05

Эффективная генерация аттоимпульсов при взаимодействии интенсивного лазерного излучения со сверхтонкими мишенями

© А.А. Андреев[1,2], К.Ю. Платонов[3¶]

[1] Санкт-Петербургский государственный университет,
199034 Санкт-Петербург, Россия
[2] ФТИ им. А. Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
[3] Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия
[¶] e-mail: konstantin_platonov@yahoo.com

Поступила в редакцию 28.04.2021 г.
В окончательной редакции 11.09.2021 г.
Принята к публикации 30.11.2021 г.

Определены параметры (толщина, электронная плотность) лазерной мишени в виде сверхтонкой фольги, обеспечивающие максимальный ($\sim 10\%$) коэффициент конверсии короткого релятивистски интенсивного лазерного импульса в последовательность нескольких когерентных аттоимпульсов. Найдены амплитуда, длительность аттоимпульса, определён коэффициент конверсии лазерной энергии в энергию аттоимпульсов и показана возможность его увеличения с помощью нескольких последовательно расположенных мишеней.

Ключевые слова: сверхмощный лазерный импульс, аттоимпульс, лазерная плазма, лазерная мишень.

DOI: 10.21883/OS.2022.06.52638.2231-21

Введение

Лазерный импульс релятивистской ($> 10^{18}$ W/cm^2) интенсивности генерирует в мишени ток релятивистских электронов, которые в свою очередь генерируют когерентное и некогерентное вторичное излучение. Это излучение распределено по широкому интервалу частот (от исходного оптического до гамма-квантов) и обусловлено несколькими различными физическими механизмами его генерации. Для потенциального использования вторичного излучения важен случай, когда множество вторичных гармоник различных частот в пространственно-временном представлении собираются в последовательность ультракоротких (10^{-18} s) аттоимпульсов [1]. Такие импульсы являются единственным возможным инструментом для мгновенной рентгенографии и управления динамикой электронных волновых пакетов на субфемтосекундных (субатомных) временах [2], что позволяет исследовать временную динамику и управлять химическими и биологическими реакциями. Аттосекундные импульсы получаются при взаимодействии интенсивного лазерного излучения с твердотельными и газообразными мишенями и в идеальном случае должны иметь частотный спектр, близкий к прямоугольному, начиная от исходной лазерной частоты вплоть до частоты, соответствующей обратной длительности аттоимпульса. Соответственно из возможных физических механизмов генерации вторичного излучения для получения аттоимпульсов нужно выделить тот, который приводит к наиболее пологому частотному спектру излучения. Известны следующие механизмы излучения быстрых электронов при их релятивистских осцилляциях в тонкой мишени:

1. Переходное излучение при пересечении электронами границы плазмы. Спектр излучения одиночного электрона [3] можно представить как квазистепенной спектр с показателем степени $q = -3/2$. Усреднение по разным (данные расчетов методом „частиц в ячейке“ — PIC-метод) энергетическим распределениям быстрых электронов показывает, что спектральный индекс переходного излучения ($-q$) попадает в интервал от 4/3 до 2 (максвелловское распределение дает $-q \sim 4/3$). Наклон спектра $\sim \omega^{-4/3}$ невелик, однако переходное излучение некогерентно относительно числа быстрых электронов и подавлено относительно когерентных механизмов.

2. Тормозное излучение на ядрах мишени. Имеет пологий (не зависящий от частоты, $q \sim 0$) спектр, но некогерентно как по числу быстрых электронов, так и ядер мишени. Соответственно тормозное излучение актуально для объяснения „подложки“ аттоимпульсов (рентгеновского фона), но уступает по интенсивности когерентным механизмам.

3. Когерентное „синхротронное“ излучение (CSE) [4] сгустков электронов в скин-слое лазерной плазмы. CSE ответственно за спектр отраженного от плазмы излучения и когерентно по числу быстрых электронов, что делает его основным по мощности каналом вторичного излучения. Спектр CSE имеет степенной вид $\sim \omega^{-4/3}$ [4], как и спектр переходного излучения, но интенсивность CSE превосходит интенсивность переходного излучения на множитель, равный числу электронов в сгустке (т. е.

на порядки). Отметим, что в более ранних моделях CSE электронные сгустки „заменялись" одной релятивистски осциллирующей плазменной границей [5], что приводило к более сильному падению спектра $\sim \omega^{-8/3}$. Поскольку CSE это основной когерентный канал вторичного излучения, аттоимпульсы, сформированные по механизму CSE, будут иметь максимальную интенсивность, и лазерный импульс будет эффективно конвертироваться в цуг аттоимпульсов.

В настоящей работе рассмотрено CSE для случая тонкой (единицы нанометров) мишени вблизи порога прозрачности. Известно, что в этом случае [6] энергия колебаний быстрых электронов возрастает по сравнению с вариантом более толстых мишеней. Это позволяет достичь более высокого коэффициента конверсии лазерного излучения в цуг аттоимпульсов. В отличие от случая CSE в толстых мишенях, рассмотренного ранее [4,7], где аналитически рассматривалась асимптотика спектра аттоимпульса в области высоких (много больше лазерной) частот, в случае тонкой мишени оказывается возможным построить полный спектр отражённого и прошедшего сквозь мишень излучения. В результате коэффициент конверсии определяется более точно, чем в [7], где полный спектр заменялся его высокочастотной асимптотикой во всём частотном диапазоне. В области высоких частот показатель спектра аттоимпульса тонкой мишени совпадает с [7,8]. Помимо уточнения интенсивности низких гармоник спектра, влияющих (определяющих) коэффициент конверсии, в настоящей работе проведена оптимизация толщины мишени, обеспечивающей максимум коэффициента конверсии в аттоимпульс при заданной лазерной интенсивности. Получена формула оптимальной толщины мишени как функции падающей интенсивности. Показано, что в оптимальном случае коэффициент конверсии в аттоимпульсы, распространяющиеся по направлению падающего излучения, меньше, чем в аттоимпульсы зеркального направления. Приведено объяснение этого явления несимметрией (вперёд-назад) колебаний электронов мишени в поле лазерного импульса. Для контроля аналитических вычислений проведено 1D и 2D PIC-моделирование спектров аттоимпульса и значений коэффициента конверсии, подтверждающее количественные закономерности модели. Отметим, что численное моделирование работы [9] демонстрировало появление одиночного аттоимпульса при отражении лазерного излучения от тонкой мишени. Однако отсутствие в этой работе аналитической модели и проведение расчетов с неоптимальными параметрами лазерного импульса и мишени привело к малым значениям коэффициента конверсии. В работах [10,11] методами численного моделирования проводился подбор толщины мишени для достижения максимума коэффициента конверсии при заданных параметрах лазерного импульса, но отсутствовали аналитическая модель и физическое объяснение полученных результатов. Предлагаемая работа является дальнейшим развитием идей работ [7–11] с целью построения аналитической модели генерации аттоимпульсов одиночной или несколькими лазерными мишенями и увеличения на основе выводов модели коэффициента конверсии лазерного импульса заданной интенсивности и длительности в цуг аттоимпульсов.

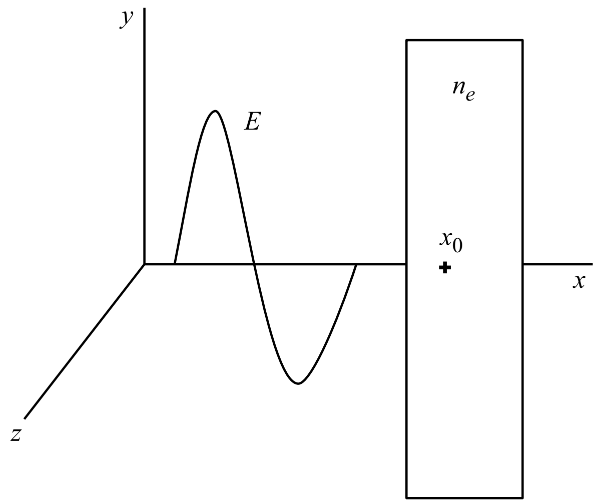

Рис. 1. Геометрия взаимодействия лазерного импульса с мишенью.

Динамика электронов в плазменной мишени конечной толщины

Рассмотрим падение линейно поляризованного лазерного импульса на плазменный слой конечной толщины (мишень). Представим плазменный слой состоящим из множества бесконечно тонких электронного и ионного слоёв. Движением ионов пренебрежем, считая длительность лазерного импульса короткой по сравнению с обратной ионной плазменной частотой. Диаметр лазерного пучка будем предполагать большим по сравнению с толщиной плазменного слоя и рассматривать задачу в одномерном приближении. Выберем ось x по нормали к мишени, ось y по направлению вектора поляризации импульса как показано на рис. 1.

Напишем уравнения динамики электронов мишени в самосогласованных электромагнитных полях. Одномерность задачи позволяет провести однократное интегрирование по начальному распределению зарядов в потенциалах Лиенара-Вихерта, определить электромагнитные поля слоя через законы движения электронов и написать в результате динамические уравнения, содержащие только внешнее поле, скорости и координаты электронов.

Компоненты электромагнитного поля плазменного слоя с начальным профилем плотности частиц $n_e(x_0) = Zn_i(x_0)$ находятся с помощью функции Грина одномерного волнового уравнения:

$$E_x(x,t) = -2\pi e \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_e(x_0)\,\mathrm{sign}\,(x - s(t', x_0))dx_0$$

$$+ 2\pi e \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_i(x_0)\,\mathrm{sign}\,(x - x_0)dx_0,$$

$$E_y(x,t) = -2\pi e \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_e(x_0) \frac{v_y(t', x_0)/c}{1 - \mathrm{sign}\,(x - s(t', x_0))\dot{s}(t', x_0)/c} dx_0$$

$$- \frac{\partial A_y^{(\mathrm{ext})}(x,t)}{c\partial t}, \tag{1}$$

$$H_z(x,t) = -2\pi e \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_e(x_0) \frac{\mathrm{sign}(x - s(t', x))v_y(t', x_0)/c}{1 - \mathrm{sign}\,(x - s(t', x_0))\dot{s}(t', x_0)/c} dx_0$$

$$- \frac{\partial A_y^{(\mathrm{ext})}(x,t)}{\partial x}.$$

В (1) $s(t, x_0)$ — закон движения бесконечно тонкого электронного слоя с начальной координатой x_0, $A_{x,y}^{(\mathrm{ext})}(x,t)$ — векторный потенциал внешнего (лазерного) поля, $v_{x,y}(t, x_0)$ — проекции скорости электрона в тонком слое с начальной координатой x_0. Запаздывающее время $t'(x, x_0, t)$ в (1) определяется из уравнения запаздывания:

$$t - t' - \frac{|x - s(t', x_0)|}{c} = 0.$$

Толщина мишени l_f входит в качестве параметра в начальный профиль плотности мишени $n_i(x_0)$.

