

09.2

Особенности интерференции пучков Куммера для задач оптических измерений

© Н.В. Шостка (Ляхович), Б.В. Соколенко, В.И. Войтицкий, А.В. Присяжнюк

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Россия
E-mail: nataliya_shostka@mail.ru

Поступило в Редакцию 17 февраля 2022 г.

В окончательной редакции 22 марта 2022 г.

Принято к публикации 12 апреля 2022 г.

Представлена модель оптической вихревой интерферометрии на основе пучков Куммера с целочисленным топологическим зарядом. Предложенный подход позволяет усовершенствовать этап извлечения информации о фазовом сдвиге предметного пучка, внесенном исследуемым объектом, непосредственно путем регистрации углового положения локальных минимумов интенсивности поля суперпозиции пучков Куммера и Гаусса с разным соотношением амплитуд.

Ключевые слова: пучок Куммера, интерференция, оптическая метрология.

DOI: 10.21883/PJTF.2022.11.52607.19170

Применение световых пучков с сингулярностью волнового фронта (оптическим вихрем) в различных измерительных системах является активным направлением исследований для задач оптической метрологии. Геометрия волнового фронта скалярного оптического вихря представляет собой геликоид с особой точкой на оси, фаза в которой не определена и испытывает скачок кратный 2π при обходе особой точки по замкнутому контуру [1]. Такая волновая структура обладает определенной устойчивостью при распространении пучка и имеет характерный минимум интенсивности в окрестности сингулярности, что служит своеобразным маркером положения вихря, которое может быть определено с высокой точностью [2]. В последние годы вихревые оптические пучки нашли применение для измерения различных физических величин, например, показателя преломления, толщин, высоты рельефа и шероховатости поверхности [3–5]. Положенные в основу оптической топографии подходы интерференционного анализа вихревых пучков обеспечивают неразрушающий, быстрый и точный контроль оптически гладких поверхностей. Это позволяет использовать следующие преимущества сингулярных пучков: 1) спиральность волнового фронта, дающую более заметный отклик на изменения оптической разности хода; 2) изолированность нулей поля в качестве точечного зонда при сканировании исследуемого образца [6]; 3) круговую симметрию, изменение которой отражает состояние дифрагированного оптического поля при детектировании микроскопических фазовых неоднородностей [7].

На практике интерференционный анализ винтовой дислокации волнового фронта можно разделить на два основных подхода: сценарий осевой суперпозиции с опорным пучком, имеющим сильно выраженный сферический волновой фронт, и интерференцию с наклонной плоской волной. В зависимости от выбранного сценария

интерференционная картина приобретает вид спирали или линий равного наклона с областью бифуркации („вилки“). Компьютерный анализ таких интерферограмм позволяет извлечь информацию о фазовом запаздывании предметного пучка, внесенном исследуемым объектом.

В настоящей работе предложен подход, основанный на осевой интерференции сингулярного пучка и опорного, имеющего гладкий волновой фронт. Такой режим наложения обеспечивает снятие вырождения осевого нуля в распределении интенсивности, что позволяет непосредственно из ее профиля извлечь количественное значение оптической разности хода пучков путем отслеживания изменения углового положения локальных нулей интенсивности и определить фазовый сдвиг, внесенный в объектный пучок.

Комплексная амплитуда поля вихревого пучка может быть описана конфлюэнтной гипергеометрической функцией Куммера, благодаря чему такие световые поля получили название пучков Куммера [8]. Данное семейство функций является точным решением параболического уравнения Гельмгольца, а численное моделирование на их основе качественно соответствует экспериментальным наблюдениям. На оси пучка Куммера находится вырожденный нуль интенсивности, в окрестности которого фаза претерпевает набег $2\pi l$, где l — топологический заряд вихря, принимающий целочисленные значения [9].

