

03.1

Отрицательное маховское отражение с множественными тройными конфигурациями при дифракции ударной волны на клине

© П.Ю. Георгиевский, А.Н. Максимов, В.П. Фокеев

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

E-mail: georgi@imec.msu.ru

Поступило в Редакцию 28 мая 2021 г.

В окончательной редакции 2 июля 2021 г.

Принято к публикации 5 июля 2021 г.

В рамках уравнений Эйлера выполнено численное исследование структуры автомодельного течения для различных типов отрицательного маховского отражения при дифракции ударной волны на клине. Наряду с известными режимами двойного и тройного маховского отражения обнаружен качественно новый режим отрицательного маховского отражения с множественными тройными конфигурациями. Отмечены особенности перехода от режима отражения с множественными тройными конфигурациями к регулярному отражению при изменении угла клина.

Ключевые слова: ударная волна, тройная конфигурация, двойное маховское отражение, отрицательное маховское отражение.

DOI: 10.21883/PJTF.2021.20.51606.18889

Задача о дифракции ударной волны на клине в классической постановке (для идеального совершенного газа с постоянным показателем адиабаты) характеризуется удивительным многообразием автомодельных решений, что обуславливает неизменный интерес к ней классиков и современных исследователей — специалистов в области газовой динамики и физики ударных волн. Обзор актуальных и нерешенных проблем и современная классификация режимов маховского отражения ударных волн приведены в [1–3].

При отрицательном двойном маховском отражении в первой тройной конфигурации падающая и отраженная ударные волны располагаются по разные стороны от прямолинейной траектории движения тройной точки. Отрицательное двойное маховское отражение для умеренных значений числа Маха падающей ударной волны реализуется в газах с показателем адиабаты, близким к единице (в экспериментах для тяжелых газов со сложной молекулярной структурой). Экспериментально отрицательное двойное маховское отражение в задаче о дифракции ударной волны на клине обнаружено в [4,5]. Условия реализации различных режимов двойного маховского отражения (положительного и отрицательного) обсуждались в [6–8]. В [9] исследованы эффекты формирования тонких возвратных струй вблизи поверхности клина и интенсивных циркуляционных течений за маховской ножкой при двойном маховском отражении. Аналитическое исследование областей существования стационарных тройных конфигураций с отрицательным отражением проведено в [10,11].

В настоящей работе выполнено численное исследование структуры автомодельного течения для различ-

ных типов отрицательного маховского отражения при дифракции ударной волны на клине.

Для описания плоских нестационарных течений совершенного идеального газа в декартовой системе координат (x, y) использовались уравнения Эйлера

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial y} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{pmatrix} = 0,$$

где p — давление, ρ — плотность, u, v — компоненты скорости вдоль осей x, y соответственно, e — полная энергия единицы объема, которая для совершенного газа с постоянным показателем адиабаты γ имеет вид $e = p/(\gamma - 1) + \rho(u^2 + v^2)/2$. Задача приведена к безразмерному виду, давление и плотность покоящегося газа перед ударной волной используются в качестве масштабов.

Расчетная область выбиралась таким образом, чтобы возмущения не доходили до ее границ (рис. 1). Ось абсцисс прямоугольной декартовой расчетной сетки совпадает с поверхностью клина. По заданному числу Маха M_s падающей ударной волны из соотношений Ренкина–Гюгонно вычисляются параметры потока u_s, v_s, ρ_s, p_s за ней. В начальный момент времени ударная волна проходит через вершину клина $x_0 = 1/6$ и наклонена под углом $90^\circ - \alpha$ (α — угол клина). В расчетных точках слева от нее параметры потока соответствуют течению за ударной волной, а справа — состоянию покоя перед ней. Расчет течения проводился в области $0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 1$. Поскольку точка пересечения падающей ударной волны с верхней границей расчетной области в любой момент времени известна, можно

