# 12,13

# Ближнеполевая магнитооптика и микроскопия в резонансном рассеянии света линейным нанозондом

#### © В.А. Кособукин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия E-mail: Vladimir.Kosobukin@mail.ioffe.ru

#### (Поступила в Редакцию 6 июля 2011 г.)

Представлена теория полярного ближнеполевого магнитооптического эффекта Керра в рассеянии света линейным нанозондом. В рамках метода функций Грина получено решение задачи ближнеполевой наномагнитооптики и безапертурной сканирующей микроскопии латеральных магнитных неоднородностей (доменов) нанометрового масштаба. Считается, что зонд в виде нанопроволоки и образец с приповерхностным магнитным нанослоем могут поддерживать поверхность комплекса зонд + заряды изображения) учитывается самосогласованно. Магнитоиндуцированная поляризация ультратонкого приповерхностного слоя учитывается в линейном приближении по намагниченности, перпендикулярной магнитному слою. Исследованы поляризационные, спектральные и угловые характеристики рассеяния света, модулированного намагниченностью и резонансно усиленного поверхностными плазмонами. Получена зависимость ближнеполевого магнитооптического отклика от расстояния между зондом и доменом вдоль поверхности образца. Оценено разрешение сканирующей ближнеполевой микроскопии и указаны факторы, влияющие на него.

## 1. Введение

Явления ближнеполевой оптики, для которых характерно использование свойств электромагнитных мод с субволновым ограничением, вызывают все возрастающий научный и практический интерес [1,2]. Так, ближнеполевая оптическая микроскопия позволяет наблюдать оптический контраст нанометрового масштаба при сканировании зондом латерально неоднородной приповерхностной области образца [1,3]. Сканирующая ближнеполевая магнитооптическая микроскопия обеспечивает изображение магнитных нанообъектов в поляризованном свете [4,5]. Чтобы усилить чрезвычайно слабые ближнеполевые эффекты, обычно их возбуждают через состояния поверхностных (локальных) плазмонов [4–6].

Существующая сканирующая ближнеполевая микроскопия имеет дело с квазиточечными зондами [3], применительно к этой ситуации развивается и теория микроскопии [1,3]. Изображение объектов, наблюдаемое зондовым методом, может зависеть от особенностей эксперимента, таких как тип зонда и поле между зондом и поверхностью. Подобные частные вопросы микроскопии были предметом большинства теоретических работ, например [1,3], в которых выполнялись трудоемкие численные расчеты, но не решалась в полном объеме прямая задача микроскопии. Ближнеполевая магнитооптика обсуждалась в сравнительно небольшом числе работ, которые тоже относятся к квазиточечным зондам [7]. Теоретические работы, начиная с [8], были ориентированы на эксперименты, в которых ближнеполевой магнитооптический отклик формировался либо концом волоконно-оптического зонда [4], либо малой металлической частицей [5]. Было показано, что магнитооптическая модуляция интенсивности рассеянного света, его эллиптичность и вращение резонансно усиливаются при возбуждении через поверхностные плазмоны [4–6,9,10]. Ближнеполевой оптике с линейными зондами посвящено несколько теоретических работ. Так, в [11] вычислялась интенсивность рассеяния света на выступах поверхности стекла в присутствии золотого наноцилиндра. В работах [12,13] были рассмотрены ближнеполевые магнитооптические эффекты в поле нанопроволоки с учетом их усиления плазмонами.

В настоящей работе представлена общая теория ближнеполевой магнитооптики при упругом рассеянии света с помощью линейного зонда. Рассматривается полярный магнитооптический эффект Керра в поле линейного зонда, т.е. в иных условиях, чем в случае квазиточечного зонда [7]. Ближнеполевой отклик исследуется в зависимости от расстояния между зондом и магнитной неоднородностью, что соответствует сканирующей ближнеполевой магнитооптической микроскопии. Сканирование латерально неоднородной намагниченности линейным нанозондом рассматривается по аналогии со схемой, реализованной ранее в микроскопе с квазиточечным зондом [5,8]. Результаты сравниваются со случаем продольной намагниченности [12].

Статья построена следующим образом. В разделе 2 дана постановка задачи рассеяния света в многослойной среде с диэлектрическими и магнитными нанонеоднородностями, а в разделе 3 представлено ее общее решение. Модели линейного нанозонда и латерально неоднородной намагниченности описаны в разделах 4 и 5. Наблюдаемые магнитооптические величины получены в разделе 6, численно анализируются в разделе 7, выводы содержатся в разделе 8.



**Рис. 1.** Геометрия магнитооптического рассеяния света через ближнее поле линейного зонда: падающая (i), зеркально отраженная (r) и рассеянная (s) волны.

# 2. Модель и общая теория

Модель многослойной среды с линейным зондом показана на рис. 1. В отсутствие зонда и намагниченности среда характеризуется изотропным диэлектрическим тензором с компонентами  $\delta_{\alpha\beta}\varepsilon^0(z)$ , где  $\delta_{\alpha\beta}$  — символ Кронекера с декартовыми индексами  $\alpha$  и  $\beta$ , а функция  $\varepsilon^0(z)$  равна  $\varepsilon_1$  при z < 0,  $\varepsilon_2$  при z > 0. Линейный зонд, находящийся в среде 1, моделируется бесконечным тонким цилиндром, который параллелен границе раздела сред и оси *y*. Материал цилиндра имеет проницаемость  $\varepsilon$ , а его радиус *a* удовлетворяет условию  $k_0a \ll 1$ , где  $k_0 = \omega/c$ ,  $2\pi/k_0$  — длина световой волны в вакууме на частоте  $\omega$ .

На поверхность z = 0 из среды 1 под углом  $\theta$  падает монохроматическая волна

$$\mathbf{E}_{\lambda}^{\text{inc}}(\boldsymbol{\rho},\omega) = \mathbf{e}_{\lambda} E_{\lambda}^{\text{inc}}(\boldsymbol{Q},\omega) e^{i\mathbf{K}\boldsymbol{\rho}}.$$
 (1)

Здесь  $\rho = (x, z)$ ,  $\mathbf{K} = q(\mathbf{e}_x \sin \theta + \mathbf{e}_z \cos \theta)$ ,  $Q = q \sin \theta$ ,  $q = \sqrt{\varepsilon_1}k_0$ ,  $\mathbf{e}_{\lambda}$  — орт линейной поляризации  $\lambda$ , равный  $\mathbf{e}_p = \mathbf{e}_x \cos \theta - \mathbf{e}_z \sin \theta$  для волны с поляризацией p и  $\mathbf{e}_s = \mathbf{e}_y$  для волны с поляризацией s. Ось цилиндра yимеет в плоскости падения xz координаты  $\rho_0 = (x_0, z_0)$ , где  $|z_0| \ll 1/k_0$  для ближнеполевого зондирования. При рассеянии волны (1) на цилиндре компонента волнового вектора вдоль его оси остается равной нулю, волны являются функциями  $\rho$ , а плоскость рассеяния совпадает с плоскостью падения.

Наша задача — исследовать рассеяние света  $i \to s$ нанозондом и латерально неоднородной намагниченностью **M** ||  $\mathbf{e}_z$  (рис. 1), характерной для ультратонких магнитных слоев в матрицах благородных металлов [6,10]. В отсутствие зонда однородная намагниченность с такой ориентацией соответствует полярному магнитооптическому эффекту Керра в зеркально отраженном свете  $(i \to r)$ . В задаче ближнеполевой магнитооптической микроскопии отклик рассматривается в зависимости от координаты зонда  $x_0$  вдоль поверхности образца xy.

