

Фаза Имри—Ма в системах с дефектами типа „случайное локальное поле“ и „случайная локальная анизотропия“ (Обзор)

© А.А. Берзин¹, А.И. Морозов², А.С. Сигов^{1,3,¶}

¹ Российский технологический университет (МИРЭА),
Москва, Россия

² Московский физико-технический институт (Национальный исследовательский университет),
Долгопрудный, Московск. обл., Россия

³ Московский технический университет связи и информатики,
Москва, Россия

¶ E-mail: sigov@mirea.ru

Поступил в Редакцию 15 сентября 2021 г.

В окончательной редакции 15 сентября 2021 г.

Принят к публикации 16 сентября 2021 г.

Для систем с дефектами типа „случайное локальное поле“ и „случайная локальная анизотропия“ рассмотрены условия возникновения фаз Имри—Ма, в которых направление параметра порядка следует за крупномасштабными флуктуациями случайного поля или случайной анизотропии. Показано, что анизотропия распределения случайных полей в пространстве параметра порядка может привести к появлению дальнего порядка. Рассмотрены фазовые диаграммы, возникающие в результате конкуренции случайных полей дефектов и индуцированной дефектами анизотропии. На примере системы со случайной анизотропией (нанокристаллический ферромагнетик) рассмотрены зависимости коэрцитивного поля от размера кристаллитов.

Ключевые слова: дефекты типа „случайное локальное поле“, дефекты типа „случайная локальная анизотропия“, фазовые превращения, фаза Имри—Ма, фазовые диаграммы, нанокристаллический ферромагнетик.

DOI: 10.21883/FTT.2022.01.51825.204

1. Введение

На рубеже последней четверти XX века Y. Imry и S.-k. Ma опубликовали свою знаменитую работу [1], в которой рассмотрели системы с непрерывной симметрией параметра порядка ($O(n)$ -системы, $n \geq 2$ — число компонент параметра порядка). Они показали, что введение в систему сколь угодно слабого случайного поля, сопряженного параметру порядка, корреляционная функция которого спадает на коротких расстояниях, приводит в пространствах с размерностью $d < 4$ к разрушению дальнего порядка даже в основном состоянии системы (теорема Имри—Ма). Наиболее энергетически выгодным становится состояние, в котором параметр порядка следует за крупномасштабными статическими флуктуациями направления случайного поля. В литературе оно получило название состояния (фазы) Имри—Ма. Значение $d_I = 4$ получило название нижней критической размерности. При пространственной размерности $d > d_I$ основным состоянием системы является состояние с дальним порядком, а при $d < d_I$ — состояние Имри—Ма. Для изинговских систем с однокомпонентным параметром порядка нижняя критическая размерность $d_I = 2$.

В литературе часто можно встретить термин „теория Ларкина—Имри—Ма“. В 1970 г. А.И. Ларкин опубликовал работу [2], в которой в рамках феноменологической теории Гинзбурга—Ландау показал, что наличие вызванных дефектами пространственных флуктуаций коэффициентов перед квадратичным по параметру порядка и градиентными членами в разложении свободной энергии, приводит к исчезновению дальнего порядка в расположении абрикосовских вихревых нитей в смешанном состоянии сверхпроводника второго рода. Обе ставшие классическими работы [1,2] посвящены разрушению дальнего порядка, однако объединять их в единую теорию нам представляется нерациональным. Во-первых, феноменологическая теория Гинзбурга—Ландау справедлива в окрестности точки фазового перехода и ее предсказания нельзя напрямую отнести к основному состоянию системы, описание которого на основе микроскопического гамильтониана проведено в работе [1]. Во-вторых, изменение коэффициентов перед квадратичными по параметру порядка членами в разложении свободной энергии не отражает влияние случайного поля, сопряженного параметру порядка, так как этот вклад линеен по параметру порядка. Дальнейший анализ

построен на микроскопической модели Имри–Ма и использовано соответствующее название теории.

В своей работе [1] авторы не конкретизировали источник случайного поля, указав только, что оно может создаваться случайно замороженными центрами. В большом числе последующих работ их авторы предполагали, что случайное поле присутствует в каждом узле решетки спинов. В данном обзоре проанализированы системы, в которых случайное поле создается хаотически расположенными точечными дефектами (дефекты типа „случайное локальное поле“), безразмерная концентрация которых c (их среднее число в расчете на одну ячейку) мала ($c \ll 1$).

Мы не будем касаться описания перехода из парафазы в фазу с дальним порядком в системе, содержащей такие дефекты, поскольку имеющиеся успехи в описании области температур, прилежащей к точке фазового перехода, невелики, и пока достигнуто только качественное описание поведения системы [3,4]. Вне области сильных флуктуаций, определяемой критерием Леванюка–Гинзбурга [5], справедливо приближение среднего поля и применима теория квазиизолированных дефектов [6,7].

Математическое моделирование систем с дефектами типа „случайное локальное поле“ сталкивается с большими трудностями из-за наличия большого числа метастабильных состояний. В частности, при числе компонент параметра порядка $n \leq d$ наличие топологических дефектов ведет к поведению, аналогичному поведению спинового стекла [8].

Фазовый переход из парафазы в фазу Имри–Ма сходен с фазовым переходом стеклования. Выше температуры T_{I-M} этого перехода основными флуктуациями в системе являются динамические флуктуации параметра порядка. Ниже T_{I-M} наблюдаются „замороженные“ статические флуктуации параметра порядка, следующие за крупномасштабными флуктуациями направления случайного поля дефектов. Величина T_{I-M} находится из равенства радиуса корреляции параметра порядка бездефектной системы и характерного масштаба статических флуктуаций в фазе Имри–Ма [9].

Наиболее ярким и неожиданным результатом исследования $O(n)$ -моделей со случайным полем было предсказание на основе теоретического рассмотрения и численного моделирования явления возникновения при конечной температуре дальнего порядка, индуцированного случайными полями (*random field induced order* — *RFIO*), в двумерной X – Y -модели с коллинеарными случайными полями [10,11]. Хорошо известно, что в отсутствие случайного поля согласно теореме Мермина–Вагнера–Хоэнберга дальний порядок в двумерной $O(n)$ -модели при отличной от нуля температуре отсутствует [12,13]. В дальнейшем наличие дальнего порядка было подтверждено и в аналогичной трехмерной модели [14–16]. Это тоже нетривиально, поскольку размерность „три“ меньше критической и, согласно теореме Имри–Ма, дальний порядок в ней должен отсутствовать. Принципиальную роль в объяснении данного

явления играет распределение направлений случайных полей в пространстве параметра порядка. Как будет показано ниже, теорема Имри–Ма справедлива только при идеально изотропном распределении. Анизотропное распределение случайных полей индуцирует эффективную глобальную анизотропию в пространстве параметра порядка [17,18]. Появление эффективной анизотропии нарушает непрерывную симметрию параметра порядка и переводит систему в другой класс универсальности. Эффективное число компонент параметра порядка уменьшается. В случае X – Y -модели оно уменьшается с двух до одного, что и приводит к возникновению дальнего порядка при ненулевой температуре.

В результате конкуренции двух аспектов влияния дефектов: с одной стороны — их случайных полей, и с другой — индуцированной ими эффективной анизотропии, возникают нетривиальные фазовые диаграммы, описанию которых во многом посвящен данный обзор. Кроме того, в обзоре рассмотрена возможность возникновения фаз Имри–Ма в системах с пространственной размерностью, превосходящей нижнюю критическую.

Уже в 1978 г. теорема Имри–Ма была распространена на системы со случайной анизотропией [19,20]. К ним относятся $O(n)$ -системы, содержащие точечные дефекты, которые создают анизотропию типа „легкая ось“ в месте своего нахождения, причем направление легкой оси носит случайный характер (дефекты типа „случайная локальная анизотропия“). К особым случаям систем со случайной анизотропией следует отнести нанокристаллические одноосные ферромагнетики со случайной ориентацией кристаллических решеток кристаллитов [21,22] и, следовательно, со случайной ориентацией легких осей, а также жидкие кристаллы в пористой матрице [23–25] и сверхтекучий ^3He – A в аэрогеле [26–28].

Структура обзора такова: во втором разделе воспроизведены аргументы Имри и Ма для случаев многокомпонентного и однокомпонентного параметров порядка и продемонстрирована возможность возникновения фазы Имри–Ма в пространстве размерности, превышающей нижнюю критическую. В третьем разделе описана анизотропия, индуцируемая анизотропным распределением случайных полей дефектов в пространстве параметра порядка системы. Четвертый раздел посвящен описанию фазовых диаграмм, возникающих в результате конкуренции случайных полей дефектов и индуцированной дефектами анизотропии. В пятом разделе рассмотрены системы с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“, а в шестом — важный частный случай таких систем: нанокристаллические ферромагнетики.

2. Теорема Имри–Ма

2.1. Система классических спинов

Представленные в настоящем обзоре результаты основаны на рассмотрении классических спинов единичной

длины, поскольку последняя без ограничения общности может быть включена в соответствующие константы взаимодействия или поля.

Энергия обменного взаимодействия n -компонентных локализованных спинов s_i , образующих d -мерную простую кубическую решетку, в приближении взаимодействия ближайших соседей имеет вид

$$W_{ex} = -\frac{1}{2} J \sum_{i,\delta} \mathbf{s}_i \mathbf{s}_{i+\delta}, \quad (1)$$

где J — обменный интеграл, суммирование по i ведется по всей решетке спинов, а по δ — по ближайшим к данному спину соседям.

Энергия взаимодействия спинов со случайными локальными полями дефектов равна

$$W_{def} = - \sum_l \mathbf{s}_l \mathbf{h}_l, \quad (2)$$

суммирование ведется по случайно расположенным в узлах решетки дефектам, а плотность распределения случайных локальных полей \mathbf{h} в спиновом пространстве (пространстве параметра порядка) обладает свойством $\rho(\mathbf{h}) = \rho(-\mathbf{h})$, что обеспечивает отсутствие в бесконечной системе среднего поля. В данном обзоре мы ограничимся рассмотрением случая слабых полей дефектов, когда $|\mathbf{h}_l| \ll J$.

2.2. Аргументы Имри–Ма для $n \geq 2$

Воспроизведем аргументы Имри–Ма для введенной выше модели. Рассмотрим область d -мерного пространства с характерным линейным размером L , выраженный в единицах постоянной решетки спинов. Число дефектов в объеме L^d равно cL^d . Характерное среднее значение поля дефектов в данной области, отличие которого от нуля обусловлено статистическими флуктуациями числа дефектов с различным направлением случайного поля, по порядку величины равно [29] $\sqrt{c \langle \mathbf{h}_l^2 \rangle / L^d}$, где угловые скобки означают усреднение по полям всех дефектов.