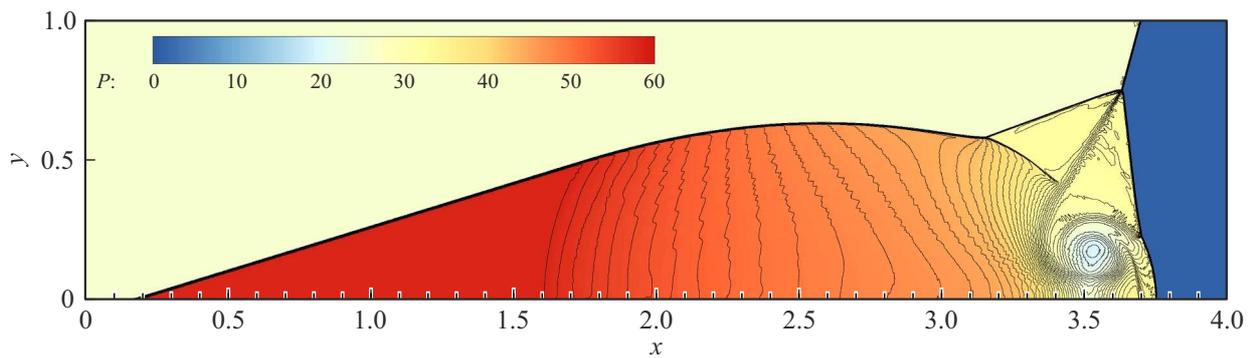


Рис. 1. Расчетная область и тестовый расчет для случая отрицательного „тройного“ отражения Маха–Уайта. Поле давления показано цветом, плотности — контурами (цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи). $M_s = 4.94$, $\gamma = 1.13$, $\alpha = 15^\circ$.

задать точные условия на верхней, левой (входной) и правой (выходной) границах. На нижней границе на отрезке $0 \leq x \leq x_0$ задавались условия свободного вытекания, а на отрезке $x_0 \leq x \leq 4$ (поверхности клина) — условия непротекания (реализованы как условия симметрии для p , ρ , u и отражения для v). Безразмерными определяющими параметрами задачи являются число Маха падающей ударной волны M_s , показатель адиабаты газа γ и угол клина α . Корректно рассчитанное решение задачи должно быть стационарным в автомодельных переменных $\xi = (x - x_0)/t$, $\eta = y/t$.

Численное исследование выполнено с использованием оригинальной программы, в которой реализована TVD-модификация [12] явной конечно-разностной схемы МакКормака [13], обеспечивающая сохранение монотонности решения. Как показало сравнительное тестирование на различных одномерных и двумерных задачах современной газовой динамики, выполненное авторами по методике [14], данная схема обеспечивает надежный расчет нестационарных течений с газодинамическими разрывами различного типа на подробных сетках. Стандартное разрешение расчетной сетки составляло 6400×1600 , а в специально оговоренных случаях использовалась сетка удвоенного разрешения $12\,800 \times 3200$. Далее во всех расчетах некоторые параметры задачи зафиксированы: $M_s = 4.94$, $\gamma = 1.13$ (CCl_2F_2 — Freon R12).

Для задачи о дифракции ударной волны на клине проведена верификация в соответствии с методикой [15], а также выполнено сравнение с экспериментальными и расчетными данными [3] для различных режимов маховского отражения. На рис. 1 показан случай отрицательного „тройного“ отражения Маха–Уайта (triple Mach–White reflection), реализующийся при $\alpha = 15^\circ$, соответствующий эксперименту [3] (см. рис. 1, h в указанной работе). Цветом показано распределение давления, а контурами — распределение плотности, что позволяет визуально различать ударные волны и тангенциальные разрывы (цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи). Основными особенностями

течения являются интенсивное циркуляционное течение под тангенциальным разрывом, мощная возвратная струя вдоль поверхности и наличие дополнительной тройной точки на маховской ножке (что позволяет классифицировать данный случай как „тройное“ отражение).