Законы движения $s(t, x_0)$, $v_{x,y}(t, x_0)$ находятся из уравнений движения, в которых поля (1) берутся в точке нахождения электронного слоя $x = s(t, x_0)$, в результате чего получаются интегро-дифференциальные уравнения для функций $s(t, x_0)$ и $v_y(t, x_0)$:

$$\frac{d}{dt} \frac{m_e v_y(t, x_0)}{\sqrt{1 - v_y^2/c^2 - \dot{s}^2(t, x_0)/c^2}} = -2\pi e^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_e(x_0')$$

$$\times \frac{v_y(t', x_0')/c}{1 - \mathrm{sign}\,(s(t, x_0) - s(t', x_0'))\dot{s}(t', x_0')/c} dx_0'$$

$$- \frac{\partial e A_y^{(\mathrm{ext})}(s(t, x_0), t)}{c\partial t} + \frac{2\pi e^2 \dot{s}(t, x_0)}{c} \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_e(x_0')$$

$$\times \frac{\mathrm{sign}\,(s(t, x_0) - s(t', x_0'))v_y(t', x_0')/c}{1 - \mathrm{sign}\,(s(t, x_0) - s(t', x_0'))\dot{s}(t', x_0')/c} dx_0'$$

$$- \frac{\dot{s}(t, x_0)}{c} \frac{\partial e A_y^{(\mathrm{ext})}(s(t, x_0), t)}{\partial x},$$

$$\frac{d}{dt} \frac{m_e \dot{s}(t, x_0)}{\sqrt{1 - v_y^2/c^2 - \dot{s}^2(t, x_0)/c^2}}$$

$$= -2\pi e^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_e(x_0')\,\mathrm{sign}\,(s(t, x_0) - s(t', x_0'))dx_0'$$

$$+ 2\pi e^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_i(x_0')\mathrm{sign}\,(s(t, x_0) - x_0')dx_0'$$

$$- \frac{2\pi e^2 v_y(t, x_0)}{c} \int\limits_{-\infty}^{\infty} n_e(x_0')$$

$$\times \frac{\mathrm{sign}\,(s(t, x_0) - s(t', x_0'))v_y(t', x_0')/c}{1 - \mathrm{sign}\,(s(t, x_0) - s(t', x_0'))\dot{s}(t', x_0')/c} dx_0'$$

$$+ \frac{v_y(t, x_0)}{c} \frac{\partial e A_y^{(\mathrm{ext})}(s(t, x_0), t)}{\partial x}. \tag{2}$$

Уравнение запаздывания в системе (2) имеет вид

$$t - t' - \frac{|s(t, x_0) - s(t', x_0')|}{c} = 0 \tag{3}$$

и приводит к зависимости запаздывающего времени $t'(x_0, x_0', t)$. Слагаемые с интегралами по dx_0' в системе (2) описывают влияние тонких электронных слоев мишени друг на друга (самодействие). Отметим, что система (2) при аппроксимации интегралов суммами эквивалентна уравнениям динамики полей и квазичастиц бесстолкновительного 1D PIC-кода. Уравнения системы (2) описывают следующие физические процессы:

Второе (нижнее) уравнение описывает нелинейные колебания $s(t, x_0)$ тонкого электронного слоя под действием силы пондеромоторного давления внешнего поля (последнее слагаемое в правой части), силы пондеромоторного давления рассеянного мишенью поля (третье слагаемое), силы продольного амбиполярного (кулоновского) поля ионов (второе слагаемое) и силы продольного амбиполярного поля соседних электронных слоев (первое слагаемое в правой части). Амбиполярное поле ионов имеет структуру потенциальной ямы, в которой происходят нелинейные колебания электронного слоя под действием силы пондеромоторного давления.

Первое уравнение системы является уравнением для поперечной скорости электронов, через которую, согласно (1), выражается рассеянное поперечное поле и поэтому эквивалентно уравнению для рассеянного мишенью поля. Аттоимпульс рассеянного поля возникает за счёт продольных релятивистских колебаний электронных слоёв в мишени. Движение с околосветовыми скоростями приводит за счёт эффекта Доплера к появлению высокочастотных гармоник рассеянного излучения, соответствующих появлению импульсов аттосекундной длительности. Коэффициент конверсии лазерного излучения в аттоимпульсы определяется амплитудой $s(t, x_0)$ и скоростью $\dot{s}(t, x_0)$ продольных нелинейных колебаний.

Конверсия максимальна при нелинейном резонансе между вынуждающей силой пондеромоторного давления и собственными колебаниями электронов в поле ионного остова. Соответственно основной целью настоящего исследования является определение параметров, при которых реализуется нелинейный резонанс и определение соответствующего ему коэффициента конверсии.

Система (2) упрощается в предельных случаях толстой ($l_f \gg l_s$) и тонкой ($l_{f<l_s}$) мишеней, где l_s — толщина скин-слоя. Случай полубесконечной $l_f \to \infty$ мишени рассмотрен в работе [9]. В таком пределе достаточно рассмотреть движение (колебания) электронов в скин-слое на лицевой стороне мишени. Поперечное поле в этом случае представляет собой стоячую волну в вакууме и экспоненциально затухает в плазме. Потенциал ионов вблизи границы аппроксимируется параболическим потенциалом (гармонический осциллятор). Спектральная интенсивность вторичного излучения в такой модели найдена в работе [12]. Эффективность конверсии в аттоимпульс в этом случае далека от максимально возможной [7,8], так как полубесконечная плазма сильно экранирует лазерное поле на своей поверхности.

Случай тонкой (меньше или порядка толщины скин-слоя) мишени ранее рассматривался в [13], однако в [13] не учитывалось влияние поля ионного остова мишени на движение электронного слоя. Как будет показано ниже, резонанс между силами амбиполярного поля и пондеромоторного давления существенно увеличивает интенсивность аттоимпульса, поэтому вычисление параметров аттоимпульса и коэффициента конверсии с учетом влияния поля ионов актуально и является дальнейшим развитием работы [13]. Физической причиной увеличения конверсионной эффективности тонкой мишени является её меньшее экранирующее действие на лазерное поле, что увеличивает энергию и ток быстрых электронов и соответственно интенсивность вторичного излучения. Отметим, что приближение тонкой мишени подразумевает отсутствие предымпульса перед основным импульсом и резкий передний фронт (супергауссов продольный профиль) последнего. Получение высокого контраста (подавление предымпульса) в настоящее время осуществляется с помощью технологии „плазменного зеркала“, а методы увеличения крутизны переднего фронта рассмотрены в работе [14]. При использовании высококонтрастных импульсов с крутым фронтом тонкая мишень не успевает заметным образом разлететься на временном интервале первых нескольких лазерных периодов, и приведенные ниже решения системы (2) корректны.

В пределе бесконечно тонкой мишени законы движения $s(t, x_0)$ и $v_y(t, x_0)$ в (2) можно считать не зависящими от начальной координаты (все электронные слои мишени двигаются одинаково и $x_0 = 0$ для всех слоев). Тогда интегралы в (2) вычисляются:

$$e \int_{-\infty}^{\infty} n_e(x_0)dx_0 = en_e l_f = \sigma_e, \tag{4}$$

что приводит к зависимости решения (2) от безразмерного параметра $\varepsilon_0 = \pi n_e l_f / n_\sigma \lambda$, а не отдельно от плотности n_e и толщины l_f плазменного слоя. В приближении тонкого слоя в (2) также несущественно запаздывание: $t'(x_0 = 0, x'_0 = 0, t) = t$. Функция $\text{sign}(s(t, x_0 = 0) - s(t', x'_0)) = 0$, таким образом, во втором уравнении (2) исчезает сила амбиполярного поля соседних электронных слоев и пондеромоторного давления рассеянного излучения. Интегро-дифференциальные уравнения (2) переходят в дифференциальные уравнения в полных производных и допускают решение и анализ. В нашей предыдущей работе [15] на основе этих дифференциальных уравнений рассматривалась динамика тонкой мишени, но спектр рассеянного излучения не вычислялся.

Противоположный предельный случай — это случай толстой, но отличной от полубесконечной [12] мишени. Отличием от модели [12] является в этом случае наличие двух границ мишени вместо одной. Численный анализ таких мишеней с помощью PIC-моделирования показывает, что увеличение толщины мишени приводит к ослаблению и деградации аттоимпульса. Поэтому ниже проведено исследование параметров аттоимпульса в пределе тонкой мишени и найдены условия, при которых расплыванием мишени и деградацией аттоимпульса можно пренебречь.

