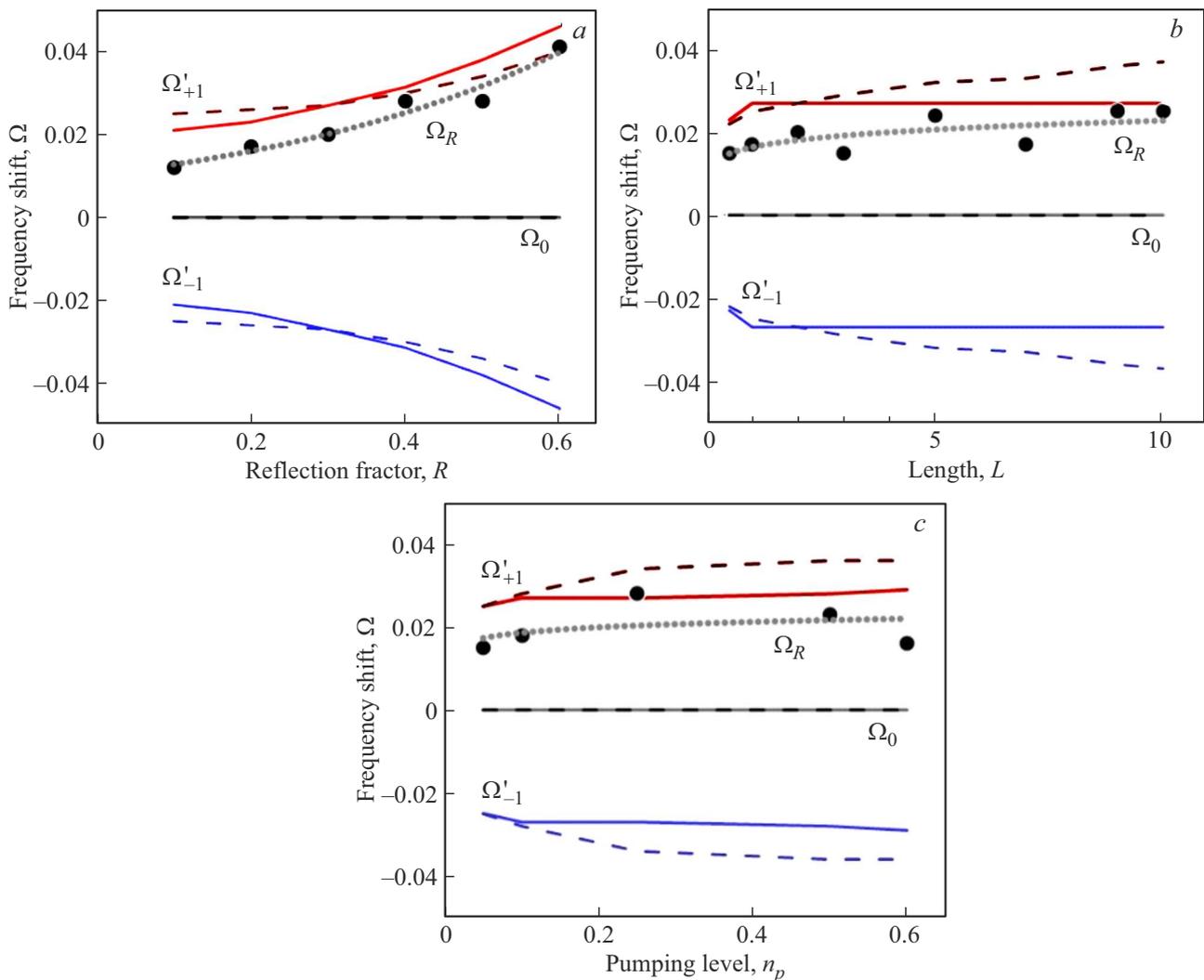


Рис. 2. Сравнение результатов расчетов с использованием нелинейных (сплошная линия — численное моделирование) и линеаризованных (штриховая линия — аналитическое решение (9)) уравнений Максвелла-Блоха для нормированных отстроек частоты $\Omega' = (Re\omega - \omega_0)/\nu_c$ центральной Ω'_0 и двух соседних $\Omega'_{\pm 1}$ поляритонных мод сверхизлучающего лазера от частоты рабочего перехода активных центров в зависимости от: *a* — коэффициента отражения зеркал R для $L = 2$, $n_p = 1$; *b* — длины резонатора L для $R = 0.3$, $n_p = 1$; *c* — уровня накачки n_p для $L = 12$, $R = 0.3$. Активная среда имеет времена релаксации поляризации $\Gamma_2 = 0.02$ и инверсии населенности $\Gamma_1 = 0.01$ (нормированные на кооперативную частоту (1)). Точки и аппроксимирующие их линии представляют соответствующие зависимости частоты колебаний Раби (4), вычисленной для одной из встречных волн в области пика решетки инверсии населенностей, где амплитуды поля встречных волн одинаковы.

цию, сильно истощает инверсию населенностей и подавляет сколько-нибудь существенную генерацию остальных поляритонных мод, за исключением двух соседних ($m = \pm 1$) с наибольшей отстройкой по частоте от центра спектральной линии¹, $\Omega_{\pm 1} = (\omega_{\pm 1} - \omega_0)/\nu_c$. Для этих двух мод, как будет пояснено в разд. 4, указанная отстройка близка к частоте Раби (4), вычисленной по значениям амплитуды электромагнитного поля $|\alpha_{\pm}|$ в окрестности пика решетки инверсии населенностей (см. рис. 2). Данное обстоятельство непосредственно связано с их нелинейным возбуждением в слабо усиливающей

¹ При сильной автомодуляции не исключено нелинейное возбуждение и других поляритонных мод.

среде, в которой установившаяся решетка инверсии населенностей не оказывает на эти моды заметного воздействия благодаря значительной волновой отстройке, т. е. отсутствию пространственного брэгговского резонанса, и практически не меняет их дисперсионные свойства (см. (6)). О слабых нелинейных эффектах свидетельствуют едва заметные пикчи в спектре лазерного излучения (рис. 1, *c*) на удвоенных частотных отстройках указанных поляритонных мод (квадратичная нелинейность). Представленные и другие многочисленные расчеты для иных параметров лазера показывают, что в отличие от центральной резонансной моды две соседние „боковые“ (нерезонансные) поляритонные моды имеют