Задача решается методом функций Грина [14] на основе следующих уравнений электродинамики:

$$\sum_{\mu} \left[ \left( \sum_{\nu} \operatorname{rot}_{\alpha\nu} \operatorname{rot}_{\nu\mu} \right) - \varepsilon^{0}(z) k_{0}^{2} \delta_{\alpha\mu} \right] \\ \times \left\{ \begin{aligned} E_{\mu}^{0}(\boldsymbol{\rho}) \\ G_{\mu\beta}^{0}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') \\ \end{bmatrix} = 4\pi k_{0}^{2} \left\{ \begin{aligned} 0 \\ \delta_{\alpha\beta} \delta(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}') \\ \end{aligned} \right\}. \tag{2}$$

$$\begin{bmatrix} E_{\mu}(\boldsymbol{\rho}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{\alpha}^{\mathrm{I}}(\boldsymbol{\rho}) + P_{\alpha}^{\mathrm{II}}(\boldsymbol{\rho}) \end{bmatrix}$$
(4)

Здесь rot<sub> $\alpha\nu$ </sub> =  $\sum_{\beta} e_{\alpha\beta\nu}\partial/\partial\rho_{\beta}$  и  $e_{\alpha\beta\nu}$  — компоненты единичного антисимметричного псевдотензора.

Диэлектрическая функция  $\varepsilon^0(z)$ , однородная вдоль поверхности, относится к невозмущенной среде (зонд и намагниченность отсутствуют). Для нее из уравнений нулевого приближения (2) и (3) находим электрическое поле  $\mathbf{E}^0(\boldsymbol{\rho})$  и тензорную функцию Грина  $\hat{G}^0(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}') = \hat{G}^0(z, z'; x - x')$  с компонентами

$$E^0_{\alpha}(\boldsymbol{\rho}) = E^0_{\alpha}(z, Q)e^{iQx}, \qquad (5)$$

$$G^{0}_{\alpha\beta}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa}{2\pi} e^{i\kappa(x-x')} g^{0}_{\alpha\beta}(z,z';\kappa).$$
(6)

Поле (5) вычисляется при учете падающей волны (1). Амплитуды Фурье в выражениях (5) и (6), удовлетворяющие максвелловским граничным условиям по z на резких границах раздела сред, получены в Приложении 1.

Уравнение (4) определяет электрическое поле Е при наличии неоднородной диэлектрической поляризации  $\mathbf{P}^{I} + \mathbf{P}^{II}$ , где вклад  $\mathbf{P}^{I}$  связан с зондом, а  $\mathbf{P}^{II}$  — с намагниченностью образца. Поляризация  $\mathbf{P}^{I} + \mathbf{P}^{II}$ , в которой  $|\mathbf{P}^{II}| \ll |\mathbf{P}^{I}|$ , является возмущением. Последовательный учет вкладов  $\mathbf{P}^{I}$  и  $\mathbf{P}^{II}$  дает решение уравнений (2)–(4), как описано в работах [8] и Приложении 2.

Поляризация цилиндра невозмущенным полем  $\mathbf{E}^0(\boldsymbol{\rho})$  определяется в самосогласованном приближении, которое дает

$$P^{\rm I}_{\alpha}(\boldsymbol{\rho},\omega) = \chi^{(\alpha)}(\omega)\delta(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\rho}_0)E^0_{\alpha}(\boldsymbol{\rho}_0,\omega). \tag{7}$$

Здесь наличие дельта-функции означает, что поперечные размеры зонда *а* малы по сравнению с масштабом  $\sim 1/k_0$ , на котором поле  $\mathbf{E}^0$  меняется у поверхности. В отсутствие намагниченности ( $\mathbf{P}^{\text{II}} = 0$ ) учет поляризации (7) с компонентами поляризуемости  $\delta_{\alpha\beta} \chi^{(\alpha)}$  по аналогии с [13] дает для поля и функции Грина соотношения

$$\mathbf{E}^{\mathrm{I}}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{E}^{0}(\boldsymbol{\rho}) + \hat{G}^{0}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{0})\hat{\boldsymbol{\chi}}\mathbf{E}^{0}(\boldsymbol{\rho}_{0}), \qquad (8)$$

$$\hat{G}^{\mathrm{I}}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}') = \hat{G}^{0}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}') + \hat{G}^{0}(\boldsymbol{\rho},\boldsymbol{\rho}_{0})\hat{\chi}\hat{G}^{0}(\boldsymbol{\rho}_{0},\boldsymbol{\rho}').$$
(9)

В первом порядке по нерезонансной магнитооптической поляризации

$$P_{\alpha}^{\mathrm{II}}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{\beta} \frac{\Delta \varepsilon_{\alpha\beta}^{\mathrm{II}}(\boldsymbol{\rho})}{4\pi} E_{\beta}(\boldsymbol{\rho})$$
(10)

получаем решение уравнения (4) в виде

$$\mathbf{E}(\boldsymbol{\rho}) \cong \mathbf{E}^{\mathrm{I}}(\boldsymbol{\rho}) + \int d\boldsymbol{\rho}_1 \, \hat{G}^{\mathrm{I}}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_1) \, \frac{\Delta \hat{\varepsilon}^{\mathrm{II}}(\boldsymbol{\rho}_1)}{4\pi} \, \mathbf{E}^{\mathrm{I}}(\boldsymbol{\rho}_1). \quad (11)$$

Поле  $\mathbf{E} - \mathbf{E}^{I}$ , удовлетворяющее условию  $|\mathbf{E} - \mathbf{E}^{I}| \ll |\mathbf{E}^{I}|$ , описывает магнитооптические эффекты в линейном приближении по намагниченности.

После подстановки (8) и (9) в (11) для поля излучения, возбуждаемого падающей *р*-поляризованной волной вида (1), получаем (ср. с [13])

$$E_{\alpha}(\boldsymbol{\rho}) - E_{p,\alpha}^{\text{inc}}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{n=0}^{3} E_{\alpha}^{(n)}(\boldsymbol{\rho}).$$
(12)

Здесь поле  $\mathbf{E}^{(0)} = \mathbf{E}^0 - \mathbf{E}_p^{\text{inc}}$  зеркально отраженной *p*-поляризованной волны в отсутствие возмущения (7) и (10), равно

$$\mathbf{E}^{(0)}(\boldsymbol{\rho}) = r_p(Q) E_p^{\text{inc}}(\mathbf{e}_x \cos\theta + \mathbf{e}_z \sin\theta) e^{iQx - ik_1(Q)z}, \quad (13)$$

где в согласии с формулой (П1.8) из Приложения 1

$$r_p = \frac{\varepsilon_1 k_2 - \varepsilon_2 k_1}{\varepsilon_1 k_2 + \varepsilon_2 k_1} \tag{14}$$

— коэффициент отражения *p*-поляризованной волны (1), в котором

$$k_m(\kappa) = \sqrt{\varepsilon_m k_0^2 - \kappa^2}.$$
 (15)