В параксиальном приближении комплексную амплитуду напряженности электрического поля вихревого пучка в поперечном сечении будем описывать выражением

$$E_V(r, \varphi, z_V) = \eta \tilde{E}_V(r, \varphi, z_V) \exp(-ikz_V),$$

где (r, φ, z_V) — цилиндрические координаты, z_V — длина оптического пути в направлении распространения,

$k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, η — параметр, нормирующий к единице максимум комплексной амплитуды $\tilde{E}_V(r, \varphi, z_V)$, вид которой в дальней зоне дифракции можно записать следующим образом [10]:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_V(r, \varphi, z_V) = & \frac{(-i)^{|l|+1}}{2\pi l!} \left(\frac{z_r}{z_V}\right) \Gamma\left(\frac{|l|+2}{2}\right) \\ & \times \exp\left(\frac{ikr^2}{2z_V} + il\varphi\right) \left(\frac{k\omega_0}{\sqrt{2}z_V}r\right)^{|l|} \\ & \times {}_1F_1\left[\frac{|l|+2}{2}, |l|+1, -\left(\frac{k\omega_0}{\sqrt{2}z_V}r\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $z_r = k\omega_0^2/2$ — длина Рэлея, ω_0 — радиус перетяжки исходного пучка, $\Gamma(\chi)$ — гамма-функция, ${}_1F_1(\alpha, b, \xi)$ — гипергеометрическая функция Куммера.

Наиболее распространен сценарий интерференции вихревого пучка и пучка Гаусса, комплексную амплитуду которого можно выразить с точностью до нормирующего множителя

$$\begin{aligned} E_G(r, z_G) = & A_G \exp\left[-\frac{r^2}{\omega_G^2(z_G)}\right] \\ & \times \exp\left(\frac{ikr^2}{2z_G[1+(z_{rG}/z_G)^2]} - ikz_G\right), \end{aligned} \quad (2)$$

где $z_{rG} = k\omega_{0G}^2/2$ — длина Рэлея, A_G — амплитудный параметр, $\omega_G(z_G) = \omega_{0G}\sqrt{1+(z_{rG}^2/z_G^2)}$, ω_{0G} — радиус перетяжки пучка Гаусса в исходной плоскости $z = 0$, z_G — длина оптического пути. Результирующее распределение интенсивности поля интерферирующих волн $E_V(r, \varphi, z_V)$ и $E_G(r, z_G)$ описывается известным выражением

$$I(r, \varphi, z_G, z_V) = |E_V|^2 + |E_G|^2 + (E_V E_G^*) + (E_V^* E_G), \quad (3)$$

где звездочка означает комплексное сопряжение.

Проследим за изменениями в интенсивности интерференционного поля в зависимости от таких параметров, как оптическая разность хода, управляемая условной линией задержки, и соотношение интегральных интенсивностей пучков. Параметр оптической разности хода в свободном пространстве (показатель преломления среды одинаков для обоих пучков и может быть принят за единицу) учитывает разность геометрических путей пучков, вследствие этого возможно количественно оценить чувствительность интерференционной картины к их изменению.

Первым из анализируемых параметров является влияние на вид интерференционной картины отношения амплитуд полей. В рассматриваемом случае при изменении соотношения амплитуд вихревого и гауссова пучков ($0 < |E_G/E_V| \leq 1$) происходит снятие вырождения осевой сингулярности. В результате структурной неустойчивости вихревого пучка высшего порядка

($|l| > 1$) в распределении поля возникает l независимых оптических вихрей, топологический заряд которых равен единице и имеет одинаковый знак. Схожий характер эволюции интерференционной картины был продемонстрирован Деннисом применительно к пучкам Лагерра–Гаусса [11]. Величина смещения вихрей и, как следствие, нулей поля от оси ($r = 0$) пропорциональна отношению амплитуды пучка Гаусса к амплитуде пучка Куммера: $\rho \propto \sqrt{|E_G/E_V|}$. Вид расщепления нулей интенсивности принимает форму равностороннего l -угольника, центр которого лежит на оси вихревого пучка, а нули интенсивности — в его вершинах (рис. 1, *a–c*). Сформированная вихревая структура сохраняется в процессе распространения в свободном пространстве за счет пропорциональности поперечных размеров пучков в плечах интерферометра и кривизны их волновых фронтов вплоть до масштабных преобразований вследствие расходимости пучков. Заметим, что пучки Куммера сохраняют самоподобие в дальней зоне дифракции, в связи с чем разница длин плеч интерферометра не превышала длины Рэлея, а параметры моделирования были приближены к экспериментально реализуемым. Это открывает возможность применения полученной оптической структуры в качестве зондирующего пучка, положение изолированных нулей поля которого регистрируется экспериментально.