В фазе Имри–Ма, когда средний параметр порядка в каждой такой области направлен по среднему полю дефектов, вследствие его взаимодействия с полем система получает выигрыш в энергии. Соответствующая отрицательная добавка к энергии основного состояния в расчете на одну спиновую ячейку по порядку величины составляет

$$w_1 \approx - \left(\frac{c \langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}{L^d} \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Но при этом в фазе Имри–Ма возникает неоднородность параметра порядка по d направлениям на характерном масштабе L . Поскольку разворот параметра порядка происходит непрерывно, то за счет энергии неоднородного обмена возникает следующий положительный вклад в энергию (в расчете на одну ячейку)

$$w_2 \approx \frac{dJ}{L^2}. \quad (4)$$

Легко видеть, что для $d < 4$ при больших значениях L суммарная энергия $w_1 + w_2$ принимает отрицательные значения. Таким образом, фаза Имри–Ма оказывается энергетически более выгодной, чем однородное упорядоченное состояние. Это и есть доказательство теоремы Имри–Ма.

Для слабых случайных полей ($\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle \ll J^2$) и $c \ll 1$ в четырехмерном пространстве $w_2 \gg |w_1|$ и фаза Имри–Ма не возникает.

Минимизируя суммарную энергию $w_1 + w_2$ по параметру L , находим оптимальные значения этой энергии и характерного масштаба неоднородностей [30]:

$$w_{I-M} \approx -(4-d) \left(\frac{c \langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}{16J^{d/2}} \right)^{\frac{2}{4-d}}, \quad (5)$$

$$L^* \approx \left(\frac{16J^2}{c \langle \mathbf{h}_l^2 \rangle} \right)^{\frac{1}{4-d}}. \quad (6)$$

Для применимости вышеизложенных оценок необходимо, чтобы выполнялось неравенство

$$c(L^*)^d \gg 1, \quad (7)$$

т. е. флуктуационная область с оптимальными размерами должна содержать большое число дефектов. В случае слабых случайных полей это неравенство выполняется автоматически для $d = 2, 3$. Для $d = 1$ неравенство (7) приводит к условию

$$cJ \gg \sqrt{\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}. \quad (8)$$

В случае выполнения обратного неравенства, т. е. при

$$cL^* < 1 \quad (9)$$

действие дефектов типа „случайное локальное поле“ на параметр порядка перестает быть коллективным, и возникает состояние, в котором в одномерной спиновой нити параметр порядка разворачивается от дефекта к дефекту так, чтобы на каждом дефекте быть направленным по его случайному полю [30]. При этом характерное значение L порядка c^{-1} , энергия взаимодействия параметра порядка с дефектами равна

$$w_1 \approx -c \sqrt{\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}, \quad (10)$$

$w_2 \ll |w_1|$ и $w_{I-M} \approx w_1$.

2.3. Аргументы Имри–Ма для $n = 1$

В случае изинговских систем ($n = 1$) вместо плавного разворота параметра порядка от одной области размера L к другой между областями возникают резкие доменные стенки. Энергия такой стенки в расчете на одну ячейку порядка $2J$. Учитывая линейную концентрацию доменных стенок ($\sim L^{-1}$), находим

$$w_2 \approx \frac{2dJ}{L}. \quad (11)$$

Поле, созданное дефектом, принимает случайным образом значение $\pm h_0$. Сравнивая выражения (3) и (11), легко прийти к выводу, что при $d < d_l = 2$ основным состоянием системы является фаза Имри–Ма. Однако наши рассуждения не учитывали шероховатость доменной стенки, вызванную дефектами. Как показано в работах [31,32] в трехмерных системах с дефектами типа „случайное локальное поле“ стенка всегда шероховатая, причем эффективная ширина стенки растет с ростом размеров доменов. В этих условиях плотность поверхностной энергии доменной стенки зависит от L . Позже было показано точно [33], что и с учетом вышеуказанных эффектов нижняя критическая размерность для модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле“ равна двум.

В вопросе о существовании дальнего порядка при размерности пространства $d_l = 2$ существуют противоположные точки зрения. В работах [34,35] на этот вопрос дан отрицательный ответ, в то время как в работах [36,37] было показано, что в области слабых случайных полей при нулевой температуре дальний порядок имеет место. Следует отметить, что авторы, как правило, рассматривают квадратную решетку изинговских спинов, в которой случайное поле существует на каждом узле решетки, а его величина описывается гауссовским распределением.

Простое энергетическое рассмотрение в рамках более реалистической модели показывает [38], что при $J^2 \gg ch_0^2$ энергия возникающих доменных стенок намного больше, чем выигрыш в энергии за счет взаимодействия параметра порядка с полями дефектов. Т.е. фаза Имри–Ма не возникает, что находится в согласии с выводами работ [36,37]. Для окончательного решения данного вопроса следует найти в двумерном пространстве зависимость энергии шероховатой доменной стенки от размера домена. Если в области больших значений L главный вклад в энергию окажется линейным по L , то шероховатость стенки не повлияет на сделанные выводы.

Условию $d < d_l = 2$ отвечает только одно целочисленное значение $d = 1$, а в одномерной цепочке доменные стенки остаются резкими. Минимизируя суммарную энергию, получаем значения w_{I-M} и L^* для одномерной модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле“

$$w_{I-M} \approx -\frac{ch_0^2}{8J}, \quad (12)$$

$$L^* \approx \frac{16J^2}{ch_0^2}. \quad (13)$$

В случае слабых случайных полей неравенство (7) выполняется автоматически.

2.4. Фаза Имри–Ма в квазиодномерных системах с $n = 1$ и $d \geq d_l$

Казалось бы, из предшествующих рассуждений следует, что фаза Имри–Ма не может быть основным

состоянием системы с размерностью, превосходящей нижнюю критическую. Как будет показано ниже, это относится только к спиновым системам на квадратных решетках, у которых обменное взаимодействие со всеми ближайшими соседями описывается одним обменным интегралом. В случае спиновых систем на прямоугольных решетках, когда обменное взаимодействие с ближайшими соседями по различным направлениям может сильно различаться, фаза Имри–Ма может возникать и при размерности пространства $d \geq d_l$ [30,38]. Продемонстрируем это на примере квазиодномерных изинговских систем, для которых такая фаза может возникнуть в трехмерном пространстве [38].

Хорошо известно, что при температуре, отличной от абсолютного нуля, дальний порядок в цепочке изинговских спинов отсутствует. С понижением температуры в бездефектной системе одномерный радиус корреляции спинов экспоненциально растет. При достижении им критического размера в квазиодномерной системе становится существенным слабое обменное взаимодействие спинов, принадлежащих соседним спиновым цепочкам. Происходит кроссовер от одномерного поведения к d -мерному ($d \geq 2$), и в системе возникает дальний порядок [39].

Наличие случайных полей дефектов может привести к возникновению неупорядоченного состояния Имри–Ма. Природа основного состояния определяется соотношением энергии взаимодействия между соседними одномерными цепочками спинов и энергии их взаимодействия с полями дефектов.

Рассмотрим следующую простую модель.

Пусть индекс m нумерует параллельные спиновые цепочки, образующие в перпендикулярном срезе $(d - 1)$ -мерную квадратную решетку ($d \geq 2$), а индекс i — спины вдоль данной цепочки. Тогда энергия взаимодействия спинов имеет вид

$$W_{ex} = -J_{\parallel} \sum_{i,m} \sigma_{i,m} \sigma_{i+1,m} - \frac{1}{2} J_{\perp} \sum_{i,m,\delta} \sigma_{i,m} \sigma_{i,m+\delta}, \quad (14)$$

суммирование по i и m ведется по всей решетке спинов, а по δ — по ближайшим к данной соседним цепочкам. Обменный интеграл, описывающий взаимодействие соседних спинов, принадлежащих одной цепочке, $J_{\parallel} > 0$ намного превосходит таковой для соседних спинов, принадлежащих разным цепочкам, $J_{\perp} > 0$. Энергия взаимодействия спинов со случайными локальными полями дефектов описывается формулой (2), в которой индекс l задает пару индексов i_l, m_l .

Температура кроссовера от одномерного к d -мерному поведению и возникновению дальнего порядка в приближении среднего поля находится из условия обращения восприимчивости системы спинов в бесконечность [39] или из условия равенства температуры и энергии взаимодействия коррелированной области спинов, размер которой равен одномерному радиусу корреляции r_{\parallel} , с

молекулярным полем

$$T \approx zJ_{\perp}r_{\parallel}(T), \quad (15)$$

где z — число спиновых цепочек, ближайших к данной. В нашей модели $z = 2(d - 1)$. Согласно [39]:

$$r_{\parallel} = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{2J_{\parallel}}{T}\right), \quad (16)$$

что дает возможность получить выражение для температуры ферромагнитного перехода в бездефектной системе [39]:

$$T_c \approx \frac{2J_{\parallel}}{\ln\left(\frac{4J_{\parallel}}{zJ_{\perp}}\right)}. \quad (17)$$

Поправка к энергии основного состояния невзаимодействующих бездефектных спиновых цепочек за счет взаимодействия между цепочками и возникновения d -мерного дальнего порядка в расчете на одну ячейку составляет величину

$$w_d = -\frac{zJ_{\perp}}{2}. \quad (18)$$

Дефекты типа „случайное локальное поле“ при $2J_{\parallel} > h_0$ не изменяют энергии упорядоченного состояния в силу случайного знака поля дефекта.

Если в системе возникает фаза Имри–Ма, то корреляция между спинами, принадлежащими соседним цепочкам, оказывается нарушенной, и поправка к энергии основного состояния невзаимодействующих бездефектных спиновых цепочек за счет взаимодействия со случайными полями описывается формулой (12) с $J \equiv J_{\parallel}$.

Для возникновения фазы Имри–Ма необходимо, чтобы

$$|w_{I-M}| > |w_d|, \quad (19)$$

откуда получаем условие для концентрации дефектов [38]:

$$c > \frac{4zJ_{\perp}J_{\parallel}}{h_0^2}. \quad (20)$$

Для $c \sim 10^{-2}$ и $h_0^2/J_{\parallel}^2 \sim 10^{-1}$ это дает условие $J_{\perp}/J_{\parallel} \lesssim 10^{-4}$. В случае столь слабого обменного взаимодействия существенным может стать диполь-дипольное взаимодействие между спинами. Для возникновения фазы Имри–Ма его величина также не должна превосходить $10^{-4}J_{\parallel}$.

