

Об обработке экспериментальных данных по осцилляции магнитосопротивления в двумерном электронном газе

© Н.С. Аверкиев, А.М. Монахов[¶], Н.И. Саблина, Р.М. Кoenraad*

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

* Eindhoven University of Technology,
The Netherlands

(Получена 18 мая 2002 г. Принята к печати 25 июня 2002 г.)

Предложен новый метод обработки результатов измерения эффекта Шубникова–де-Гааза в квазидвумерных системах.

1. Введение

Известно, что кинетические коэффициенты вырожденного электронного газа при пересечении квазиуровня Ферми уровнями Ландау в квантующем магнитном поле осциллируют. Такие параметры как эффективная масса, время релаксации и концентрация носителей заряда обычно определяются из измерений осцилляций проводимости (эффект Шубникова–де-Гааза). При этом следует отметить, что непосредственно по периоду осцилляции в обратном магнитном поле определяется лишь энергия Ферми. Для получения других параметров необходимо наличие как некоторой теории, описывающей данный эффект, так и соответствующей процедуры обработки данных эксперимента. Такая процедура нетривиальна, поскольку метод наименьших квадратов плохо работает для осциллирующих функций, а фурье-анализ требует специального анализа неосциллирующих частей и учета ограниченности диапазона измеренных полей [1,2].

Сложность анализа экспериментальных данных возрастает, если в проводимости участвуют носители из двух и более подзон размерного квантования (в дальнейшем для простоты мы ограничимся случаем двух заполненных подзон). Теория, описывающая эффект Шубникова–де-Гааза, с учетом межподзонного рассеяния приведена в [3].

В данной работе представлена методика обработки экспериментальных данных в соответствии с формулами, представленными в [3], которая представляется нам более простой и дающей лучшие результаты по сравнению с традиционным фурье-анализом.

2. Описание процедуры

В работе [3] показано, что в случае заполнения двух подзон размерного квантования ρ_{xx} компоненты тензора удельного сопротивления описываются выражением

$$\rho_{xx} = \rho_{xx}^{TD} + \rho_{xx}^{TI}, \quad (1)$$

$$\rho_{xx}^{TD} = (\rho_{xx}^{HF} + \rho_{xx}^{LF}) \cdot \frac{\lambda(T)}{\text{sh} \lambda(T)},$$

$$\rho_{xx}^{TI} = \rho_{xx}^0 + \rho_{xx}^{nd},$$

где

$$\lambda(T) = \frac{2\pi^2 T}{\hbar\omega_c}, \quad \omega_c = \frac{eH}{mc},$$

а

$$\rho_{xx}^{HF} = A_{HF} \cdot 2 \cos \left(2\pi \frac{\mu_1}{\hbar\omega_c} + \pi \right) \exp \left(-\frac{\pi}{\omega_c \tau_1} \right), \quad (2)$$

$$\rho_{xx}^{LF} = A_{LF} \cdot 2 \cos \left(2\pi \frac{\mu_2}{\hbar\omega_c} + \pi \right) \exp \left(-\frac{\pi}{\omega_c \tau_2} \right),$$

$$\rho_{xx}^{nd} = A_{nd} \cdot 2 \cos \left[2\pi \frac{\mu_1 - \mu_2}{\hbar\omega_c} \right] \exp \left[-\frac{\pi}{\omega_c \tau_1} - \frac{\pi}{\omega_c \tau_2} \right].$$

Величины ρ_{xx}^0 , A_{HF} , A_{LF} и A_{nd} являются плавными (не осциллирующими) функциями от ω_c . Эти функции, а также расшифровка обозначений приведены в *Приложении*.

Отметим, что по крайней мере для двумерных систем зависимости удельного сопротивления ρ от магнитного поля удобнее для обработки, чем соответствующие зависимости проводимости σ (хотя, аналитические выражения для последних проще), поскольку в двумерных системах зависимость классического магнитосопротивления от магнитного поля для ρ гораздо слабее, чем для σ . Так, для случая одной заполненной подзоны размерного квантования для вырожденного ферми-газа в классическом пределе ρ_{xx}^0 вообще не зависит от магнитного поля, в то время как аналогичная величина σ_{xx}^0 зависит от магнитного поля настолько существенно, что выделить на фоне этой зависимости осциллирующую часть σ_{xx}^{nd} весьма сложно.

