

# Передача крутящего момента проводящей частице с использованием силы Лоренца

© А.И. Грачев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,  
194021 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: grach.shuv@mail.ioffe.ru

Поступила в Редакцию 24 июня 2021 г.

В окончательной редакции 13 сентября 2021 г.

Принята к публикации 13 сентября 2021 г.

Впервые обсуждается принцип вращения в постоянном электрическом поле проводящей частицы при участии силы Лоренца, обеспечивающей генерацию электрического дипольного момента частицы. Представлен ряд моделей передачи крутящего момента частицам сферической или цилиндрической формы на базе эффекта Холла, как в обычной геометрии, так и при приложении дополнительного электрического поля, а также в случае использования фотоэлектромагнитного эффекта.

**Ключевые слова:** сила Лоренца, эффект Холла, электрический диполь, крутящий момент.

DOI: 10.21883/FTP.2022.01.51815.9703

## 1. Введение

Один из главных трендов современного научно-технического развития — создание различных микро-, нанодвижителей (моторы, актуаторы, помпы и т. д.). С целью их создания исследуется достаточно широкий спектр физических явлений [1,2]. В этом контексте вызывает удивление тот факт, что внимание исследователей до сих пор не было привлечено к возможности передачи крутящего момента микро-, нанообъектам с участием силы Лоренца. Хотя, например, в некоторых электромагнитных микроактуаторах последняя используется в качестве силы, оказывающей прямое механическое воздействие [3]. Цель настоящей работы — обсуждение механизма передачи проводящей частице крутящего момента ( $\mathbf{T}_H$ ), возникающего за счет взаимодействия ее электрического дипольного момента ( $\mathbf{d}_H$ ), обусловленного действием силы Лоренца, с внешним (однородным) электрическим полем  $\mathbf{E}$ . В качестве возможного механизма генерации  $\mathbf{d}_H$  рассматривается прежде всего эффект Холла, как в классической геометрии, так и с привлечением дополнительного электрического поля.

Принцип вращения в статическом (однородном) электрическом поле  $\mathbf{E}$  частицы, например, сфероидальной формы, заключается в поддержании ортогональной  $\mathbf{E}$  составляющей вектора электрического дипольного момента сферы, индуцируемого собственно  $\mathbf{E}$  (эффект вращения Квинке [4]), либо вызванного неким электрическим полем внутри частицы (например, вращение фотоиндуцируемых диполей [5,6]). В случае, например, эффекта Холла роль последнего способно играть поле  $\mathbf{E}_H$ , обязанного проявлению силы Лоренца. Тогда на частицу, находящуюся в поле  $\mathbf{E} \equiv \mathbf{E}_2$ , будет действовать крутящий момент  $\mathbf{T}_H$ , который может быть

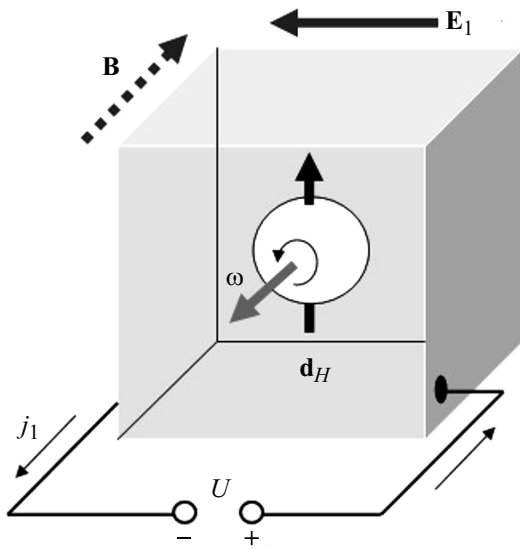
представлен следующими соотношениями:

$$\mathbf{T}_H = (\mathbf{d}_H \times \mathbf{E}_2) \times (\mathbf{E}_H \times \mathbf{E}_2) \times ((\mathbf{j}_1 \times \mathbf{B}) \times \mathbf{E}_2) \times ((\mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}) \times \mathbf{E}_2), \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}_1$  — поле, определяющее сквозной ток  $\mathbf{j}_1$ , протекающий через частицу, а  $\mathbf{B}$  — постоянное магнитное поле (величина которого, как предполагается далее, отвечает области линейности эффекта Холла и позволяет пренебречь эффектом магнетосопротивления).

