

11.4

Обнаружение хаотического сигнала на фоне шума путем квантования по нескольким уровням амплитуды в модели радиотехнического генератора хаоса

© Л.В. Кузьмин

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Россия
E-mail: lvkuzmin@gmail.com

Поступило в Редакцию 22 декабря 2021 г.

В окончательной редакции 14 апреля 2022 г.

Принято к публикации 18 апреля 2022 г.

Предложен способ обнаружения непрерывного хаотического сигнала на фоне гауссовского шума путем квантования по четырем уровням амплитуды и сравнения параметров полученной дискретной последовательности с параметрами аналогичной последовательности для незашумленного хаотического сигнала. Разработана схема квантования, обусловленная структурой фазового пространства динамической системы, порождающей хаотический сигнал. Источником хаотического сигнала служит модель радиотехнического генератора с кольцевой структурой. Идентифицируемый хаотический сигнал имеет положительный старший показатель Ляпунова и сплошной спектр мощности.

Ключевые слова: хаотические колебания, обнаружение хаотических колебаний, некогерентный прием хаотических сигналов, квантование хаотических колебаний.

DOI: 10.21883/PJTF.2022.11.52611.19112

Способы применения хаотических колебаний для задач беспроводной передачи информации плодотворно разрабатываются уже несколько десятилетий [1,2]. Теоретический и практический интерес к хаотическим колебаниям определяется их шумоподобностью и связанной с этим устойчивостью к многолучевым замираниям, что крайне важно для беспроводной передачи информации в СВЧ-диапазоне. В настоящее время такие колебания могут быть получены практически с любой полосой частот в СВЧ-диапазоне [3]. Существенно, что хаотические сигналы вошли в ряд стандартов беспроводной связи [4].

Оборотной стороной шумоподобности данных сигналов является сложность создания способов их приема, которые обеспечивали бы когерентное накопление сигнала и его обнаружение на фоне шума. Это обстоятельство, например, послужило причиной разработки методов разностной модуляции хаотических сигналов [5–7], которые избавляют от необходимости хранить копию сигнала в приемнике.

Целью настоящей работы является создание метода обнаружения хаотического сигнала на фоне шума, опирающегося не на форму сигнала, которую невозможно воспроизвести в приемнике, а на свойства, связанные со структурой фазового пространства динамической системы, порождающей хаотический сигнал. Такой подход позволяет ввести дискретное описание хаотической траектории на основе закономерностей эволюции траектории в фазовом пространстве динамической системы и затем, пользуясь этим, обнаруживать сигнал на фоне шума. Здесь дискретность в способе представления и использования непрерывного хаотического сигнала подобна символическому описанию хаотической траек-

тории [8], но не является таковой в строгом математическом смысле, так как символическую динамику можно построить только для динамической системы с гиперболическим хаосом. Известны [9–11] примеры специально синтезированных генераторов, обладающих этим свойством, но на данный момент неясна возможность их практического применения.

Здесь в качестве источника хаоса рассматривается радиотехнический генератор (рис. 1, а) кольцевого типа [12], который прошел практическую апробацию при создании проводных и беспроводных коммуникационных систем [1].

Ставится задача определения вероятности ошибочного обнаружения суммы хаотического сигнала $z(t)$ (имеет дисперсию σ_z^2) и шума $n(t)$ (дисперсия равна единице) (рис. 1, б) длительности T при заданном отношении сигнал/шум $\text{SNR} = 10 \lg(\sigma_z^2/\sigma_n^2)$.

$$c_S(t_j) = \delta(z(t_j) + \sigma_n n(t_j)) \quad (1)$$

в сравнении с фрагментом чистого шума длительности T

$$c_N(t_{j+1}) = \delta \sigma_n n(t_{j+1}), \quad (2)$$

где j — номер фрагмента: $\tau < t_j \leq \tau + T$, $\tau + T < t_{j+1} \leq \tau + 2T$. Шум $n(t)$ формируется путем фильтрации последовательности случайных отсчетов с гауссовским распределением так, что полоса частот сигнала $n(t)$ совпадает с полосой частот хаотического сигнала $z(t)$ (рис. 1, в); τ — момент начала фрагмента сигнала (1).