В общем случае вклады с  $n \ge 1$  в (12) учитывают следующее. При рассеянии волны (1) на линейном зонде в геометрии рис. 1 поляризация света не меняется (рассеяние  $\lambda \to \lambda$ ). Рассеяние, обусловленное тензором  $\Delta \hat{\varepsilon}^{II}$  (намагниченностью), меняет поляризацию  $\lambda$  на ортогональную  $\lambda'$  (рассеяние  $\lambda \to \lambda'$ ). В нанозонде светом возбуждаются только поперечные плазмоны при рассеянии  $p \to p$  через поперечные компоненты поляризуемости  $\chi^{(\alpha)}$  с  $\alpha = x, z$ . Как следствие, процессы рассеяния  $p \to p$  резонансно усиливаются по сравнению с процессами  $s \to s$  пропорционально добротности плазменного резонанса. Поэтому далее рассматривается возбуждение *p*-поляризованной волной (1), при котором в правой части (12) существенны следующие вклады [13]:

$$E_{\alpha}^{(1)}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{\beta} \hat{G}_{\alpha\beta}^{0}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_{0}) \chi^{(\beta)} E_{\beta}^{0}(\boldsymbol{\rho}_{0}), \qquad (16)$$

$$E_{\alpha}^{(2)}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{\beta,\gamma} \int d\boldsymbol{\rho}_1 \hat{G}_{\alpha\beta}^0(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_1) \frac{\Delta \hat{\varepsilon}_{\beta\gamma}^{\mathrm{II}}(\boldsymbol{\rho}_1)}{4\pi} E_{\gamma}^0(\boldsymbol{\rho}_1), \quad (17)$$

$$E_{\alpha}^{(3)}(\boldsymbol{\rho}) = \sum_{\beta,\gamma,\delta} \left[ \int d\boldsymbol{\rho}_1 \hat{G}_{\alpha\beta}^0(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_1) \frac{\Delta \hat{\varepsilon}_{\beta\gamma}^{11}(\boldsymbol{\rho}_1)}{4\pi} \hat{G}_{\gamma\delta}^0(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_0) \right] \\ \times \chi^{(\delta)} E_{\delta}^0(\boldsymbol{\rho}_0). \tag{18}$$

Поле (16) отвечает упругому рассеянию света  $p \to p$  комплексом "цилиндр + изображение" ( $\theta \to \theta'$ 

на рис. 1). Два других вклада определяют магнитооптическое преобразование поляризации  $p \rightarrow s$ . В частном случае латерально однородной намагниченности формула (17) соответствует магнитооптическому эффекту Керра в зеркальном отражении света. Выражение (18) описывает резонансное рассеяние  $p \rightarrow p$ , за которым следует магнитооптическое преобразование поляризации  $p \rightarrow s$ . Это магнитоиндуцированное рассеяние  $Q \rightarrow \kappa \rightarrow Q'$  может включать затухающие волны с  $|\kappa| \gg k_0$ , необходимые для ближнеполевой оптики.

При возбуждении *p*-поляризованным светом в геометрии рис. 1 с намагниченностью  $\mathbf{M} = \mathbf{e}_z M$  возмущение (10) определяется вкладом в диэлектрическую проницаемость

$$\Delta \varepsilon^{\rm II}_{\alpha\beta}(\boldsymbol{\rho}) = -i\varepsilon_B \delta_{\alpha y} \delta_{\beta x} f_{\parallel}(x) f_{\perp}(z). \tag{19}$$

Здесь  $\varepsilon_B(\omega)$  — магнитооптический параметр, а  $f_{\parallel}(x)$  и  $f_{\perp}(z)$  — распределения намагниченности вдоль поверхности образца и перпендикулярно ей.

## 3. Решение задачи рассеяния

Приведем общее решение задачи рассеяния при наличии неоднородной поляризации (7) и (10). Вклады с  $n \ge 1$  в поле (12) обусловлены рассеянием  $Q \to Q'$ падающей *р*-поляризованной волны (1) в волны с  $\theta' \neq \theta$ (рис. 1). С учетом (6) в формулах (16)–(18) компоненты полей **E**<sup>(*n*)</sup>, касательные к поверхности z = 0, представляются в виде:

$$\frac{1}{E_p^{\rm inc}} E_\alpha^{(n)}(\boldsymbol{\rho}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{id\kappa}{q} e^{i\kappa x - ik_1(\kappa)z} F_\alpha^{(n)}(\kappa, Q; \boldsymbol{\rho}_0), \quad (20)$$

где  $\alpha = x, y$ . Вычисляя интеграл в (20) методом наискорейшего спуска [15], получаем

$$\frac{1}{E_p^{\rm inc}} E_\alpha^{(n)}(\boldsymbol{\rho}) = \sqrt{2\pi i} \, \frac{e^{iq\rho}}{\sqrt{q\rho}} \, F_\alpha^{(n)}(\boldsymbol{Q}',\boldsymbol{Q};\boldsymbol{\rho}_0) \cos\theta' \qquad (21)$$

для рассеяния  $Q \to Q'$  в волновую зону ( $k_0 \rho \gg 1$ , где  $\rho = (x, z)$  — радиус-вектор точки наблюдения). Здесь  $\sin \theta' = x/\rho$ ,  $\cos \theta' = |z|/\rho$ , угол  $\theta'$  для рассеянного света отсчитывается от отрицательного направления оси z (рис. 1). Знак угла  $\theta'$  совпадает со знаком проекции  $Q' = q \sin \theta'$  волнового вектора

$$\mathbf{K}' = q(\mathbf{e}_x \sin \theta' - \mathbf{e}_z \cos \theta') \tag{22}$$

на ось *x*. Изменение этой проекции в выражении (21) при рассеянии удовлетворяет условиям  $|Q'| \sim Q \leq q$ . Цилиндрическую волну с касательными компонентами (21) разложим на линейно поляризованные волны

$$\mathbf{E}'_p = -E'_p(\mathbf{e}_x \cos \theta' + \mathbf{e}_z \sin \theta'), \quad \mathbf{E}'_s = E'_s \mathbf{e}_y \qquad (23)$$

с волновым вектором (22). В терминах (21) получаем  $E'_p = -E'_x/\cos\theta'$ для p — поляризованной и  $E'_s = E'_y$ для

*s*-поляризованной рассеянных волн. Используя результаты из Приложения 1, вычислим амплитуды  $F_{\alpha}^{(n)}$  в (21) для разных процессов рассеяния  $Q \to Q'$ .

3.1. Рассеяние света приповерхностной нанопроволокой. Для поля (16) в форме (21) получаем

$$F_{x}^{(1)}(Q', Q; \boldsymbol{\rho}_{0}) = k_{0}^{2} e^{-i(Q'-Q)x_{0}} \Big[ h_{p}^{+}(Q', z_{0}) \chi^{(x)} h_{p}^{+}(Q, z_{0}) \\ \times \cos \theta' \cos \theta - h_{p}^{-}(Q', z_{0}) \chi^{(z)} h_{p}^{-}(Q, z_{0}) \sin \theta' \sin \theta \Big],$$
(24)

где

$$h_p^{\pm}(\kappa, z) = e^{ik_1(\kappa)z} \pm r_p(\kappa)e^{-ik_1(\kappa)z}.$$
 (25)

Амплитуда (24) определяет эффективность упругого рассеяния света  $p, Q \rightarrow p, Q'$  комплексом "цилиндр + изображение".

