

13,18

## Модовая бистабильность плазмонов и дисперсионный скачок в структуре с двумя графеновыми слоями

© А.М. Шутый, Д.И. Семенцов, С.В. Елисеева

Ульяновский государственный университет,  
Ульяновск, Россия

E-mail: shuty@mail.ru

Поступила в Редакцию 20 декабря 2021 г.

В окончательной редакции 10 февраля 2022 г.

Принята к публикации 14 февраля 2022 г.

Исследуются плазмонные моды в симметричной структуре, состоящей из двух слоев инвертированного графена, разделенных диэлектрическим барьерным слоем, их дисперсионные свойства при различных параметрах барьерного слоя. Обнаружено возникновение бифуркации раздвоения ветви дисперсионной зависимости, приводящее к появлению бистабильности и дисперсионному скачку при изменении устойчивости входящих в бистабильность ветвей. Плазмонные моды, относящиеся к двум ветвям бистабильного состояния, отличаются по инкременту усиления, фазовой скорости, и их групповые скорости противоположны по знаку.

**Ключевые слова:** инвертированный графен, трехслойная структура, бифуркация ветвления, модовая бистабильность, усиливающиеся моды, скачок дисперсионной зависимости.

DOI: 10.21883/FTT.2022.06.52407.259

### 1. Введение

Одним из наиболее перспективных материалов фотоники в последнее время рассматривается графен и различные структуры на его основе. Замедление и управление дисперсионными характеристиками волн, их фазовой и групповой скоростью в указанных структурах может осуществляться внешними электрическим и магнитным полями, температурой. Благодаря уникальным электронным и оптическим свойствам графена, связанным с бесщелевым линейным энергетическим спектром носителей заряда, структуры на его основе обладают сильным плазмонным откликом на терагерцовых частотах [1–12]. Формирование плазменных волн в графеновой структуре позволяет сконцентрировать электромагнитное поле вблизи слоев графена и значительно повысить эффективность его взаимодействия со структурой.

В работах [13–17] была показана возможность усиления THz излучения графеном с инвертированным распределением носителей заряда (электронов и дырок). В результате инверсии носителей заряда в графене при достижении некоторого порогового значения оптической накачки возникает отрицательная высокочастотная проводимость [18]. Наличие отрицательной дифференциальной проводимости может приводить к стимулированной генерации THz плазмонов в графене [19]. В структуре, состоящей из двух параллельных слоев графена, разделенных тонким диэлектрическим барьерным слоем, электромагнитные поля распространяющихся в этих слоях плазмонов взаимодействуют друг с другом, что приводит к образованию единой плазмонной моды [20–24].

В настоящей работе исследуются усиливающиеся плазмонные моды в симметричной структуре с двумя

графеновыми слоями при различных параметрах барьерного слоя. Построение и анализ дисперсионных зависимостей антисимметричных плазмонных мод позволило обнаружить бифуркацию раздвоения дисперсионной ветви, в результате чего появляется модовая бистабильность и дисперсионный скачок, который возникает при изменении устойчивости бистабильных состояний. Выявлены условия реализации данного эффекта.

### 2. Исходные уравнения

Рассмотрим планарную симметричную структуру, состоящую из двух монослоев инвертированного графена, которые разделены диэлектрическим барьерным слоем толщиной  $d$  и покрытых диэлектрическими обкладками. Диэлектрические проницаемости (ДП) барьерного слоя  $\epsilon_b$  и обкладок  $\epsilon_c$  не зависят от частоты и являются действительными величинами. В слоях графена создана одинаковая инверсия населенности свободных носителей заряда, которая может быть обеспечена симметричной прямой или диффузионной накачкой каждого из слоев графена [25,26]. Поверхностная динамическая проводимость графена в случае инвертированного распределения носителей заряда определяется выражением [18,27,28]:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma(\omega)}{\sigma_0} = & \frac{8k_B T \tau}{\pi \hbar (1 - i\omega\tau)} \ln \left[ 1 + \exp\left(\frac{E_F}{k_B T}\right) \right] \\ & + \tanh\left(\frac{\hbar\omega - 2E_F}{4k_B T}\right) - \frac{4\hbar\omega}{i\pi} \int_0^\infty \frac{G(\epsilon, E_F) - G(\hbar\omega/2, E_F)}{(\hbar\omega)^2 - 4\epsilon^2} d\epsilon, \end{aligned} \quad (1)$$

где функция

$$G(\varepsilon, E_F) = \frac{\sinh(\varepsilon/k_B T)}{\cosh(\varepsilon/k_B T) + \cosh(E_F/k_B T)}.$$

Здесь  $\sigma_0 = e^2/4\hbar$ ,  $e$  — заряд электрона,  $\hbar$  — постоянная Планка,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\tau$  — время рассеяния носителей заряда,  $\pm E_F$  — квазиуровни Ферми, определяющие величину инверсии носителей заряда (электронов и дырок) при температуре  $T$ . Первое слагаемое в (1) описывает внутризонное диссипативное (друдевское) поглощение в графене, определяемое временем  $\tau$ . Второе слагаемое описывает межзонные переходы носителей заряда в графене. В приведенном выражении не учитывается пространственная дисперсия проводимости. Это оправдано тем, что в данном исследовании основной интерес представляют плазмоны с малыми значениями волновых векторов и частот. Данное приближение использовались также в других работах, посвященных аналогичным структурам [9,23,28].