Температура T^* возникновения фазы Имри–Ма находится из условия $L^* = r_{\parallel}$ [9] и равна

$$T^* \approx \frac{2J_{\parallel}}{\ln\left(\frac{32J_{\parallel}^2}{ch_0^2}\right)}. \quad (21)$$

Легко видеть, что условие (19) практически эквивалентно условию $T^* > T_c$.

Фазовая диаграмма квазиодномерной модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле“ в переменных „температура — концентрация дефектов“ [38] изображена на рис. 1.

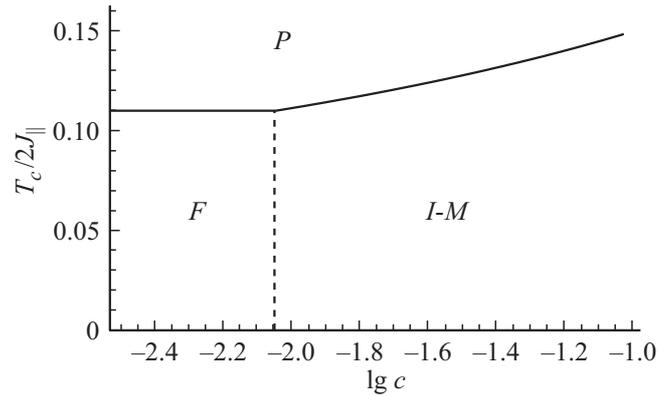


Рис. 1. Фазовая диаграмма квазиодномерной модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле“ [38] при $z = 4$, $h_0^2/J_{\parallel}^2 = 10^{-1}$ и $J_{\perp}/J_{\parallel} = 10^{-4}$: P — парамагнитная фаза, F — ферромагнитная фаза, $I-M$ — фаза Имри–Ма.

3. Анизотропия, индуцируемая случайными полями дефектов

3.1. Квадратичное по полю дефекта приближение. Случай $2 < d < 4$

Покажем, что анизотропное распределение случайных полей индуцирует эффективную глобальную анизотропию в пространстве параметра порядка.

Рассмотрим действие отдельного дефекта на однородное ферромагнитное состояние с параметром порядка s_0 . Перейдем к непрерывному распределению параметра порядка $\mathbf{s}(\mathbf{r})$, обозначив его перпендикулярную s_0 составляющую $\mathbf{s}^{\perp}(\mathbf{r})$. Пусть $|s_0| = 1 \gg |\mathbf{s}^{\perp}(\mathbf{r})|$. Все расстояния „обезразмерим“, поделив их на размер спиновой ячейки. Тогда, в квадратичном по $\mathbf{s}^{\perp}(\mathbf{r})$ приближении, выражение (1) принимает вид [5]:

$$W_{ex} = \frac{J}{2} \int d^d \mathbf{r} \frac{\partial \mathbf{s}^{\perp}}{\partial x_i} \frac{\partial \mathbf{s}^{\perp}}{\partial x_i}. \quad (22)$$

Энергия взаимодействия случайного поля $\mathbf{h}(\mathbf{r})$ с параметром порядка $\mathbf{s}(\mathbf{r})$ имеет в континуальном представлении вид

$$W_{def} = - \int d^d \mathbf{r} \mathbf{h}(\mathbf{r}) \mathbf{s}(\mathbf{r}), \quad (23)$$

где

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}) = \sum_l \mathbf{h}_l \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l). \quad (24)$$

Энергия взаимодействия случайного поля с продольной составляющей параметра порядка равна нулю в силу соотношения $\rho(\mathbf{h}) = \rho(-\mathbf{h})$. Для простоты, будем пренебрегать продольной восприимчивостью системы в области низких температур, много меньших температуры магнитного упорядочения. Поэтому W_{def} можно записать в виде

$$W_{def} = - \int d^d \mathbf{r} \mathbf{h}^{\perp}(\mathbf{r}) \mathbf{s}^{\perp}(\mathbf{r}), \quad (25)$$

где

$$\mathbf{h}^\perp(\mathbf{r}) = \sum_l [\mathbf{h}_l - s_0(\mathbf{s}_0 \mathbf{h}_l)] \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l) \quad (26)$$

есть перпендикулярная \mathbf{s}_0 составляющая случайного поля. Она приводит к локальному отклонению параметра порядка и появлению отличной от нуля компоненты $\mathbf{s}^\perp(\mathbf{r})$. В результате возникает отрицательная добавка к энергии основного состояния, пропорциональная $(\mathbf{h}_l^\perp)^2$. Она максимальна по модулю, когда направление \mathbf{s}_0 перпендикулярно локальному полю примеси.

В частном случае анизотропного распределения направлений случайных полей, когда все \mathbf{h}_l коллинеарны, параметру порядка энергетически выгодно ориентироваться перпендикулярно этому направлению [17]. Таким образом, в случае X - Y -модели ($n = 2$) возникает анизотропия типа „легкая ось“, а в случае модели Гейзенберга ($n = 3$) — анизотропия типа „легкая плоскость“. В случае компланарного распределения направлений случайных полей в пространстве параметра порядка в модели Гейзенберга возникает легкая ось, перпендикулярная указанной плоскости. В случае более общего анизотропного распределения направлений случайных полей параметру порядка выгодно сориентироваться перпендикулярно преимущественному направлению случайных полей. В силу условия четности функции $\rho(\mathbf{h})$ для определения преимущественного направления случайных полей следует рассматривать только полусферу их направлений в n -мерном пространстве параметра порядка.

Функция Грина поставленной задачи хорошо известна [40]. Она задает связь между Фурье-компонентами параметра порядка и случайного поля

$$\mathbf{s}^\perp(\mathbf{k}) = \chi^\perp(\mathbf{k}) \mathbf{h}^\perp(\mathbf{k}), \quad (27)$$

где

$$\chi^\perp(\mathbf{k}) = (Jb^2 k^2)^{-1}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{h}^\perp(\mathbf{k}) &= \frac{1}{N} \int d^d \mathbf{r} \mathbf{h}^\perp(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) \\ &= \frac{1}{N} \sum_l [\mathbf{h}_l - \mathbf{s}_0(\mathbf{s}_0 \mathbf{h}_l)] \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_l), \end{aligned} \quad (29)$$

N — число элементарных ячеек. Поэтому

$$\mathbf{s}^\perp(\mathbf{r}) = \frac{1}{N} \sum_{\mathbf{k}} \chi^\perp(\mathbf{k}) \sum_l [\mathbf{h}_l - \mathbf{s}_0(\mathbf{s}_0 \mathbf{h}_l)] \exp[i\mathbf{k}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_l)], \quad (30)$$

суммирование по \mathbf{k} ведется по зоне Бриллюэна.

Подстановка этого выражения в формулы (22) и (25) дает следующую эффективную энергию анизотропии в расчете на одну ячейку [41]:

$$w_{an} = \frac{c\tilde{\chi}^\perp}{2} [s_{01}^2 \langle h_{11}^2 \rangle + s_{02}^2 \langle h_{12}^2 \rangle + \dots + s_{0n}^2 \langle h_{1n}^2 \rangle], \quad (31)$$

где h_{lj} и s_{0j} — j -е компоненты поля \mathbf{h}_l и параметра порядка s_0 соответственно, а

$$\tilde{\chi}^\perp = \int \frac{d^d \mathbf{k}}{(2\pi)^d} \chi^\perp(\mathbf{k}). \quad (32)$$

В пространстве размерности $2 < d < 4$ величина $\tilde{\chi}^\perp$ не имеет особенностей при $\mathbf{k} = 0$.

В частности, при коллинеарной ориентации случайных полей энергия анизотропии принимает вид

$$w_{an} = \frac{1}{2} c \tilde{\chi}^\perp \langle h_l^2 \rangle \cos^2 \varphi \equiv \frac{1}{2} K \cos^2 \varphi, \quad (33)$$

где φ — угол между вектором параметра порядка и осью „трудного намагничивания“, которой коллинеарны случайные поля примесей, а K — константа анизотропии.

В случае компланарного и изотропного в выделенной плоскости распределения случайных полей в модели Гейзенберга объемная плотность энергии анизотропии равна

$$w_{an} = -\frac{1}{4} c \tilde{\chi}^\perp \langle h_l^2 \rangle \cos^2 \varphi \equiv -\frac{1}{2} K \cos^2 \varphi, \quad (34)$$

где φ — угол между вектором параметра порядка и нормалью к плоскости, в которой лежат случайные поля.

Для $d = 3$ имеем значение $\tilde{\chi}^\perp \sim 0.2/J$. Таким образом, константа эффективной анизотропии составляет величину порядка $K \sim 0.1c \langle h_l^2 \rangle / J$.

В случае более общего эллипсоидального распределения случайных полей выберем в качестве константы эффективной анизотропии K значение

$$K = 2(w_{an}^{\max} - w_{an}^{\min}), \quad (35)$$

где w_{an}^{\max} и w_{an}^{\min} — максимальное и минимальное значения выражения (31) как функции направления вектора \mathbf{s}_0 .

Для X - Y -модели с $|\mathbf{h}_l| = \text{const}$,

$$\rho(\mathbf{h}) = A[h_x^2 + (1 + \varepsilon)h_y^2], \quad (36)$$

где постоянная A находится из условия нормировки, $\varepsilon > -1$, а величина K , рассчитанная по формуле (35), равна

$$K = \frac{|\varepsilon| \tilde{\chi}^\perp c \langle h_l^2 \rangle}{2(2 + \varepsilon)}. \quad (37)$$

При любом знаке ε дефекты индуцируют анизотропию типа „легкая ось“, направление которой перпендикулярно преимущественному направлению случайных полей.

Для модели Гейзенберга с распределением $|\mathbf{h}_l| = \text{const}$,

$$\rho(\mathbf{h}) = A[h_x^2 + h_y^2 + (1 + \varepsilon)h_z^2], \quad (38)$$

значение K равно

$$K = \frac{2|\varepsilon| \tilde{\chi}^\perp c \langle h_l^2 \rangle}{5(3 + \varepsilon)}. \quad (39)$$

При $-1 < \varepsilon < 0$ в системе возникает легкая ось z , а при $\varepsilon > 0$ — легкая плоскость xy .