Аналитическая модель генерации аттоимпульса в тонкой мишени

Для решения системы (2) в пределе тонкой мишени удобно ввести безразмерные переменные

$$a = |e|A_y/m_e c^2, \quad \tau = \omega t,$$

$$v_y(\tau, x_0 = 0)/c = u_y(\tau), \quad \omega s(\tau, x_0 = 0)/c = X(\tau),$$

$$\varepsilon_0 = \pi n_e l_f / n_{cr} \lambda = \omega_p^2 l_f / 2\omega c, \quad \theta = \tau - X,$$

где ω — частота лазерного излучения, новые неизвестные функции

$$p = \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_y^2 - \dot{X}^2}}, \tag{5}$$

$$\Gamma = \frac{1 - \dot{X}}{\sqrt{1 - u_y^2 - \dot{X}^2}}$$

и новый аргумент $\theta = \tau - X$, представляющий собой фазу падающей электромагнитной волны. Величины (5) соответствуют законам сохранения одиночного ($\varepsilon_0 = 0$) электрона в поле бегущей лазерной волны: $\Gamma = \text{const}$,

$P = p - a_y^{(\text{ext})(\theta)=\text{const}}$ при $\varepsilon_0 = 0$. В переменных (5) уравнения движения (2) в приближении слоя толщиной ε_0 приобретают вид

$$\Gamma \frac{dp}{d\theta} = -\varepsilon_0 p + \Gamma \frac{da_y^{(\text{ext})}(\theta)}{d\theta},$$

$$(\Gamma^2 + p^2 + 1)\left(\frac{d\Gamma}{d\theta} + \varepsilon_0 f_{\text{am}}(X)\right) = -2\varepsilon_0 p^2, \qquad (6)$$

$$2\Gamma^2 \frac{dX}{d\theta} = 1 + p^2 - \Gamma^2,$$

где $a_y^{(\text{ext})}(\theta) = a_0 \sin(\theta)\exp(-(\theta)^4/2(\omega t_L)^4)$ — амплитуда падающего супергауссова лазерного импульса,

$$f_{\text{am}}(X) = \begin{cases} -X2c/\omega l_f, & |X| < \omega l_f/2c, \\ -\text{sign}\,(X), & |X| > \omega l_f/2c \end{cases} \qquad (7)$$

— сила амбиполярного поля между электронным и ионным слоями. Потенциал, соответствующий силе (7) амбиполярного поля между тонкими слоями электронов и ионов, имеет вид потенциальной ямы, представляющей собой параболу (если смещение электронного слоя не превышает половины толщины ионного слоя), ветви которой переходят в наклонные прямые линии, когда ионный и электронный слои разделяются вакуумным промежутком $|X(\theta)| > \omega l_f/2c$. Уравнения (6) более удобны для решения, чем уравнения работы [15], так как не содержат релятивистских корней и являются полиномами не выше третьей степени относительно неизвестных функций и их производных. В частности, разложение системы (6) по гармоникам лазерной частоты осуществляется проще, чем разложение исходной системы [15]. Также отметим важное отличие уравнений (6) от [13] — наличие двух частот нелинейных колебаний: лазерной частоты (фиксированное значение) и частоты нелинейных колебаний электронов в амбиполярном поле (7) ионов (эта частота зависит от амплитуды колебаний). В работе [13] вторая частота отсутствует, и уравнения (6) рассматриваются в приближении $X = 0$, $\dot{X} = 0$ (отсутствуют продольные колебания электронного слоя). В результате решение (6) в [13] представимо в виде ряда только по нечётным гармоникам лазерной частоты, и спектр вторичного излучения также состоит из совокупности нечетных гармоник. Как будет показано ниже, продольные колебания электронного слоя существенны, они могут быть релятивистскими (безразмерная скорость $\dot{X} \sim 1$) и давать четные гармоники (гармоники пондеромоторной силы), не учтённые в работе [13]. Поскольку продольные колебания электронного слоя в амбиполярном поле ионов обладают собственной частотой, две несоизмеримые частоты приводят в общем случае к апериодическим решениям (6) и квазинепрерывному спектру излучения. Наиболее важным моментом для исследования является нелинейный резонанс между колебаниями силы пондеромоторного давления с удвоенной лазерной частотой и частотой продольных колебаний электронного слоя в потенциальной яме ионного остова. Продольная скорость при резонансе максимальна, что приводит к максимальному доплеровскому сдвигу вторичного излучения и генерации наиболее высоких частот из спектра аттоимпульса.

Таким образом, для получения параметров (в том числе спектра) аттоимпульсов необходимо решить систему (6), по формулам (1) в приближении тонкого слоя найти компоненты поперечного электромагнитного поля мишени и выполнить их анализ, в том числе исследовать спектр Фурье.

Система (6) не имеет аналитического решения при произвольном значении двух внешних параметров a_0, ε_0 и интегрируется численно. Однако можно найти аналитические решения (6) в двух предельных случаях: $a_0 < 1$ и $\varepsilon_0 < 1$. При $a_0 < 1$ и произвольных ε_0 (нерелятивистские скорости движения, малые смещения электронного слоя, отсутствие аттоимпульса) решение (6) имеет вид

$$u_y(\tau) = \frac{a_0}{1+\varepsilon_0^2}\sin\tau + \frac{\varepsilon a_0}{1+\varepsilon_0^2}(\cos\tau - e^{-\varepsilon_0\tau}),$$

$$X(\tau) = \frac{\varepsilon_0 a_0^2}{2(1+\varepsilon_0^2)\Omega^2}(1 - \cos\Omega\tau)$$

$$+ \frac{a_0^2}{2(1+\varepsilon_0^2)(\Omega^2-4)}\sin 2\tau$$

$$+ \frac{\varepsilon_0 a_0^2}{2(1+\varepsilon_0^2)(\Omega^2-4)}(\cos 2\tau - \cos\Omega\tau),$$

$$\Omega^2 = \omega_p^2/\omega^2, \quad |X(\tau)| \le \omega l_f/2c. \qquad (8)$$

Из (8) видно, что при $a_0 < 1$ поперечные колебания происходят на первой гармонике (на нечетных гармониках при дальнейшем разложении), а продольные — на второй (на четных гармониках при дальнейшем разложении). Также видно, что возбуждаются продольные колебания электронного слоя с двумя независимыми частотами: плазменной (Ω в (8)) и удвоенной лазерной („2“ в (8) в аргументах тригонометрических функций). При $\Omega = 2$ наступает резонанс между частотами — раскачка колебаний продольного слоя. При $\varepsilon_0 < 1$ (толщина мишени стремится к нулю) аналитическое решение можно получить при произвольных a_0:

$$p(\theta) = a_0 \sin\theta + \varepsilon_0 a_0(\cos\theta - e^{-\varepsilon_0\theta}),$$

$$\Gamma(\theta) = 1 - \varepsilon_0 \int \frac{2a_0^2 \sin^2\theta}{2 + a_0^2\sin^2\theta}\,d\theta$$

$$+ \frac{\Omega^2 a_0^2}{4}\int(\theta - (1/2)\sin 2\theta)d\theta = 1 - 2\varepsilon_0\theta$$

$$+ \varepsilon_0 2\sqrt{2}\,\frac{\text{arctg}(\text{tg}\theta\sqrt{1 + a_0^2/2})}{\sqrt{2 + a_0^2}} + \frac{\Omega^2 a_0^2}{8}\left(\theta^2 + \frac{\cos 2\theta}{2}\right), \qquad (9)$$

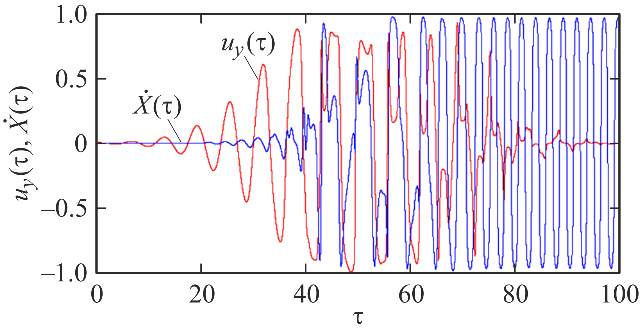

Рис. 2. Продольная $\dot{X}(\tau)$ (синяя кривая) и поперечная $u_y(\tau)$ (красная кривая) скорости электронного слоя для параметров мишени и лазерного импульса $\varepsilon_0 = 6$; $a_0 = 9$. Длительность импульса — 12 периодов.

$$\dot{X}(\theta) = \frac{1 + p^2(\theta) - \Gamma^2(\theta)}{1 + p^2(\theta) + \Gamma^2(\theta)}, \quad u_y(\theta) = \frac{2p(\theta)\Gamma(\theta)}{1 + p^2(\theta) + \Gamma^2(\theta)}.$$

Решение (9) при $a_0 \gg 1$ описывает улетающий от ионного остова электронный слой, совершающий продольные и поперечные колебания со скоростями

$$\dot{X}(\theta) \approx \frac{a_0^2 \sin^2\theta}{2 + a_0^2 \sin^2\theta}, \tag{10}$$

$$u_y(\theta) \approx \frac{2a_0 \sin\theta}{2 + a_0^2 \sin^2\theta}.$$

Из (8), (10) следует, что в предельных случаях функции $u_y(\tau)$, $p(\theta)$ на больших, $\tau > 1/\varepsilon_0$, временах содержат колебания только на первой гармонике (при дальнейшем разложении — на нечетных гармониках). Функции $X(\tau)$, $\Gamma(\theta)$ содержат колебания только на второй и нулевой гармониках (при дальнейшем разложении — на четных гармониках).

Численное решение при произвольных a_0, ε_0 демонстрирует как осцилляции скоростей u_y, $\dot{X}$ на лазерных гармониках, так и появление новых комбинационных частот. Характерное численное (MCAD) решение (6) при $\varepsilon_0 = 6$, $a_0 = 9$ приведено на рис. 2. На рис. 2 видно, что при воздействии импульса с крутым фронтом сначала возникают поперечные колебания электронного слоя, затем продольные. Скорости этих колебаний достигают релятивистских значений уже в первые периоды лазерного импульса. В максимуме импульса колебания нелинейны, апериодичны, содержат высокочастотные гармоники. После окончания импульса продольные колебания сохраняются (система (6) не содержит диссипативных слагаемых).

Вычисления при той же лазерной интенсивности ($a_0 = 9$) и более тонкой ($\varepsilon_0 = 9$), а также более толстой мишеней демонстрируют резонансную зависимость максимальной скорости продольных колебаний от параметра ε_0: максимальные значения $\dot{X}(\tau)$ при $\varepsilon_0 = 1$ и при $\varepsilon_0 = 9$ меньше, чем на рис. 2 при $\varepsilon_0 = 6$. Ниже показано, что длительность и спектр аттоимпульса определяются максимальным значением скорости продольных колебаний в направлении назад $\dot{X}_{\max} = \beta(a_0, \varepsilon_0)$.