Далее будем исследовать случай распространения в симметричной графеновой структуре волн ТМ типа. Представим пространственно-временную зависимость магнитной и электрических компонент единого плазмонного поля в трех областях структуры следующими уравнениями:

$$H_z(t, x, y) = \exp[i(\omega t - k_x x)]H_z(y),$$

$$H_z(y) = \begin{cases} A_c \exp(k_{cy}|y|), & |y| > d/2, \\ A_b^- \exp(-k_{by}y) + A_b^+ \exp(k_{by}y), & |y| < d/2, \end{cases} \quad (2)$$

$$E_x = -\frac{1}{ik_0 \varepsilon_b} \frac{\partial H_z}{\partial y}, \quad E_y = \frac{1}{ik_0 \varepsilon_b} \frac{\partial H_z}{\partial x}, \quad (3)$$

где  $k_x$  — константа распространения (КР) плазмона,  $k_0 = \omega/c$ ,  $\omega$  и  $c$  — частота и скорость света в вакууме. Для поляритонов, локализованных на границах барьерного слоя (т.е. на графеновых листах), поперечные компоненты волнового вектора в каждой из сред имеют вид  $k_{jy} = \sqrt{k_x^2 - \varepsilon_j \omega^2/c^2}$ , где  $j = b, c$  обозначает барьерный слой и обкладки.

Для нахождения дисперсионного уравнения распространяющихся в структуре волн необходимо соотношения для полей (2,3) дополнить граничными условиями

$$E_{cx} = E_{bx}, \quad H_{cz} - H_{bz} = \pm \frac{4\pi}{c} \sigma E_{cx} \quad (y = \pm d/2). \quad (4)$$

Приравнявая детерминант системы уравнений (4) к нулю, приходим к дисперсионному уравнению, полученному ранее в работе [22]

$$\tanh(k_{by}d) = -\frac{2\psi}{1+\psi^2}, \quad \psi = \frac{k_{by}}{\varepsilon_b} \left( \frac{\varepsilon_c}{k_{cy}} + i \frac{4\pi\sigma}{\omega} \right). \quad (5)$$

Это уравнение с учетом комплексности входящих в него параметров определяет зависимость действительной и

мнимой частей КР от частоты волны. Уравнение (5) распадается на два уравнения:

$$\tanh(k_{yb}d/2) = -1/\psi, \quad \tanh(k_{yb}d/2) = -\psi. \quad (6)$$

Моды, отвечающие уравнению (6), будем называть, следуя работе [22], симметричными, а отвечающие уравнению (7) — антисимметричными, в соответствии с распределением  $E_x$  — тангенциальной к графеновым слоям составляющей электрического поля ТМ волн плазмонов относительно плоскости симметрии структуры — данная составляющая симметрична и антисимметрична для соответствующих мод. Далее приводятся результаты численного анализа уравнения для антисимметричных плазменных мод, полученных при следующих значениях параметров:  $\varepsilon_c = 1$ ,  $T = 300$  К,  $\tau = 1$  ps.

### 3. Расчет дисперсионных зависимостей

Частотная зависимость проводимости графена (1) учитывает оба механизма рассеяния — внутризонное диссипативное рассеяние Друде и межзонное рассеяние вследствие генерации и рекомбинации электронно-дырочных пар. На рис. 1 приведена зависимость от частоты действительной и мнимой частей проводимости при значении энергии квазиуровня Ферми  $E_F = 10, 30, 50, 70$  meV (кривые 1–4). Видно, что в достаточно широкой области терагерцового диапазона действительная часть проводимости может принимать отрицательные значения. В указанной частотной области энергия за

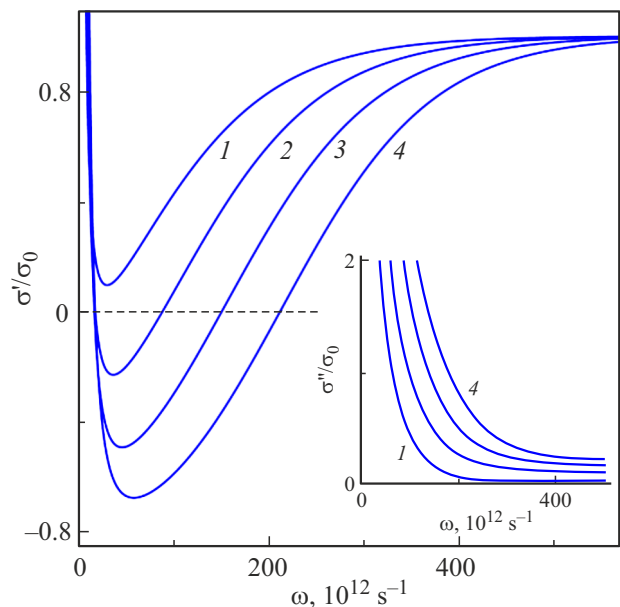
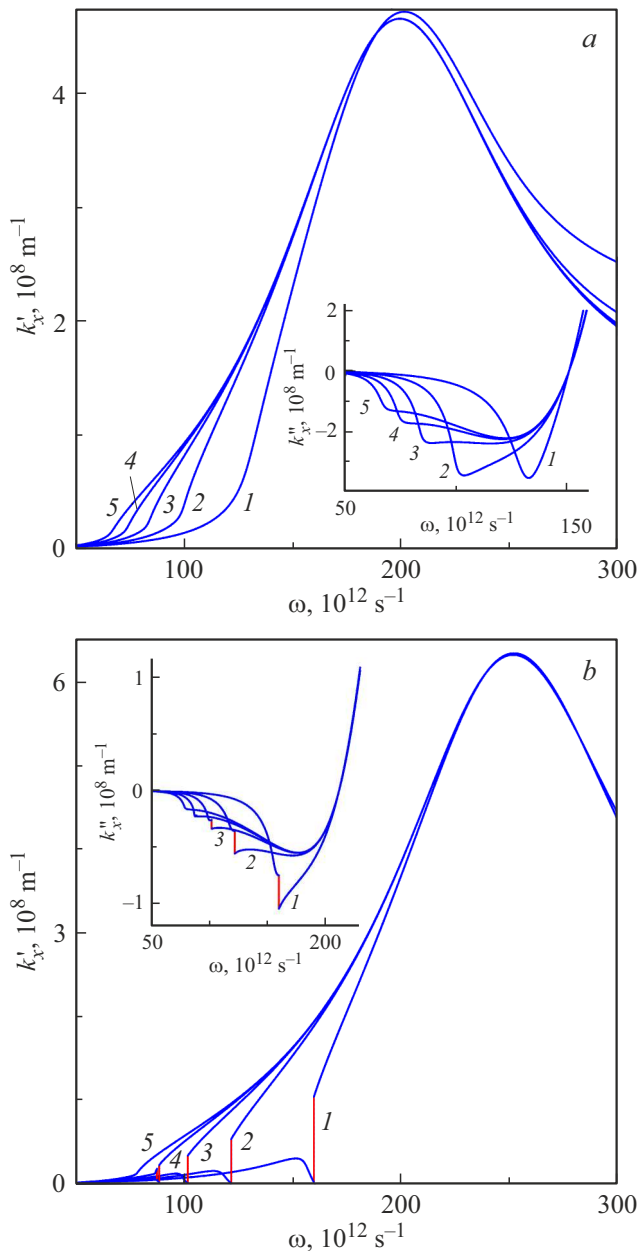