Выражение (1) содержит следующие части. Во-первых, имеются температурно-зависимая (TD) и температурно-независимая (TI) части. Последняя содержит плавно меняющееся классическое магнитосопротивление ρ_{xx}^0 и не зависящую от температуры осциллирующую функцию ρ_{xx}^{nd} 2-го порядка по параметру $\exp(-\pi/\omega_c \tau_i)$.

TD часть содержит член, соответствующий осцилляциям с высокой частотой (HF), связанный с заполнением нижней подзоны размерного квантования, и низкочастотные осцилляции (LF), отвечающие за заполнение верхней подзоны.

[¶] E-mail: amon@les.ioffe.rssi.ru

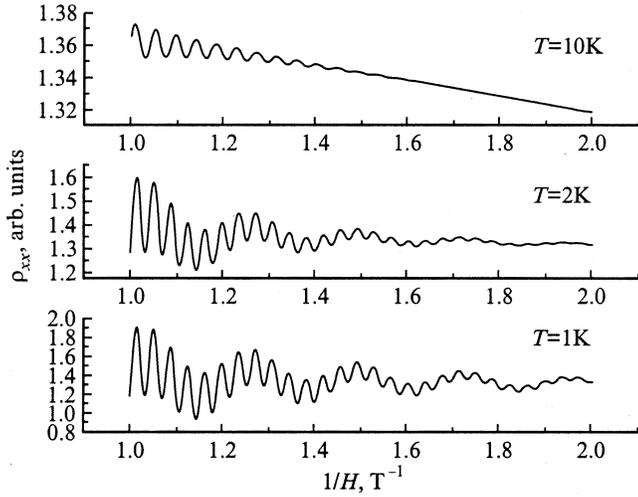


Рис. 1. Исходные зависимости ρ_{xx} от обратного магнитного поля для температур 10 К (верхний график), 2 К (средний) и 1 К (нижний). Для удобства величина $\rho_{xx}(H)$ разделена на $\rho_{xx}(H = 0)$.

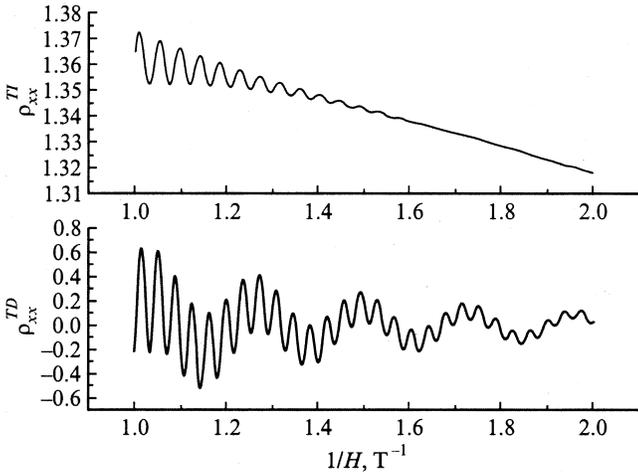


Рис. 2. „Температурно-зависимая“ и „температурно-независимая“ части ρ_{xx} , полученные в результате процедуры вычитания для любой пары кривых на рис. 1.

Для демонстрации действия этой процедуры рассчитаем по формулам (1), (2) зависимость ρ_{xx} от обратного магнитного поля при некоторых близких к экспериментально наблюдаемым значениях параметров [4]. Будем рассматривать случай, когда заполнение второй подзоны относительно мало ($\approx 10\%$). На рис. 1 приведены графики таких зависимостей при разных температурах и следующих значениях параметров среды: концентрация в первой подзоне $N_1 = 1 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$, во второй — $N_2 = 0.4 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$, время релаксации в первой подзоне $\tau_1 = 0.8 \cdot 10^{-12} \text{ с}$, во второй — $\tau_2 = 4 \cdot 10^{-12} \text{ с}$, время межподзонного рассеяния $\tau_{12} = 6 \cdot 10^{-12} \text{ с}$.