В настоящей работе обнаружены и исследованы качественно новые автомодельные режимы отрицательного маховского отражения с множественными тройными конфигурациями, что позволяет классифицировать их как „многократное“ маховское отражение. На рис. 2 показаны поля течения при $\alpha = 35^\circ$ (разрешение расчетной сетки $12\,800 \times 3200$). Векторами отображается „автомодельное“ поле скоростей в соответствии с методикой [9]. Для вычисления „автомодельных“ компонент скорости (U, V) в каждой расчетной точке из физического вектора скорости вычитается вектор „автомодельного“ расширения (модуль которого равен расстоянию до вершины клина, деленному на время): $U = u - \xi = u - (x - x_0)/t$, $V = v - \eta = v - y/t$. „Автомодельное“ поле скоростей в окрестности любой характерной точки течения (например, тройной точки) локально совпадает с физическим полем скоростей в системе отсчета, связанной с этой точкой. Для проверки автомодельности решения проведено сравнение распределений параметров в различные моменты времени, которое подтвердило масштабируемость результатов. Кроме того, были построены теневые картины для поля абсолютных максимумов давления в каждом узле сетки за все время расчета (аналогичная техника применяется для визуализации ячеистой структуры газовой детонации), анализ которых подтвердил прямолинейность траекторий движения тройных точек.

На рис. 2 показаны распределения локальных чисел Маха в „автомодельном“ поле скоростей и относительной температуры (p/ρ), которые позволяют провести анализ ударно-волновых конфигураций и струйных течений. В первой тройной конфигурации I угол отражения падающей ударной волны IS является отрицательным, что с необходимостью приводит к появлению на отраженном скачке $RS1$ второй тройной конфигурации 2