## 2. Классическая геометрия эффекта Холла

Начнем с иллюстрации обсуждаемого механизма передачи крутящего момента на примере классической геометрии наблюдения эффекта Холла, где  $\mathbf{E}_1 \equiv \mathbf{E}_2$ , и поэтому требуется экспериментальная схема, в которой поле  $\mathbf{E}_1$  одновременно задавало бы направление вектора  $\mathbf{j}_1$  и выполняло роль поля  $\mathbf{E}_2$ . Один из вариантов — сферическая частица, помещенная внутри плоскопараллельного конденсатора, заполненного некой проводящей жидкостью, — представлен на рис. 1. На обкладки конденсатора подается напряжение  $U$ , которое отвечает за (квази)однородное электрическое поле с напряженностью  $\mathbf{E}_1$ . Для подавления эффекта шунтирования со стороны окружающей сферу жидкости ее проводимость  $\sigma_l$  должна быть существенно ниже проводимости частицы  $\sigma_p$ . В этом случае через сферу будет протекать постоянный ток с плотностью  $\mathbf{j}_1 = \sigma_l \mathbf{E}_1$ . При приложении магнитного поля  $\mathbf{B}$  внутри сферы возникает ток  $\mathbf{j}_H \perp \mathbf{j}_1$ , который приведет к появлению внутри сферы поля, равного  $E_H = R B j_1$ , где  $R$  — постоянная Холла частицы. Хотя соотношение  $\sigma_l / \sigma_p \ll 1$  не является оптимальным с точки зрения величины  $j_1$  и  $E_H$ , оно позволяет увеличить  $E_1$ , например, в том случае, когда



**Рис. 1.** Организация вращения сферической частицы в классической геометрии эффекта Холла. Предполагается, что частица представляет собой изотропный полупроводник (аморфный или поликристаллический материал, кристалл кубической симметрии) с электронным типом проводимости. Используется также упрощающее предположение, что эффектом Холла жидкости можно пренебречь.

его величина ограничена условиями выделения джоулева тепла.

В приближении однородности поля  $E_H$  дипольный момент сферы равен:

$$d_H = 3\varepsilon_0\varepsilon_p V E_H, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая постоянная вакуума, а  $\varepsilon_p$  и  $V$  — относительная диэлектрическая проницаемость и объем частицы соответственно. Поле  $E_1$  вызовет появление у частицы крутящего момента:  $T_H = d_H E_1$ , что должно привести к ее вращению, динамика которого описывается следующим уравнением [5,6]:

$$J(d\omega(t)/dt = \mathbf{T}_H - \mathbf{T}_{liq} - \mathbf{T}_{el}, \quad (3)$$

где  $\omega$  — вектор угловой скорости,  $J$  — момент инерции сферы. Момент  $\mathbf{T}_{liq} = 6\eta V \omega$  (где  $\eta$  — динамическая вязкость жидкости) отражает сопротивление вращению сферы со стороны жидкости, а  $\mathbf{T}_{el}$  обязан наличию электрически индуцируемого дипольного момента сферы:  $d_{el} = 3\varepsilon_p\varepsilon_0 V E_1(\sigma_p - \sigma_l)(2\sigma_p - \sigma_l)^{-1}$ . Величина  $T_{el} \sim \omega\tau$  [4,7], где  $\tau = \varepsilon_0(\varepsilon_p + 2\varepsilon_l)(\sigma_p + 2\sigma_l)^{-1}$  ( $\varepsilon_l$  — относительная диэлектрическая проницаемость жидкости) — время релаксации поверхностного заряда, связанного с  $d_{el}$  (или с  $d_H$ ), поэтому в условиях адиабатического вращения ( $\omega\tau \ll 1$  [5,6]) тормозящим влиянием  $\mathbf{T}_{el}$  можно пренебречь. Тогда скорость стационарного вращения частицы  $\omega_s$  будет определяться равенством:  $\mathbf{T}_H = \mathbf{T}_{liq}$ , и в результате получим

$$\omega_s = (1/2)\varepsilon_0\varepsilon_p\eta^{-1}E_H E_1 = (1/2)\varepsilon_0\varepsilon_p^{-1}R\sigma_l E_1^2 B. \quad (4)$$