Выделим сначала из ρ_{xx} TD - и TI -части. Как видно из (1), для этого достаточно иметь две эксперименталь-

ные зависимости $\rho_{xx}(T_1)$ и $\rho_{xx}(T_2)$, снятые при разных температурах. Вычитая одну зависимость из другой, получим

$$\rho_{xx}(T_1) - \rho_{xx}(T_2) = \rho_{TD} \left(\frac{\lambda}{\text{sh } \lambda} (T_1) - \frac{\lambda}{\text{sh } \lambda} (T_2) \right).$$

Умножив затем результат на $(\frac{\lambda}{\text{sh } \lambda}(T_1) - \frac{\lambda}{\text{sh } \lambda}(T_2))^{-1}$, мы вовсе избавимся от температурной зависимости, и все сведения о системе содержатся в ρ_{xx}^{TD} . Аналогичным способом можно выделить и TI -часть. Результат процедуры вычитания показан на рис. 2.

Таким образом, если имеется серия экспериментальных кривых $\rho_{xx}(T)$, полученных при разных температурах на одном и том же образце, то вышеописанная процедура вычитания должна давать один и тот же результат для всех пар. Это, на наш взгляд, является хорошим способом предварительной „разбраковки“ экспериментальных данных (либо проверки применимости теории к конкретной экспериментальной ситуации).

Дальнейшая процедура обработки экспериментальных результатов до некоторой степени эквивалентна фурье-анализу, но, на наш взгляд, более удобна и прозрачна.

Рассмотрим, например, ρ_{xx}^{TD} . Она является суммой двух убывающих в обратном поле осциллирующих функций. Разделить эти функции можно, воспользовавшись тем, что посередине между максимумом и минимумом высокочастотных осцилляций лежит нуль $\cos(2\pi \frac{\mu_i}{\hbar\omega_c} + \pi)$, и в таких точках значение функции равно ρ_{xx}^{LF} . Таким образом, деля расстояние между ближайшими минимумом и максимумом пополам и определяя значение ρ_{xx}^{TD} в этой точке, мы выделим низкочастотную часть ρ_{xx}^{LF} из ρ_{xx}^{TD} . Высокочастотная часть получается вычитанием ρ_{xx}^{LF} из ρ_{xx}^{TD} (естественно, для этого требуется проинтерполировать ρ_{xx}^{LF}). Аналогично разделяются σ_{xx}^{nd} и σ_{TI}^0 (классическое магнитосопротивление).

Следует отметить, что максимумы ρ_{xx}^{TD} , вообще говоря, не совпадают с максимумами $\cos(2\pi \frac{\mu_i}{\hbar\omega_c} + \pi)$. Величина ρ_{xx}^{TD} имеет вид

$$f_1(\omega) \cos(\Omega_1 \omega) + f_2(\omega) \cos(\Omega_2 \omega), \quad (3)$$

поэтому условием экстремума (3) будет

$$\begin{aligned} -\Omega_1 f_1 \sin(\Omega_1 \omega) + f_1' \cos(\Omega_1 \omega) + f_2' \cos(\Omega_2 \omega) \\ - \Omega_2 f_2 \sin(\Omega_2 \omega) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Условием применимости описанной выше простой процедуры будет условие

$$\frac{f_2 \Omega_2}{f_1 \Omega_1} \ll 1, \quad \frac{f_1'}{f_1 \Omega_1} \ll 1, \quad \frac{f_2'}{f_1 \Omega_1} \ll 1. \quad (5)$$

Для реальных значений параметров такие условия, как правило, выполняются, но при необходимости значения максимумов можно уточнить с помощью, например,