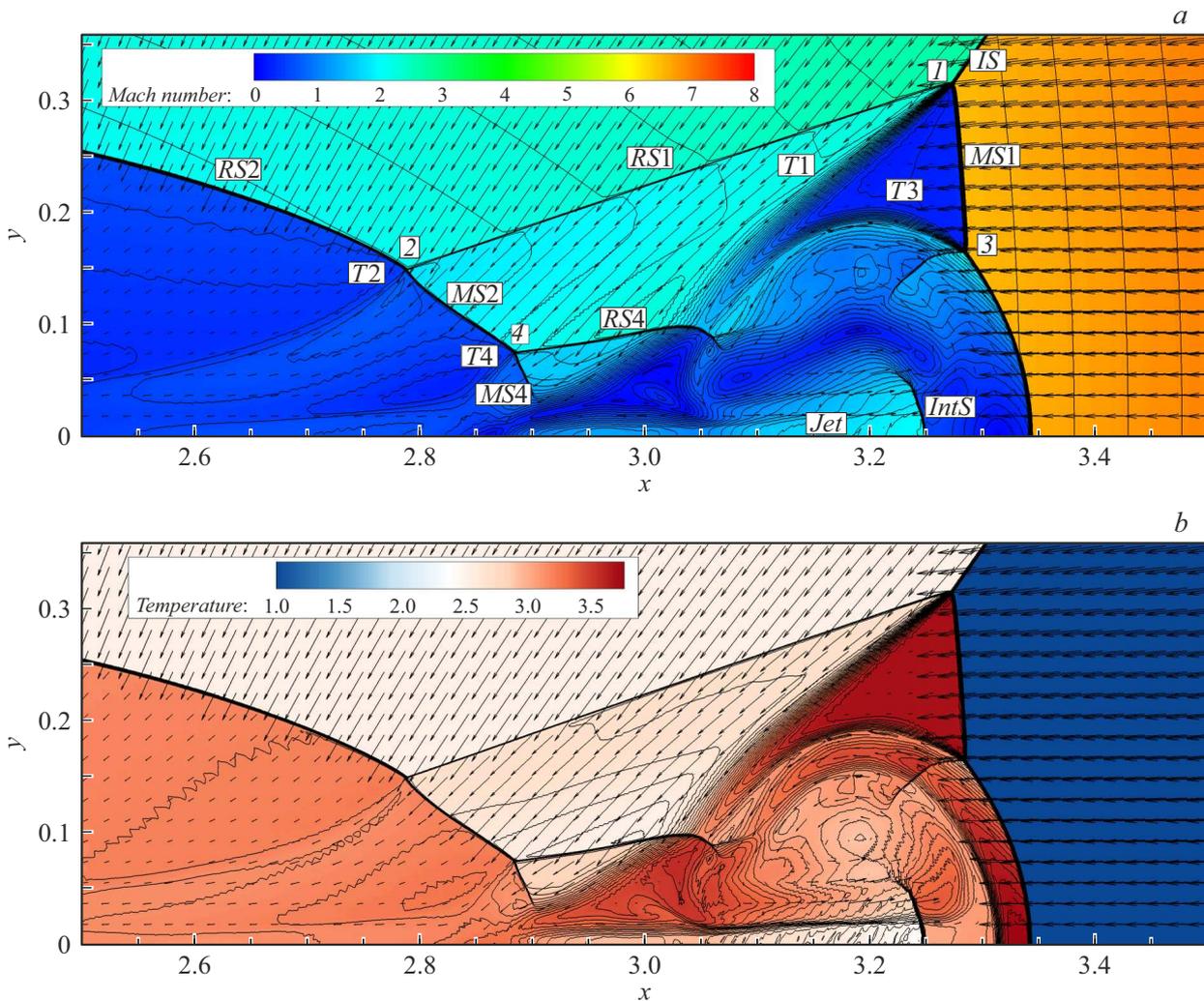


Рис. 2. Структура течения при отрицательном маховском отражении с множественными тройными конфигурациями. $M_\infty = 4.94$, $\gamma = 1.13$, $\alpha = 35^\circ$. *a* — распределение чисел Маха в „автомодельном“ поле скоростей; *b* — поле температуры. Пояснения в тексте.

со скачками $RS2$, $MS2$ и тангенциальным разрывом $T2$. При этом течение в обширной „верхней“ области над тангенциальным разрывом $T1$ является сверхзвуковым. В „нижней“ области под тангенциальным разрывом $T1$ за маховской ножкой $MS1$ формируется интенсивное циркуляционное течение, что приводит к появлению третьей тройной конфигурации 3 на $MS1$. Можно выделить сверхзвуковую возвратную струю Jet , распространяющуюся вдоль поверхности по направлению к $MS1$, торможение которой осуществляется во внутреннем скачке $IntS$. Установлено, что возникновение новых тройных конфигураций над тангенциальным разрывом $T1$ связано с интенсификацией циркуляционных струйных течений при увеличении угла клина. В результате взаимодействия внутренней ударной волны $MS2$ со струей высокотемпературного газа, истекающего из треугольной области, ограниченной скачком $MS1$ и тангенциальными разрывами $T1$, $T3$, формируется тройная конфигурация 4 , включающая косые скачки

$RS4$, $MS4$. Данный результат хорошо согласуется с эффектом формирования крупномасштабного газодинамического предвестника при взаимодействии ударной волны с тонким слоем нагретого газа [16].

Автомодельное течение при многократном маховском отражении устроено так, что значительная часть потока проходит в узкое „горло“ вблизи поверхности клина через скачки $MS2$, $MS4$. При этом около поверхности клина появляется область растекания струй, направленных вдоль поверхности клина к его вершине и от нее, в сторону основной маховской ножки $MS1$. Давление и плотность в области растекания за скачком $MS4$ оказываются очень высокими (в расчетах давление в 150 раз превышало начальное). Однако температура (рис. 2, *b*) в области растекания остается умеренной (в 3 раза больше начальной), что меньше, чем температура непосредственно за маховской ножкой $MS1$. Таким образом, высокотемпературные эффекты реального газа не должны оказывать существенного влияния на решение