3.2. Рассеяние света магнитной неоднородностью. Из выражений (17) и (19) для магнитооптического рассеяния света  $p, Q \to s, Q'$  в отсутствие зонда находим

$$F_{y}^{(2)}(Q',Q) = -\frac{i\varepsilon_{B}k_{0}^{2}}{4\pi} \frac{\cos\theta}{\cos\theta'} \times t_{s}(Q')t_{p}(Q)I_{\parallel}(Q'-Q)I_{\perp}(Q',Q). \quad (26)$$

Здесь  $t_s(\kappa) = 2k_1/(k_1 + k_2), t_p = 1 + r_p$ ,

$$I_{\parallel}(\kappa) = \int_{-\infty}^{\infty} dx f_{\parallel}(x) e^{-i\kappa x}, \qquad (27)$$

$$I_{\perp}(\kappa',\kappa) = \int_{0}^{\infty} dz \ f_{\perp}(z) e^{i[k_{2}(\kappa')+k_{2}(\kappa)]z_{1}}.$$
 (28)

3.3. Ближнеполевое магнитооптическое рассеяние. Процесс рассеяния  $p, Q \rightarrow p, \kappa \rightarrow s, Q'$ из (18) включает в качестве промежуточных состояний коротковолновые затухающие волны с  $|\kappa| \gg q > Q, |Q'|$ . Из выражений (18) с учетом (19) в выражении (21) получаем

$$F_{y}^{(3)}(Q',Q;\boldsymbol{\rho}_{0}) = \frac{\varepsilon_{B}k_{0}^{2}}{2\varepsilon_{1}\cos\theta'}t_{s}(Q')\Big[J_{x}(Q';\boldsymbol{\rho}_{0})\chi^{(x)} \\ \times h_{p}^{+}(Q,z_{0})\cos\theta - J_{z}(Q';\boldsymbol{\rho}_{0})\chi^{(z)}h_{p}^{-}(Q,z_{0})\sin\theta\Big]e^{iQx_{0}}$$
(29)

для полярного ближнеполевого магнитооптического эффекта Керра в рассеянии. Здесь

$$J_{\alpha}(Q',\boldsymbol{\rho}_{0}) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\kappa}{2\pi} e^{-i\kappa x_{0} - ik_{1}(\kappa)z_{0}} t_{p}(\kappa) I_{\parallel}(Q'-\kappa)$$
$$\times I_{\perp}(Q',\kappa) [k_{1}(\kappa)\delta_{\alpha x} - \kappa\delta_{a z}]. \tag{30}$$

В случае  $f_{\parallel}(x) = -1$  (латерально однородная намагниченность) и  $I_{\parallel}(Q' - \kappa) = -2\pi\delta(Q' - \kappa)$  в (27) из формулы (30) следует

$$\bar{I}_{\alpha}(Q',\boldsymbol{\rho}_{0}) = -qe^{-iq(x_{0}\sin\theta' + z_{0}\cos\theta')}t_{p}(Q')I_{\perp}(Q',Q')$$
$$\times (\delta_{\alpha x}\cos\theta' - \delta_{\alpha z}\sin\theta')$$
(31)

для полярного магнитооптического эффекта Керра в зеркальном отражении ( $\theta' = \theta$ ).

# Поляризуемость цилиндрической нанопроволоки вблизи поверхности

4.1. Цилиндр в однородной среде. Для линейного нанозонда в виде бесконечного тонкого цилиндра в однородной среде компоненты  $\delta_{\alpha\beta}X^{(\alpha)}(\omega)$  диагонального тензора поляризуемости обычно вычисляются как отклик на внешнее поле [16,17]. Тензор поперечной поляризуемости кругового цилиндра обладает аксиальной симметрией:  $X^{(x)} = X^{(z)} = X^0$ .

При падении на круговой цилиндр волны  $\mathbf{E}^{\text{ext}} = \mathbf{e}_x E^{\text{ext}}$ , линейно поляризованной перпендикулярно его оси *y*, поле излучения разлагается по угловым гармоникам  $\exp(im\theta)$  [17]. Симметричная компонента с m = 1 поля излучения диполя  $\mathbf{d} = \mathbf{e}_x d$  имеет вид

$$\mathbf{E}'(\boldsymbol{\rho}) = \frac{2d}{\rho^2} \left( \mathbf{e}_{\rho} \sin \theta - \mathbf{e}_{\theta} \cos \theta \right).$$

Для компонент поляризуемости  $X^0$  диполя  $d = X^0 E^{\text{ext}}$ , приходящейся на единицу длины кругового цилиндра, в квазистатическом приближении ( $k_0 a \rightarrow 0$ ) получаем

$$X^{0}(\omega) = \frac{a^{2}}{2} \frac{\varepsilon - \varepsilon_{1}}{\varepsilon + \varepsilon_{1}},$$
(32)

где  $\varepsilon_1$  — проницаемость среды, окружающей цилиндр. Для металлического цилиндра условие  $\operatorname{Re} \varepsilon(\omega) + \varepsilon_1 = 0$ из резонансного знаменателя (32) определяет частоту дважды вырожденных плазмонов, поляризованных перпендикулярно оси цилиндра [18].

4.2. Эффект сил изображения для цилиндра ра. Поле вблизи цилиндра в слоистой среде (рис. 1) дается формулой (8). Входящие в нее компоненты  $\chi^{(\alpha)}(\omega)$  тензора эффективной поляризуемости цилиндра, определяются из уравнений

$$\chi^{(\alpha)}(\omega) = X^{(\alpha)}(\omega) + X^{(\alpha)}(\omega) \Delta G_{\alpha\alpha}(\boldsymbol{\rho}_0, \boldsymbol{\rho}_0; \omega) \chi^{(\alpha)}(\omega), \quad (33)$$

которые получены в тензорной форме (П2.5) в Приложении 2. Здесь  $\Delta \hat{G} = \hat{G}^0 - \hat{G}^{\text{hom}}$  — общее решение граничной задачи (3) в среде с диэлектрической функцией  $\varepsilon^0(z)$ ,  $\hat{G}^{\text{hom}}$  — решение неоднородного уравнения (3) в однородной среде с проницаемостью  $\varepsilon_1$ . Из (33) с учетом представлений (6) и (ПІ.10), находим поперечные компоненты тензора поляризуемости комплекса "цилиндр + изображение"

$$\chi^{(\alpha)} = (1/X^0 - \sigma^{(\alpha)})^{-1},$$
 (34)

где  $\sigma^{(lpha)}(z_0) = \Delta G^0_{lphaeta}(oldsymbol{
ho}_0,oldsymbol{
ho}_0).$ 

Подставив  $\Delta g_{\alpha\alpha}$  из (П1.2) и (П1.5) в формулу (6), получаем

$$\sigma^{(\alpha)}(z_0) = \frac{2i}{\varepsilon_1} \int_0^\infty d\kappa r_p(\kappa) k_1(\kappa) e^{-2ik_1(\kappa)z_0} \left( \delta_{\alpha x} - \frac{\kappa^2}{k_1^2(\kappa)} \,\delta_{\alpha z} \right).$$
(35)

Коэффициент отражения *p*-поляризованного света  $r_p(\kappa)$  и  $k_m(\kappa)$  определяются формулами (14) и (15). Пренебрегая в (35) запаздыванием при  $k_0|z_0| \ll 1$ , находим

$$\sigma^{(\alpha)} = -(\delta_{\alpha x} + \delta_{\alpha z}) \frac{2\tilde{r}_p}{\varepsilon_1} \int_{0}^{\infty} d\kappa \, \kappa e^{-2\kappa |z_0|}.$$
(36)

Здесь учтено, что основной вклад в интеграл дает область с  $|\kappa| \sim 1/|z_0| \gg k_0$ , в которой  $k_m(\kappa) \approx i|\kappa|$ , и  $\tilde{r}_p(\kappa) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$ . После интегрирования (36) принимает вид

$$\sigma^{(\alpha)} = -(\delta_{\alpha x} + \delta_{\alpha z}) \frac{1}{2|z_0|^2} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}.$$
 (37)

Подстановка соотношений  $\sigma^{(x)} = \sigma^{(z)}$  из (37) в (34) показывает, что изотропия поляризуемости цилиндра сохраняется при учете эффекта сил изображения в квазистатическом приближении, в отличие от сферы [8]. Отметим. что в согласии с (37) в формулах (18) и (21) работы [12] следует изменить знак величины  $\sigma^{(z)}$ ; при этом в [12] исключается дублетная структура спектра на рис. 3, *а* и соответствующая осцилляциия на рис. 5, *а*.