3.2. Квадратичное по полю дефекта приближение. Случай $d = 2$

Особенность двумерных моделей состоит в отсутствии дальнего порядка в чистой системе при конечной температуре. Об этом свидетельствует, в частности, логарифмическая расходимость величины $\tilde{\chi}^\perp$ при стремлении нижнего предела интегрирования по модулю \mathbf{k} к значению $k = 0$. Поэтому следует решать задачу самосогласованно, сделав предположение о наличии глобальной анизотропии, индуцированной случайными полями [18], энергия которой записывается в виде

$$W_{an} = \frac{1}{2} K \int d^2\mathbf{r} (s_{01}(\mathbf{r}))^2. \quad (40)$$

Поскольку под действием случайного поля параметр порядка отклоняется от легкого направления к трудному, то $\chi^\perp(\mathbf{k})$ имеет вид

$$\chi^\perp(\mathbf{k}) = (Jk^2 + K)^{-1}. \quad (41)$$

Константа K обрезает расходимость интеграла $\tilde{\chi}^\perp$ при малых \mathbf{k} , которые дают основной вклад в $\tilde{\chi}^\perp$ при $d = 2$. В результате

$$\tilde{\chi}^\perp = \frac{1}{4\pi J} \ln \frac{4\pi J}{K}. \quad (42)$$

Величина K находится путем решения методом итераций уравнения самосогласования, возникающего после подстановки выражения (42) в формулы (33) или (34). После первой итерации для случая коллинеарных случайных полей имеет место [41]:

$$K = \frac{c\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}{4\pi J} \ln \frac{16\pi^2 J^2}{c\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}, \quad (43)$$

а для случая компланарного и изотропного в выделенной плоскости распределения случайных полей при $n = 3$ аналогично получаем

$$K = \frac{c\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}{8\pi J} \ln \frac{32\pi^2 J^2}{c\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}. \quad (44)$$

3.3. Приближение четвертого порядка по полю дефекта

Возможно, что при анизотропном распределении направлений случайных локальных полей дефектов в n -мерном пространстве векторного параметра порядка, выполняется равенство

$$\langle h_{l1}^2 \rangle = \langle h_{l2}^2 \rangle = \dots = \langle h_{ln}^2 \rangle. \quad (45)$$

В этом случае квадратичная по $\mathbf{h}^\perp(\mathbf{r})$ эффективная анизотропия в системе не возникает. Такое распределение случайных полей дефектов соответствует ситуации, при которой поля дефектов с равной вероятностью направлены коллинеарно n взаимно перпендикулярным направлениям в пространстве параметра порядка, которые для

удобства рассмотрения выбраны в качестве осей декартовой системы координат. Тогда энергия анизотропии в расчете на одну ячейку имеет вид

$$w_{an} = K \sum_{j=1}^n s_{0j}^4. \quad (46)$$

Для получения константы анизотропии, пропорциональной четвертым степеням компонент случайных полей, необходимо учесть следующие степени разложения энергии обменного взаимодействия (22) по степеням $\mathbf{s}^\perp(\mathbf{r})$ [41].

В итоге, получается следующая оценка по порядку величины для константы эффективной анизотропии K в трехмерном пространстве

$$K \approx 10^{-3} \frac{c\langle \mathbf{h}_l^4 \rangle}{J^3}. \quad (47)$$

Поскольку $K > 0$, в равновесном состоянии вектор \mathbf{s}_0 направлен вдоль одной из главных диагоналей декартовой системы координат в пространстве параметра порядка.

По сравнению со случаем коллинеарной ориентации случайных полей константа эффективной анизотропии содержит малый параметр $\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle / J^2$, что естественно, так как разложение энергии по четным степеням случайного поля происходит именно по этому безразмерному параметру.

Количество компонент параметра порядка не играет существенной роли, поскольку анизотропия четвертого и более старших порядков по \mathbf{h}_l индуцирует появление легких осей, но не легких плоскостей.

В двумерном координатном пространстве задачу, как и в предшествующем разделе, следует решать самосогласованно. В результате первой итерации выражение для константы анизотропии примет вид [41]:

$$K \approx \frac{c\langle \mathbf{h}_l^4 \rangle}{J^3} \ln \frac{J^4}{c\langle \mathbf{h}_l^4 \rangle}. \quad (48)$$

4. Фазовые диаграммы

4.1. Критическое значение константы анизотропии типа „легкая ось“ и теорема Имри–Ма

Очевидно, что исследованная в предшествующем разделе слабая анизотропия, индуцируемая дефектами, не повлияет на фазовую диаграмму однокомпонентных систем, в которых уже присутствует сильная анизотропия, но может, снимая вырождение, существенно сказаться на поведении $O(n)$ -моделей.

В работе [29] было показано, что наличие слабой кристаллографической анизотропии типа „легкая ось“ приводит к тому, что в пространстве размерности $2 \leq d < 4$ фаза Имри–Ма возникает, только если концентрация дефектов типа „случайное локальное поле“

превосходит критическое значение. Действительно, однородное упорядочение спинов коллинеарно легкой оси понижает энергию относительно значения, соответствующего однородному состоянию изотропной системы, на величину $K/2$ в расчете на одну ячейку. В неоднородном состоянии Имри–Ма параметр порядка отклоняется от легкой оси и такого выигрыша в энергии не возникает. Поэтому фаза Имри–Ма будет энергетически выгодна, если

$$|w_{I-M}| > K/2, \quad (49)$$

где w_{I-M} дается выражением (5).

Критическое значение константы анизотропии, отвечающее обращению данного неравенства в равенство, по порядку величины равно [29]:

$$K_{cr} \approx J \left[\frac{c \langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}{J^2} \right]^{\frac{2}{4-d}}. \quad (50)$$

Если $K > K_{cr}$, то в системе имеет место дальний порядок, а в случае $K < K_{cr}$ основному состоянию отвечает фаза Имри–Ма. Это правило остается неизменным и в случае, когда анизотропия имеет не кристаллографическую природу, а создана самими дефектами.

Хорошо известно [3], что немагнитная примесь замещения или вакансии в двухподрешеточном коллинеарном антиферромагнетике, находящемся во внешнем магнитном поле, представляет собой дефект типа „случайное локальное поле“. Величина локального поля прямо пропорциональна индукции приложенного магнитного поля. Сравнение $|w_{I-M}|$ с энергией кристаллографической анизотропии показывает, что в коллинеарной фазе неравенство (49) не выполняется [42]. В спин-флоп фазе роль кристаллографической анизотропии играет внешнее поле, которое ориентирует намагниченности подрешеток антиферромагнетика так, чтобы возникающий вследствие их скоса результирующий магнитный момент был направлен по полю. И в данной фазе энергия этой эффективной анизотропии превосходит $|w_{I-M}|$. Таким образом, в антиферромагнетике с одинаковым обменным взаимодействием со всеми ближайшими соседями фаза Имри–Ма не реализуется. Она может возникнуть в коллинеарной фазе квазиодномерного двухподрешеточного коллинеарного антиферромагнетика в случае выполнения условий, сформулированных в разделе 2.4.

Из предшествующего раздела обзора видно, что константа эффективной анизотропии, созданная анизотропным распределением полей дефектов, пропорциональна концентрации дефектов c . В то же время в пространстве с размерностью $2 < d < 4$ величина K_{cr} содержит более высокую степень c .

В частности, в случае трехмерного координатного пространства $K_{cr} \propto c^2$. Из этого следует, что в пределе $c \rightarrow 0$ эффективная анизотропия, возникающая в любом порядке по \mathbf{h} , будет превосходить критическое значение. В случае $d = 2$ величина $K \propto -c \ln c$, то есть в области малых концентраций эта величина также превосходит

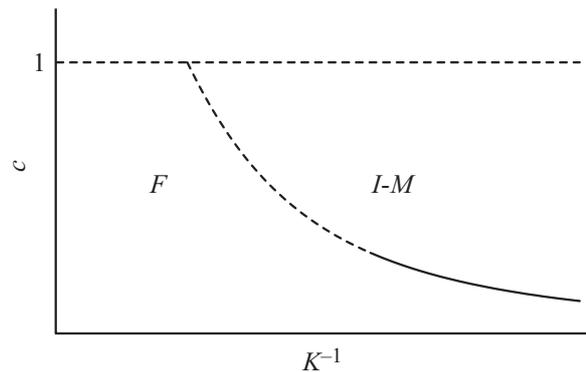


Рис. 2. Фазовая диаграмма трехмерной системы [41] в переменных „концентрация дефектов c — константа эффективной анизотропии типа „легкая ось“ K “: F — ферромагнитная фаза, $I-M$ — неупорядоченная фаза Имри–Ма.

критическое значение $K_{cr} \propto c$. Таким образом, в пространствах размерности $2 \leq d < 4$ теорема Имри и Ма несправедлива при любой сколь угодно слабой эффективной анизотропии типа „легкая ось“, индуцированной случайными локальными полями дефектов. В системах с размерностью $d < 2$ в пределе малых концентраций $K < K_{cr}$ и теорема Имри и Ма справедлива.

Сравнивая выражения (37), (39) и (50), можно убедиться, что в случае $d = 3$ и сильно анизотропных распределений случайных полей, создающих анизотропию типа „легкая ось“, состояние Имри–Ма не реализуется во всем возможном диапазоне концентраций дефектов $c < 1$.

Для слабо анизотропных распределений случайных полей условие $K < K_{cr}$ дает ограничение снизу на концентрацию дефектов, при которой наблюдается неупорядоченное состояние Имри–Ма. Например, при $d = 3$ для распределения случайных полей дефектов, задаваемого формулой (37), имеет место

$$c > 0.1 \varepsilon \frac{J^2}{\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle}. \quad (51)$$

При $J^2/\langle \mathbf{h}_l^2 \rangle \sim 100$ и $\varepsilon \sim 10^{-3}$ имеем $c > 0.01$. Характерная фазовая диаграмма основного состояния системы [41] приведена на рис. 2.

В двумерном пространстве концентрационные зависимости K и K_{cr} различаются логарифмической зависимостью, поэтому за счет различия численных коэффициентов в этих зависимостях фаза Имри–Ма может наблюдаться и в случае сильно анизотропных распределений случайных полей [9].

В работе [43] при теоретическом исследовании $O(n)$ -системы со слабой одноосной анизотропией было обнаружено, что введение примесей типа „случайное локальное поле“ с полями, коллинеарными легкой оси, приводит с ростом концентрации примесей к переходу в фазу, в которой параметр порядка перпендикулярен легкой оси. Автор интерпретировал это как спин-флоп

переход, вызванный дефектами. С учетом вышеприведенного рассмотрения, правильнее было бы отнести его к ориентационному переходу. Действительно, введение примесей уменьшает величину константы анизотропии, а при критической концентрации примесей она изменяет знак, то есть возникает анизотропия типа „легкая плоскость“.