Для отдельного электрона $\beta(a_0, \varepsilon_0 = 0) = a_0^2/(2 + a_0^2)$, его скорость направлена вперед (10). Максимум функции $\beta(a_0, \varepsilon_0)$ связан с нелинейным резонансом продольных сил, воздействующих на электронный слой. Закон движения $X(\tau)$ и продольная скорость $\dot{X}(\tau)$ определяются вторым уравнением систем (2), (6). Это уравнение при больших амплитудах колебаний, $|X(\tau)| > \omega l_f/2c$, описывает колебания электрона в потенциальном поле $U(x) = 2\pi e^2 n_e l_f |x|$ тонкого ионного остова (слагаемое $\sim f_{\text{am}}$ в (2)) под действием силы пондеромоторного давления $u_y \frac{\partial a_y^{(\text{ext})}(X(\tau), \tau)}{\partial X(\tau)}$, осциллирующей с частотой 2ω. В отсутствие лазерного поля ($a_y^{(\text{ext})} = 0$, $u_y = 0$) второе уравнение систем (2), (6) описывает релятивистские нелинейные колебания в потенциале $U(x) = 2\pi e^2 n_e l_f |x|$.

Из (6) при $a_y^{(\text{ext})} = 0$, $u_y = 0$ легко найти частоту этих колебаний как функцию максимальной скорости $\beta(a_0, \varepsilon_0)$:

$$\Omega_U(a_0, \varepsilon_0) = \frac{\pi}{2} \varepsilon_0 \omega \sqrt{\frac{1 - \beta^2(a_0, \varepsilon_0)}{\beta^2(a_0, \varepsilon_0)}}. \tag{11}$$

Отметим, что при уменьшении амплитуды колебаний, $|X(\tau)| < \omega l_f/2c$, частота (11) переходит в частоту плазменных колебаний $\Omega_U \to \Omega$. На рис. 3 красной ломаной линией приведена зависимость $\beta(\varepsilon_0)$, следующая из численного решения системы (6) при $a_0 = 9$. Видно, что при $\varepsilon_0 \sim 6{-}7$ имеется локальный максимум скорости продольных колебаний электронного слоя. На рис. 3 ломаной черной и горизонтальной красной линиями показано, что диапазон $\varepsilon_0 \sim 6{-}7$ соответствует совпадению частот — нелинейному резонансу ($\Omega_U \approx 2\omega$) между двумя силами во втором уравнении системы (6). Таким образом, при малых ($\varepsilon_0 \ll 1$) и больших ε_0 закон движения электрона содержит колебания с сильно различающимися частотами, $\Omega_U \ll 2\omega$ и $\Omega_U \gg 2\omega$. В резонансе частоты сравниваются. Для достижения максимальной конверсии лазерного импульса в аттоимпульс нужны максимальные амплитуды скорости продольных колебаний электрона $\dot{X}_{\max} \to 1$, т.е. резонансный случай оптимален. Основная гармоника колебаний при резонансе имеет частоту 2ω, а колебания поперечной скорости $u_y(\tau)$ в соответствии с (6) — частоту ω.

Таким образом, основные закономерности спектра аттоимпульса должны воспроизводиться для закона движения электронного слоя (решения системы (5)):

$$X(\tau) = X_0 + \frac{\beta(a_0, \varepsilon_0)}{2} \sin 2\tau, \quad \beta \to 1,$$

$$u_y(\tau) = u_{0y} \sin(\tau + \delta), \quad u_{0y} = \sqrt{1 - \beta^2 + (\pi/2 - \delta)^2},$$

$$\beta(a_0, \varepsilon_0) = \frac{(\varepsilon_0^2 + 1)a_0^2}{2 + (\varepsilon_0^2 + 1)a_0^2 + 0.4\varepsilon_0^4 a_0}. \tag{12}$$

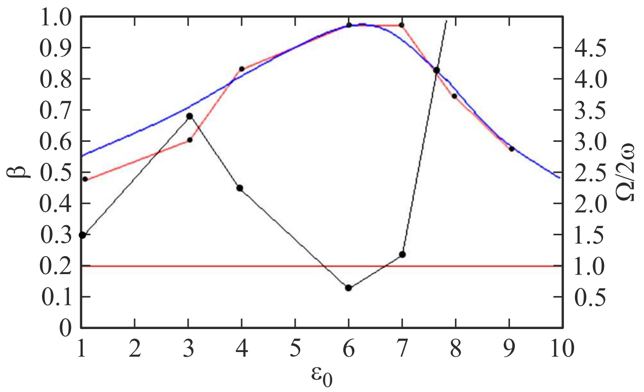

Рис. 3. Зависимость максимальной скорости $\beta(\varepsilon_0; a_0 = 9)$ продольных колебаний тонкой мишени (скорость направлена назад) от толщины мишени ε_0. Красная ломаная линия — численное (MCAD) решение (6), синяя — аппроксимация выражением (12). Черная ломаная линия — зависимость отношения частот $\Omega_U/2\omega$ (частоты колебаний электронов в поле ионного остова и частоты пондеромоторной силы) от ε_0 при $a_0 = 9$. Горизонтальная красная линия отвечает совпадению частот — резонансу пондеромоторной и амбиполярной сил.

Аналитическое выражение для $\beta(a_0, \varepsilon_0)$ показано на рис. 3. Подчеркнем, что (12) не является строгим решением исходных уравнений (6), а лишь качественно соответствует ему, если максимальное значение скорости $\beta(a_0, \varepsilon_0)$ продольных колебаний совпадает с численным решением (6) (синяя и красные кривые на рис. 3). В частности, в (12) отсутствуют видимые на рис. 2 высокочастотные гармоники продольной и поперечной скоростей. Высокочастотные гармоники полей (1) при этом не потеряются, так как скорости в (12) — ультрарелятивистские.

Использовав (12) для нахождения фурье-спектра компоненты E_y электрического поля (1) (магнитное поле отличается только знаком и имеет такой же спектр):

$$\frac{eE_y(X, \sigma)}{mc} = -\varepsilon_0 \int\limits_{-\infty}^{\infty} u_y(\tau) e^{i\,\frac{\varpi}{\omega}(\tau + |X - X(\tau)|)} d\tau, \qquad (13)$$

можно вычислить спектральное распределение энергии излучения на единицу площади:

$$\frac{d\varepsilon}{d\varpi} = c|E_y(x, \varpi)|^2. \qquad (14)$$

Координата X, как видно из (13), не войдёт в спектр (14). Однако спектр будет зависеть от знака X (лицевая и тыльная стороны мишени). При целом $n = \varpi$ формула (14) даёт интенсивность n-й гармоники лазерного излучения.

Подстановка (12) в (13), (14) приводит к аналитической формуле для спектра энергии аттоимпульса:

$$\frac{d\varepsilon}{d\varpi} = \frac{c(en_e l_f)^2}{\omega^2} u_{oy}^2 \left(\cos^2\delta \left[J_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{n\beta}{2}\right) - J_{\frac{n+1}{2}}\left(\frac{n\beta}{2}\right) \right]^2 \right.$$
$$\left. + \sin^2\delta \left[J_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{n\beta}{2}\right) + J_{\frac{n+1}{2}}\left(\frac{n\beta}{2}\right) \right]^2 \right), \quad n = \varpi/\omega. \qquad (15)$$

Безразмерный спектр (15)

$$P(n) = \left(\frac{d\varepsilon}{d\varpi}\right) \Big/ \left(\frac{c(en_e l_f)^2}{\omega^2} u_{oy}^2\right)$$

при разных $\beta(a_0\varepsilon_0)$ приведён на рис. 4. Сравнение аналитического спектра, построенного по формулам (15), (12), с аналитическим спектром, полученным подстановкой в общие формулы (13), (14) законов движения мишени $X(\tau)$, $u_y(\tau)$ полученных численным (с помощью MCAD) интегрированием системы (6), показало, что аппроксимации (12) достаточно для вычисления спектра излучения в окрестности точки резонанса между пондеромоторной и амбиполярной силами. Формула (15) также хорошо согласуется со спектром излучения, найденным при тех же параметрах численным моделированием 1D по коду LPIC. Таким образом, приближения, сделанные при выводе уравнений движения (6) и их „решений“ (12), корректны, и полученные спектры соответствуют спектрам численных расчетов. Отметим, что аналитический (15) и численный спектры излучения мишени содержат нулевую гармонику $n = 0$. Это означает униполярность (наличие отличной от нуля средней по времени компоненты поля [16]) отраженного и прошедшего сквозь мишень электромагнитного импульсов. Униполярная ($n = 0$) составляющая имеет временную длительность порядка длительности лазерного импульса и не вносит вклад в аттосекундный импульс. Также отметим, что $P(n = 0) \to \infty$, что связано с бесконечным интервалом интегрирования по времени в (13). При интегрировании по времени действия лазерного импульса величина $P(n = 0)$ конечна. Для остальных гармоник $P(n)$ не зависит от длительности лазерного импульса при большом числе его периодов.