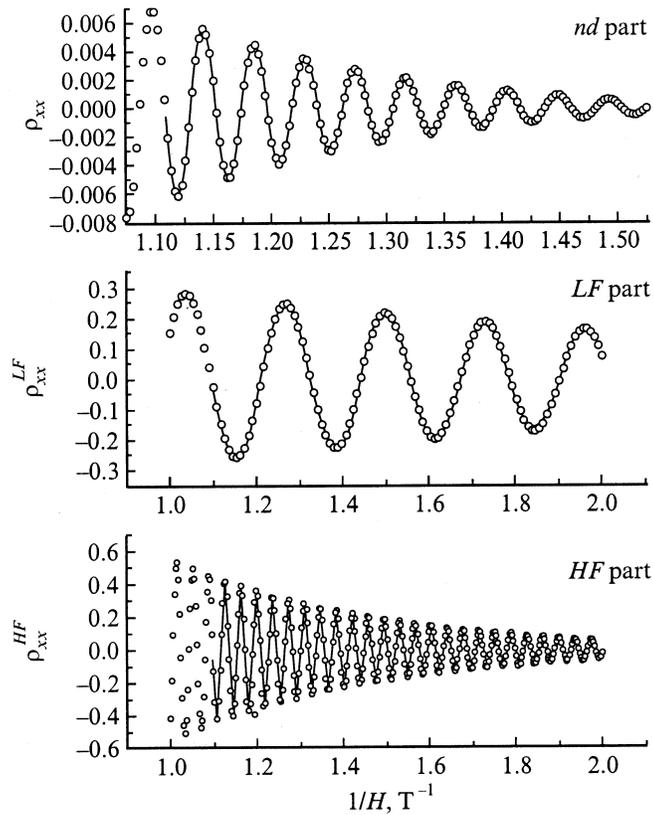


Рис. 3. Члены ρ_{xx}^{HF} , ρ_{xx}^{LF} и ρ_{xx}^{nd} , выделенные из кривых, показанных на рис. 2. Точками показаны значения, полученные прямым расчетом по формулам (1), (2).

стандартной итерационной процедуры

$$-\Omega_1 f_1(\omega_i) \sin(\Omega_1 \omega_{i+1}) + f_1' \cos(\Omega_1 \omega_i) + f_2'(\omega_i) \cos(\Omega_2 \omega_i) - \Omega_2 f_2 \sin(\Omega_2 \omega_i) = 0,$$

связывающий значения корня на предыдущей (ω_i) и последующей (ω_{i+1}) итерациях.

После выполнения процедуры „исключения высокочастотных осцилляций“ все кривые, за исключением ρ_{xx}^0 , должны быть „центрированы“ относительно нуля и не иметь „биений“. Это является дополнительной проверкой применимости теории. Результат такой процедуры приведен на рис. 3. Подобное разделение по точности по крайней мере не уступает фурье-анализу в случае, если выполнены условия (5), как видно из сравнения результата процедуры разделения и непосредственно вычисленных по формулам (2) данных, приведенных точками на рис. 3.

Полученные кривые позволяют в принципе определить все параметры, а именно E_F , Δ , τ_1 , τ_2 , τ_{12} , характеризующие систему. Для HF -частей вновь достаточно рассмотреть лишь значения в максимумах (минимумах) кривой, после чего подгоночная функция для A_{HF} оказывается проще и удобнее для применения метода наименьших квадратов, чем осциллирующая

исходная функция (E_F легко определяется по периоду осцилляций).

Что касается ρ_{xx}^{LF} , то для относительно слабого заполнения второй подзоны количество „осцилляций“ может быть невелико и подгонять придется всю функцию.

3. Заключение

Таким образом, нами предложена процедура определения кинетических коэффициентов квазидвумерных структур по осцилляциям Шубникова–де-Гааза. Следует отметить, что для определения концентрации носителей в нижней подзоне размерного квантования нет необходимости заниматься сложной обработкой. Такая обработка нужна, если мы хотим узнать времена релаксации в первой и второй подзонах или время межподзонных переходов. Предложенная процедура работает и в том случае, когда концентрация носителей во второй подзоне мала, и ее вклад в полную проводимость без магнитного поля трудно наблюдаем.

Кроме того, описанная процедура полезна для проверки как собственно экспериментальных данных, так и для адекватности экспериментальной ситуации теоретической модели, применяемой для обработки данных.

Следует также отметить, что, хотя выражение (1) выведено в приближении короткодействующего потенциала, это ограничение не существенно, поскольку переход к дальнедействующему потенциалу приводит лишь к замене в предэкспонентах (1) времен τ_1 и τ_2 на соответствующие транспортные времена.

Авторы благодарят Л. Голуба и С. Тарасенко за полезные обсуждения. Работа частично поддержана грантами РФФИ, INTAS, программой президиума РАН „Низкоразмерные квантовые наноструктуры“ и программами Министерства промышленности, науки и технологий РФ.