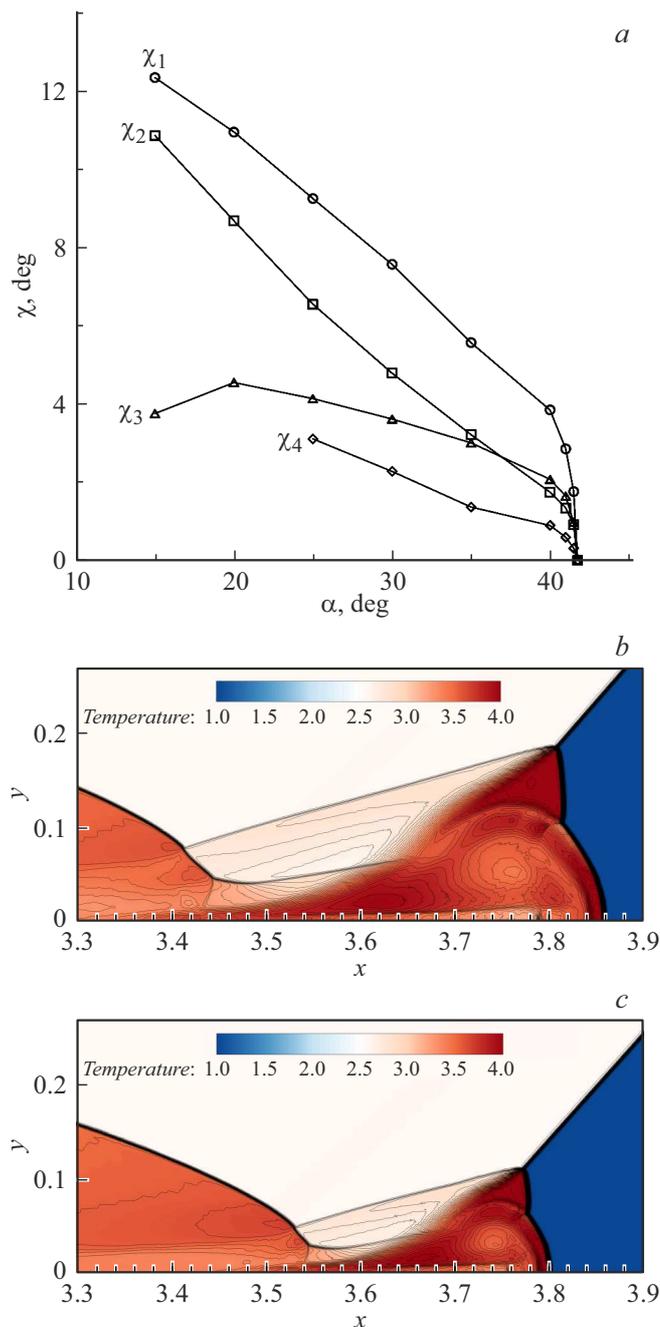


Рис. 3. Особенности перехода к регулярному отражению при изменении угла клина α при $M_s = 4.94$, $\gamma = 1.13$. *a* — угол наклона траекторий тройных точек χ в зависимости от α ; *b* и *c* — поле температуры при $\alpha = 41$ и 41.5° соответственно.

задачи, и применение модели идеального газа с постоянными теплоемкостями оправдано.

Отмечены особенности эволюции режимов отрицательного маховского отражения при изменении угла клина α (рис. 3). Показано, что при увеличении угла клина последовательно реализуются режимы двойного, тройного и многократного маховского отражения, а затем осуществляется переход к регулярному отра-

жению. Установлено, что при увеличении угла клина режим многократного отражения реализуется начиная с угла $\alpha = 25^\circ$ и сохраняется вплоть до перехода к регулярному отражению при $\alpha = 41.75^\circ$. При этом на завершающей стадии переход происходит резко, так что зависимость углов наклона прямолинейных траекторий движения тройных точек χ от угла клина α имеет вертикальные касательные в точке перехода (рис. 3, *a*). Кроме того, отмечено подобие газодинамических структур при приближении к критическому углу перехода, когда при небольшом изменении угла клина α значительно меняется размер области взаимодействия, но сохраняется масштабируемость течения (рис. 3, *b, c*). При этом качественно картина течения для углов, близких к критическому углу перехода, соответствует экспериментальным данным (см. рис. 2, *a* в [6] и рис. 7, *d* в [8]).

Полученное решение с множественными тройными конфигурациями (режим многократного отражения) расширяет представления о возможных газодинамических конфигурациях в задаче о дифракции ударной волны на клине и дополняет современную классификацию [1–3]. Для определения критериев реализации обнаруженных режимов отрицательного маховского отражения и уточнения общих закономерностей перехода к регулярному отражению необходимы дальнейшие исследования.