Рис. 1. Зависимость от частоты излучения нормированных действительной и мнимой частей проводимости инвертированного графена при значении энергии квазиуровня Ферми  $E_F = 10, 30, 50, 70$  meV (1–4).



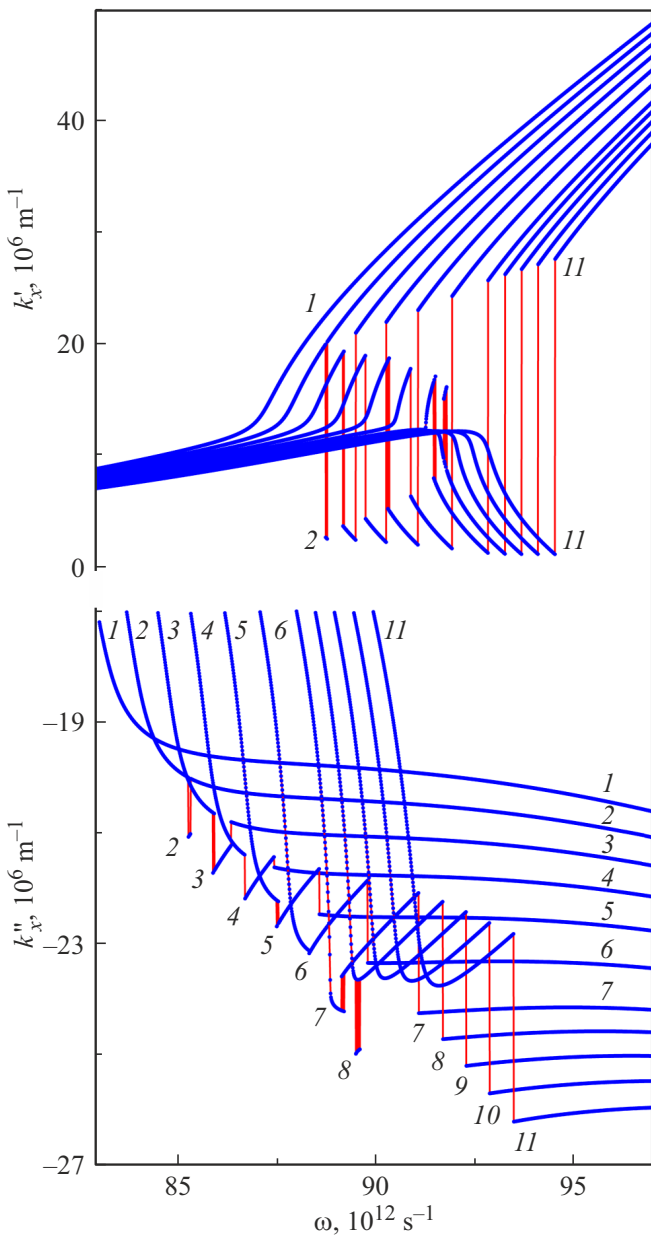
**Рис. 2.** Зависимости от частоты компонент КР плазмонов при  $E_F = 50, 70$  meV (*a, b*) и  $\varepsilon_b = 10$  для толщин  $d = 10, 20, 30, 40, 50$  nm (*1–5*).

счет межзонных излучательных переходов преобладают над суммарными ее потерями в графене. Вне этой области действительная часть проводимости положительна (что соответствует режиму поглощения в графене), так как на меньших частотах доминируют внутризонные диссипативные потери, тогда как на больших частотах квант энергии превосходит удвоенную энергию квазиуровня Ферми во втором слагаемом формулы (1). Мнимая часть проводимости, отвечающая за резонансные частоты плазменных колебаний в графене, изменяется монотонно во всем рассматриваемом частотном диапазоне.