Использование проводящей жидкости в схеме эксперимента рис. 1 ограничивает возможности ее практического использования. Поэтому рассмотрим вариант вращения сферы в той же геометрии, но располагающейся теперь на поверхности некой диэлектрической подложки, помещенной в воздушный промежуток между обкладками конденсатора. Очевидное отсутствие как  $\mathbf{j}_1$ , так и  $\mathbf{j}_H$  в стационарных условиях не исключает их появления в течение переходных процессов, например, в случае подачи прямоугольного импульса электрического напряжения. Нетрудно получить выражение, описывающее кинетику  $E_H$  после подачи импульса:

$$E_H(t) = RB\tau_p^{-1}tj_1(t) = RB\sigma_p E_1\tau_p^{-1}t \exp(-t/\tau_p), \quad (5)$$

где  $\tau_p = \varepsilon_0\varepsilon_p/\sigma_p$  — максвелловское время релаксации частицы. Используя (5), легко рассчитать момент количества движения  $\Delta L$ , передаваемый частицей в течение действия импульса длительности  $t_{pul}$ :

$$\Delta L(t_{pul}) = \int_0^{t_{pul}} E_1 d_H(t) dt. \quad (6)$$

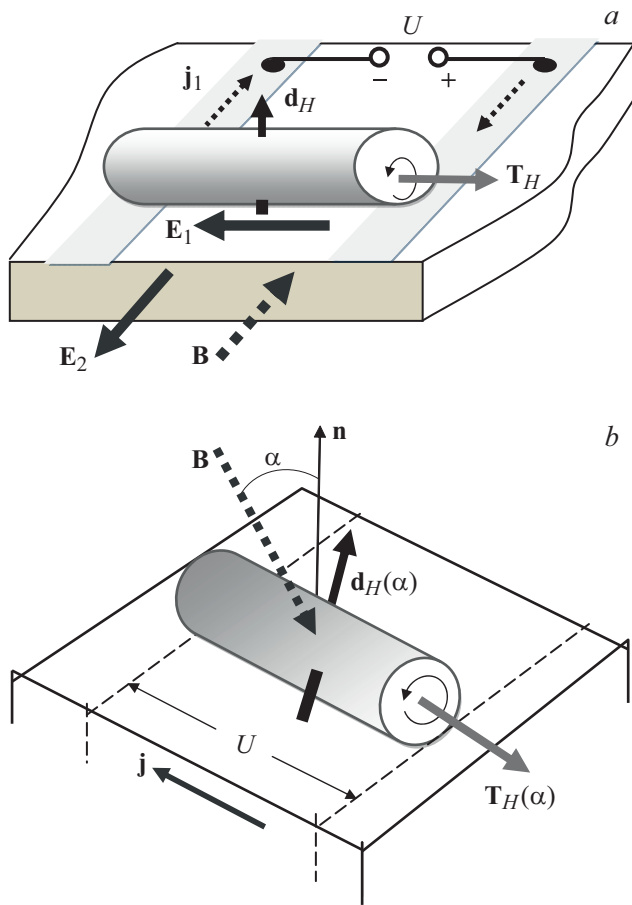
По окончании действия электрического импульса возникнет противоположно направленный  $\mathbf{j}_1$  переходный ток, но, поскольку электрическое поле отсутствует, передача частице момента импульса противоположного знака состояться не может.