4.2. Анизотропия типа „легкая плоскость“

В случае, когда дефекты создают эффективную анизотропию типа „легкая плоскость“, ситуация оказывается не столь простой. Если анизотропия слаба ($K < K_{cr}$), то основному состоянию отвечает фаза Имри–Ма. В противном случае ($K > K_{cr}$) для решения вопроса об основном состоянии системы следует спроектировать все случайные поля на легкую гиперплоскость размерности m ($n > m \geq 2$) в пространстве параметра порядка и рассмотреть задачу на этой гиперплоскости. При возникновении в ней анизотропии типа „легкая плоскость“ с $K > K_{cr}$ операцию следует повторить. В результате мы придем к одному из трех возможных случаев:

- проекции случайных полей на легкую плоскость равны нулю. При этом поведение системы аналогично поведению чистой системы с числом компонент параметра порядка, соответствующим размерности гиперплоскости. Неоднородное состояние Имри–Ма не возникает, хотя случайные поля индуцируют появление составляющих параметра порядка, перпендикулярных легкой плоскости;

- в самой легкой плоскости имеет место анизотропия типа „легкая ось“. Тогда задача сводится к задаче с анизотропией типа „легкая ось“, но с числом компонент параметра порядка, равным m ;

- распределение проекций случайных локальных полей дефектов на легкую плоскость удовлетворяет условию $K < K_{cr}$. В этом случае основным состоянием системы является фаза Имри–Ма.

4.3. Температурные фазовые диаграммы

Температура возникновения фазы Имри–Ма в одномерной модели Изинга дается формулой (21), в которой $J_{||}$ следует заменить на J . Это единственная размерность системы с $d < d_I$.

Рассмотрим $O(n)$ -системы ($n \geq 2$) в пространствах с размерностью $d < d_I$, то есть в одномерном, двумерном и трехмерном пространствах. В трехмерном пространстве в отсутствие дефектов дальний порядок в $O(n)$ -системах возникает при конечной температуре T_c . Как уже говорилось, температура перехода в фазу Имри–Ма T_{I-M} находится из равенства радиуса корреляции параметра порядка бездефектной системы r_c и характерного масштаба L^* статических флуктуации в фазе Имри–Ма [9]:

$$r_c(T_{I-M}) = L^*. \quad (52)$$

Поскольку $L^* \gg 1$, а r_c расходится вблизи точки фазового перехода второго рода из парафазы в упорядоченную фазу, то для $d = 3$ имеет место $T_{I-M} \sim T_c$. То есть переход из парафазы в фазу, изображенные на рис. 2, происходит при $T \sim T_c$.

Близкая ситуация имеет место в двумерной $X-Y$ -модели. Хорошо известно, что в ней при конечной температуре $T_{BKT} = \pi J/2$ имеет место фазовый переход из парафазы с экспоненциально спадающей корреляционной функцией параметра порядка в фазу Березинского–Костерлица–Таулеса (БКТ) со степенным характером убывания корреляционной функции [44–46]. Согласно [47], радиус корреляции ведет себя как

$$r_c = \exp(b\tau^{-1/2}), \quad (53)$$

где $b = \text{const}$, $\tau = (T - T_{BKT})/T_{BKT}$, то есть расходится вблизи температуры перехода. Следовательно, аналогично трехмерной системе, $T_{I-M} \sim T_{BKT}$.

Появление в системе сколь угодно слабой анизотропии приводит к возникновению дальнего порядка [48] и фаза БКТ не возникает. Оценку для температуры перехода T_c можно найти из простых энергетических соображений [9]. Для этого приравняем по абсолютному значению T_c и энергию анизотропии $\sim \pi K r_c^2$ скоррелированной круглой области радиусом, равным радиусу корреляции r_c . В результате получаем $T_c \sim T_{BKT}$. Поскольку в реальных кристаллических системах всегда присутствует слабая анизотропия, индуцированная симметрией кристаллической решетки, то экспериментальное наблюдение фазы БКТ в таких системах вряд ли возможно.

В случае, когда анизотропия создается случайными полями дефектов, фазовая диаграмма системы более богатая: если анизотропия больше критической, то возникает фаза с дальним порядком, а если меньше, то фаза Имри–Ма.

Рассмотрим частный случай анизотропного распределения направлений случайных полей, при котором все \mathbf{h}_i коллинеарны. Как уже отмечалось, при этом в системе возникает легкая ось, перпендикулярная направлению случайных полей, а значение константы анизотропии дается формулой (43). Условие $K > K_{cr}$ выполнено в области концентраций $c < c_{cr} = 5.5 \cdot 10^{-2}$. Параметр порядка в возникающей упорядоченной фазе ориентирован коллинеарно легкой оси, его крупномасштабные статические флуктуации подавлены, имеют место только локальные отклонения спинов вблизи дефектов.

При больших концентрациях, когда $K < K_{cr}$, в системе реализуется фаза Имри–Ма с дальним порядком. Причины возникновения такой уникальной фазы рассмотрены в работе [49]. Множество направлений случайных полей в $X-Y$ -модели можно задавать точками на единичной окружности в пространстве параметра порядка. В случае полей, коллинеарных оси ξ декартовой ортогональной системы координат (ξ, η) в указанном пространстве, множество направлений случайных полей

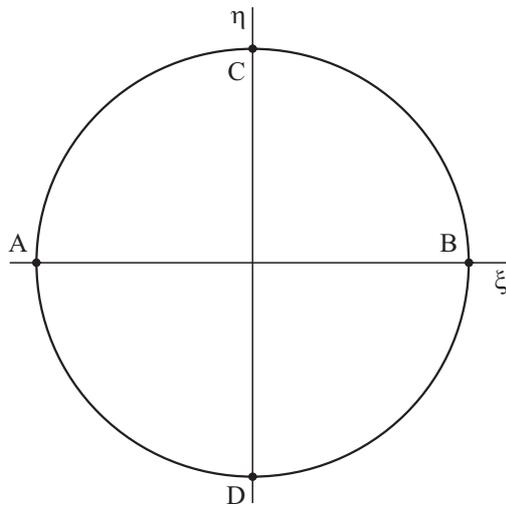


Рис. 3. Пространство направлений параметра порядка X – Y -модели.

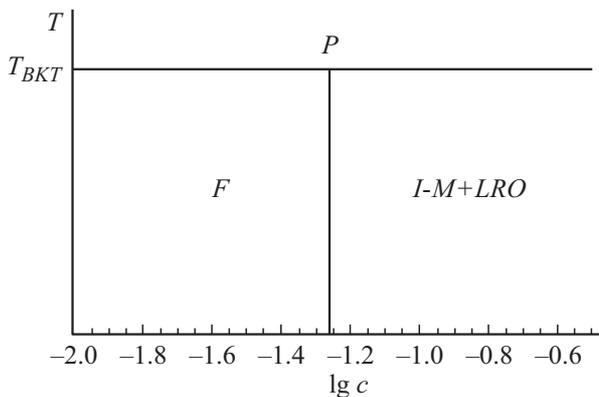


Рис. 4. Фазовая диаграмма двумерной X – Y -модели с коллинеарными направлениями случайных полей дефектов [9] при $J^2/\langle h_i^2 \rangle = 100$: P — парамагнитная фаза, F — ферромагнитная фаза, $I-M + LRO$ — фаза Имри–Ма с дальним порядком.

задается точками A и B на рис. 3. При переходе от области с характерным размером L^* и одним направлением поля к соседней области с противоположным направлением поля параметр порядка совершает разворот на 180° . При этом изменение направления параметра порядка происходит либо по дуге ACB , либо по дуге ADB . Энергия взаимодействия со случайными полями не зависит от данного выбора. Энергия неоднородного обмена будет заведомо меньше, если разворот параметра порядка во всей решетке спинов будет происходить по одной и той же дуге, например, ACB . При этом в системе возникнет среднее значение векторного параметра порядка, параллельного оси η . Оно далеко от насыщения даже в основном состоянии, так как существует изменяющая свой знак от области к области вторая компонента параметра порядка. Именно эта фаза, по нашему мнению, ближе всего к рассмотренной в работах [10,11], авторы которых ввели случайное поле в

каждую ячейку ($c = 1$) и продемонстрировали наличие дальнего порядка, индуцированного случайными полями (random field induced order).

Фазовая диаграмма двумерной X – Y -модели с дефектами типа „случайное локальное поле“ [9] приведена на рис. 4.

В оставшихся нерассмотренных случаях: $d = 1$; $n \geq 2$ и $d = 2$; $n \geq 3$, дальний порядок в бездефектной изотропной системе возникает только при абсолютном нуле температуры. Радиус корреляции расходится по мере приближения температуры к абсолютному нулю (смотри, например, данные по двумерной модели Гейзенберга [47], одномерной X – Y модели [50,51] и одномерной модели Гейзенберга [52,39]).

Бездефектная двумерная модель Гейзенберга со слабой анизотропией была рассмотрена в работе [53]. В случае анизотропии типа „легкая ось“ система переходит в класс моделей Изинга, и в ней возникает дальний порядок при температуре T_c , равной

$$T_c \approx \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J}{K}\right)}. \quad (54)$$

Выражение (54) находится, аналогично случаю двумерной X – Y -модели, из соотношения $T_c \sim \pi K r_c^2$. Радиус корреляции двумерной модели Гейзенберга дается формулой [47]:

$$r_c = \exp\left(\frac{2\pi J}{T}\right). \quad (55)$$

Если же в двумерной модели Гейзенберга возникает слабая анизотропия типа „легкая плоскость“, то при температуре T_c , задаваемой формулой (54), происходит кроссовер к двухкомпонентному параметру порядка и фазовый переход в фазу БКТ [53].

В случае, когда анизотропия создается дефектами типа „случайное локальное поле“, следует действовать согласно рекомендациям, изложенным в двух предшествующих разделах. Значение температуры перехода в фазу Имри–Ма, определяемое равенством (52), равно

$$T_{I-M} \approx \frac{2\pi J}{\ln L^*} \approx \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J^2}{c\langle h_i^2 \rangle}\right)} \approx \frac{4\pi J}{\ln\left(\frac{J}{K_{cr}}\right)}. \quad (56)$$

Следует отметить, что условие $K > K_{cr}$ эквивалентно условию $T_c > T_{I-M}$.