Далее рассмотрим зависимость от частоты действительной и мнимой частей КР плазмона. На рис. 2 приведен общий вид зависимостей  $k'_x(\omega)$  и  $k''_x(\omega)$ , полученных для следующих значений параметров структуры:  $E_F = 70$  meV,  $\varepsilon_b = 10$ ,  $d = 10, 20, 30, 40, 50$  nm (кривые *1–5*). Из рисунка видно, что при  $E_F = 50$  meV дисперсионные зависимости  $k'_x(\omega)$  имеют один максимум и аналогичны полученным для ТМ мод в предшествующих исследованиях [10,20]. Иное имеет место при  $E_F = 70$  meV: в случае достаточно малых толщин барьерного слоя ( $d < 50$  nm) помимо ярко-выраженного максимума действительной части КР наблюдается дополнительный максимум, после которого КР существенно уменьшается (до меньших на порядок значений), после чего скачкообразно увеличивается. На представленном рисунке (а также в дальнейшем) все полученные численно решения представлены синими точками (которые визуальны как правило сливаются в непрерывную линию), а соединяющая точки линия имеет красный цвет — так лучше видно наличие и отсутствие перескоков. Скачкообразное изменение при этом испытывает и мнимая составляющая КР. Заметим, что в рассматриваемом случае  $k''_x$  отрицательна, т.е. плазмоны в структуре испытывают усиление. С увеличением толщины барьерного слоя скачок смещается в область меньших частот, при этом уменьшается его амплитуда, а в достаточно больших толщинах (как показывают расчеты, зависящих от  $E_F$  и  $\varepsilon_b$ ) дисперсионный скачок исчезает.

#### 4. Бифуркация дисперсионной зависимости и бистабильность

Несмотря на то, что выше представлено решение только уравнения для антисимметричных мод (7), при поверхностном взгляде возникает впечатление, что дисперсионный скачок объясняется перескоком между различными модами, дисперсионные кривые которых подходят в районе скачка близко друг к другу (основанием для этого может являться, например, присутствие в дисперсионном уравнении корней и гиперболических функций от комплексного аргумента). Исследуем более детально область параметров вблизи значений, отвечающих появлению дисперсионного скачка. На рис. 3 приведены зависимости  $k'_x(\omega)$  и  $k''_x(\omega)$  при  $E_F = 70$  meV,  $\varepsilon_b = 10$  для  $d = 44, 43, 42, 41, 40, 39, 38, 37.5, 37, 36.5, 36$  nm (кривые *1–11*) — заметим, что в случае детализации возникновения скачка, как такового, должна интересовать преимущественно математическая сторона вопроса, а не практическая реализуемость всех выбранных значений параметров. Из рисунка видно, что в случае кривой *1* скачок еще не наблюдается, а в случае кривых *9–11* перед скачком зависимость  $k'_x(\omega)$  начинает плавно убывать, при соответствующем возрастании зависимости  $k''_x(\omega)$ . В остальных случаях имеет место два основных скачка: зависимости уходят на другую ветвь решений и возвращаются на исходную

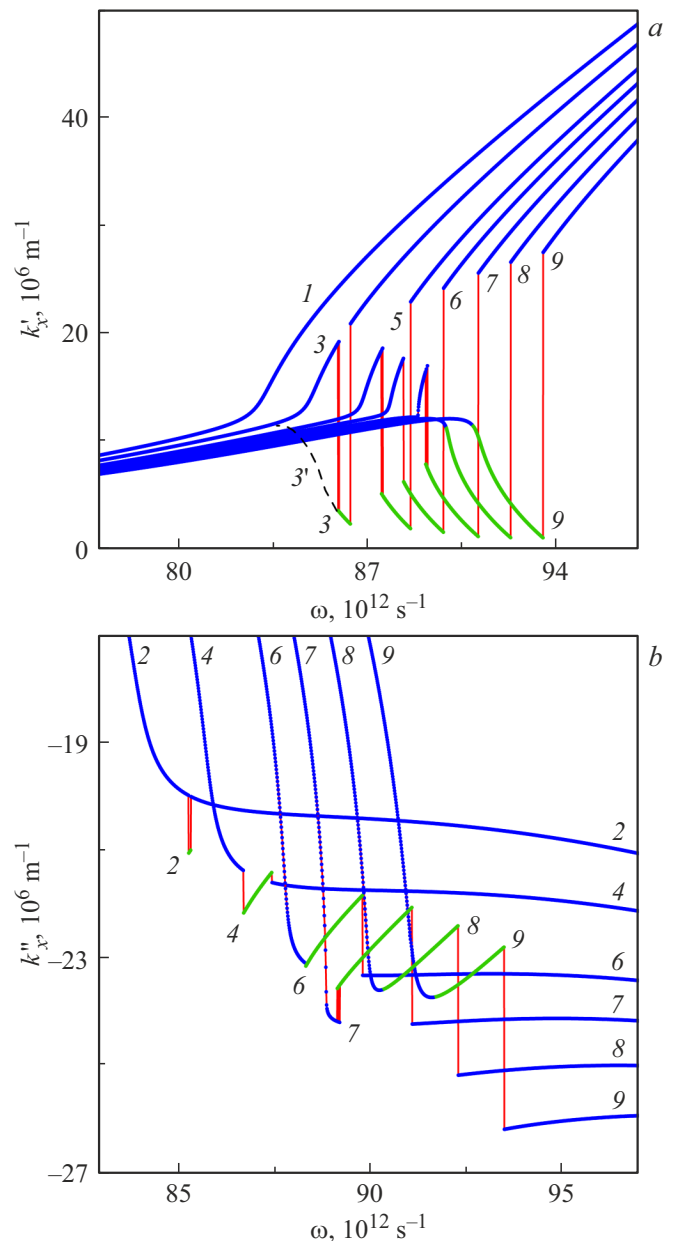


**Рис. 3.** Зависимости компонент КР плазмонов при  $E_F = 70$  meV,  $\epsilon_b = 10$  для  $d = 44, 43, 42, 41, 40, 39, 38, 37.5, 37, 36.5, 36$  nm (кривые 1–11) — численные решения представлены синими точками, соединенными красными линиями.