Появление сигналов (1) или (2) на входе обнаружителя равновероятно.

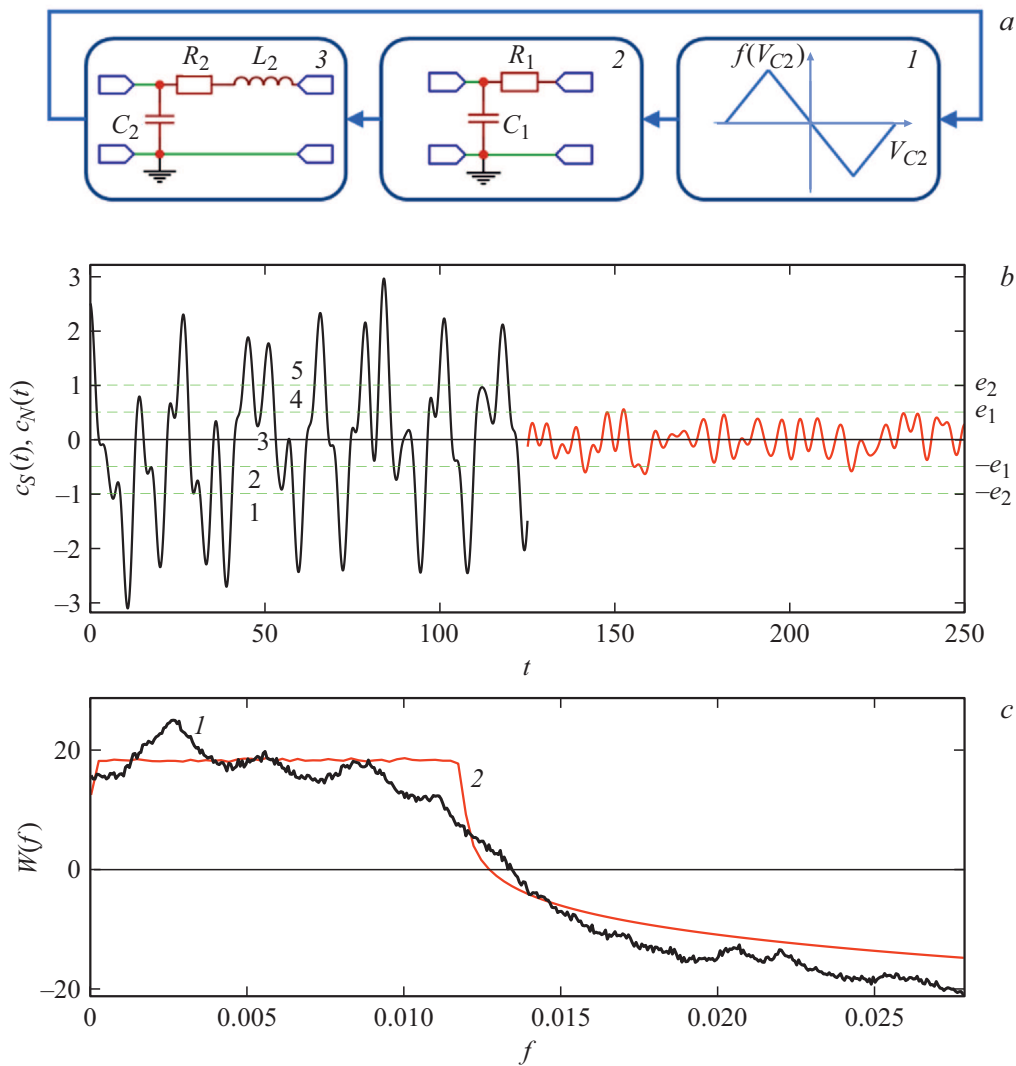


Рис. 1. *a* — структура генератора хаоса: *1* — нелинейное преобразование, *2, 3* — фильтры нижних частот первого и второго порядка соответственно; *b* — примеры реализации фрагментов сигналов $c_S(t_j)$ (*1*) (интервал $[0,125]$) и $c_N(t_{j+1})$ (*2*) (интервал $[125,250]$) для отношения сигнал/шум SNR = 12 dB, штриховыми линиями показано разбиение (*5*); *c* — спектр мощности $W(f)$ незашумленного хаотического сигнала $z(t)$ (кривая *1*) и шума $n(t)$ (кривая *2*).