Найдём высокочастотную асимптотику (15) при $n \to \infty$, $\delta = 0$. Для этого нужно воспользоваться асимптотикой функций Бесселя при $n \gg 1$:

$$J_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{n\beta}{2}\right) = J_{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{(n-1)}{2}\beta\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)\right) \xrightarrow[n\gg 1]{}$$
$$\xrightarrow[n\gg 1]{} \frac{1}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{4}{n-1}\right)^{1/3} Ai\left(\left(\frac{n-1}{4}\right)^{2/3}\left(1 - \beta^2\left(1 + \frac{1}{n-1}\right)^2\right)\right). \qquad (16)$$

При больших аргументы двух функций Эйри от асимптотик $J_{\frac{n-1}{2}}$, $J_{\frac{n+1}{2}}$ близки, поэтому разность этих функций в (15) раскладывается в ряд Тейлора. В результате в интервале частот $n^{2/3}(1 - \beta) \ll 1$ разность

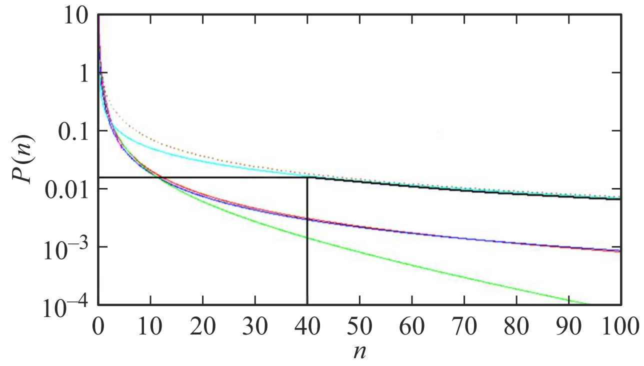

Рис. 4. Аналитический спектр, учитывающий только основные гармоники в законах движения при разных значениях максимальной скорости. Бирюзовая линия $\beta = 0.98$, $\delta = \pi/2$, пунктир — асимптотика $P(n) \approx 0.72/n$. Красная линия $\beta = 0.98$, $\delta = 0$, синяя линия — асимптотика $P(n) \approx 0.4n^{-4/3}$. Зеленая линия $\beta = 0.9$, $\delta = 0$, n — номер гармоники, шкала ординат в единицах $P(n) = (d\varepsilon/d\varpi)/(c(en_eI_f)^2u_{oy}^2/\omega^2)$.

$(J_{\frac{n-1}{2}} - J_{\frac{n+1}{2}}) \sim n^{-2/3}$, а выражение (15) $\sim n^{-4/3}$. При $n^{2/3}(1-\beta) > 1$ спектр (15) экспоненциально затухает с ростом n. Асимптотика спектра $\sim \varpi^{-4/3}$ при $n^{2/3}(1-\beta) \ll 1$ и $\beta \to 1$ соответствует работе [8].

Асимптотика $0.4n^{-4/3}$ для спектра (15) приведена на рис. 4 синей линией. Видно, что она описывает спектр (15) при $\beta \to 1$, $\delta = 0$. Сравнение рис. 4 с результатами численного моделирования по коду LPIC показывает, что формула (15) правильно описывает спектр и его изменение при приближении к точке максимума конверсии при $\delta = 0$. При этом параметр $\beta(a_0, \varepsilon)$ нужно брать из решения системы (6). Вид функции $\beta(a_0 = 0, \varepsilon_0)$ приведен на рис. 3. Отметим, что при $\delta = \pi/2$ спектр получается более пологим (голубая кривая на рис. 4) и имеет асимптотику $0.7n^{-1}$. Однако случай $\delta = \pi/2$ соответствует толстым мишеням и не оптимален с точки зрения конверсии в аттоимпульсы.

Электрическое поле E_y (квадрат модуля) аттоимпульсов во временном представлении (1), найденное с помощью численного решения (5) в программе MCAD, имеет вид, приведённый красным цветом на рис. 5. Пики красной кривой на рис. 5 это и есть аттоимпульсы отражённого от мишени излучения. Они следуют с периодом, близким к половине периода лазерного импульса (период силы пондеромоторного давления). Число аттоимпульсов равно удвоенному числу периодов лазерного импульса (пондеромоторная сила осциллирует с удвоенной лазерной частотой). На рис. 5 видно, что период следования аттоимпульсов не постоянен: временной интервал между ними меняется. Сбои (изменения) периода максимальны при оптимальном параметре ε_0, когда возникают биения при нелинейном резонансе между пондеромоторным давлением и силой амбиполярного поля. В увеличенном масштабе поле отдельного аттоимпульса показано на вкладке рис. 5 и имеет характерную длительность $\tau_a \approx 2^{1/2}\pi(1-\beta)^{3/2}/\omega$, где $\beta(a_0, \varepsilon_0)$ — максимальная скорость (вперёд или назад, в единицах c) электронного слоя, где рассматриваются аттоимпульсы. Оценка длительности следует из асимптотики спектра (16) и свойств функции Эйри, экспоненциально убывающей, если её аргумент $((n-1)/4)^{2/3}(1-\beta^2(1+1/(n-1))^2) > 1$. При $n = \varpi^*/\omega \gg 1$ и $\beta \approx 1$ частота „обрыва“ спектра составляет $\varpi^* \sim 2^{1/2}\omega/(1-\beta)^{3/2}$, что соответствует указанной выше характерной длительности аттоимпульса. Амплитуда поля аттоимпульса (высота пика на рис. 5) составляет $2\pi\sigma_e/(1-\beta(a_0, \varepsilon_0))$, что следует из формулы (1). Результаты численного PIC-расчёта, приведенные на рис. 5 черной линией, при тех же параметрах лазера и мишени показывают, что приближение тонкой мишени справедливо для нескольких первых периодов импульса. Дальше аттоимпульс в LPIC-расчёте исчезает, а в модели остается. Анализ электронной плотности мишени в LPIC-расчёте показывает, что деградация аттоимпульса происходит из-за её размытия и превращения тонкого электронного слоя в облако электронов. Другими словами, небольшой разброс по начальным координатам электронов (в пределах начальной толщины мишени) из-за быстрого разбегания фазовых траекторий отдельных частиц приводит к значительному (в десятки раз) разбросу координат электронов через несколько периодов. Поэтому во второй половине импульса длительностью восемь

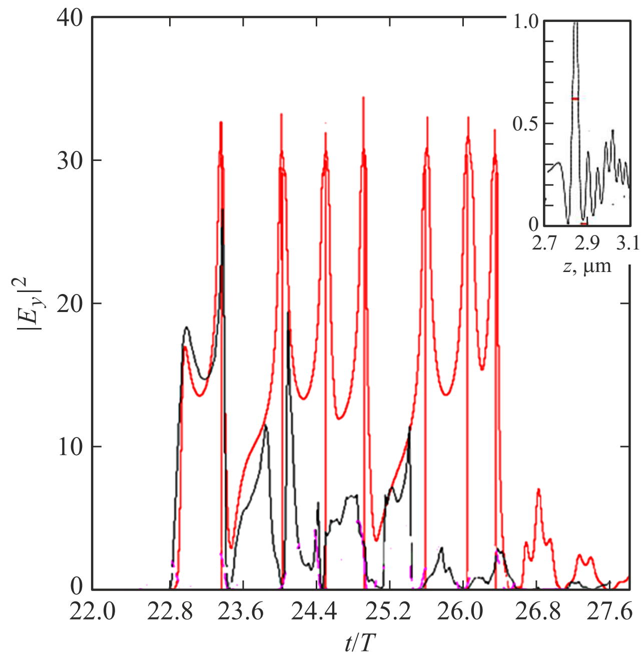

Рис. 5. Квадрат модуля безразмерного $(eE_y/m_e\omega c)$ электрического поля (1) аттоимпульсов во временном представлении для аттоимпульсов, идущих назад, при $a_0 = 9$, $\varepsilon_0 = 4$. Расчёт проведён для $a_0 = 9$, $\varepsilon_0 = 4$ и гауссова падающего импульса длительностью 8 периодов. Красный цвет — модель тонкой мишени, черный — расчет LPIC. На вкладке красным отрезком показана пространственная длительность (в μm) одиночного аттоимпульса с амплитудой, нормированной на единицу.

периодов приближение модели тонкой мишени не работает, расплывшаяся мишень перестает генерировать собственно аттоимпульс (рис. 5), хотя высокочастотные гармоники присутствуют в спектре отражённого излучения. Уменьшая длительность импульса до $\sim 4-5$ периодов, можно избежать деградации аттоимпульса и увеличить коэффициент конверсии. Как будет показано ниже, увеличить коэффициент конверсии „длинного“ (более четырех периодов) импульса можно за счет нескольких последовательно расположенных мишеней.

Коэффициент конверсии лазерного импульса в аттоимпульс

Рассмотрим последовательность аттоимпульсов гауссовой формы и заданной длительности τ_a (рис. 5):

$$E_y(t) = \sum_{i=1}^{N} C_i \exp\left(-\frac{(t-t_i)^2}{\tau_a^2}\right), \quad \tau_a \ll t_i - t_{i-1}. \quad (17)$$

Фурье-спектр такой последовательности

$$E_y(\varpi) = \tau_a \sqrt{\pi} \exp\left(-\frac{(\varpi\tau_a)^2}{4}\right) \sum_{i=1}^{N} C_i e^{i\varpi t_i}. \quad (18)$$

Если аттоимпульсы имеют одинаковую амплитуду C и следуют с регулярным периодом T, то коэффициент перед гауссовой экспонентой в (18) приводит только к модуляции спектра гармониками периода:

$$\sum_{i=1}^{N} C_i e^{i\varpi t_i} = C\,\frac{e^{i\varpi NT}-1}{e^{i\varpi T}-1}, \quad \left|C\,\frac{e^{i\varpi NT}-1}{e^{i\varpi T}-1}\right|^2$$

$$= |C|^2 \frac{\sin^2 \varpi NT/2}{\sin^2 \varpi T/2} \to \pi N |C|^2 \sum_{n=0}^{\infty} \delta(\varpi T/2 - n\pi). \quad (19)$$

Характерная форма (обрыв огибающей спектра на высоких частотах) определяется только гауссовой экспонентой в полном спектре аттоимпульсов:

$$\frac{d\varepsilon}{d\varpi} = c|E_y(\varpi)|^2$$

$$= c\pi^2 N |C|^2 \tau_a^2 \exp\left(-\frac{(\varpi\tau_a)^2}{2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} \delta(\varpi T/2 - n\pi). \quad (20)$$