одинаковые амплитуды полей на противоположных торцах $|\alpha_{\pm 1}(\xi = -L/2)| = |\alpha_{\pm 1}(\xi = L/2)|$, т.е. сохраняют зеркальную симметрию.

Частоты модуляции сверхизлучательного состояния по-разному зависят от тех или иных параметров лазера и накачки. Для иллюстрации эти зависимости (сплошные кривые на рис. 2) представлены для типичного набора лазерных параметров в тех областях их значений, в которых модуляция является не слишком сильной и асимметричное сверхизлучательное состояние хорошо определено. Так, при $n_p = 1$ и $L = 2$ с шестикратным увеличением коэффициента отражения R от 0.1 до 0.6, когда декремент холодных мод резонатора Γ_E уменьшается в 4.5 раза от 1.16 до 0.25, происходит двукратное увеличение частоты модуляции (рис. 2, а) при слабом изменении установившегося среднего уровня инверсии населенностей $\langle \bar{n} \rangle$ в пределах 0.05–0.06. Вместе с тем при $n_p = 1$ и $R = 0.3$ двадцатикратное увеличение длины резонатора L от 0.5 до 10 (рис. 2, б), приводящее к такому же уменьшению декремента холодных мод Γ_E (от 2.5 до 0.125), практически не меняет частоту модуляции, примерно равную 0.027, несмотря на почти тринадцатикратное падение средней инверсии населенностей от 0.16 до 0.012. Слабо меняется (от 0.025 до 0.029) частота модуляции и с двенадцатикратным увеличением уровня накачки n_p с 0.05 до 0.6 (рис. 2, в) при $R = 0.3$ и $L = 12$, когда $\Gamma_E = 5$, $\Gamma_2 = 0.1$, несмотря на более чем двукратный рост средней инверсии населенностей $\langle \bar{n} \rangle$ от 0.0067 до 0.016. В перечисленных и других исследованных случаях слабой автомодуляции асимметричного сверхизлучательного состояния имеет место эффективное нелинейное возбуждение двух „бокковых“ поляритонных мод, поскольку пороги их генерации по инверсии населенностей, вычисленные согласно линеаризованным уравнениям Максвелла–Блоха, лишь немного превышают или близки к указанным средним значениям $\langle \bar{n} \rangle$.