Для заданного значения SNR, соответствующего заданному значению σ_n , дисперсия $c_S(t_j)$ (*1*) нормируется на дисперсию чистого хаотического сигнала $z(t)$ путем умножения на коэффициент $\delta = \sigma_z / \sqrt{\sigma_z^2 + \sigma_n^2}$ так, что сигнал $c_S(t_j)$ (*1*) имеет дисперсию σ_z^2 . При варьировании отношения сигнал/шум SNR от минус бесконечности до плюс бесконечности при неизменной дисперсии σ_z^2 хаотического сигнала σ_n меняется от σ_z до нуля.

Хаотический сигнал $z(t)$ генерируется динамической системой, описывающей радиотехнический генератор хаоса (рис. 1, *a*). В модель генератора входит кусочно-линейное преобразование по напряжению

$$f(V) = |V + E_1| - |V - E_1| + \frac{1}{2}(|V - E_2| - |V + E_2|) \quad (3)$$

и два фильтра нижних частот, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями

$$R_1 C_1 \dot{V}_{C1} + V_{C1} = mf(V_{C2})$$

и

$$\ddot{V}_{C2} + (R_2/L_2)\dot{V}_{C2} + V_{C2}/(L_2 C_2) = V_{C1}/(L_2 C_2),$$

где V_{C1}, V_{C2} — напряжения на емкостях C_1, C_2 соответственно, $E_1 = V_E/2, E_2 = V_E$. Перейдя к безразмерным переменным по напряжению $V_{C1} = V_E x, V_{C2} = V_E z,$ $E_1 = V_E e_1, E_2 = V_E e_2, e_1 = 1/2, e_2 = 1$ и по времени $t = t_d \sqrt{L_2 C_2}, d/dt = d/(\sqrt{L_2 C_2} dt_d)$ (t_d — безразмерное время), вводя коэффициенты $\beta = R_1 C_1 / \sqrt{L_2 C_2}, \alpha = R_2 \sqrt{C_2} / L_2$ и исключив переменную V_{C1} , получим кусочно-линейное уравнение третьего порядка

$$\beta \ddot{z} + (1 + \beta \alpha) \dot{z} + (\alpha + \beta) z + z = mf(z). \quad (4)$$

Фазовое пространство системы (4) по переменной $z(t)$ (рис. 1, *b*) разбито нелинейностью (3) на пять областей, в которых функция $f(z)$ линейна

$$\begin{aligned} O_1: & -\infty < z(t) \leq -e_2, \quad f(z(t)) = 0, \\ O_2: & -e_2 \leq z(t) < -e_1, \quad f(z(t)) = -z(t) - e_2, \\ O_3: & -e_1 \leq z(t) < e_1, \quad f(z(t)) = z(t), \\ O_4: & e_1 \leq z(t) < e_2, \quad f(z(t)) = -z(t) + e_2, \\ O_5: & e_2 \leq z(t) < \infty, \quad f(z(t)) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Форма нелинейности (3) подобна гладкой нелинейности $f(z) = ze^{-z^2}$, для которой динамика генераторов кольцевого типа подробно изучалась в [12]. Было установлено, что такие генераторы способны формировать как периодические, так и хаотические колебания в широком диапазоне значений параметров. Достоинством кусочно-линейного преобразования (3) является возможность его относительно простой реализации на операционных усилителях. Система (4) демонстрирует как периодическое, так и хаотическое поведение. В дальнейших расчетах использовались значения параметров $\beta = 3$, $\alpha = 1/10$, $m = 10$ (шаг интегрирования системы (4) методом Рунге–Кутты $\Delta T = 0.05$), которым соответствует хаотический режим колебаний со сплошным спектром мощности (рис. 1, *c*), положительным старшим показателем Ляпунова.