Заметим, что формально подобные результаты можно получить на основе выражения для поперечных компонентов поляризуемости [16]

$$X^{(\alpha)} = \frac{a^2 b}{3} \frac{\varepsilon - \varepsilon_1}{\varepsilon n^{(x)} + \varepsilon_1 (1 - n^{(x)})}$$
(38)

вытянутого эллипсоида вращения (иглы) с длинной полуосью *b* в направлении оси *y* (рис. 1). Эллипсоид находится в однородной среде с проницаемостью  $\varepsilon_1$  и имеет поперечные коэффициенты деполяризации  $n^{(x)} = n^{(z)}$  в направлении коротких полуосей длиной *a*. Если выражение (38) нормировать на длину 4*b*/3, то результат совпадает с (32) при условиях  $b/a \gg 1$  и  $n^{(x)} \rightarrow 1/2$ . Однако следует подчеркнуть, что формула (38) получена в [16] в электростатическом приближении, т.е. при  $a \ll b \ll 1/k_0$ .



Рис. 2. Функция  $\delta f_{\parallel}(x) - 1$ , формула (40), при следующих значениях параметров (w,  $\Delta$ ) в nm: I — (2, 10), 2 — (10, 0.5), 3 — (25, 0.5).

# 5. Модель неоднородной намагниченности

Поля (17) и (18), зависящие от  $\Delta \hat{\varepsilon}^{II}(\rho)$ , определяются представлением Фурье (27) распределения  $f_{\parallel}(x)$  намагниченности. В формуле (19) примем

$$f_{\parallel}(x) = \delta f_{\parallel}(x) + \bar{f}_{\parallel}, \qquad (39)$$

где  $\delta f_{\parallel}(x)$  соответствует неоднородному вкладу в намагниченность, а  $\bar{f}_{\parallel}$  — однородному (не зависящему от x). В (39) используем модельную функцию

$$\delta f_{\parallel}(x) = \frac{1}{\arctan(w/\Delta)} \left[ \arctan\left(\frac{x+w}{\Delta}\right) - \arctan\left(\frac{x-w}{\Delta}\right) \right]. \tag{40}$$

Функция (39) с  $\delta f_{\parallel}(x)$  из (40) и  $\bar{f}_{\parallel} = -1$  представлена на рис. 2. Из него видно, что  $f_{\parallel}(x) = 1$  в центре домена x = 0 и  $f_{\parallel}(x) \rightarrow -1$  при  $|x| \rightarrow \infty$ . Для этой функции представление Фурье (27) имеет вид

$$I_{\parallel}(\kappa) = 2\pi \left[ \frac{1}{\arctan(w/\Delta)} \frac{\sin(\kappa w)}{\kappa} e^{-|\kappa|\Delta} - \delta(\kappa) \right], \quad (41)$$

или  $I_{\parallel}(\kappa)=\delta I_{\parallel}(\kappa)-2\pi\delta(\kappa).$  С учетом представления

$$\lim_{w\to\infty} \frac{\sin(\kappa w)}{\kappa} = \pi \delta(\kappa)$$

находим, что  $I_{\parallel}(\kappa)=2\pi\delta(\kappa)$  при  $w o\infty.$ 

Для ультратонкого слоя толщиной l ( $\ll 1/k_0$ ) с полярной намагниченностью **М** ||  $\mathbf{e}_z$  примем  $f_{\perp}(z) = l\delta(z - z_1)$  [19,20] ( $z_1 > 0$  на рис. 1). Тогда

$$I_{\perp}(Q',\kappa) = le^{i[k_2(Q')+k_2(\kappa)]z_1}$$
(42)

в (28). При  $\delta f_{\parallel} = 0$  с учетом (42) получаем (31) с  $I_{\perp}(Q',Q') = l \exp[2ik_2(Q')z_1]$ . Интегрируя (30) в ква-

зистатическом (при  $|z_0| \ll 1/k_0$ ) приближении с учетом (40)–(42), получаем

$$\delta J_{\alpha}(Q';\boldsymbol{\rho}_{0}) = \frac{il\tilde{t}_{p}}{\operatorname{arctg}(w/\Delta)} \Big\{ \delta_{\alpha x} \big[ L_{x}(x_{0}+w,H) - L_{z}(x_{0}-w,H) \big] - \delta_{\alpha z} \big[ L_{z}(x_{0}+w,H) - L_{z}(x_{0}-w,H) \big] \Big\},$$
(43)

где  $H=|z_0|+z_1+\Delta,\, ilde{t}_p=2arepsilon_1/(arepsilon_1+arepsilon_2)$  и

$$L_{\alpha}(X,Z) = [\delta_{\alpha x} X + \delta_{\alpha z} Z] (X^{2} + Z^{2})^{-1}.$$
 (44)

При  $w/\Delta \ll 1$  выражения (43) и (44) переходят в

$$\delta J_{\alpha}(Q'; \boldsymbol{\rho}_{0}) = 2i l \tilde{t}_{p} \Delta \frac{1}{(X^{2} + Z^{2})^{2}} \big[ (Z^{2} - X^{2}) \delta_{\alpha x} + 2X Z \delta_{\alpha z} \big],$$
(45)

где  $X = x_0$  и  $Z = |z_0| + z_1 + \Delta$  (ср. с [13]).

# 6. Магнитооптическая модуляция интенсивности

Рассеяние света в схеме, представленной на рис. 1, может быть связано с зондом и магнитным доменом, имеющими субволновые размеры. Наблюдаемыми магнитооптическими величинами в волновой зоне могут быть сечение (интенсивность) и эллипсометрические параметры упруго рассеянного света, зависящие от поляризации.