В геометрии рис. 1 максимальному значению  $T_H$  отвечает любое направление вектора  $\mathbf{B}$ , ортогональное вектору  $\mathbf{E}_1$ , следовательно, вращая  $\mathbf{B}$  вокруг направления последнего, можно изменять ориентацию вектора  $\omega$ . Таким образом, сфера способна участвовать одновременно или по отдельности в процессе верчения ортогонально поверхности подложки или качения вдоль нее. Поскольку инструментарий для экспериментальных исследований в области нанотрибологии достаточно ограничен [8], рассмотренная выше схема может вызвать методический интерес, особенно, учитывая ее возможности для изучения влияния верчения на трение качения.

Представление о масштабе экспериментально достижимых значений  $T_H$  можно получить, оценив его значение в точке экстремума  $E_H(t)$  при  $t = \tau_p$ . Тогда, выбирая для  $E_1$  значение  $10^6 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$  и предполагая, что  $\text{tg } \varphi \sim 0.1$  (где  $\varphi$  — угол Холла),  $\varepsilon_p \sim 13$  (GaAs) для частицы с радиусом 10 мкм, получим  $T_H \sim 5 \cdot 10^{-14} \text{ Н} \cdot \text{м}$  (что отвечает силе тяги частицы  $\sim 10^{-9} \text{ Н}$ ).

### 3. Экспериментальные схемы с двумя электрическими полями

На рис. 2, а приведена другая схема эксперимента, где поле  $E_1$  (напряжение  $U$ ) участвует только в генерации потока носителей заряда (электронов) через цилиндрическую частицу, а ее крутящий момент  $\mathbf{T}_H$  инициирует



**Рис. 2.** Схема передачи крутящего момента частице цилиндрической формы: с помощью эффекта Холла при применении дополнительного (квази)однородного электрического поля  $E_2$  (а), за счет механизма взаимодействия дипольного момента цилиндра с индуцируемым им зарядом металлической подложки, вдоль которой протекает электрический ток  $j$  (штриховые линии обозначают направление эквипотенциальных поверхностей) (б).

дополнительное (квази)однородное поле  $E_2$ . В представленном варианте цилиндр способен перемещаться вдоль пары контактных шин в направлении, определяемом, например, знаком  $U$ . Следует отметить, что теперь, в отличие от эксперимента рис. 1, оптимально использование материалов с одноосной анизотропией проводимости. Конкретно, если ось тензора проводимости, отвечающая ее максимальному значению, направлена вдоль оси цилиндра, то при тех же значениях параметров  $R$ ,  $j_1$ ,  $E_2$  и  $B$  величины  $E_H$  и  $T_H$  должны вырасти по сравнению со случаем использования изотропного материала.

Конструкция рис. 2, а могла бы стать основой для микроактюаторов или систем позиционирования, а также микромоторов (когда концы цилиндра закреплены, но сохраняется возможность его вращения при электрическом контакте с шинами). Привлекательна и идея использовать цилиндр для перемещения или передачи импульса микрообъектам с целью изучения трения

скольжения или качения, однако возникает вопрос влияния на эти процессы зарядов, индуцируемых полем  $E_2$ , как в подложке, так и исследуемых микрообъектах.

В принципе схема рис. 2, а представляет возможность отказа от поля  $E_2$ , если задействовать механизм взаимодействия  $d_H$ , возникающего при наклонном положении вектора  $B$  относительно нормали к поверхности подложки ( $n$ ), с индуцированным им зарядом некой близко расположенной металлической поверхности (см. [9]). Например, было бы достаточно поместить над конструкцией рис. 2, а (немагнитную) металлическую мембрану. Однако прежде всего с теоретической точки зрения интерес может представить схема эксперимента, которая показана на рис. 2, б. Здесь цилиндр располагается на металлической подложке, через которую проходит электрический ток, и ориентирован таким образом, что его торцы параллельны эквипотенциальным поверхностям. Пусть разность потенциалов между торцами, как и величина поля  $B$ , имеет те же значения, что и на рис. 2, а. Тогда при ориентации вектор  $B$  под углом  $\alpha$  относительно  $n$  — вектор дипольного момента, обозначенного теперь как  $d_H(\alpha)$ , также отклонится от нормали, скорее всего, на угол, отличный от  $(\pi/2 - \alpha)$ . Предположительно, и величина  $d_H(\alpha)$  изменится в сравнении с  $d_H$  в сторону ее снижения, тем не менее частица сможет испытывать крутящий момент  $T_H(\alpha)$ , обусловленный теперь взаимодействием  $d_H(\alpha)$  с индуцируемым им зарядом металлической подложки (фиктивным диполем). Таким образом, цилиндр будет способен к перемещению (качению) параллельно эквипотенциальным поверхностям. Ясно, что рассмотренный эффект требует детальной теоретической проработки с учетом различных экспериментальных факторов, поэтому на данный момент сложно оценить степень его практической ценности.