Для системы третьего порядка (4) можно в явном виде найти собственные значения в областях (5). В области O_3 собственные значения имеют вид

$$\begin{aligned} \lambda_1^{(3)} &= Q - \frac{2621}{8100Q} - \frac{13}{90}, \\ \lambda_{2,3}^{(3)} &= -\frac{1}{2} \left(\lambda_1^{(3)} + \frac{13}{90} \right) \pm \frac{\sqrt{3} \left(\frac{2621}{8100Q} + Q \right) i}{2}, \end{aligned}$$

где

$$Q = \left(\frac{m}{6} + \sqrt{\left(\frac{m}{6} - \frac{17323}{182250} \right)^2 + \frac{18005329061}{531441000000} - \frac{17323}{182250}} \right)^{1/3}.$$

В областях O_2 и O_4

$$\begin{aligned} \lambda_1^{(2,4)} &= R - \frac{2621}{8100R} - \frac{13}{90}, \\ \lambda_{2,3}^{(2,4)} &= -\frac{1}{2} \left(\lambda_1^{(2,4)} + \frac{13}{90} \right) \pm \frac{\sqrt{3} \left(\frac{2621}{8100R} + R \right) i}{2}, \end{aligned}$$

где $R = \left(Q^3 - \frac{m}{3} \right)^{1/3}$. Действительная часть всех указанных собственных значений больше нуля, т.е. положения равновесия в областях O_2 , O_3 , O_4 являются неустойчивыми, фазовая траектория в процессе эволюции покидает их окрестность. В областях O_1 , O_5 действительная часть собственных значений $\lambda_1^{(1,5)} = -1/3$,

$\lambda_{2,3}^{(1,5)} = -1/20 \pm \sqrt{399}i/20$ отрицательна, положением равновесия является начало координат, поэтому траектория из областей O_1 , O_5 эволюционирует в области O_2 или O_4 , и колебания системы (4) в целом всегда ограничены.

В ходе своей эволюции траектория $z(t)$ пересекает границы областей $z_1^{(\pm)} = \pm e_1$ и $z_2^{(\pm)} = \pm e_2$, определяющих четыре уровня амплитуды, сравнение с которыми позволяет определить принадлежность текущего значения $z(t)$ к той или иной области (5) фазового пространства. Введем символическое обозначение $Z_i^{(k)}$, указывающее на принадлежность участков траектории $z(t)$ к областям фазового пространства (5):

$$Z_i^{(k)} = \begin{cases} 1, & k = 1, \quad z(t) \in O_1, \\ 2, & k = 2, \quad z(t) \in O_2, \\ 3, & k = 3, \quad z(t) \in O_3, \\ 4, & k = 4, \quad z(t) \in O_4, \\ 5, & k = 5, \quad z(t) \in O_5. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь индекс i обозначает номер символа в последовательности, которая порождается сигналом $z(t)$ в соответствии с (6), а k — тип символа. После преобразования (6) непрерывного сигнала $z(t)$ получаем дискретное представление сигнала в виде последовательности символов

$$\dots Z_{i-1}^{(k_{i-1})}, Z_i^{(k_i)}, Z_{i+1}^{(k_{i+1})}, \dots, Z_{i+N-1}^{(k_{i+N-1})}, Z_{i+N}^{(k_{i+N})} \dots \quad (7)$$

Например, фрагменту (1) на рис. 1, *b* на отрезке $[0, 25]$ соответствует последовательность „5432121234321234345“, а сигналу (2) на отрезке $[125, 150]$ — последовательность „32343“.

Предлагаемый здесь способ обнаружения основан на отслеживании последовательности смены областей (5) и сравнении частот встречаемости одинарных, двойных, тройных и т.д. сочетаний символов (6), вычисленных для чистого хаотического сигнала $z(t)$, с частотой встречаемости групп символов, порождаемых сигналами (1) и (2).