Интеграл спектра (20) по всем частотам (энергия аттоимпульсов) имеет вид

$$\sum_{n=0}^{\infty} c\pi^2 N |C|^2 \tau_a^2 \exp\left(-\frac{(2\pi n\tau_a/T)^2}{2}\right)$$

$$= c\pi N |C|^2 \tau_a \sqrt{\pi/2} = c\pi^2 N |C|^2 \tau_a^2 \varpi^* \exp\left(-\frac{(\varpi^*\tau_a)^2}{2}\right)$$

$$= \varpi^2 \frac{d\varepsilon}{d\varpi^*}, \quad \varpi^* = \frac{0.37}{\tau_a}\sqrt{\pi/2} \quad (21)$$

и совпадает с площадью прямоугольника высотой $\frac{d\varepsilon}{d\varpi^*}$ (имеется в виду огибающая спектра) и шириной ϖ^*, где $\varpi^* = \frac{0.37}{\tau_a}\sqrt{\pi/2}$. Определим коэффициент конверсии κ в аттоимпульс как отношение энергии (21) к полной энергии лазерного импульса:

$$\kappa = \frac{\varpi^* \frac{d\varepsilon}{d\varpi^*}}{\sqrt{\pi} c E_0^2 t_L/8\pi}$$

$$= \frac{8\pi^{1/2}\varepsilon_0^2 \varpi^*}{a_0^2 \omega t_L} \left| \int_{-\infty}^{\infty} u_y(\tau) e^{i\frac{\varpi^*}{\omega}(\tau + |X - X(\tau)|)} d\tau \right|^2, \quad (22)$$

где частота $\varpi^* = \tau_a^{-1}\sqrt{\pi/2}$. Коэффициент (22) демострирует максимум по ε_0 и для нормального падения имеет величину, сравнимую с коэффициентом конверсии [7], который введен другим способом — это энергия всех частот, начиная с заданной нижней граничной частоты аттоимпульса ϖ^*:

$$\kappa_R = \frac{\int_{\varpi^*}^{\infty} \frac{d\varepsilon}{d\varpi}\, d\varpi}{\sqrt{\pi} c E_0^2 t_L/8\pi} = \frac{8\pi^{1/2}\varepsilon_0^2}{a_0^2 \omega t_L} \int_{\varpi^*/\omega}^{\omega} d(\varpi/\omega)$$

$$\times \left| \int_{-\infty}^{\infty} u_y(\tau) e^{i\frac{\varpi}{\omega}(\tau + |X - X(\tau)|)} d\tau \right|^2. \quad (23)$$

Оба коэффициента (22), (23) могут быть найдены как аналитически через уравнения движения (6), так и с помощью полученных численно (PIC-моделирование) спектров вторичного излучения. По спектру (15) при $\delta = 0$ можно привести аналитическую формулу для используемого нами коэффициента конверсии:

$$\kappa(a_0, \varepsilon_0) =$$

$$= \frac{\frac{c(en_e l_f)^2}{\omega^2} u_{oy}^2 n^* \left[J_{\frac{n^*-1}{2}}\left(\frac{n^*\beta(a_0,\varepsilon_0)}{2}\right) - J_{\frac{n^*+1}{2}}\left(\frac{n^*\beta(a_0,\varepsilon_0)}{2}\right)\right]^2}{\sqrt{\pi} c E_0^2 t_L/8\pi},$$

$$n^* = (\tau_a\omega)^{-1}\sqrt{\pi/2},$$

$$\beta(a_0, \varepsilon_0) = \frac{(\varepsilon_0^2+1)a_0^2}{2 + (\varepsilon_0^2+1)a_0^2 + 0.4\varepsilon_0^4 a_0^1}. \quad (24)$$

Геометрически коэффициент (22) представляет собой площадь прямоугольника (выделен черным цветом на рис. 4), а коэффициент (23) — площадь под „хвостом“ спектра (также выделена черным цветом на рис. 4), нормированные на полную энергию лазерного импульса.

На рис. 4 черным прямогольником обозначен коэффициент конверсии (22) в аттоимпульс 40-й гармоники ($\tau_a = 2\pi/40\omega$). Значение коэффициента конверсии на рис. 4 $\kappa \approx 10^{-3}$. Коэффициент конверсии (23) в „хвост“ спектра выше 40-й гармоники составляет при этом $\kappa_R \approx 7 \cdot 10^{-4}$. Таким образом, различные определения (22), (23) коэффициента конверсии дают значения,

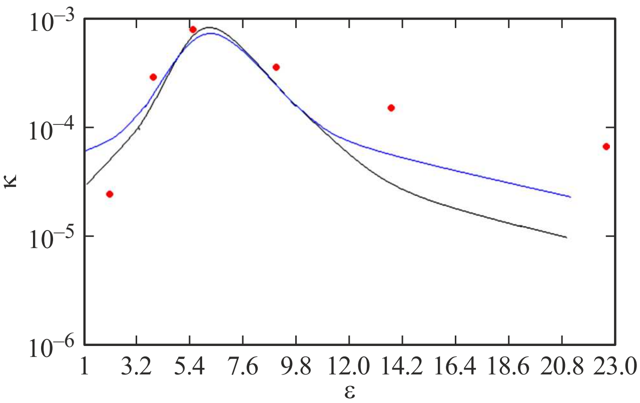

Рис. 6. Коэффициент конверсии „назад“ как функция параметра ε_0. Оранжевые кружки — 1D-расчет при $a_0 = 9$. Черная линия — формула (24), синяя линия — формула (22) и MCAD-расчёт для функций $X(\tau)$, $u_y(\tau)$.

сравнимые по порядку величины. По нашему мнению, определение (22) в большей степени соответствует физическому смыслу — выделение спектра аттоимпульса („прямоугольник“ на рис. 4) в общем спектре отраженного или прошедшего излучения.

Коэффициент (22) может быть отдельно рассмотрен перед мишенью (отражённые назад аттоимпульсы) и за мишенью (прошедшие аттоимпульсы). При заданной лазерной интенсивности (параметр a_0) коэффициент (22) имеет максимум по ε_0 при прочих фиксированных параметрах задачи. Максимум конверсии соответствует нелинейному резонансу в уравнениях движения (6) аналитической модели.

Отметим, что коэффициент (23), введенный в [7], определяет конверсию в жесткую часть спектра, но при этом сам спектр может не соответствовать аттоимпульсу. Например, в толстых мишенях коэффициент конверсии (23) может быть значителен, но поле гармоник не собирается в аттоимпульс, а представляет собой пилообразные колебания, высокочастотная составляющая которых связана с большим углом наклона „зубцов“ пилы.

На рис. 6 приведена найденная по формуле (24) зависимость коэффициента конверсии в отраженный назад аттоимпульс от ε_0 для $a_0 = 9$, $\varpi^*/\omega = 40$ и лазерного импульса с прямоугольным временным профилем длительностью 12 периодов. Максимальное значение коэффициента конверсии при расчете по формуле (24) при $a_0 = 9$ составляет $8 \cdot 10^{-4}$. Отметим, что в прошедшем сквозь мишень излучении коэффициент конверсии в аттоимпульс составляет всего $2.3 \cdot 10^{-5}$ (формула для коэффициента конверсии в прошедший аттоимпульс получается заменой $\tau + |X - X(\tau)| \to \tau - |X - X(\tau)|$ в показателе экспоненты в (22)). Для проверки полученных результатов при тех же параметрах лазерного импульса были проведены расчеты 1D по коду LPIC [17] с различными значениями ε_0, результат которых также представлен на рис. 6 (оранжевые кружки).

Из рис.6 видно, что модель воспроизводит 1D-расчёты по нахождению значения ε_0, оптимального для достижения максимальной конверсии в спектр аттоимпульса. Максимальная амплитуда спектра аттоимпульса для $a_0 = 0$ реализуется при $\varepsilon_0 \sim 6$, причем для прохождения максимума конверсии в модели нужны небольшие изменения параметра ε_0: $9 \to 6 \to 4$. Отметим, что максимум коэффициента конверсии по толщине мишени был найден численно в работах [9,10] с помощью PIC-кода EPOCH. В расчетах [10] максимум конверсии соответствовал безразмерному параметру $n_e d / n_{cr} \lambda a_0 = 0.2$. В максимуме рис. 6 этот параметр $n_e d / n_{cr} \lambda a_0 = \varepsilon_0 / \pi a_0 = 6/9\pi \approx 0.2$. Таким образом, построенная модель (22) коэффициента конверсии соответствует 1D PIC-расчетам работ [9,10].

1D-расчет и модель (6), (22) в области оптимального ε_0 дают существенное (на порядок) превышение коэффициента конверсии „назад“ по сравнению с конверсией „вперёд“. Это связано с большей скоростью колебаний электронного слоя при движении назад, чем при движении вперед и соответственно к подавлению аттоимпульса, генерируемого вперёд. Отметим, что в численном моделировании [18] отраженный назад аттоимпульс также имел большую интенсивность и меньшую длительность. Также отметим, что аппроксимация (12) решений системы (6) не учитывает различие между колебаниями „вперед-назад“ и не может быть использована для расчета параметров прошедшего аттоимпульса (необходимо численное интегрирование (6)).

Количество жёстких квантов в аттоимпульсе можно оценить как

$$N_\gamma \approx \frac{\kappa \varepsilon_L (1-\beta^2)^{3/2}}{\hbar\omega} = N_L \kappa (1-\beta^2)^{3/2}. \qquad (25)$$

Как видно из (25), коэффициент конверсии по числу квантов N_γ / N_L отличается от коэффициента конверсии по энергии множителем $(1-\beta^2)^{3/2}$. Исследование функции $\kappa(\varepsilon_0)(1-\beta^2(\varepsilon_0))^{3/2}$ показывает, что её максимум расположен при том же значении ε_0, что и максимум функций $\kappa(\varepsilon_0)$, $\beta(\varepsilon_0)$, и зависимость $N_\gamma(\varepsilon_0)$ имеет вид, аналогичный рис. 6.