Найдем интенсивность рассеяния *p*-поляризованной волны (1) в волну с вектором линейной поляризации  $\mathbf{e}'_{\Omega} = \mathbf{e}'_p \cos \Omega + \mathbf{e}'_s \sin \Omega$ , перпендикулярным волновому вектору (22). Орт  $\mathbf{e}'_{\Omega} \, \mathrm{c} \, \mathbf{e}'_p = -(\mathbf{e}_x \cos \theta' + \mathbf{e}_z \sin \theta')$  и  $\mathbf{e}'_s = \mathbf{e}_y$  лежит в плоскости анализатора, образующей угол  $\Omega$  с плоскостью падения (рассеяния) света. Отношение интенсивности излучения волны с вектором поляризации  $\mathbf{e}'_{\Omega}$  при  $k_0 \rho \gg 1$  к интенсивности падающего потока дает безразмерное дифференциальное сечение рассеяния света единицей длины цилиндра *L* 

$$S = \frac{1}{2La} \frac{d\sigma_{\Omega}'}{d\theta'} = \frac{\rho}{2a} \left| \frac{E_p' \cos \Omega + E_s' \sin \Omega}{E_p^{\rm inc}} \right|^2$$
(46)

в элемент угла  $d\theta'$  при условии  $|E'_s| \ll |E'_p|$ . При учете (21), (24)–(30) получаем три вклада в (46)

$$S_0 + \bar{S} + \delta S(x_0) = \frac{\pi}{qa} \left| F_x^{(1)} \cos \Omega - F_y^{(3)} \sin \Omega \cos \theta' \right|^2.$$
(47)

Для цилиндра, находящегося вблизи границы раздела сред, в отсутствие намагниченности ( $\mathbf{M} = 0, F_y^{(3)} = 0$ ) получаем сечение рассеяния света  $p \to p$ 

$$S_0 = \frac{\pi}{qa} |F_x^{(1)}|^2 \cos^2 \Omega.$$
 (48)

Для модуляции величины (47) намагниченностью **М** при наличии зонда находим

$$\bar{S} + \delta S(x_0) = -\frac{\pi \cos \theta'}{qa} \times \operatorname{Re}\left[ (F_x^{(1)})^* \left( \bar{F}_y^{(3)} + \delta F_y^{(3)}(x_0) \right) \right] \sin 2\Omega.$$
(49)

В соответствии с представлением (39) величины  $\bar{S}$  и  $\delta S(x_0)$  связаны с латерально однородной и неоднородной намагниченностью соответственно.

# Численные результаты и обсуждение

Наблюдаемые величины (48) и (49) рассчитывались для конфигурации, показанной на рис. 1, при оптимальном угле  $\Omega = 45^{\circ}$ . Использовались диэлектрические функции  $\varepsilon(\omega)$  для нанопроволоки Аg и  $\varepsilon_2(\omega)$  для образца Au из [21], а также величины  $\varepsilon_B(\omega)$  для слоя Co из [22].

На рис. 3 показаны нормированные спектры поглощения изолированного серебряного цилиндра Im  $\chi^{0}(\omega)/a^{2}$  и того же цилиндра Im  $\chi^{(\alpha)}(\omega)/a^{2}$  вблизи поверхности Au. Резкий пик в спектре Im  $\chi^{0}(\omega)$ , принадлежащий плазмонам цилиндра, испытывает красный сдвиг вблизи поверхности. Этот пик проявляется и в спектре  $S_{0}$  упругого рассеяния света  $p \rightarrow p$  приповерхностным цилиндром в волну, поляризованную в плоскости анализатора.



**Рис. 3.** Нормированные спектры поглощения света цилиндром Ag в вакууме Im  $X^0/a^2$  (1) и вблизи поверхности Au Im  $\chi^{(\alpha)}/a^2$  (2), а также спектр  $S_0$  упругого рассеяния  $p \to p$  приповерхностным цилиндром при  $\theta = 0^\circ$  и  $\theta' = 45^\circ$  (3). Вычислено с диэлектрическими функциями Ag и Au из [21] при  $\Omega = \pi/4$ ,  $\varepsilon_1 = 1$ , a = 4.5 nm,  $z_0 = -5$  nm.

На рис. 4 показаны магнитооптические спектры рассеяния  $\bar{S}$  и  $\delta S$  при  $x_0 = 0$ , обусловленные латерально однородной и неоднородной намагниченностью, а также

 $\overline{S} + \delta S$ 

3.5

 $\overline{S}$ 

δS

3.5

4

4.5

4

4.5

b

δS

0.1

0.075

0.05

0.025

-0.025

-0.05

0.75

0.5

0.25

0

-0.25

-0.5

-0.75

2

2.5

 $\overline{(S, \delta S, \overline{S} + \delta S)}/(k_0^4 a^3 l)$ 

2

0

 $\overline{S}$ 

 $\overline{S} + \delta S$ 

2.5

3

Photon energy, eV

 $(\overline{S}, \delta S, \overline{S} + \delta S)/(k_0^4 a^3 l)$ 

**Рис. 4.** Нормированные магнитооптические спектры  $\bar{S}$ ,  $\delta S$  и  $\bar{S} + \delta S$  рассеяния, где  $\bar{S}$  и  $\delta S$  — вклады латерально однородной и неоднородной намагниченности соответственно. Вычислено с  $x_0 = 0$  при  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta' = 60^\circ$  (*a*) и  $\theta = 30^\circ$ ,  $\theta' = 45^\circ$  (*b*); остальные параметры те же, что на рис. 3.

3

Photon energy, eV



**Рис. 5.** Нормированные сечения магнитооптического рассеяния  $\bar{S} + \delta S$  в зависимости от угла  $\theta'$  при  $\theta = 0^{\circ}$  (1),  $\theta = 30^{\circ}$  (2) и  $\theta = 60^{\circ}$  (3) в плазменном резонансе ( $\hbar \omega = 3.75 \text{ eV}$ ) и  $\theta = 0^{\circ}$  (1') — вне резонанса ( $\hbar \omega = 3.3 \text{ eV}$ ). Вычислено при  $x_0 = 0$  с теми же параметрами, что на рис. 3 и 4.

их сумма  $\bar{S} + \delta S$ . Из рис. 4, *а* и *b* видно, что при резонансном возбуждении плазмонов в серебрянной нанопроволоке и на поверхности образца Au интенсивностные характеристики  $\bar{S}$  и  $\delta S$  существенно усиливаются по сравнению с их значениями вдали от резонанса. Это усиление аналогично наблюдавшемуся усилению магнитооптического эффекта Керра при возбуждении поверхностных плазмонных поляритонов [6,10,19]. Интенсивностные характеристики (48) и (49) усиливаются  $\sim |\chi^{(\alpha)}(\omega)|^2$ , так как, согласно (24) и (29),  $F_x^{(1)} \sim \chi^{(x)}$ ,  $F_y^{(3)} \sim \chi^{(x)}$ , поскольку  $\chi^{(x)} = \chi^{(z)}$ .

На рис. 5 показаны зависимости от угла рассеяния  $\theta'$  значений  $\bar{S} + \delta S$  при  $x_0 = 0$  и разных  $\theta$  для нанопроволоки Ag. Сравнение симметричных угловых зависимостей 1 и 1' при нормальном падении показывает наличие существенного плазмонного усиления в резонансе (3.75 eV) по сравнению со значением вне резонанса (3.3 eV). Заметим, что углы вблизи  $\theta' = \theta$  следует исключить, так как при этом условии рассеяние будет маскироваться существенно бо́льшим по величине магнитооптическим вкладом в коэффициент зеркального отражения.