В частном случае, когда все поля дефектов коллинеарны оси z декартовой ортогональной системы координат в спиновом пространстве, в нем возникает легкая плоскость xu . В области значений $K > K_{cr}$, при $T \approx T_c$ происходит кроссовер к двухкомпонентному параметру порядка. Поскольку проекции случайных полей на легкую плоскость равны нулю, что делает возникшую систему эквивалентной чистой X – Y -модели, и $T_c \ll J$, то кроссовер сопровождается фазовым переходом в фазу БКТ. При $K < K_{cr}$ реализуется фаза Имри–Ма. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с дефектами

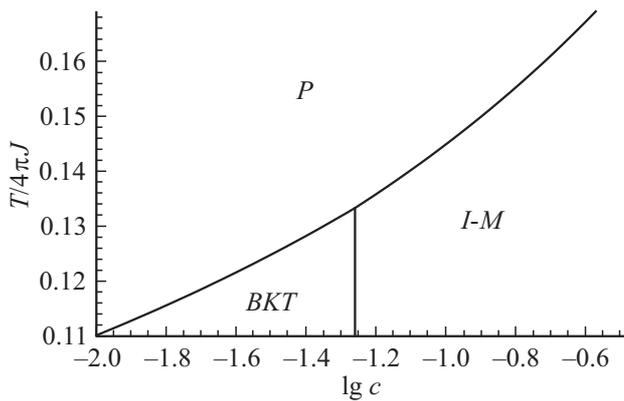


Рис. 5. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с анизотропией типа „легкая плоскость“, индуцированной дефектами типа „случайное локальное поле“ [9], при $J^2/\langle \mathbf{h}_i^2 \rangle = 100$: P — парамагнитная фаза, BKT — фаза БКТ, $I-M$ — неупорядоченная фаза Имри–Ма.

типа „случайное локальное поле“ и анизотропией типа „легкая плоскость“ [9] приведена на рис. 5.

В одномерных $O(n)$ -системах дальний порядок при температурах, отличных от абсолютного нуля, отсутствует [5], а переход в фазу Имри–Ма происходит при конечной температуре T_{I-M} , определяемой соотношением (52). В работе [30] в результате обобщения расчета, выполненного в работе [52], было получено выражение для радиуса корреляции одномерной системы с n -компонентным параметром порядка

$$r_c = \frac{2J}{(n-1)T}. \quad (57)$$

В результате получаем

$$T_{I-M} \approx \begin{cases} \frac{1}{n-1} \left(\frac{cJ\langle \mathbf{h}_i^2 \rangle}{2} \right)^{1/3}, & \text{если } cJ \gg \sqrt{\langle \mathbf{h}_i^2 \rangle}, \\ \frac{2cJ}{n-1}, & \text{если } cJ \ll \sqrt{\langle \mathbf{h}_i^2 \rangle}. \end{cases} \quad (58)$$

В частном случае коллинеарных случайных полей при абсолютном нуле температуры должна наблюдаться фаза Имри–Ма с дальним порядком.

5. $O(n)$ -системы с дефектами типа „случайная локальная анизотропия“

5.1. Аргументы, аналогичные приведенным Имри и Ма

Рассмотрим $O(n)$ -модель, содержащую точечные дефекты типа „случайная локальная анизотропия“. Энер-

гия взаимодействия спинов с такими дефектами равна

$$W_{imp} = -K_0 \sum_l (\mathbf{s}_l \mathbf{n}_l)^2, \quad (59)$$

где $K_0 > 0$ — константа анизотропии, вносимой дефектом, суммирование происходит по случайно расположенным в узлах решетки дефектам, а \mathbf{n}_l — единичный вектор, задающий направление случайной легкой оси.

Рассмотрим случай хаотического распределения направлений локальных легких осей анизотропии в пространстве параметра порядка. Вследствие статистических флуктуаций в пространственной области системы с характерным линейным размером L , имеет место преобладание примесей с определенным направлением легких осей и возникает средняя анизотропия с постоянной $K_L \sim K_0 \sqrt{c/L^d}$. При следовании вектора параметра порядка за статическими пространственными флуктуациями направления легкой оси имеет место выигрыш в энергии по сравнению с однородным состоянием. В расчете на одну ячейку он составляет величину порядка

$$w_1 \approx -K_L \approx -K_0 \left(\frac{c}{L^d} \right)^{1/2}. \quad (60)$$

Сравнивая ее с энергией неоднородного обмена (4), легко видеть, что при $d < 4$ при больших значениях L фаза Имри–Ма оказывается энергетически более выгодной, чем однородное упорядоченное состояние.

Оптимальный масштаб неоднородности L^* , отвечающий минимуму суммарной энергии, и добавка к энергии однородного состояния в расчете на одну ячейку равны соответственно

$$L^* \approx \left(\frac{16J^2}{cK_0^2} \right)^{\frac{1}{4-d}}, \quad (61)$$

$$w_{I-M} \approx -(4-d) \left(\frac{cK_0^2}{16J^{d/2}} \right)^{\frac{2}{4-d}}. \quad (62)$$

Формулы для дефектов типа „случайная локальная анизотропия“ получаются из формул для дефектов „случайное локальное поле“ заменой $\langle \mathbf{h}_i^2 \rangle$ на K_0^2 . В частности, критическая константа анизотропии равна [54]

$$K_{cr} \approx J \left[\frac{cK_0^2}{J^2} \right]^{\frac{2}{4-d}}. \quad (63)$$

5.2. Анизотропное распределение легких осей

В отличие от случая дефектов типа „случайное локальное поле“, факт возникновения глобальной анизотропии при анизотропном распределении легких осей в пространстве параметра порядка представляется очевидным. Анизотропия возникает в линейном по K_0 приближении. Заменяя в формулах (36) и (38) компоненты вектора случайного поля на компоненты вектора \mathbf{n} , получаем константу анизотропии, описываемую формулами (37) и (39), в которых $\tilde{\chi}^\perp \langle \mathbf{h}_i^2 \rangle$ следует заменить на K_0 .

В случае, когда линейная по константе K_0 глобальная анизотропия не возникает (например, когда легкие оси дефектов равновероятно направлены параллельно осям ортогональной декартовой системы координат), можно учесть следующие члены разложения энергии по степеням параметра K_0/J и получить анизотропию кубического типа. Ее энергия в расчете на ячейку равна [55,56]

$$w_{an} = \frac{cK_0^2\tilde{\chi}^\perp}{2} \langle (s_0\mathbf{n}_l)^4 \rangle = \frac{cK_0^2\tilde{\chi}^\perp}{2n} \sum_{j=1}^n s_{0j}^4, \quad (64)$$

угловые скобки означают усреднение по легким осям всех дефектов.

Дальнейшее сравнение возникшей анизотропии с критическим значением полностью аналогично случаю дефектов типа “случайное локальное поле”. Условие существования фазы Имри–Ма в случае глобальной анизотропии типа “легкая ось” дает следующее ограничение на степень асимметрии распределения легких осей в пространстве параметра порядка [54]:

$$\varepsilon < (1 \div 10) c^{\frac{d-2}{4-d}} \left(\frac{K_0}{J} \right)^{\frac{d}{4-d}}. \quad (64)$$

Для $d = 3$ получаем при значениях $c \sim 10^{-2}$ и $K_0/J \sim 10^{-2}$ область значений $\varepsilon < 10^{-7}$ (для сравнения, в случае дефектов типа “случайное локальное поле” в разделе 4.1 при $c \sim 10^{-2}$ и $h_l \sim 0.1J$ было получено ограничение $\varepsilon < 10^{-3}$). В реальном образце создание изотропного распределения легких осей с подобной точностью представляется трудно осуществимым. Это, конечно, не исключает возможности существования метастабильных неоднородных состояний. На принципиальную важность “изотропии беспорядка” для возникновения фазы Имри–Ма указывалось в работе [57], однако критическое значение анизотропии в работе не рассчитывалось.

Для $d = 2$ оценка дает реализуемое в эксперименте ограничение $\varepsilon < 10^{-1} \div 10^{-2}$ [54]. Пример фазовой диаграммы двумерной модели Гейзенберга с дефектами типа “случайная локальная анизотропия” и глобальной анизотропией типа “легкая ось” [58] приведен на рис. 6. Поскольку степень асимметрии распределения легких осей в фазе Имри–Ма мала, существование в ней дальнего порядка не представляется возможным.

В случае появления анизотропии типа “легкая плоскость” вопрос о возникновении дальнего порядка или состояния Имри–Ма решается аналогично случаю случайных полей, только проектировать на “легкую плоскость” нужно не случайные поля, а векторы \mathbf{n}_l .

Примером неточечного дефекта типа “случайная анизотропия” является аэрогель в $^3\text{He}-\text{A}$, влияющий на ориентацию орбитальной части параметра порядка. В работе [28] экспериментально наблюдался переход из состояния Имри–Ма в состояние с дальним порядком по мере увеличения анизотропии, вызванной деформацией

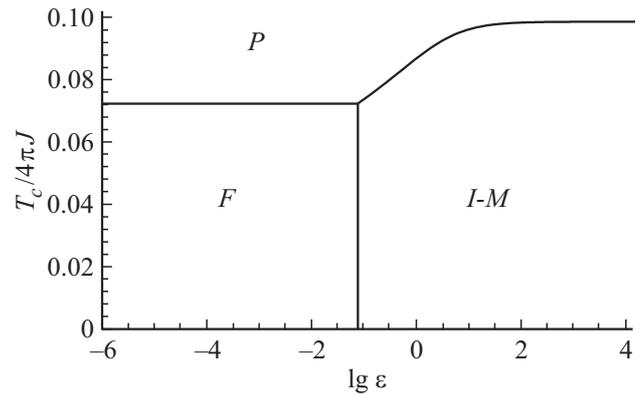


Рис. 6. Фазовая диаграмма двумерной модели Гейзенберга с индуцированными дефектами типа “случайная локальная анизотропия” глобальной анизотропией типа “легкая ось” [58] в переменных “температура–асимметрия” при $K_0/J = 10^{-2}$ и $c = 10^{-2}$: P — парамагнитная фаза, F — ферромагнитная фаза, $I-M$ — фаза Имри–Ма.

аэрогеля. Теоретическая оценка величины глобальной анизотропии, необходимой для восстановления дальнего порядка, сделана в работе [59].

6. Фаза Имри–Ма в нанокристаллическом ферромагнетике

6.1. Случай сильной обменной связи нанокристаллитов

Еще одной интересной экспериментально реализуемой системой со случайной анизотропией является нанокристаллический ферромагнетик с кристаллографической анизотропией типа “легкая ось”. Поскольку ориентация кристаллической решетки меняется от кристаллита к кристаллиту, мы имеем систему со случайной анизотропией.

Энергия анизотропии имеет вид

$$W_{an} = -\frac{1}{2} K_0 \sum_{\alpha} \sum_{i \in V_{\alpha}} (s_{i,\alpha} \mathbf{e}_{\alpha})^2, \quad (65)$$

где K_0 — константа кристаллографической анизотропии в объеме кристаллита, $s_{i,\alpha}$ — i -ый спин, принадлежащий кристаллиту под номером α , V_{α} — объем этого кристаллита, \mathbf{e}_{α} — единичный вектор, задающий направление легкой оси в данном кристаллите.