Обозначим через $S_j(L) = Z_i^{(k_0)}, Z_{i+1}^{(k_1)}, \dots, Z_{i+L-1}^{(k_{L-1})}$ j -ю группу (сочетание) из L символов, сформированных из последовательности (7): если $L = 1$, то это одиночные символы, если $L = 2$, то парные сочетания, и т.д. Группа $(j+1)$ формируется путем сдвига на один символ, т.е. $S_{j+1}(L) = Z_{i+1}^{(k_1)}, Z_{i+2}^{(k_2)}, \dots, Z_{i+L}^{(k_L)}$. Полное число возможных групп составляет $Q(L) = 5^L$ всевозможных перестановок для L символов. Пусть $p_C^{(q)}(S_q(L))$ (где $q = 1, \dots, Q(L)$) — частоты появления групп $S_q(L)$ для чистого хаотического сигнала, а $p_N^{(q)}(S_q(L))$ — для чистого шума с полосой и дисперсией, равными полосе и дисперсии хаотического сигнала. Суммы частот появления групп символов нормированы на единицу:

$$\sum_{q=1}^{q=Q(L)} p_C^{(q)} = \sum_{q=1}^{q=Q(L)} p_N^{(q)} = 1.$$

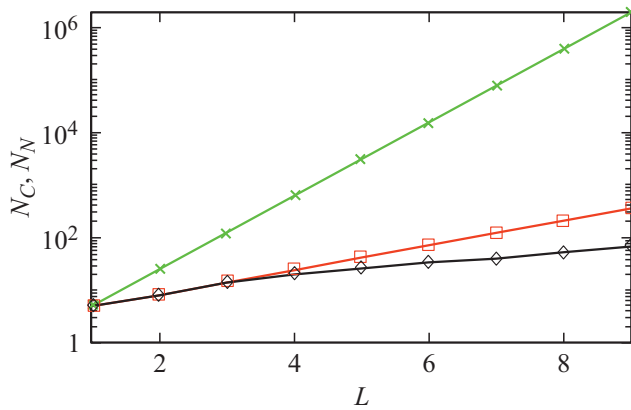


Рис. 2. Число N_C допустимых групп символов $S_q(L)$ для хаотического сигнала (ромбы), N_N для шума в полосе хаотического сигнала (квадраты) и общее возможное число групп длины L (крестики).

Моделирование показывает, что не все 5^L возможных групп символов реализуются, т.е. число $N_C(L)$ допустимых сочетаний длины L (рис. 2) для хаотического сигнала не больше, чем $N_N(L)$ для шума, и их частоты различны: $N_C(L) \leq N_N(L)$, $p_C^{(q)}(S_q(L)) \neq p_S^{(q)}(S_q(L))$, $q = 1, \dots, Q(L)$. Это свойство лежит в основе метода классификации сигналов (1) и (2), для реализации которого была введена следующая норма, выраженная через частоты появления групп символов, совпадающих в обоих сигналах:

$$D^{(L)}(p_S) = \sum_{q=1}^{\max(N_S, N_C)} |p_C^{(q)}(S_q(L)) - p_S^{(q)}(S_q(L))|, \quad (8)$$

где N_C — число различных групп $S_q(L)$, обнаруживаемых в чистом хаотическом сигнале, а N_S — в сигнале, с которым он сравнивается (классифицируемом сигнале), $p_S^{(q)}$ — частоты появления групп символов в классифицируемом сигнале. Если сочетание символов отсутствует в одном из сигналов, то частота его появления для этого сигнала полагается равной нулю. Для сигнала (1) $p_S^{(q)} = p_{C_S}^{(q)}$, для сигнала (2) $p_S^{(q)} = p_{C_N}^{(q)}$, где $p_{C_S}^{(q)}$ и $p_{C_N}^{(q)}$ — частоты появления символов $S_q(L)$ для (1) и (2) соответственно.