Зависимости магнитооптического отклика  $\bar{S} + \delta S(x_0)$  от координаты сканирования  $x_0$ , которые интерпретируются как магнитооптический контраст или изображение

домена, показаны на рис. 6, a и b. Они относятся к колоколообразному нанодомену с латеральным распределением намагниченности  $f_{\parallel}$  из (40), которое показано кривыми 3 на рис. 6, a и b. На рис. 6, a положение и форма симметричных кривых 1 и 2 (изображение



**Рис. 6.** Нормированное сечение магнитооптического рассеяния  $\bar{S} + \delta S$  как функция координаты сканирования  $x_0$ в плазменном резонансе  $\hbar \omega = 3.75 \text{ eV}$  (*I*) и вне его при  $\hbar \omega = 3.3 \text{ eV}$  (*2*) для распределения намагниченности (*3*). Вычислено при  $\theta = 0^{\circ}$ ,  $\theta' = 10^{\circ}$  (*a*) и  $\theta = 45^{\circ}$ ,  $\theta' = 60^{\circ}$  (*b*) с  $\Delta = 10 \text{ nm}$ , w = 2 nm; остальные параметры те же, что на рис. 3 и 4.



**Рис. 7.** Нормированное сечение магнитооптического рассеяния  $\bar{S} + \delta S$  в зависимости от  $x_0$  в плазменном резонансе  $\hbar\omega = 3.75 \text{ eV} (1)$  и вне его при  $\hbar\omega = 3.3 \text{ eV} (2)$  для распределения намагниченности (3). Вычислено при  $\theta = 45^{\circ}$ ,  $\theta' = 60^{\circ}$ ,  $\Delta = 0.5 \text{ nm}$ , w = 30 nm; остальные параметры те же, что на рис. 3 и 4.

домена) находятся в хорошем согласии с положением и формой функции  $f_{\parallel}$ . При возбуждении плазменного резонанса с энергией 3.75 eV в нанопроволоке величина магнитооптического сигнала существенно больше, чем вне резонанса (3.3 eV). Этот эффект усиления может быть использован для повышения чувствительности микроскопа. Из рис. 6, *b* видно, что при наклонном падении света изображение домена сдвигается. Рис. 7 показывает, что для расширенного домена (кривая 3) зависимость отклика от  $x_0$  (изображение домена) становится более сложным. Однако выводы, касающиеся его формы и усиления плазмонами, в одинаковой мере относятся к рис. 6 и 7.

Зависимость керровского вращения  $\Phi = \text{Re}(E'_s/E'_p)$  [12] от  $x_0$  имеет вид, подобный кривым, представленным на рис. 6. Однако для эллипсометрических величин в случае цилиндрического зонда резонансное усиление плазмонами отсутствует. Причина заключается в том, что, согласно (24), (29), (34) и (37), компоненты поля  $E'_s$ и  $E'_p$  имеют одинаковую резонансную зависимость, которая исчезает в отношении  $E'_s/E'_p$ , определяющем углы керровского вращения и эллиптичности.

### 8. Заключение

Выше представлена теория магнитооптического резонансного упругого рассеяния света с помощью линейного нанозонда, сканирующего неоднородный магнитный слой. Систематика магнитооптических эффектов Керра в рассеянии поляризованного света линейным зондом такая же, как для эффектов Керра в зеркальном отражении света. Подробно исследован случай ближнеполевой магнитооптики и сканирующей микроскопии ультратонкого приповерхностного слоя с полярной (по нормали к слою) латерально неоднородной намагниченностью. Найдено, что поляризационные и спектрально-угловые особенности магнитооптического рассеяния в случае линейного зонда (нанопроволоки) существенно иные, чем исследованные ранее для квазиточечного зонда (наночастицы). Предсказывается резонансное изменение интенсивности ближнеполевых магнитооптических эффектов Керра в рассеянии, в частности, их усиление при возбуждении поверхностных плазмонов в нанопроволоке. Этот эффект усиления можно применить для повышения чувствительности сканирующей микроскопии. Исследован магнитооптический отклик, определяющий изображение латерального магнитного нанодомена в сканирующей ближнеполевой микроскопии, оценено разрешение микроскопии.

Приложение 1. Решение невозмущенной граничной задачи (2), (3) для амплитуд Фурье  $E^0_{\alpha}(z, Q)$  из (5) и  $g^0_{\alpha\beta}(z, z'; \kappa)$  из (6) при  $\varepsilon^0(z) = \varepsilon_1 \vartheta(-z) + \varepsilon_2 \vartheta(z)$ , где  $\vartheta(z) = 0$  для z < 0 и  $\vartheta(z) = 1$  для z > 0, имеет вид:

$$E_x^0(1) = E_p^{\text{inc}} \{ e^{ik_1 z} + r_p e^{-ik_1 z} \} \cos \theta, \quad E_z^0(1) = \frac{i\kappa}{k_1^2} \frac{dE_x^0(1)}{dz},$$
(II1.1)

$$g_{xx}^{0}(1,1') = \frac{2\pi i k_{1}}{\varepsilon_{1}} \left\{ e^{ik_{1}|z-z'|} + r_{p}e^{-ik_{1}(z+z')} \right\}, \quad (\Pi 1.2)$$

$$g_{zx}^{0}(1,1') = -\frac{2\pi i\kappa}{\varepsilon_{1}} \{ e^{ik_{1}|z-z'|} \operatorname{sgn}(z-z') - r_{p}e^{-ik_{1}(z+z')} \},$$
(II1.3)

$$g_{xz}^{0}(1,1') = -\frac{2\pi i\kappa}{\varepsilon_{1}} \{ e^{ik_{1}|z-z'|} \operatorname{sgn}(z-z') + r_{p}e^{-ik_{1}(z+z')} \},$$
(II1.4)

$$g_{zz}^{0}(1,1') = \frac{2\pi i \kappa^{2}}{\varepsilon_{1} k_{1}} \left\{ e^{ik_{1}|z-z'|} - r_{p} e^{-ik_{1}(z+z')} \right\}$$
$$-\frac{4\pi}{\varepsilon_{1}} \delta(z-z'), \qquad (\Pi 1.5)$$

$$g_{xx}^{0}(2, 1') = \frac{2\pi i k_{1}}{\varepsilon_{1}} t_{p} e^{ik_{2}z} e^{-ik_{1}z'} = -\frac{k_{2}}{\kappa} g_{zx}^{0}(2, 1')$$
$$= -\frac{k_{1}}{\kappa} g_{xz}^{0}(2, 1') = \frac{k_{1}k_{2}}{\kappa^{2}} g_{zz}^{0}(2, 1'), \qquad (\Pi 1.6)$$

$$g_{yy}^{0}(1,2') = \frac{2\pi i k_{0}^{2}}{k_{1}} t_{s} e^{-ik_{1}z + ik_{2}z'}.$$
 (II1.7)

В (П1.1)–(П1.7) вместо аргументов z и z' указаны номера m и m' тех сред на рис. 1, в которые попадают z и z' соответственно. Коэффициенты преобразования

$$r_{\lambda} = \frac{\eta_{1}^{\lambda} - \eta_{2}^{\lambda}}{\eta_{1}^{\lambda} + \eta_{2}^{\lambda}}, \quad t_{\lambda} = \frac{2\eta_{1}^{\lambda}}{\eta_{1}^{\lambda} + \eta_{2}^{\lambda}} = 1 + r_{\lambda}$$
(II1.8)

волны с  $\lambda$ -поляризацией на границе раздела сред выражаются через  $k_m(\kappa)$  из (15) в виде

$$\eta_m^p(\kappa) = \frac{\varepsilon_m}{k_m(\kappa)}, \quad \eta_m^s(\kappa) = k_m(\kappa) \tag{\Pi1.9}$$

в случаях *p*- и *s*-поляризации соответственно. Заметим, что функции  $g^0_{\alpha\beta}(1, 1')$  из (П1.2)–(П1.5) имеют вид:

$$g^{0}_{\alpha\beta}(z,z') = g^{\text{hom}}_{\alpha\beta}(z-z') + \Delta g_{\alpha\beta}(z,z').$$
 (II1.10)

Здесь  $g_{\alpha\beta}^{\text{hom}}(z-z')$  — частное решение неоднородного уравнения (3) для однородной среды с проницаемостью  $\varepsilon_1$ , а  $\Delta g_{\alpha\beta}(z,z')$  — общее решение однородного уравнения (3) в этой среде, удовлетворяющее максвелловским граничным условиям по z.