В данном разделе мы ограничимся анализом результатов рассмотрения ферромагнетиков с высоким фактором качества, в которых кристаллографическая анизотропия намного превосходит анизотропию формы, которую в связи с этим не учитывают.

Начало описанию подобных систем было положено в работе [20], в которой были рассмотрены аморфные

ферромагнетики, в которых анизотропия типа „легкая ось“ изменялась случайным образом на структурной корреляционной длине D . Далее на основе аргументов типа Имри–Ма было показано, что для систем со случайной анизотропией ферромагнитное состояние является неустойчивым по отношению к возникновению статических флуктуаций параметра порядка.

В работах [21,22] эта теория была применена к нанокристаллическим ферромагнетикам, в которых роль структурной корреляционной длины играет характерный размер кристаллита R . При этом предполагалось, что обменное взаимодействие между спинами соседних кристаллитов такое же, как и внутри кристаллита. В этом случае на границах кристаллитов стремится сформироваться доменная стенка толщиной $\Delta \sim \sqrt{J/K_0}$, где J — обменный интеграл в объеме кристаллита. В случае $R \gg \Delta$ данные стенки формируются беспрепятственно и намагниченность в объеме каждого кристаллита параллельна своей легкой оси. Это область индивидуального поведения кристаллитов.

При $R \ll \Delta$ доменные стенки на границах между кристаллитами не могут сформироваться, и возникает фаза Имри–Ма, в которой намагниченность изменяется на масштабах $L \gg R$, следуя за флуктуациями направления легкой оси. Число кристаллитов в объеме L^d порядка $(L/R)^d$. Средняя по объему анизотропия, возникающая в этом объеме за счет статистических флуктуаций, равна $K_0(R/L)^{d/2}$. Соответствующий выигрыш в энергии в расчете на одну ячейку равен

$$w_1 \approx -K_0 \left(\frac{R}{L} \right)^{d/2}. \quad (66)$$

Энергия неоднородного обмена дается формулой (4). Оптимальный масштаб неоднородности L^* и добавка к энергии однородного состояния в расчете на одну ячейку равны соответственно

$$L^* \approx \Delta \left(\frac{\Delta}{R} \right)^{\frac{d}{4-d}}, \quad (67)$$

$$w_{I-M} \approx -K_0 \left(\frac{R}{\Delta} \right)^{\frac{2d}{4-d}}. \quad (68)$$

Оценка w_{I-M} в случае произвольной размерности пространства была получена в работе [60]. Это значение можно использовать для оценки величины коэрцитивного поля согласно формуле [20–22]:

$$H_c \approx \frac{|w_{I-M}|}{M_s}, \quad (69)$$

где M_s — величина намагниченности насыщения. На основе этой оценки в [21] была получена степенная зависимость коэрцитивного поля трехмерного образца от размера кристаллита $H_c \propto R^6$.

Однако в целом ряде сплавов наблюдается степенная зависимость с меньшим показателем: $H_c \propto R^3$ (смотри, например, монографию [61]). Для ее объяснения

в работах [62,63] была предложена модель, в которой предполагалось наличие как случайной анизотропии, так и однородной по объему образца одноосной анизотропии, намного превосходящей случайную. Величина коэрцитивного поля определяется суммарной энергией анизотропии, следовательно, в данном случае слагаемое в H_c , пропорциональное R^3 , является малой добавкой к постоянной величине и не может вызвать существенного изменения коэрцитивного поля. Поэтому предложенная модель противоречит экспериментальным данным, свидетельствующим об изменении коэрцитивного поля на несколько порядков при изменении размера кристаллитов [64,65].

6.2. Случай слабой обменной связи нанокристаллитов

С целью устранения указанного противоречия в работе [66] была предложена модель слабой обменной связи нанокристаллитов. Это может быть связано как со структурой границ (большие расстояния между соседними спинами, принадлежащими разным кристаллитам, наличие аморфной фазы), так и с различием химического состава в объеме и в граничных областях кристаллитов.

Пусть обменное взаимодействие ближайших друг к другу спинов, принадлежащих соседним кристаллитам, описывается обменным интегралом $\tilde{J} \ll J$. Если \tilde{J} превосходит энергию доменной стенки в расчете на одну ячейку в плоскости стенки $\varepsilon \sim \sqrt{JK_0}$, то граница между индивидуальным и коллективным поведением кристаллитов остается прежней ($R \sim \Delta$). В случае $\tilde{J} \ll \sqrt{JK_0}$ энергетически более выгодным является разворот намагниченности на атомном масштабе в зазоре между кристаллитами. Критический размер R_{cr} находится из условия равенства энергии анизотропии в объеме кристаллита $K_0 R^3$ и энергии неоднородности на границе кристаллита $\tilde{J} R^2$:

$$R_{cr} \approx \frac{\tilde{J}}{K_0} \approx \frac{\tilde{J}}{\sqrt{JK_0}} \Delta \ll \Delta. \quad (70)$$

Напомним, что все расстояния даны в единицах постоянной решетки спинов. При $R \gg R_{cr}$ имеет место индивидуальное, а в противоположном случае — коллективное поведение намагниченностей кристаллитов.

Фазовая диаграмма системы [66] в переменных „характерный размер кристаллита R — обменный интеграл межкристаллитного взаимодействия“ приведена на рис. 7. Граница между индивидуальным и коллективным поведением намагниченностей кристаллитов изображена сплошной линией. Выше нее наблюдается индивидуальное, а ниже — коллективное поведение. Переход от одного типа поведения к другому происходит непрерывно по мере изменения параметров системы.

Вид энергии неоднородного обмена зависит от механизма разворота намагниченности от одной области с линейным размером L к другой. Если разворот намагниченности происходит непрерывно на масштабе L

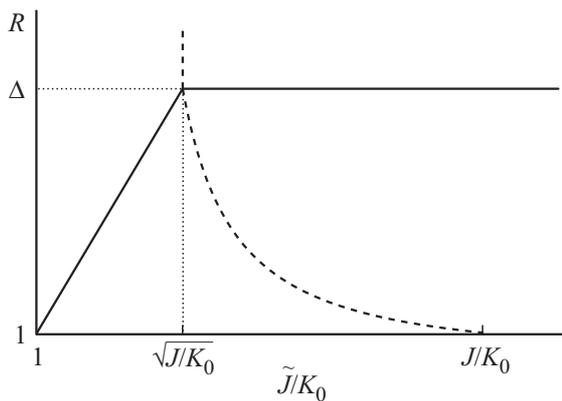


Рис. 7. Фазовая диаграмма нанокристаллической системы [66] в переменных „характерный размер кристаллита — обменный интеграл междокристаллитного взаимодействия“. Сплошная линия — граница между областями индивидуального (выше линии) и коллективного поведения кристаллитов. Пунктирная линия разделяет области первого (правее линии) и второго механизмов разворота намагниченности.

(первый механизм разворота), то справедливо выражение (4).

Разворот намагниченности может происходить „ступенчато“ путем последовательных скачков на границах кристаллитов (второй механизм разворота). Число таких ступеней на длине L равно L/R , а угол разворота на каждой границе кристаллитов порядка R/L . Поскольку энергия неоднородности пропорциональна квадрату угла разворота, то энергия неоднородности в области контакта в расчете на одну ячейку в плоскости границы кристаллитов равна

$$w_2^{(1)} \approx \frac{\tilde{J}R^2}{L^2}. \quad (71)$$

Относительная доля контактных областей порядка R^{-1} . В итоге средняя объемная плотность энергии неоднородности

$$w_2 \approx \frac{\tilde{J}R}{L^2}. \quad (72)$$

Сравнивая выражения (4) и (72), находим, что первый механизм разворота является преобладающим при $\tilde{J}R \gg J$, а второй — при обратном соотношении.

Граница между областями, в которых преобладает один из механизмов разворота, изображена на рис. 7 пунктирной гиперболой $R = \left(\frac{J}{K_0}\right)\left(\frac{\tilde{J}}{K_0}\right)^{-1}$. Она является продолжением прямой $\frac{\tilde{J}}{K_0} = \sqrt{\frac{J}{K_0}}$, разграничивающей два механизма разворота намагниченности на границах крупных кристаллитов. Переход от одного механизма к другому происходит непрерывным образом по мере изменения параметров.

В случае первого механизма разворота остаются в силе оценки (67), (68) для параметров L^* и w_{I-M} , полученные для случая сильного взаимодействия кристаллитов.

Для второго механизма разворота, минимизируя по L сумму энергий (66) и (72), находим [66]:

$$\tilde{L}^* \approx \left(\frac{\tilde{J}}{K_0}\right)^{\frac{2}{4-d}} R^{\frac{2-d}{4-d}}, \quad (73)$$

$$w_{I-M} \approx -K_0 \left(\frac{RK_0}{\tilde{J}}\right)^{\frac{d}{4-d}}. \quad (74)$$

Зависимость $H_c \propto w_{I-M} \propto \tilde{J}^{-\frac{d}{4-d}}$ объясняет рост коэрцитивного поля с увеличением температуры, обнаруженный в работе [67]. Действительно, величина \tilde{J} падает по мере приближения к температуре Кюри аморфной фазы, расположенной в зазоре между кристаллитами. Рост H_c продолжается вплоть до нарушения условия $K_0R \ll \tilde{J}$ и перехода в фазу индивидуального поведения намагниченностей кристаллитов.

Легко видеть, что в области преобладания второго механизма разворота зависимость коэрцитивного поля от размера кристаллита ($H_c \propto R^{1/3}$, $H_c \propto R$, $H_c \propto R^3$ для одномерных, двумерных и трехмерных структур соответственно) существенно отличается от таковой в области преобладания первого механизма ($H_c \propto R^{2/3}$, $H_c \propto R^2$, $H_c \propto R^6$ для одномерных, двумерных и трехмерных структур соответственно).

Таким образом, наблюдаемая в эксперименте [61,64,65] зависимость $H_c \propto R^3$ объясняется слабой связью между кристаллитами и возникновением ступенчатого механизма разворота намагниченности.

6.3. Степень текстурированности

Приведенная на рис. 7 фазовая диаграмма [66] справедлива в отсутствие текстурированности образцов, т.е. в отсутствие анизотропии в распределении направлений легких осей в пространстве параметра порядка.

Оценим критическую степень ε асимметрии распределения $\rho(\mathbf{e})$ направлений легких осей в пространстве параметра порядка, при превышении которой состояние Имри–Ма становится энергетически невыгодным и возникает однородное ферромагнитное состояние. Пусть $\rho(\mathbf{e})$ задается выражениями (36) или (38), в которых компоненты вектора случайного поля заменены на компоненты вектора \mathbf{e} .