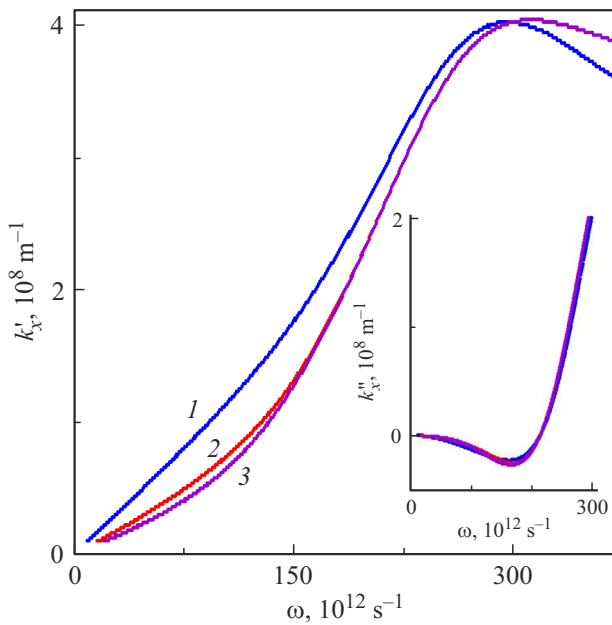
ветвь, при этом с уменьшением  $d$  участки реализации второй ветви возрастают. Необходимо отметить, что на некоторых участках красные линии перескока оказываются утолщенными. Это возникает в результате нескольких близко расположенных друг другу перескоков, что является следствием бистабильности, т.е. при одних и тех же параметрах с приблизительно равной вероятностью реализуется одно из двух решений.

Рассмотрим ход данных зависимостей более подробно. На рис. 4 синим цветом выделены возрастающие зависимости  $k'_x(\omega)$  одной ветви решений (и соответствующие

убывающие зависимости  $k''_x(\omega)$ ), а убывающая  $k'_x(\omega)$  (и возрастающие  $k''_x(\omega)$ ) зависимости, отвечающие предположительно другой ветви решений — на которую происходит срыв — выделены зеленым цветом. Однако видно, что в случае кривых 8 и 9 синие ветви непрерывно переходят в зеленые, в конце которых происходит перескок снова на синюю ветку! Таким образом, мы имеем дело не с двумя изначально разными ветвями решений, а с бифуркацией, при которой происходит раздвоение одной ветви дисперсионной зависимости на две ветви, имеющие различную устойчивость — и, соответственно,



**Рис. 4.** Возникновение модовой бистабильности в зависимости действительной и мнимой ( $a, b$ ) компонент КР плазмонов при  $E_F = 70$  meV,  $\epsilon_b = 10$ ,  $d = 44, 43, 42, 41, 40, 39, 38, 37, 36$  nm (кривые 1–9).



**Рис. 5.** Зависимости от частоты компонент КР симметричных мод плазмонов при  $E_F = 70$  meV и  $\varepsilon_b = 10$  для толщин  $d = 10, 30, 50$  nm (1–3).

разную вероятность реализации (в узких же областях, где на рисунке наблюдаются „толстые красные линии“, данные вероятности приблизительно равны). Очевидно, что бифуркация раздвоения возникает в области изменения хода зависимости, т.е. где кончается участок близкий к линейной зависимости. На рисунке (а) пунктирной кривой 3' обозначено приблизительное расположение возникающей после бифуркации неустойчивой в параметрическом пространстве ветви (устойчивость которой впоследствии меняется). Данная ситуация довольно распространена при синергетических эффектах [29]. Обсуждая физику процесса, можно сказать следующее. В рассматриваемой двухслойной графеновой системе возникает ситуация, когда при изменении параметра дисперсионному соотношению, выведенному на основе граничных условий, вместо одной комбинации чисел  $k'_x$  и  $k''_x$  начинает удовлетворять две их комбинации — возникает две моды, отличающиеся действительными и мнимыми частями КР. Так как ветви зависимости можно рассматривать как аттракторы с различной областью притяжения, в реальных системах, где присутствуют флуктуации параметров, из двух отвечающих бистабильности мод реализовываться будет мода, относящаяся к более устойчивой ветви (в данном смысле численное моделирование отражает особенности реального процесса). При изменении параметров системы устойчивость относящихся к бистабильности ветвей изменяется, что и приводит к наблюдаемым дисперсионным скачкам.

Дополнительные исследования показали, что в дисперсионной зависимости симметричных мод плазмонов (6) при рассматриваемых параметрах бифуркация

и дисперсионные скачки не возникают. На рис. 5 приведены зависимости от частоты компонент КР симметричных мод плазмонов при  $E_F = 70$  meV и  $\varepsilon_b = 10$  для толщин  $d = 10, 30, 50$  nm (кривые 1–3). Бифуркация дисперсионной зависимости по сути является синергетическим эффектом, присутствующим в рассматриваемой многослойной структуре, поэтому он оказываются весьма чувствительным как к изменению параметров, так и к форме рассматриваемых уравнений.