Приложение

В данном приложении приведен явный вид величин, входящих в формулы (1), (2) для случая заполнения двух подзон размерного квантования [3]. В рассматриваемом случае система характеризуется следующими величинами: уровень Ферми в первой подзоне размерного квантования μ_1 , отсчитанным от дна первой подзоны, уровнем Ферми во второй подзоне μ_2 , отсчитанным от дна второй подзоны (эти величины легко выразить через поверхностные плотности носителей заряда в каждой из подзон), временами релаксации носителей заряда в первой подзоне τ_1 и во второй τ_2 , а также временем межподзонных переходов τ_{12} . Введем дополнительные обозначения:

$$\tau_{11} = \frac{\tau_1 \cdot \tau_{12}}{\tau_{12} - \tau_1},$$

$$\tau_{22} = \frac{\tau_2 \cdot \tau_{12}}{\tau_{12} - \tau_2}.$$

Результаты вычисления величин σ_{ik} приведены в [3]. При переходе от матрицы σ_{ik} к обратной матрице $\rho_{ik} = [\sigma_{ik}]^{-1}$ следует учесть, что условием применимости теории является $\exp(-\frac{\pi}{\omega_c \tau_1}) \ll 1$, поэтому надо разложить $\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}}{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{xy}^2}$ в ряд по этим параметрам и оставить только члены 0-го и 1-го порядка для ρ_{xx}^{TD} и 2-го порядка для ρ_{xx}^{TI} . В результате получаем

$$\rho_{xx} = \frac{\sigma_{xx}^0}{(\sigma_{xx}^0)^2 + (\sigma_{xy}^0)^2} (1 + A_1 \delta_1 + A_2 \delta_2 + A_{12} \delta_{12}),$$

откуда

$$\rho_{xx}^0 = \frac{\sigma_{xx}^0}{(\sigma_{xx}^0)^2 + (\sigma_{xy}^0)^2},$$

$$A_{HF} = \frac{\sigma_{xx}^0}{(\sigma_{xx}^0)^2 + (\sigma_{xy}^0)^2} A_1,$$

$$A_{LF} = \frac{\sigma_{xx}^0}{(\sigma_{xx}^0)^2 + (\sigma_{xy}^0)^2} A_2,$$

$$A_{nd} = \frac{\sigma_{xx}^0}{(\sigma_{xx}^0)^2 + (\sigma_{xy}^0)^2} A_{12}.$$

Величины A_i выражаются через составляющие проводимости следующим образом:

$$A_1 = \frac{\sigma_{xx}^{(1)}}{\sigma_{xx}^0} - 2 \frac{\sigma_{xx}^0 \sigma_{xx}^{(1)} + \sigma_{xy}^0 \sigma_{xy}^{(1)}}{(\sigma_{xx}^0)^2 + (\sigma_{xy}^0)^2},$$

$$A_2 = \frac{\sigma_{xx}^{(2)}}{\sigma_{xx}^0} - 2 \frac{\sigma_{xx}^0 \sigma_{xx}^{(2)} + \sigma_{xy}^0 \sigma_{xy}^{(2)}}{(\sigma_{xx}^0)^2 + (\sigma_{xy}^0)^2},$$

$$A_{12} = \frac{\sigma_{xx}^{(nd)}}{\sigma_{xx}^0} - 2 \frac{\sigma_{xx}^0 \sigma_{xx}^{(nd)} + \sigma_{xy}^0 \sigma_{xy}^{(nd)}}{(\sigma_{xx}^0)^2 + (\sigma_{xy}^0)^2}. \quad (6)$$

Входящие в (6) величины, согласно [3], выглядят так:

$$\sigma_{xx}^0 = \frac{4\pi e^2}{\hbar^2} \left(\frac{\mu_1 \tau_1}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} + \frac{\mu_2 \tau_2}{1 + (\omega_c \tau_2)^2} \right),$$

$$\sigma_{xy}^0 = \frac{4\pi e^2}{\hbar^2} \left(-\frac{\mu_1 \tau_1^2 \omega_c}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} - \frac{\mu_2 \tau_2}{1 + (\omega_c \tau_2)^2} \right),$$

$$\sigma_{xx}^{(1)} = \frac{4\pi e^2}{\hbar^2} \left[\frac{\mu_1 \tau_1}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} \left(\frac{2(\omega_c \tau_1)^2}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} + \frac{\tau_1}{\tau_{12}} \frac{1 - (\omega_c \tau_1)^2}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} \right) - \frac{\mu_2 \tau_2^2}{\tau_{12}} \frac{(1 - (\omega_c \tau_2)^2)}{(1 + (\omega_c \tau_2)^2)^2} \right],$$