4. Спектр поляритонных мод в установившемся режиме сверхизлучательной генерации

Качественный анализ частот и декрементов/инкрементов как двух выделенных поляритонных мод, находящихся вблизи порога генерации, так и остальных поляритонных мод, порог генерации которых значительно выше рассматриваемых средних установившихся значений инверсии населенностей $\langle \bar{n} \rangle$, можно провести на основе линеаризованных уравнений Максвелла–Блоха (5) для лазера с фиксированным значением однородной инверсии населенностей в пренебрежении ее решеткой. Согласно [1–5], в сверхизлучающем лазере с низкодобротным резонатором Фабри–Перо при $\Gamma_E \gg \Gamma_2$ инкрементами или наименьшими декрементами могут обладать только моды поляритонного (а не электромагнитного) спектра, волновым числам (6) которых отвечают небольшие

частотные отстройки $\Omega_m = (\omega_m - \omega_0)/\nu_c$ от центра спектральной линии активной среды: $|\Omega_m| < \sqrt{\langle \bar{n} \rangle}$. Вообще говоря, величина действительных отстроек $Re\Omega_m \equiv \Omega'_m$ может быть больше не только полуширины спектральной линии Γ_2 , но и полуширины холодной моды резонатора Γ_E .

Сказанное нетрудно установить на основе следующего из системы (5) дисперсионного уравнения для мод, пространственная структура которых определяется указанными ранее отстройками волновых чисел (6) κ_m , в однородной среде активных центров с инверсией населенностей рабочих уровней $\langle \bar{n} \rangle$:

$$\kappa_m^2 = \left(\Omega_m + \frac{\langle \bar{n} \rangle}{\Omega_m + i\Gamma_2} \right)^2. \quad (8)$$

Решение этого биквадратного уравнения для поляритонных мод имеет вид

$$\Omega_m = \frac{1}{2} \left[\kappa_m - i\Gamma_2 - \sqrt{(\kappa_m + i\Gamma_2)^2 - 4\langle \bar{n} \rangle} \right]. \quad (9)$$

При малых уровнях инверсии населенностей $\langle \bar{n} \rangle \ll (\pi/2L)^2$ для мод с малым индексом m справедлива приближенная формула

$$\Omega_m \approx -i\Gamma_2 + \frac{\langle \bar{n} \rangle}{\kappa_m + i\Gamma_2} = \frac{m\pi\langle \bar{n} \rangle L}{(m\pi)^2 + (L\Gamma_2 + \ln R)^2} - i \left[\Gamma_2 + \frac{(L\Gamma_2 + \ln R)\langle \bar{n} \rangle L}{(m\pi)^2 + (L\Gamma_2 + \ln R)^2} \right]. \quad (10)$$

Она качественно верна во всех исследованных нами случаях, хотя и не совсем точна для очень длинных лазеров при $L \geq 10$.