Вторая зависимость, определяющая разрешающую способность данного подхода в метрологических задачах, может быть получена с помощью характеристики пространственной динамики поля при разных значениях длины линии задержки $\Delta = (z_G - z_V)/2$ (рис. 2, *a–c*). Для трех представленных значений модуля топологического заряда каждый из локальных нулей поля движется по спиральной траектории в процессе увеличения длины линии задержки. Такой вид траектории обусловлен фундаментальным свойством пучка Куммера — геликоидальным волновым фронтом [6]. Представленное наложение интенсивности результирующего поля и его фазового портрета (рис. 2, *a*) указывает на точное соответствие положения сингулярности фазы и нуля амплитуды. Заметим, что все результирующие поля обладают инвариантностью к повороту на угол $2\pi/l$, вследствие чего угловая координата траектории каждого из нулей интенсивности описывается выражением

$$\theta_t = (\pi + k\Delta + 2\pi t)/l, \quad (4)$$

где t соответствует порядковому номеру нуля интенсивности и принимает значения $t = 0, 1, \dots, l-1$. Наибольшей разрешающей способностью будет обладать суперпозиция с пучком Куммера с единичным топологическим зарядом. Изменение линии задержки от 0 до λ обуславливает возникновение двух полных оборотов нуля интенсивности в поперечном сечении поля. При регистрации изменения угла θ с точностью до 0.035 рад разрешающая способность составит величину $\sim \lambda/180$.