Критическое значение ε в случае глобальной анизотропии типа „легкая ось“ равно

$$\varepsilon_{cr} \approx \left(\frac{R}{\Delta}\right)^{\frac{2d}{4-d}}, \quad \tilde{J}R \gg J, \quad (75)$$

$$\varepsilon_{cr} \approx \left(\frac{RK_0}{\tilde{J}}\right)^{\frac{d}{4-d}}, \quad \tilde{J}R \ll J. \quad (76)$$

Для $R = 0.1\Delta$ из (75) получаем $\varepsilon_{cr} = 10^{-6}$ для $d = 3$ и $\varepsilon_{cr} = 10^{-2}$ для $d = 2$. Для $RK_0 = 0.1\tilde{J}$ находим из (76): $\varepsilon_{cr} = 10^{-3}$ для $d = 3$ и $\varepsilon_{cr} = 10^{-1}$ для $d = 2$ [66]. Легко видеть, что наименее жесткие требования к степени

текстурированности имеют место в двумерных образцах со слабым взаимодействием кристаллитов и вторым механизмом разворота намагниченности. Поэтому состояние Имри–Ма удобнее изучать на тонких (толщиной в один кристаллит) нанокристаллических ферромагнитных пленках, текстурированных таким образом, чтобы кристаллографические легкие оси кристаллитов были изотропно распределены в плоскости пленки. Подложку лучше выбрать аморфной, чтобы она не создавала текстурированности в плоскости пленки.

7. Заключение

С момента публикации статьи Y. Imry и S.-K. Ma [1] прошло 45 лет. За это время теория фаз Имри–Ма, как нам представляется, прошла три стадии.

На первой все было достаточно просто. Зная размерность пространства и убедившись, что в системе присутствует случайное поле или случайная анизотропия, корреляционная функция которых спадает на коротких расстояниях, можно было сделать вывод что основному состоянию системы соответствует неупорядоченная фаза Имри–Ма, в которой направление параметра порядка следует за крупномасштабными флуктуациями случайного поля или случайной анизотропии. В науке возобладала точка зрения, согласно которой случайное поле и случайная анизотропия разрушали дальний порядок.

Начало второй стадии исследований ознаменовало предсказание явления возникновения в двумерной системе дальнего порядка, индуцированного случайными полями (*RFIO*) [10]. Все запуталось. Дальний порядок возникал при конечной температуре — там, где он отсутствовал в чистой системе. Стало понятным, что случайные поля могут не только разрушать, но и создавать дальний порядок.

Начало третьей стадии положило осознание роли слабой однородной анизотропии типа „легкая ось“ в подавлении неоднородного состояния Имри–Ма [57,28,29]. А установление факта возникновения и нахождение способа расчета величины глобальной анизотропии, индуцированной анизотропным распределением случайных полей в пространстве параметра порядка [17,18,41], позволило наметить пути, следуя которыми можно определить состояние системы. Только теперь для предсказания области существования фазы Имри–Ма требуется знать значительно больше, чем казалось на первом этапе. Нужна информация о распределении случайных полей или легких осей в пространстве параметра порядка. В большинстве случаев фаза Имри–Ма возникает при достаточно сильной близости этого распределения к изотропному. И если при теоретическом рассмотрении степень этой близости может быть задана самим автором, то при экспериментальном исследовании получение данной информации, как нам представляется, сопряжено с большими трудностями. Поэтому мы заканчиваем

обзор пожеланием успеха энтузиастам, которые возьмутся за исследование очень интересных фаз Имри–Ма. Их теория, а тем более экспериментальные исследования далеки от завершения.

Два автора (А.А.Б. и А.С.С.) глубоко скорбят по поводу безвременной кончины талантливого физика, друга и соавтора — Александра Игоревича Морозова — и посвящают настоящую статью его светлой памяти.

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 20-12-50264.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Y. Imry, S.-k. Ma. *Phys. Rev. Lett.* **35**, 1399 (1975).
- [2] А.И. Ларкин. *ЖЭТФ* **58**, 1466 (1970).
- [3] Вик.С. Доценко. *УФН* **165**, 481 (1995).
- [4] А.И. Morosov, A.S. Sigov. *Comments Condens. Matter Phys.* **18**, 279 (1998).
- [5] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Статистическая физика. Физматлит, М.* (2002). 616 с.
- [6] Н.Н. Лебедев, А.П. Леванюк, А.И. Морозов, А.С. Сигов. *ФТТ* **25**, 2975 (1983).
- [7] A.P. Levanyuk, A.S. Sigov. *Defects and Structural Phase Transitions. Gordon and Breach, N.Y.* (1987). 258 с.
- [8] T.C. Proctor, D.A. Garanin, E.M. Chudnovsky. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 097201 (2014).
- [9] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. *ФТТ* **62**, 281 (2020).
- [10] B.J. Minchau, R.A. Pelcovits. *Phys. Rev. B* **32**, 3081 (1985).
- [11] J. Wehr, A. Niederberger, L. Sanchez-Palencia, M. Lewenstein. *Phys. Rev. B* **74**, 224448 (2006).
- [12] N.D. Mermin, H. Wagner. *Phys. Rev. Lett.* **17**, 1133 (1966).
- [13] P.C. Hohenberg. *Phys. Rev.* **158**, 383 (1967).
- [14] Д.Э. Фельдман. *ЖЭТФ* **115**, 2143 (1999).
- [15] N. Crawford. *J. Stat. Phys.* **142**, 11 (2011).
- [16] N. Crawford. *EPL* **102**, 36003 (2013).
- [17] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. *ФТТ* **58**, 1614 (2016).
- [18] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. *ФТТ* **58**, 1758 (2016).
- [19] R.A. Pelcovits, E. Pytte, J. Rudnick. *Phys. Rev. Lett.* **40**, 476 (1978).
- [20] R. Alben, J.J. Becker, M.C. Chi. *J. Appl. Phys.* **49**, 1853 (1978).
- [21] G. Herzer. *IEEE Transact. Magn.* **25**, 3327 (1989).
- [22] G. Herzer. *IEEE Transact. Magn.* **26**, 1397 (1990).
- [23] D.E. Feldmann, R.A. Pelcovits. *Phys. Rev. E* **70**, 040702(R) (2004).
- [24] В.М. Хасанов. *Письма в ЖЭТФ* **81**, 27 (2005).
- [25] L. Petridis, E.M. Terentjev. *Phys. Rev. E* **74**, 051707 (2006).
- [26] А.А. Fedorenko, F. Kuhnel. *Phys. Rev. B* **75**, 174206 (2007).

- [27] J. Elbs, Yu.M. Bunkov, E. Collin, H. Godfrin, G.E. Volovik. Phys. Rev. Lett. **100**, 215304 (2008).
- [28] G.E. Volovik. J. Low Temp. Phys. **150**, 453 (2008).
- [29] А.И. Морозов, А.С. Сигов. Письма в ЖЭТФ **90**, 818 (2009).
- [30] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. arXiv:2005.08091.
- [31] J.F. Fernandez, G. Grinstein, Y. Imry, S. Kirkpatrick. Phys. Rev. Lett. **51**, 203 (1983).
- [32] G. Grinstein, S.-k. Ma. Phys. Rev. B **28**, 2588 (1983).
- [33] J.Z. Imbrie. Phys. Rev. Lett. **53**, 1747 (1984).
- [34] M. Aizerman, J. Wehr. Phys. Rev. Lett. **62**, 2503 (1989).
- [35] L. Leuzzi, G. Parizi. Phys. Rev. B **88**, 224204 (2013).
- [36] C. Frontera, E. Vives. Phys. Rev. E **59**, R1295 (1999).
- [37] S. Sinha. Phys. Rev. E **87**, 022121 (2013).
- [38] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. arXiv:2005.08082.
- [39] D.J. Scalapino, Y. Ymry, P. Pincus. Phys. Rev. B **11**, 2042 (1978).
- [40] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Физматлит, М. (2004). 656 с.
- [41] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **59**, 1992 (2017).
- [42] А.И. Морозов. ФТТ **53**, 705 (2011).
- [43] A. Aharony. Phys. Rev. B **18**, 3328 (1978).
- [44] В.Л. Березинский. ЖЭТФ **59**, 907 (1971).
- [45] В.Л. Березинский. ЖЭТФ **61**, 1144 (1972).
- [46] J.M. Kosterlitz, D.G. Thouless. J. Phys. C **6**, 1181 (1973).
- [47] Ю.А. Изюмов, Ю.Н. Скрябин. Статистическая механика магнитоупорядоченных систем. Наука, М. (1987). 264 с.
- [48] А.З. Паташинский, В.Л. Покровский. Флуктуационная теория фазовых переходов. Наука, М. (1982). 382 с.
- [49] А.А. Берзин, А.И. Морозов. ФТТ **57**, 2155 (2015).
- [50] F. Wegner. Zeitsch. Phys. **206**, 465 (1967).
- [51] R.W. Gerling, D.P. Landau. Phys. Rev. B **27**, 1719 (1983).
- [52] M.E. Fisher. Am. J. Phys. **32**, 343 (1964).
- [53] С.Б. Хохлачев. ЖЭТФ **70**, 265 (1976).
- [54] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **58**, 1947 (2016).
- [55] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **59**, 2420 (2017).
- [56] А.И. Морозов, А.С. Сигов. J. Magn. Magn. Mater. **459**, 256 (2018).
- [57] И.А. Фомин. Письма в ЖЭТФ **85**, 533 (2007).
- [58] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **62**, 610 (2020).
- [59] И.А. Фомин. Письма в ЖЭТФ **104**, 18 (2016).
- [60] G. Herzer. Mater. Sci. Eng. A **133**, 1 (1991).
- [61] А.М. Глезер, Н.А. Шурыгина. Аморфно-нанокристаллические сплавы. Физматлит, М. (2013). 452 с.
- [62] K. Suzuki, J.M. Cadogan. Phys. Rev. B **58**, 2730 (1998).
- [63] K. Suzuki, N. Ito, J.S. Garitaonandia, J.D. Cashion, G. Herzer. J. Non-Cryst. Solids **354**, 5089 (2008).
- [64] Y. Fujii, H. Fujita, A. Seki, T. Tomida. J. Appl. Phys. **70**, 6241 (1991).
- [65] D. Yao, S. Ge, X. Zhou, H. Zuo. J. Appl. Phys. **107**, 073902 (2010).
- [66] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **60**, 1689 (2018).
- [67] A. Hernando, T. Kulik. Phys. Rev. B **49**, 7064 (1994).

Редактор Т.Н. Василевская