Представленный поляритонный спектр позволяет дать интерпретацию изложенных в разд. 3 результатов численного моделирования, в том числе объяснить показанное на рис. 2 (штриховые линии) поведение двух основных доминирующих частот нелинейных автоколебаний сверхизлучательного фазового состояния $\Omega'_{\pm 1}$. Поляритонные резонансы высших мод с индексами $|m| \geq 2$ были бы возможны на частотах Ω'_m , превосходящих $\Omega'_{\pm 1}$, только при $-\ln R > \pi\sqrt{2}$, т.е. при нереально малых коэффициентах отражения $R < 0.01$. В противном случае, т.е. на частотах Ω'_m , по величине меньших $\Omega'_{\pm 1}$, высшие поляритонные резонансы трудно возбуждаемы, поскольку декремент мод $\Omega''_m \equiv \text{Im}\Omega_m$ по величине значительно выше декремента $\Omega''_{\pm 1}$, а достижение инкремента даже второй моды $m = \pm 2$ требует трех-четырёхкратного превышения инверсией населенностей $\langle \bar{n} \rangle$ значения, отвечающего порогу генерации первой моды $\Omega''_{\pm 1} = 0$ (см. (10)). Последний, по-видимому, близок к достижению лишь в одном из многочисленных примеров на рис. 2, а именно при $L = 12$, $R = 0.3$, $n_p = 0.6$, когда $\langle \bar{n} \rangle \approx 1/70$.

В указанном варианте лазера (рис. 2, в) при снижении уровня накачки в 12 раз средняя установившаяся инверсия населенностей $\langle \bar{n} \rangle$ уменьшается примерно вдвое,

а частота первой моды $\Omega''_{\pm 1}$ уменьшается всего на треть согласно формуле (9) (здесь приближение (10) некорректно из-за больших величин L и $\langle \bar{n} \rangle$). Это обстоятельство качественно объясняет наблюдаемое в моделировании небольшое уменьшение основной частоты автомодуляции сверхизлучательного состояния. Неожиданно слабое уменьшение частоты автомодуляции от 0.029 до 0.025 для варианта лазера с $R = 0.3$, $n_p = 1$ (рис. 2, *b*) при сокращении его длины в 20 раз объясняется прежде всего слабым уменьшением величины $\langle \bar{n} \rangle L$ за счет многократного (в 13 раз) роста фактора $\langle \bar{n} \rangle$ в формуле (10) для величины $\Omega'_{\pm 1}$. Наконец, двукратное уменьшение частоты автомодуляции для варианта лазера с $L = 2$, $n_p = 1$ (рис. 2, *a*) при уменьшении коэффициента отражения зеркал в 6 раз вполне соответствует (по формуле (10)) увеличению значения $-\ln R$ в 4.5 раза при небольшом понижении величины $\langle \bar{n} \rangle$.

Во всех перечисленных случаях более детальная интерпретация полученных результатов моделирования требует, конечно, учета нелинейных эффектов и, в частности, изменения частоты колебаний Раби в области максимума инверсии населенностей и ее решетки при изменении параметров лазера. Обнаруженная близость этой частоты Раби и частоты рассмотренного поляритонного резонанса указывает на связь двух названных колебательных явлений в нелинейной динамике сверхизлучательного состояния, выяснение которой выходит за рамки настоящей работы. Специального анализа заслуживает и возможность практического достижения требуемых параметров сверхизлучающего лазера, например, на основе многоямных гетероструктур с теми или иными экситонами, хотя принципиальная возможность реализации подобных лазеров не вызывает сомнений.

5. Заключение

На основе численного решения как нелинейных, так и линеаризованных уравнений Максвелла–Блоха проведено детальное сравнение дискретного спектра слабой автомодуляции и спектра поляритонных мод сверхизлучающего лазера с симметричным резонатором Фабри–Перо в режиме сильно нарушенной зеркальной симметрии генерации. Установлено, что для рассмотренного квазимонохроматического асимметричного сверхизлучательного фазового состояния, в котором автомодуляция является не слишком сильной, доминирующие составляющие ее спектра обусловлены нелинейным возбуждением двух поляритонных мод с наименьшими декрементами. Несмотря на большое превышение уровня накачки над порогом лазерной генерации, собственная генерация этих и остальных поляритонных мод подавлена вследствие истощения инверсии населенностей центральной сверхизлучательной модой. В широкой области параметров лазера именно эта мода испытывает асимметричную деформацию, создавая неоднородную полуволновую решетку инверсии населенностей, которая, однако, слабо

влияет на остальные, в том числе возбуждаемые поляритонные моды.