Пусть в соответствии с (8) норма $D^{(L)}(p_{C_S})$ определена для пары чистый хаос–сигнал (1), а норма $D^{(L)}(p_{C_N})$ — для пары чистый хаос–сигнал (2). Определим через $\rho_{C_S}(D^{(L)}(p_{C_S}))$ и $\rho_{C_N}(D^{(L)}(p_{C_N}))$ плотности условных вероятностей, когда принят сигнал (1) или сигнал (2) соответственно, при заданном значении SNR. Если $\text{SNR} \rightarrow +\infty$, то $\sigma_n \rightarrow 0$ (в силу нормировки мощности сигнала и шума), и средние $\langle D^{(L)}(p_{C_S}) \rangle \rightarrow 0$, $\langle D^{(L)}(p_{C_N}) \rangle \rightarrow 1$.

Тестовая статистика для классификации неизвестного сигнала, относящегося к типу (1) или (2) с частотами появления групп символов $p_S^{(q)}$, имеет вид

$D_T^{(L)} = D^{(L)}(p_S) - \gamma_0$. Сигнал классифицируется как (1), если $D_T^{(L)} < 0$, и как (2), если $D_T^{(L)} > 0$.

Пороговое значение γ_0 , которое должно быть вычислено априори для заданного значения SNR, находится путем минимизации суммы $\int_{\gamma_0}^{+\infty} \rho_{C_S} dD^{(L)} + \int_{-\infty}^{\gamma_0} \rho_{C_N} dD^{(L)}$ частот ложноотрицательных и ложноположительных ошибок.

Примеры плотностей ρ_{C_S} и ρ_{C_N} изображены на рис. 3, а (SNR = 0 dB, $L = 1$). Плотности вероятности были рассчитаны для значений отношения сигнал/шум SNR в диапазоне от -8 до 3 dB с шагом 0.5 dB. Для каждого значения SNR был априори определен порог γ_0 и вычислена сумма эмпирических частот классификации „сигнала (1) как сигнала (2)“ и „сигнала (2) как сигнала (1)“, которая изображена на рис. 3, б как функция SNR.

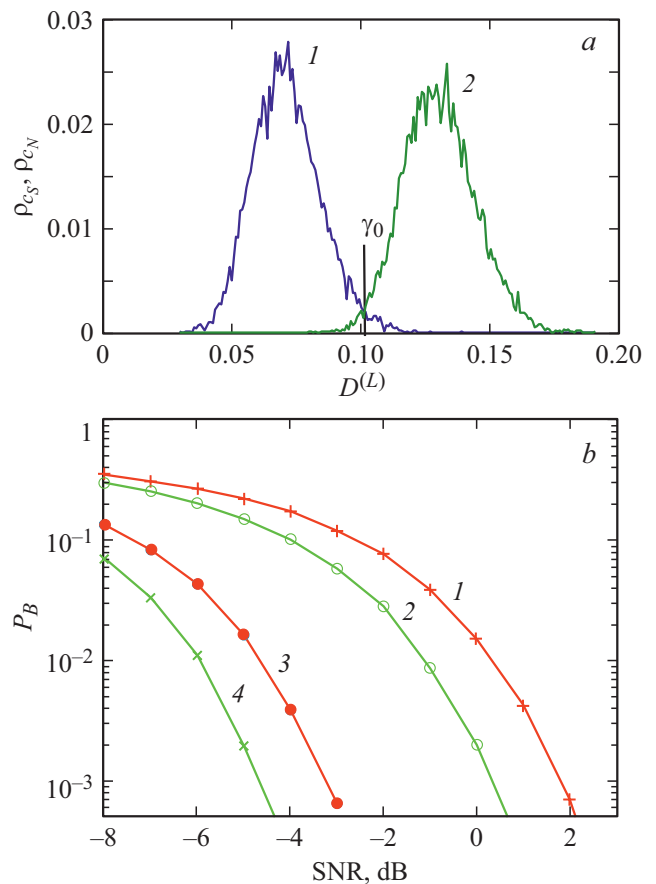


Рис. 3. Плотности условных вероятностей $\rho_{C_S}(D^{(L)}(p_{C_S}))$ (кривая 1) и $\rho_{C_N}(D^{(L)}(p_{C_N}))$ (кривая 2) при SNR = 0 dB (а) и сумма P_B эмпирических частот классификации „сигнал (1) как сигнал (2)“ и „сигнал (2) как сигнал (1)“ при отношении сигнал/шум SNR в диапазоне от -8 до 3 dB для различной длины T импульсов и различного числа L символов в группе: 1 — $T = 1032$, $L = 1$; 2 — $T = 1032$, $L = 2$; 3 — $T = 8256$, $L = 1$; 4 — $T = 8256$, $L = 2$. Расчет проводился на объеме 10^4 классифицированных примеров.