2D PIC-расчет аттоимпульса

Для тонких (десятки нанометров) мишеней одномерное приближение выполняется хорошо, так как отношение толщины мишени к диаметру лазерного пучка очень мало. Для иллюстрации корректности 1D-расчета был проведен 2D-расчет по коду [19]. Параметры 2D-расчета такие же, как в 1D-расчете: $a_0 = 9$, $\varepsilon_0 = 4$. Диаметр лазерного пятна $d_L = 3.2\,\mu$m (4 длины волны), длительность импульса 33 fs. На рис. 7, *a* показан квадрат напряженности поля (интенсивность) отраженной

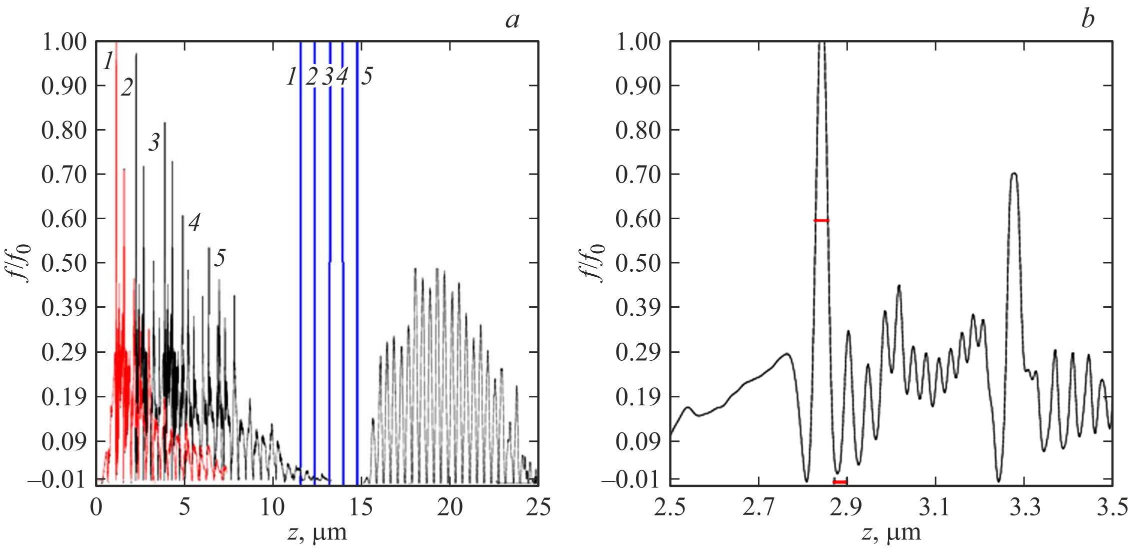

Рис. 7. (*a*) Аттоимпульсы (квадрат напряженности электрического поля) от пяти последовательно расположенных тонких мишеней. Аттоимпульс от первой мишени выделен на общем фоне красным цветом. Синим цветом показано расположение пяти мишеней. (*b*) Аттоимпульс первой из мишеней в увеличенном пространственном разрешении. Пространственная длительность (красный горизонтальный отрезок) отраженного аттоимпульса ~ 40 nm, прошедшего ~ 70 nm. Шкала ординат — в единицах амплитуды падающего импульса.

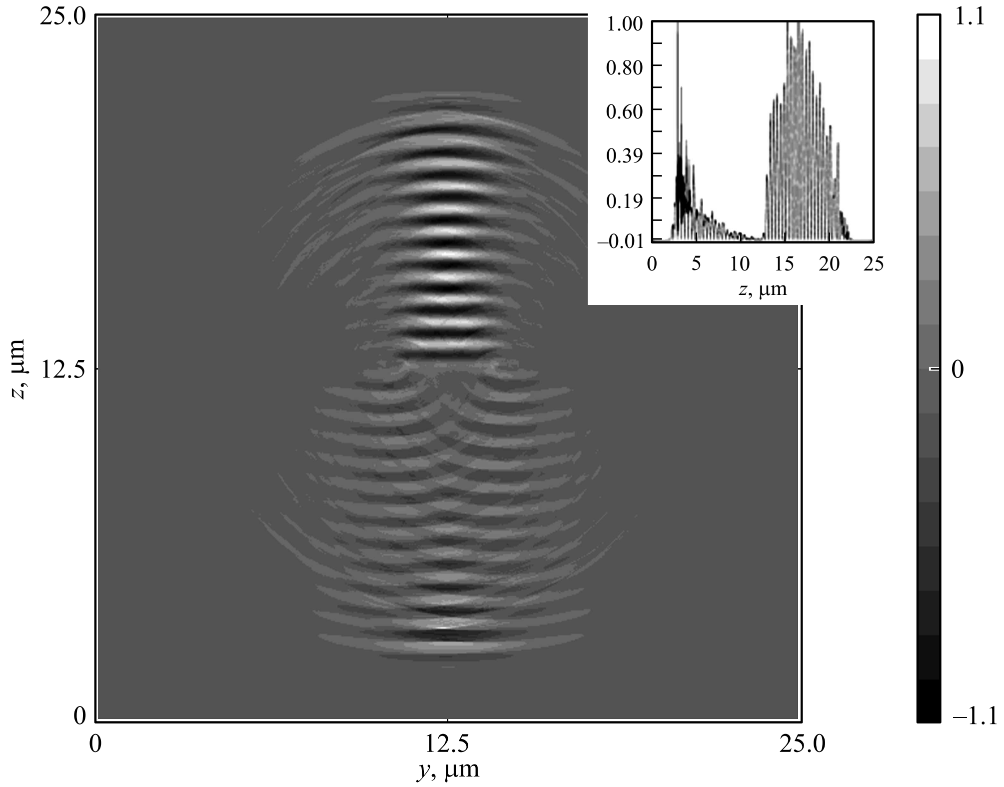

Рис. 8. 2D-распределение электрического поля аттоимпульса. Шкала в единицах падающего лазерного поля. На вкладке приведено 1D-сечение интенсивности по оси лазерного пучка ($y = 12.5\,\mu$m). Параметры 2D-расчета $a_0 = 9$, $\varepsilon_0 = 4$, $d_L = 3.2\,\mu$m, $\tau_L = 33$ fs. Мишень расположена при $z = 12.5\,\mu$m.

и прошедшей волн для пяти тонких мишеней (обозначены цифрами) и отдельно красным цветом в поле отраженного импульса выделен вклад первой мишени. Первые отраженные каждой мишенью периоды (обозначены соответствующими мишеням цифрами) образуют аттоимпульсы и описываются приведенной выше

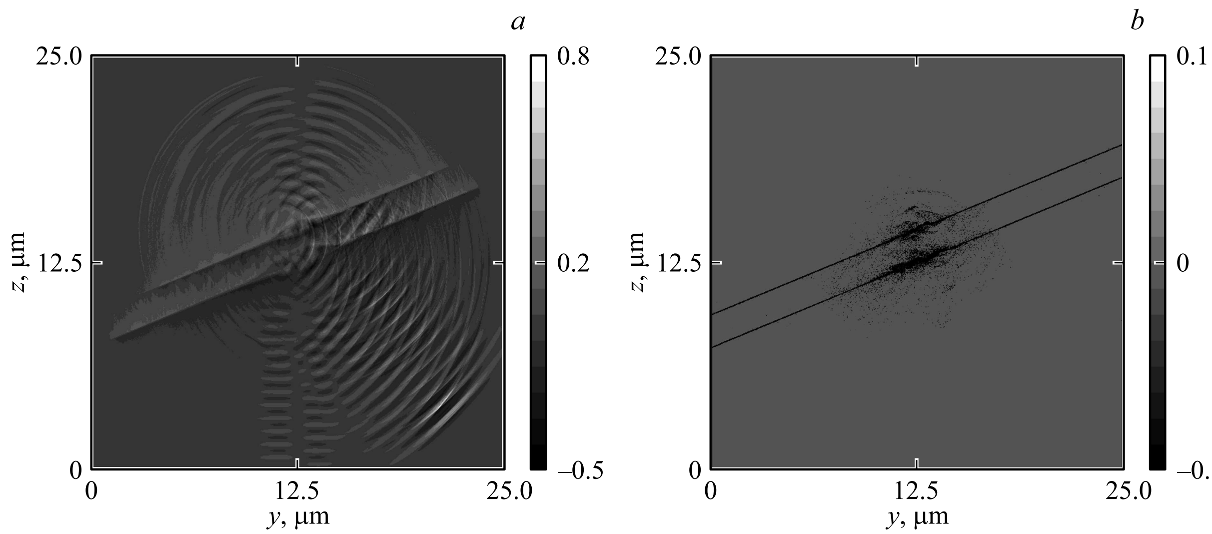

Рис. 9. (*a*) 2D-распределение электрического поля аттоимпульса от двух наклонных (угол 22.5°) мишеней, разнесенных на 2 μm. Шкала в единицах падающего лазерного поля. (*b*) Плотность электронного заряда (шкала в единицах критической плотности) на момент времени 26 fs от начала лазерного импульса 33 fs. Остальные параметры 2D-расчета приведены на рис. 8.