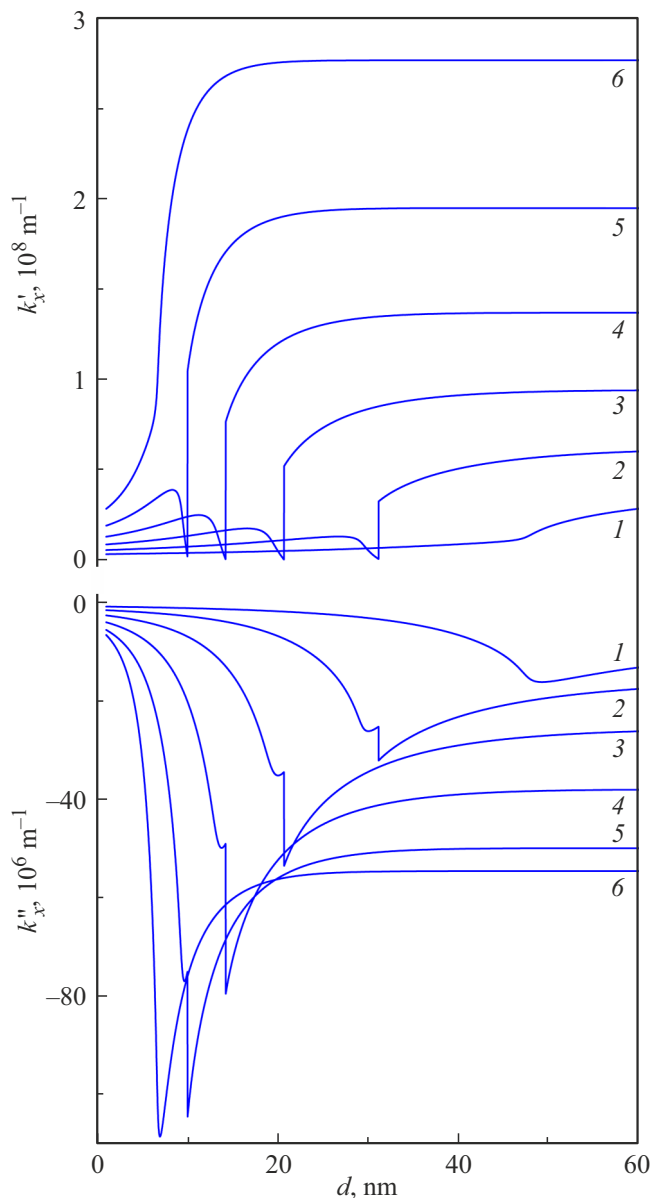
## 5. Зависимости от толщины барьерного слоя

Дисперсионные скачки, вызванные возникшей бистабильностью, имеют место также в зависимостях КР от показателя преломления или толщины барьерного слоя. Соответствующая бифуркация раздвоения дисперсионной ветви плазмонов возникает на ограниченном частотном интервале и при достаточно большой ДП ( $\varepsilon_b > 9$ ). На рис. 6 приведена зависимость от  $d$  действительной и мнимой компонент КР плазмонов на частотах  $\omega = (0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8) \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  (кривые 1–6) для параметров барьерного слоя и графена  $\varepsilon_b = 10$ ,  $E_F = 70$  meV. Увеличение ДП  $\varepsilon_b$  и энергии квазиуровня Ферми приводит к расширению интервала толщин барьерного слоя, в котором реализуется скачок дисперсионных зависимостей, и смещению его границы в область больших  $d$ . Приведенный рисунок также показывает, что скачок во всех случаях возникает до выхода зависимостей на константу, когда влияние слоев графена друг на друга становится очень малым. Из этого можно сделать вывод, что рассматриваемый эффект отсутствует в системах с одним графеновым слоем.