Изложенная методика была использована для ответа на вопрос, имеющий практическое значение: можно ли при помощи данной схемы обнаружения уменьшить частоты ошибочного обнаружения за счет увеличения: 1) длительности сигналов (1) и (2); 2) числа символов L в группе для обнаружения (1) в сравнении с (2).

На этот вопрос был получен положительный ответ: при увеличении длины T сигналов (1) и (2) имеет место эффект накопления, т. е. частота ошибочного обнаружения снижается (рис. 3, *b*). Например, для частоты ошибки 10^{-3} за счет увеличения длительности T сигналов (1) и (2) в 8 раз удается ухудшить отношение сигнал/шум на 5 дБ. Увеличение числа символов L в группе с одного до двух также снижает вероятность ошибки на 2 дБ.

Таким образом, в работе предложен метод обнаружения хаотического сигнала на фоне шума, который позволяет отличить хаотический сигнал от шума по четырем уровням квантования по амплитуде, что привлекательно с практической точки зрения. Метод не требует знания фазы сигнала или применения синхронизации.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 20-02-00877 А).

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] А.С. Дмитриев, А.И. Панас, *Динамический хаос: новые носители информации для систем связи* (Физматлит, М., 2002).
- [2] G. Kaddoum, IEEE Access, **4**, 2621 (2016). DOI: 10.1109/ACCESS.2016.2572730
- [3] А.С. Дмитриев, Е.В. Ефремова, А.И. Панас, Н.А. Максимов, *Генерация хаоса* (Техносфера, М., 2012).
- [4] V. Niemelä, J. Naapola, M. Hämmäläinen, J. Iinatti, IEEE Commun. Surv. Tutorials, **19** (2), 874 (2017). DOI: 10.1109/COMST.2016.2634593
- [5] А.С. Дмитриев, Т.И. Мохсени, К.М. Сьерра-Теран, Радиотехника и электроника, **63** (10), 1074 (2018). DOI: 10.1134/S0033849418100078 [A.S. Dmitriev, T.I. Mokhseni, K.M. Sierra-Teran, J. Commun. Technol. Electron., **63** (10), 1183 (2018). DOI: 10.1134/S1064226918100078].
- [6] А.С. Дмитриев, Т.И. Мохсени, К.М. Сьерра-Теран, Письма в ЖТФ, **46** (13), 47 (2020). DOI: 10.21883/PJTF.2020.13.49592.18323 [A.S. Dmitriev, T.I. Mokhseni, C.M. Sierra-Teran, Tech. Phys. Lett., **46** (7), 669 (2020). DOI: 10.1134/S106378502007007X].
- [7] G. Kolumban, M. Kennedy, IEEE Trans. Circ. Syst. I, **44** (10), 927 (1997). DOI: 10.1109/81.633882
- [8] J. Schweizer, T. Schimming, IEEE Trans. Circ. Syst. I, **48** (11), 1283 (2001). DOI: 10.1109/81.964417
- [9] S.P. Kuznetsov, Phys. Rev. Lett., **95** (14), 144101 (2005). DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.144101
- [10] N.J. Corron, J.N. Blakely, M.T. Stahl, Chaos, **20** (2), 023123 (2010). DOI: 10.1063/1.3432557
- [11] C. Bai, H. Ren, C. Grebogi, IEEE Access, **7**, 25274 (2019). DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2900729
- [12] A.S. Dmitriev, A.I. Panas, S.O. Starkov, Int. J. Bifur. Chaos, **6** (5), 851 (1996). DOI: 10.1142/S0218127496000473