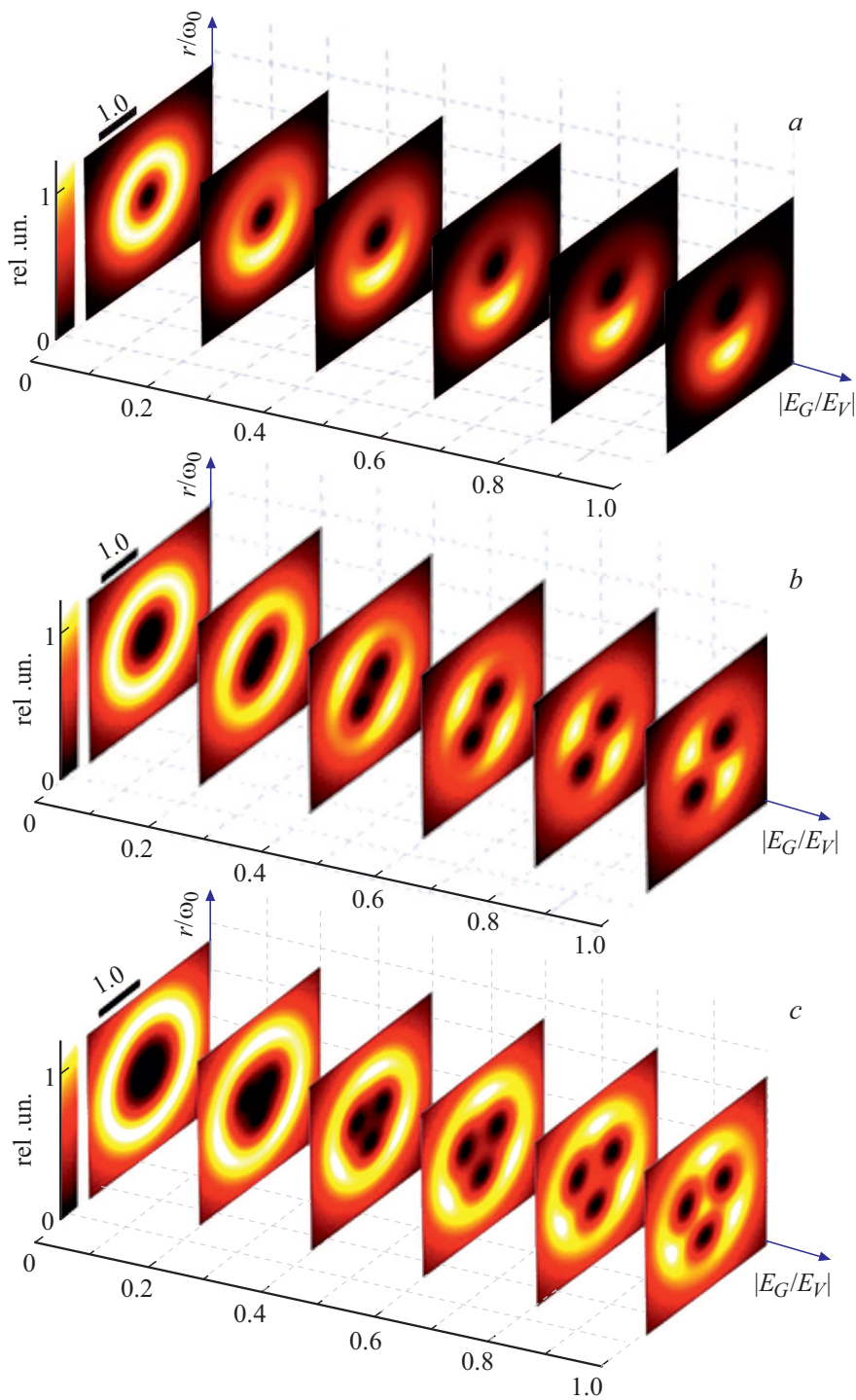


Рис. 1. Поперечные распределения интенсивности интерференционного поля пучков Гаусса и Куммера с топологическими зарядами $l = 1$ (a), 2 (b), 3 (c) в зависимости от отношения амплитуд $|E_G/E_V|$. Параметры моделирования: $\omega_{0,0G} = 180 \mu\text{m}$, $z_V = 198 \text{ mm}$, $z_G = 228 \text{ mm}$.

Тем не менее на практике наличие второй реперной точки может повысить точность определения угла поворота, что не исключает применения пучка Куммера с двойным топологическим зарядом.

Преимуществом предложенного подхода является возможность автоматической экспресс-обработки поля су-

перпозиции пучков в реальном времени. Отслеживание положения нулей интенсивности с применением нейросетей и машинного обучения [2] без предварительной подготовки изображений позволит существенно ускорить извлечение данных о разности хода. Перспективным является переход от матричного скрининга