Отмечено, что возможные нелинейные сдвиги частот поляритонных мод и предсказываемый эффект возбуждения поляритонных резонансов связаны с колебаниями Раби активных центров в области наибольшей амплитуды полуволновой решетки инверсии населенностей. Характерные значения частот этих Раби-колебаний в типичных расчетах оказывались немного меньше как частот автоколебаний полей лазера в целом, так и частот его наиболее добротных поляритонных мод, рассчитанных при средней инверсии населенностей установившегося сверхизлучательного фазового состояния. Полученные результаты свидетельствуют о том, что найденные поляритонные резонансы играют существенную роль в динамике асимметричного диссипативного фазового состояния ансамбля активных центров и когерентного поля в сверхизлучающем лазере. Проблема нелинейного возбуждения этих резонансов и их согласования с колебаниями Раби решетки инверсии населенностей остается открытой.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания Института прикладной физики РАН № 0030-2021-0002.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Вл.В. Кочаровский, В.В. Железняков, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский. УФН, **187**, 367 (2017).
- [2] Вл.В. Кочаровский, В.А. Кукушкин, С.В. Тарасов, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский. ФТП, **10**, 1321 (2019).
- [3] V.V. Kocharovsky, A.A. Belyanin, E.R. Kocharovskaya, V.I.V. Kocharovsky. In: *Advanced Lasers: Laser Physics and Technology for Applied and Fundamental Science* (Berlin, Springer, 2015) p. 49.
- [4] Вл.В. Кочаровский, П.А. Калинин, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский. *Нелинейные волны 2012* (Н.Новгород, ИПФ РАН, 2013).
- [5] В.В. Железняков, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. УФН, **159**, 193 (1989).
- [6] H. Deng, H. Haug, Y. Yamamoto. *Rev. Mod. Phys.*, **82**, 1489 (2010).
- [7] K. Cong, Q. Zhang, Y. Wang, G.T. Noe II, A. Belyanin, J. Kono. *JOSA B*, **33**, 80 (2016).
- [8] Y.D. Jho, X. Wang, X. Wei, J. Kono, D.H. Reitze, A.A. Belyanin, V.V. Kocharovsky, V.I.V. Kocharovsky, G.S. Solomon. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, 237401 (2006).
- [9] Y.D. Jho, X. Wang, D.H. Reitze, J. Kono, A.A. Belyanin, V.V. Kocharovsky, V.I.V. Kocharovsky, G.S. Solomon. *Phys. Rev. B*, **81**, 155314 (2010).
- [10] M. Scheibner, T. Schmidt, L. Worschech, A. Forchel, G. Bacher, T. Passow, D. Hommel. *Nature Physics*, **3**, 106 (2007).