$\sigma_{xx}^{(2)}$ легко получается из $\sigma_{xx}^{(1)}$ заменой $\tau_1 \rightarrow \tau_2$

$$\sigma_{xx}^{(nd)} = \frac{4\pi e^2}{\hbar^2} \left[\frac{\mu_1 \tau_1^2}{\tau_{12} (1 + (\omega_c \tau_1)^2)^2} \times \left((\omega_c \tau_1)^2 - 1 + \frac{\tau_1}{\tau_{11}} \frac{1 - 3(\omega_c \tau_1)^2}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} \right) + \frac{\mu_2 \tau_2^2}{\tau_{12} (1 + (\omega_c \tau_2)^2)^2} \left((\omega_c \tau_2)^2 - 1 + \frac{\tau_2}{\tau_{22}} \frac{1 - 3(\omega_c \tau_2)^2}{1 + (\omega_c \tau_2)^2} \right) \right],$$

$$\sigma_{xy}^{(1)} = \frac{4\pi e^2}{\hbar^2} \left[-\frac{\mu_1 \tau_1^2 \omega_c}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} \left(\frac{2\tau_1}{\tau_{12} (1 + (\omega_c \tau_1)^2)^2} - \frac{1 + 3(\omega_c \tau_1)^2}{(\omega_c \tau_1)^2 (1 + (\omega_c \tau_1)^2)^2} \right) + \frac{2\mu_2 \tau_2^3 \omega_c}{\tau_{12} (1 + (\omega_c \tau_2)^2)^2} \right],$$

$$\sigma_{xy}^{(2)} = \frac{4\pi e^2}{\hbar^2} \left[-\frac{\mu_2 \tau_2^2 \omega_c}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} \left(\frac{2\tau_2}{\tau_{12} (1 + (\omega_c \tau_2)^2)^2} - \frac{1 + 3(\omega_c \tau_2)^2}{(\omega_c \tau_2)^2 (1 + (\omega_c \tau_2)^2)^2} \right) + \frac{2\mu_1 \tau_1^3 \omega_c}{\tau_{12} (1 + (\omega_c \tau_1)^2)^2} \right],$$

$$\sigma_{xy}^{(nd)} = \frac{4\pi e^2}{\hbar^2} \left[\frac{2\mu_1 \tau_1^3 \omega_c}{\tau_{12} (1 + (\omega_c \tau_1)^2)^2} \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_{12}} \frac{(\omega_c \tau_1)^2 - 3}{1 + (\omega_c \tau_1)^2} \right) + \frac{2\mu_2 \tau_2^3 \omega_c}{\tau_{12} (1 + (\omega_c \tau_2)^2)^2} \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_{12}} \frac{\omega_c \tau_2 - 3}{1 + (\omega_c \tau_2)^2} \right) \right].$$

Список литературы

- [1] D.R. Leadley, R. Fletcher, R.J. Nicholas, F. Tao, C.T. Foxon, J.J. Harris. Phys. Rev. B, **46**, 12 439 (1992).
- [2] X.C. Zhang, A. Pfeuffer-Jeschke, K. Ortner, V. Hock, H. Buhmann, C.R. Becker, G. Landwehr. Phys. Rev. B, **63**, 245 305 (2001).
- [3] N.S. Averkiev, L.E. Golub, S.A. Tarasenko, M. Willander. J. Phys.: Cond. Matter., **12**, 2517 (2001).
- [4] T.H. Sander, S.N. Holmes, J.J. Harris. Phys. Rev. B, **58**, 13 856 (1998).

Редактор Л.В. Беляков

On the experimental data processing of the magnetoresistance oscillations in two-dimensional electron gas

N.S. Averkiev, A.M. Monakhov, N.I. Sablina, R.M. Koenraad*

Ioffe Physicotechnical Institute,
Russian Academy of Sciences,
194021 St.Petersburg, Russia

* Eindhoven University of Technology,
The Netherlands

Abstract A new method of the Shubnikov–de-Haas effect measurements processing in two-dimensional systems has been proposed.