Приложение 2. Получим уравнение (33) для вычисления поляризуемости приповерхностного зонда. Используя метод функций Грина, выразим поле, индуцированное в однородной среде при возмущении поляризации  $\mathbf{P} = \hat{\alpha} \cdot \mathbf{E}^{\text{tot}}$ , в следующих эквивалентных формах [23]:

$$\mathbf{E}^{\text{tot}} - \mathbf{E}^{\text{ext}} = \hat{G}^{\text{hom}} \hat{X} \mathbf{E}^{\text{ext}} = \hat{G}^{\text{hom}} \hat{\alpha} \mathbf{E}^{\text{tot}}.$$
 (II2.1)

Внешнее поле **E**<sup>ext</sup> и функция Грина  $\hat{G}^{\text{hom}}$  определены для однородной среды с проницаемостью  $\varepsilon_1$ , а полное поле **E**<sup>tot</sup> учитывает возмущение **P** =  $\hat{\alpha} \cdot \mathbf{E}^{\text{tot}}$  самосогласованным образом. Для слоя с проницаемостью  $\varepsilon_1$  в многослойной среде аналогичные уравнения при наличии возмущения  $\hat{\beta} \cdot \mathbf{E}^{\text{I}}$  имеют вид

$$\mathbf{E}^{\rm I} - \mathbf{E}^{\rm 0} = \hat{G}^{\rm 0} \,\hat{\chi} \, \mathbf{E}^{\rm 0} = \hat{G}^{\rm 0} \,\hat{\beta} \, \mathbf{E}^{\rm I}, \qquad (\Pi 2.2)$$

где первое равенство соответствует формуле (8).

Из уравнения (П2.1) для оператора, обратного оператору  $\hat{\alpha}$ , находим

$$\hat{\alpha}^{-1} = \hat{X}^{-1} + \hat{G}^{\text{hom}},$$
 (II2.3)

а из (П2.2) получаем

$$\hat{\beta}^{-1} = \hat{\chi}^{-1} + \hat{G}^0.$$
 (II2.4)

Отклик на квазиоднородное полное поле, выражаемый тензором  $\hat{\alpha}$  в формуле (П2.1) и  $\hat{\beta}$  в (П2.2), считаем одинаковым, т. е.  $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ , или  $\hat{\alpha}^{-1} = \hat{\beta}^{-1}$ . Приравнивая (П2.3) и (П2.4) и умножая результат на  $\hat{X}$  слева и на  $\hat{\chi}$  справа, получаем уравнение

$$\hat{\chi} = \hat{X} + \hat{X}(\hat{G}^0 - \hat{G}^{\text{hom}})\hat{\chi},$$
 (II2.5)

из которого следует (33). Функция  $\hat{G}^0 = \hat{G}^{\text{hom}} + \Delta \hat{G}$ получается в результате подстановки (ПІ.10) в (6).

#### Список литературы

- P.J. Moyer, M.A. Paesler. Near-Field Optics: Theory, Instrumentation and Applications. Wiley (1996); C. Girard, A. Dereux, Rep. Prog. Phys. 59, 657 (1996).
- [2] W.L. Barnes, A. Dereux, T.W. Ebbesen. Nature 424, 824 (2003).

- [3] L. Novotny, S.J. Stranick. Annu. Rev. Phys. Chem. **57**, 303 (2006).
- [4] V.I. Safarov, V.A. Kosobukin, C. Hermann, G. Lampel, J. Peretti, C. Marliere. Ultramicroscopy 57, 270 (1995).
- [5] T.J. Silva, S. Schultz, D. Weller. Appl. Phys. Lett. 65, 658 (1994); T.J. Silva, S. Schultz. Rev. Sci. Instrum. 67, 715 (1996).
- [6] V.I. Safarov, V.A. Kosobukin, C. Hermann, G. Lampel, J. Peretti, C. Marliere. Phys. Rev. Lett. 73, 3584 (1994).
- [7] В.А. Кособукин. ЖТФ 68, 86 (1998); Р. Johansson, S.P. Apell, D.R. Penn. Phys. Rev. B 64, 054411 (2001); J. Walford, J.-A. Porto, R. Carminati, J.-J. Greffet. JOSA A 19, 572 (2002).
- [8] V.A. Kosobukin. Proc. SPIE 2535, 9 (1995); ΦΤΤ 39, 560 (1997); Surf. Sci. 406, 32 (1998).
- M. Abe, T. Suwa. Phys. Rev. B 70, 235 103 (2004); S. Tomita,
   T. Kato, S. Tsunashima, S. Iwata, M. Fujii, S. Hayashi. Phys.
   Rev. Lett. 96, 167 402 (2006); ibid. 99, 039 901 (2007).
- [10] V.A. Kosobukin. J. Magn. Magn. Mater. **153**, 397 (1996).
- [11] A. Madrazo, M. Nieto-Vesperinas. JOSA A 14, 2768 (1997).
- [12] В.А. Кособукин. ФТТ 51, 377 (2009).
- [13] В.А. Кособукин. Письма в ЖТФ 37, 86 (2011); Proc. SPIE 7996, 79960F (2011).
- [14] А.А. Maradudin, D.L. Mills. Phys. Rev. B 11, 1392 (1975); В.А. Кособукин. Метод функций Грина в теории ближнеполевой оптики и сканирующей магнитооптической микроскопии. Препринт № 1724, ФТИ им. А.Ф. Иоффе, СПб. (1999). 64 с.
- [15] Ф.М. Морс, Г. Фешбах. Методы теоретической физики, т. 1. ИИЛ, М. (1958). 930 с.
- [16] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. М. (1982). 620 с.
- [17] Г. Ван де Хюлст. Рассеяние света малыми частицами. ИИЛ, М. (1961). 536 с.
- [18] C.A. Pfeiffer, E.N. Economou, K.L. Ngai. Phys. Rev. B 10, 3038 (1974); G.C. Aers, A.D. Boardman, P.B. Paranjape. J. Phys. F: Metal Phys. 10, 53 (1980); B.A. Κοcοбукин. ΦΤΤ 22, 1017 (1980).
- [19] C. Hermann, V.A. Kosobukin, G. Lampel, V.I. Safarov, J. Peretti, C. Bertrand. Phys. Rev. B 64, 235 422 (2001).
- [20] R. Allenspach, M. Stampanoni, A. Bischof. Phys. Rev. Lett. 65, 3344 (1990).
- [21] P.B. Johnson, R.W. Christy. Phys. Rev. B 6, 4370 (1972).
- [22] Г.С. Кринчик, В.А. Артемьев. ЖЭТФ 53, 1901 (1967); M.B. Stearns. Landolt-Börnstain-Group III Condensed Matter Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology, V. 19a, 113 (1986).
- [23] E.N. Economou. Green's Functions in Quantum Physics. 2nd ed., Springer (1983). 314 p.