- [11] N. Vukovic, J. Radovanovic, V. Milanovic, D.L. Boiko. *Opt. Express*, **24**, 26911 (2016).
- [12] A. Angerer, K. Streltsov, T. Astner, S. Putz, H. Sumiya, S. Onoda, J. Isoya, W. J. Munro, K. Nemoto, J. Schmiedmayer, J. Majer. *Nature Phys. Lett.*, **14**, 1168 (2018).
- [13] L. Phuong, K. Miyajima, K. Maeno, T. Itoh, M. Ashida. *J. Luminesc.*, **133**, 77 (2013).
- [14] E.Y. Paik, L. Zhang, G.W. Burg, R. Gogna, E. Tutuc, H. Deng. *Nature*, **576**, 80 (2019).
- [15] C.R. Ding, Z.L. Li, Z.R. Qiu, Z.C. Feng, P. Becla. *Appl. Phys. Lett.*, **101**, 091115 (2012).
- [16] G. Pozina, M.A. Kaliteevski, E.V. Nikitina, D.V. Denisov, N.K. Polyakov, E.V. Pirogov, L.I. Goray, A.R. Gubaydullin, K.A. Ivanov, N.A. Kaliteevskaya, A.Yu. Egorov, S.J. Clark. *Sci. Rep.*, **5**, 14911 (2015).
- [17] G. Pozina, M.A. Kaliteevski, E.V. Nikitina, D.V. Denisov, N.K. Polyakov, E.V. Pirogov, L.I. Goray, A.R. Gubaydullin, K.A. Ivanov, N.A. Kaliteevskaya, A.Yu. Egorov. *Phys. Status Solidi B*, **254**, 1600402 (2016).
- [18] W. Zhang, E.R. Brown, A. Mingardi, R.P. Mirin, N. Jahed, D. Saeedkia. *Appl. Sci.*, **9**, 3014 (2019).
- [19] A. Kavokin, G. Malpuech. *Cavity Polaritons* (Academic Press, 2003) v. 32.
- [20] E. Kammann, H. Ohadi, M. Maragkou, A.V. Kavokin, P.G. Lagoudakis. *New J. Phys.*, **14**, 105003 (2012).
- [21] V. Fleurov, A. Kuklov. *Phys. Rev. A*, **101**, 043836 (2019).
- [22] V. Fleurov, A. Kuklov. *New J. Phys.*, **21**, 083009 (2019).
- [23] K. Baumann, R. Mottl, F. Brennecke, T. Esslinger. *Phys. Rev. Lett.*, **107**, 140402 (2011).
- [24] H. Ritsch, P. Domokos, F. Brennecke, T. Esslinger. *Rev. Mod. Phys.*, **85**, 553 (2013).
- [25] C. Liu, A. Di Falco, A. Fratalocchi. *Phys. Rev. X*, **4**, 021048 (2014).
- [26] M. Reza Bakhtiari, A. Hemmerich, H. Ritsch, M. Thorwart. *Phys. Rev. Lett.*, **114**, 123601 (2015).
- [27] P. Longo, C.H. Keitel, J. Evers. *Sci. Rep.*, **6**, 23628 (2016).
- [28] Zhigang Wu, Yu Chen, Hui Zhai. *Science Bulletin*, **63**, 542 (2018).
- [29] Я.И. Ханнин. *Основы динамики лазеров* (М., Наука, 1999).

Редактор Г.А. Оганесян

Polariton resonance in a self-modulation of an asymmetric steady-state of a superradiant laser

E.R. Kocharovskaya^{1,2}, *A.V. Mishin*¹,
Vi.V. Kocharovsky^{1,2}, *V.V. Kocharovsky*^{1,3}

¹ Institute of Applied Physics,
Russian Academy of Sciences,
603950 Nizhny Novgorod, Russia

² Lobachevsky State University,
603950 Nizhny Novgorod, Russia

³ Department of Physics and Astronomy,
Texas A&M University,
77843 College Station, USA

Abstract Based on the numerical solution to the semiclassical Maxwell-Bloch equations in a one-dimensional model of a superradiant laser with a low-Q symmetric Fabry-Perot cavity, a comparative analysis of the spectrum of polariton modes of the linearized problem and the discrete spectrum of the of quasi-monochromatic generation with weak self-modulation under the condition of strong spontaneous mirror symmetry breaking of the counterpropagating electromagnetic waves, population inversion and polarization of an active medium is carried out. It is shown that the main frequencies of resonant self-modulation of a steady asymmetric superradiant phase state are close to the frequencies of polariton modes that are calculated in the linearized problem for the average level of the population inversion taken from the nonlinear problem and have small decay rates.