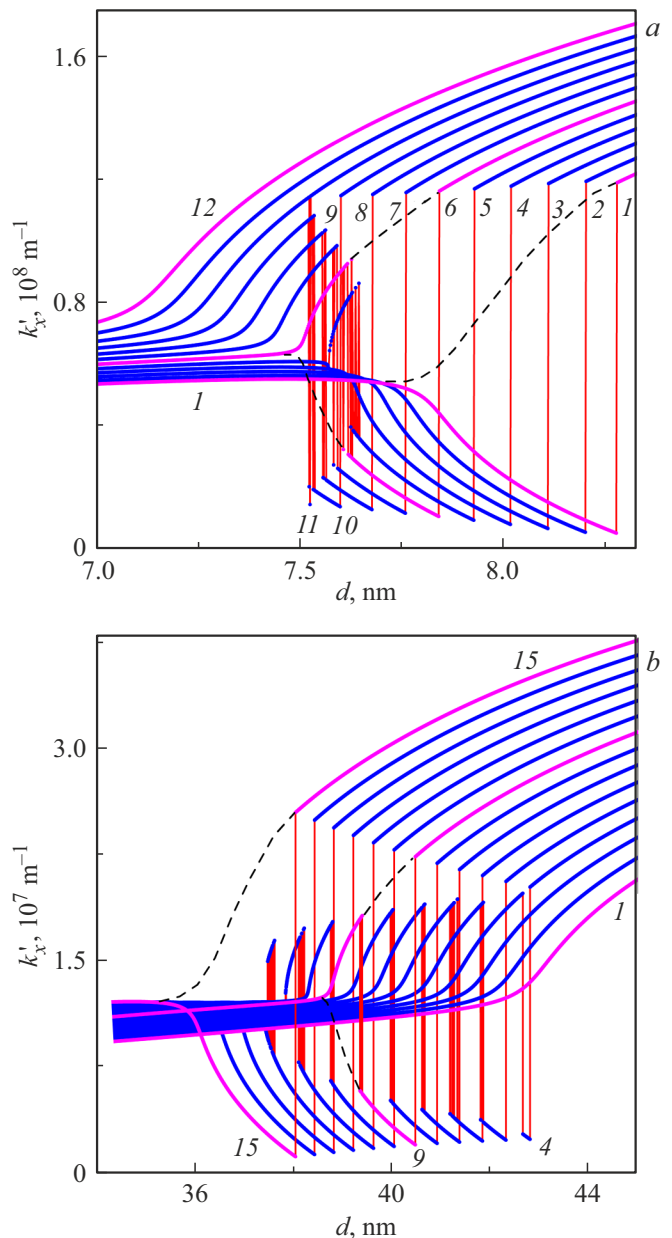
Как и в предыдущем параграфе, рассмотрим появление дисперсионного скачка, а также его исчезновения. На рис. 7 для  $\varepsilon_b = 10$  и  $E_F = 70$  meV приведена зависимость от  $d$  действительной компоненты КР плазмонов на частотах  $\omega = (1.705 \div 1.76) \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  (а, кривые 1–12 — через равные  $\Delta\omega$ ) и  $\omega = (0.84 \div 0.91) \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  (б, кривые 1–15 — через равные  $\Delta\omega$ ). На рисунке (а) при уменьшении частоты наблюдается возникновение бифуркации раздвоения дисперсионной ветви. При этом вначале нижняя ветви (с меньшим  $k'_x$ ) оказывается неустойчивой, однако дальнейшее уменьшение частоты приводит к изменению устойчивости ветвей и расширению интервала, на котором устойчивой становится только нижняя ветвь. Для каждого случая имеет место критически малая величина  $k'_x$ , после которой нижняя ветвь теряет устойчивость, и возникает скачок на верхнюю ветвь дисперсионной бистабильности. (Пунктиром изображены некоторые неустойчивые в параметрическом пространстве участки дисперсионных зависимостей.) На рисунке б наблюдается обратная бифуркация: при уменьшении частоты две дисперсионные ветви сливаются в одну, и скачок пропадает. Заметим, что на приведенном рисунке также на-

блюдаются узкие участки (с утолщенными красными линиями), на которых обе ветви дисперсионной бистабильности имеют близкую устойчивость и реализуется с приблизительно одинаковой вероятностью. При этом плазмонные моды, относящиеся к разным, составляющим бистабильность ветвям, имеют разный инкремент усиления, а также разные фазовую и групповую скорости.

В заключении заметим, что исследования структуры с допированными графеновыми слоями, в которых проводимость определяется формулой, используемой в работах [27,31], показали, что бифуркация в дисперсионной зависимости в них также имеет место, но при других значениях квазиуровня Ферми. В частности, в структуре



**Рис. 6.** Зависимость от толщины барьерного слоя действительной и мнимой компонент КР плазмонов для  $\epsilon_b = 10$ ,  $E_F = 70$  meV на частотах  $\omega = (0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8) \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  (кривые 1–6).



**Рис. 7.** Зависимость от толщины барьерного слоя действительной компоненты КР плазмонов на частотах  $\omega = (1.705 \div 1.76) \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  (a, кривые 1–12) и  $\omega = (0.84 \div 0.91) \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$  (b, кривые 1–15);  $\epsilon_b = 10$ ,  $E_F = 70$  meV.

с инвертированным графеном бифуркация и соответствующая бистабильность реализуются при  $E_F = 70, 90$  meV, а в случае допированного графена — при  $E_F = 50, 70$  meV. Наблюдается бифуркация раздвоения при рассмотренных толщинах барьерного слоя также в случае пассивного графена (однако сравнение дисперсии при указанных состояниях структуры требует дополнительных специальных исследований). Это говорит о том, что данный эффект имеет определенную общность и наблюдается в различных состояниях структуры, не

критично завися от конкретных значений проводимости графена.

Не обнаружение представленных эффектов в предшествующих исследованиях подобных структур [10,20,22,30] можно объяснить тем, что они имеют место только в определенных интервалах значений параметров. Кроме того, при достаточно большом шаге варьирования параметра рассматриваемые особенности дисперсионных зависимостей могут быть приняты за дефекты численного анализа.

## 6. Заключение

Численный анализ дисперсионного уравнения для плазмонных мод в двухслойной графеновой структуре показал, что при энергии квазиуровня Ферми  $E_F \geq 60 \text{ meV}$  и достаточно тонком барьерном слое ( $d \leq 50$  для  $\epsilon_b > 10$ ) возникает модовая бистабильность и дисперсионный скачок действительной и мнимой частей КР плазмонов. Причиной данного эффекта является реализация бифуркации разделения одной ветви решений на две ветви, т.е. когда дисперсионному уравнению начинают удовлетворять два набора компонент комплексной КР. В возникшей бистабильности лишь одна из ветвей, как правило, является устойчивой (неустойчивая ветвь также должна удовлетворять дисперсионному уравнению, но в силу очень узкой „области притяжения“ в параметрическом пространстве она практически не может быть получена численно или в эксперименте). Однако при изменении параметра устойчивость ветвей меняется, и расширяется область, где устойчивой становится вторая ветвь, ограниченная минимальным значением действительной компоненты КР, достигнув которое устойчивость снова переходит к первой ветви. При этом обнаружены также узкие области параметров, в которых устойчивыми являются обе входящие в бистабильность ветви, т.е. на практике с приблизительно равной вероятностью будут возникать обе плазмонные моды, отличающиеся инкрементом усиления, фазовой скоростью, а также имеющие разный знак групповых скоростей. Выявлена также обратная бифуркация объединения двух дисперсионных ветвей в одну.