Финансирование работы

Работа выполнена в НИИ механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 21-11-00307).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] G. Ben-Dor, *Shock Waves*, **15**, 277 (2006). DOI: 10.1007/s00193-006-0036-z
- [2] А.Н. Семенов, М.К. Березкина, И.В. Красовская, *ЖТФ*, **79** (4), 46 (2009). <https://journals.ioffe.ru/articles/9658> [A.N. Semenov, M.K. Berezkina, I.V. Krasovskaya, *Tech. Phys.*, **54**(4), 491 (2009). DOI: 10.1134/S1063784209040082].
- [3] А.Н. Семенов, М.К. Березкина, И.В. Красовская, *ЖТФ*, **79** (4), 52 (2009). <https://journals.ioffe.ru/articles/9659> [A.N. Semenov, M.K. Berezkina, I.V. Krasovskaya, *Tech. Phys.*, **54** (4), 497 (2009). DOI: 10.1134/S1063784209040094].
- [4] Л.Г. Гвоздева, О.А. Предводителева, *ДАН СССР*, **163** (5), 1088 (1965). <http://mi.mathnet.ru/dan31451> [L.G. Gvozdeva, O.A. Predvoditeleva, *Sov. Phys. Dokl.*, **10**, 694 (1966).]

- [5] L.G. Gvozdeva, T.V. Bazhenova, O.A. Predvoditeleva, V.P. Fokeev, *Astron. Acta*, **14**, 503 (1969).
<https://elibrary.ru/item.asp?id=30895396>;
<https://www.scopus.com/record/display.uri?eid=2-s2.0-0014520333&origin=resultslist>
- [6] T.V. Bazhenova, V.P. Fokeev, L.G. Gvozdeva, *Acta Astron.*, **3**, 131 (1976). DOI: 10.1016/0094-5765(76)90098-9
- [7] J.H. Lee, I.I. Glass, *Prog. Aerospace Sci.*, **21**, 33 (1984). DOI: 10.1016/0376-0421(84)90003-4
- [8] L. Gvozdeva, S. Gavrenkov, A. Nesterov, *Shock Waves*, **25**, 283 (2015). DOI: 10.1007/s00193-015-0568-1
- [9] L.F. Henderson, E.I. Vasilev, G. Ben-Dor, T. Elperin, *J. Fluid Mech.*, **479**, 259 (2003). DOI: 10.1017/S0022112002003518
- [10] М.В. Сильников, М.В. Чернышов, Л.Г. Гвоздева, *ЖТФ*, **86** (11), 30 (2016). DOI: 10.21883/jtf.2016.11.43810.1720 [M.V. Sil'nikov, M.V. Chernyshov, L.G. Gvozdeva, *Tech. Phys.*, **61** (11), 1633 (2016). DOI: 10.1134/S1063784216110232].
- [11] M.V. Chernyshov, A.S. Kapralova, K.E. Savelova, *Acta Astron.*, **179**, 382 (2021). DOI: 10.1016/j.actaastro.2020.11.015
- [12] S.F. Davis, *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, **8**, 1 (1987). DOI: 10.1137/0908002; S.F. Davis, in *Upwind and High-Resolution Schemes* (Springer, 1997), p. 149–166. DOI: 10.1007/978-3-642-60543-7_9
- [13] R.W. MacCormack, in *4th Aerodynamic Testing Conf.* (Cincinnati, USA, 1969), AIAA Paper 1969-354. DOI: 10.2514/6.1969-354; R.W. MacCormack, *J. Spacecraft Rockets*, **40**, 757 (2003). DOI: 10.2514/2.6901
- [14] R. Liska, B. Wendroff, *SIAM J. Sci. Comput.*, **25**, 995 (2003). DOI: 10.1137/S1064827502402120
- [15] K. Takayama, Z. Jiang, *Shock Waves*, **7**, 191 (1997). DOI: 10.1007/s001930050075
- [16] П.Ю. Георгиевский, В.А. Левин, О.Г. Сутырин, *Письма в ЖТФ*, **44** (20), 5 (2018). DOI: 10.21883/PJTF.2018.20.46887.17402 [P.Yu. Georgievskiy, V.A. Levin, O.G. Sutyurin, *Tech. Phys. Lett.*, **44** (10), 905 (2018). DOI: 10.1134/S1063785018100231