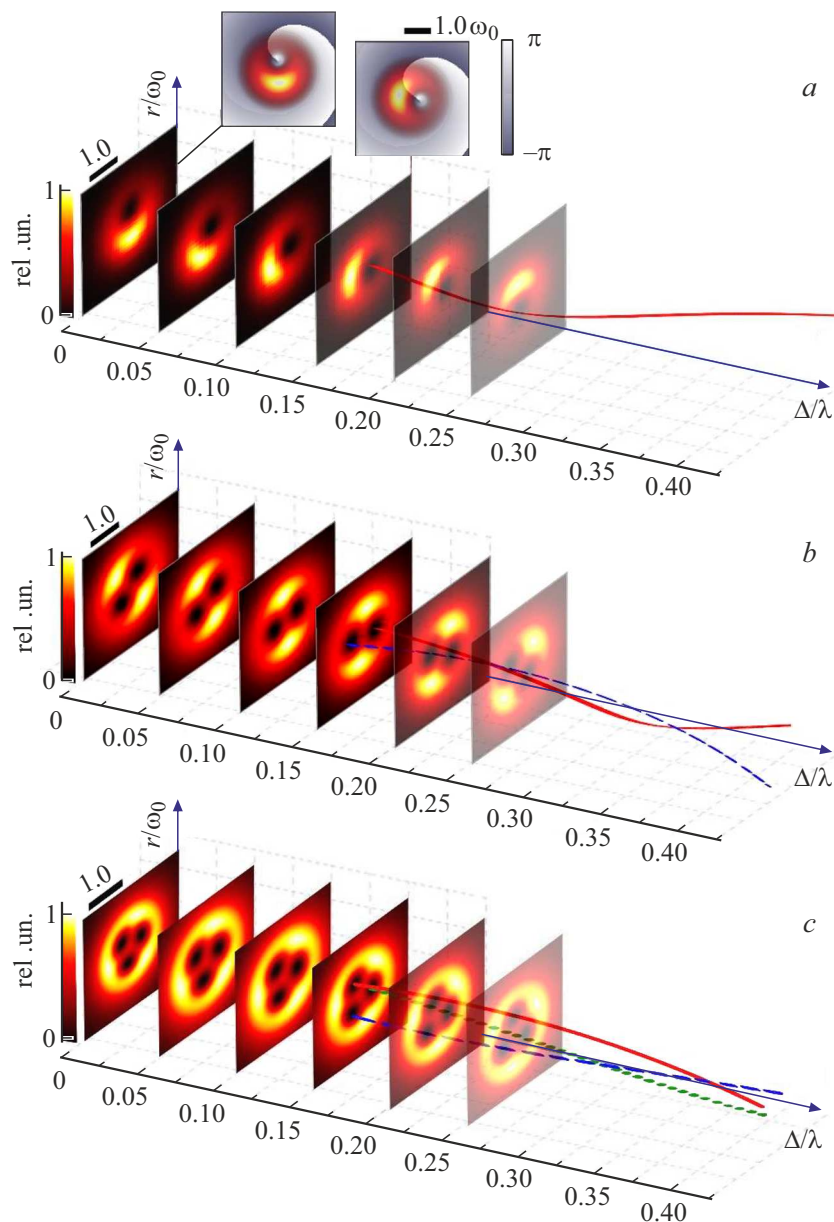


Рис. 2. Рассчитанные картины эволюции поперечного распределения интенсивности суперпозиции пучков Гаусса и Куммера с топологическими зарядами $l = 1$ (a), 2 (b), 3 (c) при изменении значения геометрической разности хода Δ между пучками. Сплошной линией показан фрагмент траектории вихря с индексом $t = 0$, штриховой — вихря с индексом $t = 1$, пунктирной — вихря с индексом $t = 2$. Параметры моделирования: $\omega_{0,0G} = 180 \mu\text{m}$, $z_V = 198 \text{ mm}$, $z_G = 228 \text{ mm}$, $|E_G/E_V| = 0.75$.

всего поля пучка к однопиксельным детекторам, сигнал которых может быть передан быстрее и с большей разрядностью.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 20-72-00065).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] H. Rubinsztein-Dunlop, A. Forbes, M.V. Berry, M.R. Dennis, D.L. Andrews, M. Mansuripur, C. Denz, C. Alpmann, P. Banzer, T. Bauer, E. Karimi, L. Marrucci, M. Padgett, M. Ritsch-Marte, N.M. Litchinitser, N.P. Bigelow, C. Rosales-Guzmán, A. Belmonte, J.P. Torres, T.W. Neely, M. Baker, R. Gordon, A.B. Stilgoe, J. Romero, A.G. White, R. Fickler, A.E. Willner, G. Xie, B. McMorran, A.M. Weiner, *J. Opt.*, **19** (1), 013001 (2017). DOI: 10.1088/2040-8978/19/1/013001
- [2] A. Popiołek-Masajada, E. Fraczek, E. Burnecka, *Metrol. Meas. Syst.*, **28** (3), 497 (2021). DOI: 10.24425/mms.2021.137131

- [3] Y. Na, D.K. Ko, *Opt. Laser Technol.*, **112**, 479 (2019).
DOI: 10.1016/j.optlastec.2018.11.053
- [4] B.V. Sokolenko, D.A. Poletaev, *Proc. SPIE*, **10350**, 1035012 (2017). DOI: 10.1117/12.2273395
- [5] P. Schovánek, P. Bouchal, Z.O. Bouchal, *Opt. Lett.*, **45** (16), 4468 (2020). DOI: 10.1364/OL.39207
- [6] B. Sokolenko, N. Shostka, O. Karakchieva, A.V. Volyar, D. Poletaev, *Comput. Opt.*, **43** (5), 741 (2019).
DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-741-746
- [7] A. Bekshaev, A. Khoroshun, L. Mikhaylovskaya, *J. Opt.*, **21** (8), 084003 (2019). DOI: 10.1088/2040-8986/ab2c5b
- [8] A. Bekshaev, A. Khoroshun, J. Masajada, A.V. Chernykh, *J. Opt.*, **23** (3), 034002 (2021).
DOI: 10.1088/2040-8986/abcea7
- [9] V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, E.G. Abramochkin, *Comput. Opt.*, **43** (5), 735 (2019).
DOI: 10.18287/2412-6179-2019-43-5-735-740
- [10] V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, *J. Opt. Soc. Am. A*, **25** (1), 262 (2008). DOI: 10.1364/JOSAA.25.000262
- [11] M.R. Dennis, *Opt. Lett.*, **31** (9), 1325 (2006).
DOI: 10.1364/OL.31.001325