В области дисперсионного скачка достигаются значения  $k'_x \sim 0.1 \text{ Mm}^{-1}$ , а  $\Delta k'_x \sim 10 \text{ Mm}^{-1}$ . При этом мнимая компонента КР остается отрицательной  $k''_x \sim -10 \text{ Mm}^{-1}$ , и, следовательно, реализуется усиление плазмонов. Увеличение энергии Ферми и ДП барьерного слоя позволяют увеличить толщину барьерного слоя, при которой возникает модовая бистабильность и дисперсионный скачок. Как показывают дополнительные исследования, с увеличением энергии Ферми смещается частота реализации бифуркации раздвоения в область больших значений. Групповые скорости плазмонов, относящиеся к разным, входящим в бистабильность дисперсионным ветвям, противоположны по знаку, что может быть использовано при создании терагерцовых

генераторов излучения на основе друхслойных графеновых структур.

## Финансирование работы

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № 0830-2020-0009.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, A.A. Firsov. *Nature* **438**, 197 (2005).
- [2] Y. Zhang, Y.-W. Tan, H.L. Stormer, P. Kim. *Nature* **438**, 201 (2005).
- [3] Е.М. Байтингер. *ФТТ* **48**, 8, 1380 (2006).
- [4] С.В. Морозов, К.С. Новоселов, А.К. Гейм. *УФН* **178**, 7, 776 (2008).
- [5] Л.А. Фальковский. *УФН* **178**, 9, 923 (2008).
- [6] V.Ya. Aleshkin, A.A. Dubinov, V. Ryzhii. *Pis'ma v ZhETF* **89**, 70 (2009).
- [7] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres. *Rev. Mod. Phys.* **81**, 109 (2009).
- [8] S. Das Sarma, S. Adamet, E.H. Hwang, E. Rossi. *Rev. Mod. Phys.* **83**, 2, 407 (2011).
- [9] V.V. Popov, O.V. Polischuk, A.R. Davoyan, V. Ryzhii, T. Otsuji, M.S. Shur. *Phys. Rev. B* **86**, 195437 (2012).
- [10] I.V. Iorsh, I.V. Sharidov, P.A. Belov, Yu.S. Kivshar. *Pis'ma v ZhETF* **97**, 287 (2013).
- [11] D.A. Smirnova, P.I. Buslaev, I.V. Iorsh, I.V. Shadrivov, P.A. Belov, Y.S. Kivshar. *Phys. Rev. B* **89**, 245414 (2014).
- [12] А.С. Абрамов, Д.А. Евсеев, Д.И. Семенцов. *Опт. и спектр.* **124**, 2, 235 (2018).
- [13] V. Ryzhii, M. Ryzhii, T. Otsuji. *J. Appl. Phys.* **101**, 083114 (2007).
- [14] A. Satou, F.T. Vasko, V. Ryzhii. *Phys. Rev. B* **7**, 1158431 (2008).
- [15] A.A. Dubinov, V.Y. Aleshkin, M. Ryzhii, T. Otsuji, V. Ryzhii. *Appl. Phys. Exp.* **2**, 092301 (2009).
- [16] A. Satou, V. Ryzhii, Y. Kurita, T. Otsuji. *J. Appl. Phys.* **113**, 143108 (2013).
- [17] Н.Н. Янюшкина, М.Б. Белоненко, Н.Г. Лебедев. *Опт. и спектр.* **108**, 4, 658 (2010).
- [18] A.A. Dubinov, V.Y. Aleshkin, V.V. Mitin, T. Otsuji, V. Ryzhii. *Phys.: Condens. Matter.* **23**, 145302 (2011).
- [19] F. Rana. *IEEE Trans. Nanotechn.* **7**, 91 (2008).
- [20] П.И. Буслаев, И.В. Иорш, И.В. Шадривов, П.А. Белов, Ю.С. Кившарь. *Письма в ЖЭТФ* **97**, 9, 619 (2013).
- [21] C.H. Gan, H.S. Chu, E.P. Li. *Phys. Rev. B* **85**, 125431 (2012).
- [22] М.Ю. Морозов, И.М. Моисеенко, В.В. Попов. *Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика.* **19**, 1, 28 (2019).
- [23] О.В. Полищук, Д.В. Фатеев, В.В. Попов. *ФТП* **53**, 9, 1237 (2019).

- [24] Е.И. Кухарь, С.В. Крючков. ФТТ **62**, 1, 153 (2020).
- [25] A.R. Davoyan, M.Yu. Morozov, V.V. Popov, A. Satou, T. Otsuji. Appl. Phys. Lett. **103**, 251102 (2013).
- [26] M.Yu. Morozov, A.R. Davoyan, I.M. Moiseenko, A. Satou, T. Otsuji, V.V. Popov. Appl. Phys. Lett. **106**, 061105 (2015).
- [27] L.A. Falkovsky, A.A. Varlamov. Eur. Phys. J. B **56**, 281 (2007).
- [28] М.Ю. Морозов, И.М. Моисеенко, А.В. Коротченков, В.В. Попов. ФТП **55**, 6, 518 (2021).
- [29] Д.И. Семенцов, А.М. Шутый. УФН **177**, 8, 831 (2007).
- [30] M.Yu. Morozov, I.M. Moiseenko, V.V. Popov. J. Phys.: Condens. Matter **30**, 08LT02 (2018).
- [31] О.В. Полищук, Д.В. Фатеев, В.В. Попов. ФТП **52**, 12, 1430 (2018).

*Редактор Т.Н. Василевская*