Наконец, обратимся к еще одному хорошо известному для физики полупроводников явлению, позволяющему реализовать обсуждаемый механизм генерации дипольного момента, — это фотоэлектромагнитный эффект (ФЭМ). Возможная схема эксперимента аналогична рис. 2, а, за исключением того, что в отсутствие электрического напряжения  $U$  световой пучок, падающий на один из торцов цилиндра, вызывает однонаправленный поток электронов и дырок. Использование в данном случае металлической подложки (см. [9]) позволило бы также отказаться и от поля  $E_2$ . Все это могло бы обеспечить ФЭМ определенные преимущества в сравнении с эффектом Холла, но, к сожалению, ФЭМ имеет существенный недостаток. Это относительно низкие значения напряжения холостого хода, которым, в лучшем случае, отвечает напряженность электрического поля  $\sim 10^2 \text{ В} \cdot \text{м}^{-1}$ , что на  $\sim 3$  порядка ниже значения  $E_H$  в представленной выше оценке масштаба крутящего момента в случае эффекта Холла. Поэтому обращение к ФЭМ следует рассматривать лишь как демонстрацию еще одного механизма передачи крутящего момента с использованием силы Лоренца.

## 4. Заключение

В заключение сформулируем кратко результаты проделанной работы. В работе на примере эффекта Холла и фотоэлектромагнитного эффекта впервые обсуждается возможность вращения в постоянном электрическом поле проводящей частицы в результате непрерывной генерации ее электрического дипольного момента при участии силы Лоренца. Накопленный опыт изучения и использования, прежде всего эффекта Холла [10], позволяет говорить об отсутствии физических ограничений для создания различных микро- и нанодвижителей, в которых использовались бы рассмотренный принцип и конкретные механизмы передачи крутящего момента.

### Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] H. Chen, Q. Zhao, X. Du. *Micromachines*, **9**, 41 (2018).
- [2] J. Liu, Z. Li. *Micromachines*, **9**, 232 (2018).
- [3] S. Büttgenbach. *Micromachines*, **5**, 929 (2014).
- [4] T.V. Jones. *Electromechanics of particles*. 1st ed. (N.Y., Cambridge University Press, 1995).
- [5] А.И. Грачев. *ФТТ*, **60**, 666 (2018).
- [6] А.И. Грачев. *ЖТФ*, **89**, 5 (2019).
- [7] N. Pannacci, L. Lobry, E. Lemaire. *Phys. Rev. Lett.*, **99**, 094503 (2007).
- [8] Г.В. Дедков. *УФН*, **170**, 585 (2000).
- [9] А.И. Грачев. *ЖТФ*, **90**, 1239 (2020).
- [10] R.S. Popovic. *Hall effect devices*. 2nd ed. (Bristol and Philadelphia, Institute of Physics Publishing, IOP, 2004).

Редактор Г.А. Оганесян

## Torque transfer to conductive particle using the Lorentz force

A.I. Grachev

loffe Institute,  
194021 St. Petersburg, Russia

**Abstract** In the paper the concept of conductive particle rotation in DC electric field with including the Lorentz force providing generation of electric dipole moment of the particle is for the first time discussed. Some models of the torque transfer to spherical and cylindrical particles based on of the Hall effect at usual geometry and with additional electric field application and also in the case of implementation of the photoelectromagnetic effect are presented.