моделью тонкого слоя. Коэффициент отражения каждой мишенью последующих периодов лазерного импульса падает во времени (из-за разлета электронной плотности), поэтому „хвост" импульса каждой из мишеней отражается слабо. Однако использование нескольких мишеней позволяет задействовать всю длительность импульса и повышает итоговый коэффициент конверсии. Из-за поглощения и отражения лазерного импульса каждой мишенью амплитуда аттоимпульсов падает с увеличением номера мишени. В результате пронумерованные соответственно мишеням аттоимпульсы на рис. 7, *a* выстраиваются в ряд по уменьшению амплитуды. Рисунок 7, *a* показывает, что амплитудный фильтр (не изменяющий длительность импульсов) позволит отделить несколько (соответственно уровню отсечки) аттоимпульсов от всего отраженного цуга. Пространственная длительность отдельного аттоимпульса на рис. 7, *a* составляет ~ 40 nm, что показано на рис. 7, *b*, который является фрагментом рис. 7, *a* с увеличенным разрешением. Если отрезать амплитуды аттоипульсов на уровне 0.5 лазерной амплитуды, то коэффициент конверсии в энергию аттоимпульсов для пяти мишеней на рис. 7, *a* достигает ~ 0.01, что на порядок превышает конверсию одиночной мишени. На рис. 8 показано 2D-распределение поля аттоимпульса, отраженного от одиночной мишени (выделен красным цветом на рис. 7, *a*). Двумерным эффектом (отсутствующим в представленном выше рассмотрении) является искривление фронта аттоимпульса и появление угловой расходимости. В формуле (12) найдено смещение $X(\tau)$ электронной плотности мишени при колебаниях под действием силы пондеромоторного давления. В размерных единицах амплитуда смещения $\Delta x = c\beta(a_0, \varepsilon_0)/2\omega = \beta(a_0, \varepsilon_0)\lambda_L/4\pi$. Соответственно характерный угол θ_{atto} расходимости аттоимпульса составит

$$\theta_{\text{atto}} \approx \operatorname{arctg}\left(\beta(a_0, \varepsilon_0)\lambda_L/2\pi d_L\right). \tag{26}$$

Приведенная оценка справедлива для плоского фронта падающего на мишень лазерного импульса (положение мишени в точном фокусе оптической системы). Кривизна фронта падающего импульса добавляется к оценке (26) и в зависимости от знака будет увеличивать или уменьшать расходимость. Для экспериментального исследования аттоимпульса отражение назад в оптическую систему лазера неудобно, и целесообразно направить аттоимпульс по другим направлениям. На рис. 9, *a* показано, что небольшой наклон мишени слабо влияет на параметры аттоимпульса, но позволяет перенаправить его в другие углы. Для повышения коэффициента конверсии на рис. 9, *a* рассматривалась генерация аттоимпульса от двух наклонных (угол наклона 22.5°) мишеней, разнесенных на дистанцию 2 μm. Видно, что при этом образуются два „параллельных" аттоимпульса. Таким образом, применяя несколько мишеней, расположенных под разными углами, можно разделять аттоимпульс на отдельные, сдвинутые на заданные временные интервалы части и направлять эти части в другие углы. Дифракция излучения в направления, отличные от зеркального, на рис. 9, *a* (сферические волны) связана с краевыми эффектами на границах лазерного пятна. На рис. 9, *b* приведено распределение плотности электронного заряда (шкала в единицах критической плотности) на момент времени 26 fs от начала лазерного импульса 33 fs. На краях лазерного пятна видна локальная кривизна и модуляция электронной плотности, приводящая на рис. 9, *a* к рассеянию волн в направления, отличные от зеркального. Отметим, что 2D PIC-расчет коэффициента конверсии в аттоимпульс в сравнении с 1D PIC-расчетом был выполнен в работе [9]. Было показано, что двумерные эффекты не меняют значений параметров мишени и лазерного импульса, оптимальных для максимальной конверсии, при диметре лазерного импульса в несколько микрометров.

Выводы

Исследован спектр когерентного вторичного излучения (цуг аттоимпульсов), возникающего при взаимодействии лазерного импульса релятивистской интенсивности с тонкой (порядка толщины скин-слоя) твердотельной мишенью. Рассмотрено как отражённое, так и прошедшее сквозь мишень вторичное излучение, включая низкие (единицы лазерной частоты) гармоники. Показано, что вторичное излучение генерируется релятивистскими электронами, двигающимися под действием поперечного поля (падающий и отраженный лазерный импульсы) и продольного поля ионного остова тонкой мишени, имеющего вид эффективной потенциальной ямы для электронов. При безразмерной амплитуде $a_0 > 1$ лазерного поля и безразмерной толщине $\varepsilon_0 \approx 0.7a_0$ мишени (частично прозрачная мишень) происходит совпадение частот (резонанс) колебаний электрона под действием осциллирующего (с частотой $2\omega_L$) пондеромоторного давления лазерного импульса и нелинейных колебаний релятивистских электронов в потенциальной яме ионного остова тонкой мишени. Случай резонанса является оптимальным для генерации вторичного излучения максимальной интенсивности с максимальной энергией рентгеновского кванта и соответственно с минимальной длительностью аттоимпульса. Эффективность генерации аттоимпульса в условиях резонанса сопоставима и превосходит таковую для газовых мишеней [20]. В предыдущих работах [8,18] генерация аттоимпульсов твердотельными мишенями исследовалась в области, далекой от резонанса, так как рассматривались непрозрачные мишени большой (по сравнению со скин-слоем) толщины.

Вторичное (отраженное и прошедшее) излучение содержит узкие и высокие пики (собственно аттоимпульсы) и более плавную часть — подложку. Аттоимпульсы могут быть отделены от подложки с помощью амплитудного фильтра (аналогично плазменному зеркалу, увеличивающему контраст). В области резонанса в настоящей работе получена формула для оптимальной толщины мишени как функции падающей интенсивности и скейлинговая формула коэффициента конверсии энергии лазерного импульса в энергию аттоимпульсов. Коэффициент конверсии в аттоимпульсы в настоящей работе определен как отношение площади спектра излучения аттоимпульса (прямоугольной формы с шириной спектра $\sim \tau_a^{-1}$) к площади полного спектра излучения. Такое определение отлично от коэффициента конверсии в [7], определенного как отношение энергии в степенном „хвосте“ $(\omega > \tau_a^{-1})$ спектра вторичного излучения к энергии лазерного импульса. Однако коэффициент [7] определяет только относительную интенсивность высокочастотных гармоник спектра, которые не обязательно складываются в аттоимпульс в пространственно-временном представлении. Наше определение коэффициента конверсии позволяет более точно, чем в [7,8], найти коэффициент конверсии лазерного импульса в цуг аттоимпульсов заданной длительности. Определён максимальный коэффициент конверсии одиночной мишени ($\sim 10^{-3}$) и показана возможность его увеличения до ~ 0.1 с помощью нескольких последовательно расположенных мишеней. Показано, что в оптимальном случае коэффициент конверсии в аттоимпульсы, распространяющиеся по направлению падающего излучения, меньше, чем в аттоимпульсы зеркального направления, что связано с асимметрией (вперёд-назад) колебаний электронов мишени в поле лазерного импульса и ионного остова. Для контроля аналитических вычислений проведены 1D и 2D PIC-моделирования спектров аттоимпульса и значений коэффициента конверсии, подтверждающие количественные закономерности рассмотренной модели.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] G. Sansone, L. Poletto, M. Nisoli. Nat. Photonics, **5**, 655 (2011).

[2] F. Krausz, M. Ivanov. Rev. Mod. Phys., **81**, 163 (2009). DOI: 10.1103/RevModPhys.81.163

[3] В.Л. Гинзбург, В.Н. Цытович. *Переходное излучение и переходное рассеяние* (Наука, М., 1984) 360 с.

[4] B. Dromey, S. Rykovanov, M. Yeung, R. Hörlein, D. Jung, D.C. Gautier, T. Dzelzainis, D. Kiefer, S. Palaniyppan, R. Shah, J. Schreiber, H. Ruhl, J.C. Fernandez, C.L. Lewis S., M. Zepf, B.M. Hegelich. Nature Phys., **8**, 804 (2012). DOI: 10.1063/1.5004641

[5] T. Baeva, S. Gordienko, A. Pukhov. Phys. Rev. E, **74**, 046404 (2006). DOI: 10.1103/PhysRevE.74.046404

[6] A.A. Andreev, S. Steinke, T. Sokollik, M. Schnürer, S.T. Avetsiyan, P.V. Nickles, K.Yu. Platonov. Phys. of Plasmas, **16**, 013103 (2009). DOI: 10.1063/1.3054528

[7] D. van der Brügge, A. Pukhov. Theory of Attosecond Pulses from Relativistic Surface Plasmas. Institut für theoretische Physik, Heinrich-Heine-Universit.t Düsseldorf. arXiv:1111.4133 (2011).

[8] D. van der Brügge, A. Pukhov. Phys. of Plasmas, **17**, 033110 (2010). DOI: 10.1063/1.3353050

[9] Ю.М. Михайлова, В.Т. Платоненко, С.Г. Рыкованов. Письма в ЖЭТФ, **81**, 703 (2005).

[10] X. Xu, B. Qiao, T. Yu, Y. Yin, H. Zhuo, K. Liu, D. Xie, D. Zou, W. Wang. New J. Phys., **21**, 103013 (2019). DOI: 10.1063/1.5118805

[11] M.R. Edwards, J.F. Nathaniel, J.M. Mikhailova. Phys. Plasmas, **28**, 013105 (2021). DOI: 10.1063/5.0031459

[12] R. Lichters, Vehn J. Meyerter, A. Pukhov. Phys. Plasmas, **3**, 3425 (1996). DOI: 10.1063/1.871619

[13] V.A. Vshivkov, N.M. Naumova, F. Pegoraro, S.V. Bulanov. Phys. Plasmas, **5**, 2727 (1998). DOI: 10.1063/1.872961
[14] V.V. Kulagin, V.A. Cherepenin, H. Suk. Phys. Plasmas, **11**, 5239 (2004). DOI: 10.1063/1.1798471
[15] А.А. Андреев, К.Ю. Платонов, В.И. Честнов, А.Е. Петров. Опт. и спектр., **117**, 287 (2014).
[16] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов. УФН, **188**, 1347 (2018). DOI: 10.3367/UFNr.2018.07.038386
[17] R.E.W. Pfund, R. Lichters, J. Meyer-ter-Vehn. AIP Conference Proceedings, **426**, 141 (1998). DOI: 10.1063/1.55199
[18] M. Yeung, B. Dromey, D. Adams, S. Cousens, R. Hörlein, Y. Nomura, G.D. Tsakiris, M. Zepf. PRL, **110**, 165002 (2013). DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.165002
[19] A. Kemp, H. Ruhl. Phys. of Plasmas, **12**, 033105 (2005). DOI: 10.1063/1.1856933
[20] В.В. Стрелков, В.Т. Платоненко, А.Ф. Стержантов, М.Ю. Рябикин. УФН, **186**, 449 (2016). DOI: 10.3367/UFNr.2015.12.037670