

Динамические характеристики двухбарьерных наноструктур с несимметричными барьерами конечной высоты и ширины в сильном переменном электрическом поле

© В.А. Чуенков[†]

Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
119991 Москва, Россия

(Получена 16 января 2013 г. Принята к печати 21 мая 2013 г.)

Дано обобщение теории взаимодействия моноэнергетического потока инжектируемых электронов с сильным высокочастотным электрическим полем в резонансно-туннельных диодных структурах (РТД) с несимметричными барьерами конечной высоты и ширины. В квазиклассическом приближении найдены волновые функции и функция туннелирования электронов в квантовой яме и барьерах. Получены аналитические выражения для токов поляризации в РТД как в общем случае, так и в ряде предельных случаев. Показано, что в РТД с несимметричными барьерами токи поляризации и мощность излучения сильно зависят от соотношения вероятностей туннелирования электронов через эмиттерный и коллекторный барьеры. В квантовом режиме, когда $\delta = \varepsilon - \varepsilon_r = \hbar\omega \gg \Gamma$ (ε — энергия инжектируемых в РТД электронов, \hbar — постоянная Планка, ω — частота переменного поля; ε_r и Γ — соответственно энергия и ширина резонансного уровня), активный ток поляризации достигает в поле $E \approx 2.8\hbar\omega/ea$ (e — заряд электрона, a — ширина квантовой ямы) максимального значения, равного по абсолютной величине 84% от постоянного резонансного тока, если вероятность туннелирования электронов через эмиттерный барьер много больше вероятности туннелирования через коллекторный барьер. Мощность генерации излучения на частотах $\omega = 10^{12} - 10^{13} \text{ с}^{-1}$ может достигать в этом случае $10^5 - 10^6 \text{ Вт/см}^2$.

1. Введение

Разработка физических принципов усиления, генерации и детектирования электромагнитного излучения терагерцового диапазона является одной из актуальных проблем, определяющей возможность продвижения твердотельной электроники в сторону сверхвысокого быстродействия. Наиболее перспективными в этом направлении представляются разработки твердотельных устройств на основе эффектов резонансного туннелирования, характеризующегося чрезвычайно малой инерционностью внутренних электронных процессов. На основе резонансно-туннельных диодов (РТД) достигнуты наивысшие в твердотельной электронике результаты по быстродействию [1,2].

Теоретическому исследованию взаимодействия электронов с переменным электрическим полем в РТД структурах посвящено большое число работ [3–10]. Мы указали лишь на последние работы в этой области, имеющие непосредственное отношение к теме нашего исследования. На предыдущих работах в этой области, перечень и анализ которых дан в [3–10], мы останавливаться не будем.

В работах [6–10] построена теория взаимодействия электронов с переменным электрическим полем в РТД структурах с δ -функциональными барьерами (бесконечно большая высота барьеров V и бесконечно малая их ширина b с сохранением постоянства произведения $Vb = \alpha$). В [6–10] показано, что в таких структурах возможны усиление и генерация переменного электрического поля в широкой области частот, в том числе при частотах терагерцового диапазона.

Цель данной работы — построить аналитическую теорию взаимодействия электронов с сильным переменным электрическим полем в РТД структурах с несимметричными барьерами конечной высоты и ширины.

2. Решение уравнения Шредингера для электронов в РТД структурах с несимметричными барьерами конечной высоты и ширины в сильном переменном электрическом поле

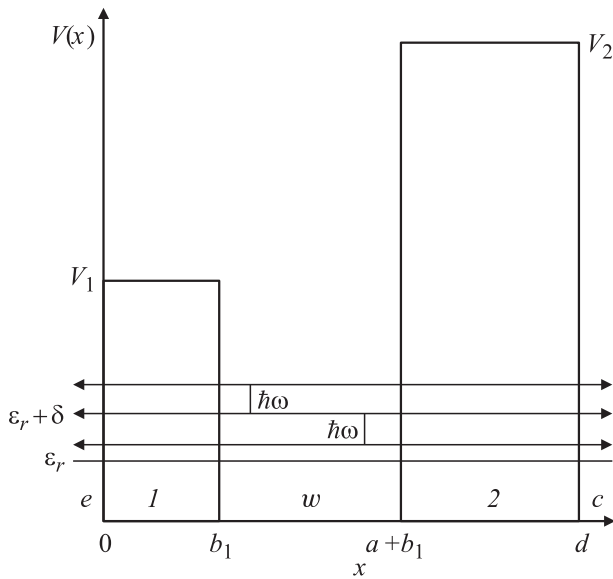
Рассмотрим одномерную РТД структуру с двумя несимметричными барьерами конечной высоты и ширины (см. рисунок). Слева ($x < 0$) к диоду подводится поток электронов, пропорциональный q^2 , с энергией ε , мало отличающейся от энергии резонансного уровня ε_r ($\varepsilon - \varepsilon_r = \delta \ll \varepsilon_r$). В области РТД действует переменное электрическое поле $E(t)$ с частотой ω и потенциалом

$$U(x, t) = U(x) \cos \omega t, \quad U(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ -eEx, & 0 < x < d; \\ -eEd, & x > d. \end{cases} \quad (1)$$

Волновая функция электронов удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m(x)} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V(x)\Psi + U(x, t)\Psi, \quad (2)$$

[†] E-mail: v.a.chuenkov@mail.ru



Двухбарьерная резонансно-туннельная структура с резонансным уровнем ϵ_r .

где (см. рисунок)

$$m(x) = m \quad (x < 0, \quad b_1 < x < a + b_1, \quad x > d),$$

$$m(x) = m_b \quad (0 < x < b_1, \quad a + b_1 < x < d). \quad (3)$$

Уравнение (2) будем решать в квазиклассическом приближении в относительно сильном электрическом поле. Условия применимости такого приближения определяются неравенствами

$$\epsilon_r \gg \Gamma, \hbar\omega; \quad \epsilon_r \gg eEa, \quad (4)$$

где ϵ_r и Γ — энергия и полуширина резонансного уровня. Ход потенциала $V(x)$ показан на рисунке.

Решение уравнения (2) в эмиттере ($x < 0$), в первом барьере ($0 < x < b_1$), в квантовой яме ($b_1 < x < a + b_1$), во втором барьере ($a + b_1 < x < d$), в коллекторе ($x > d$) представим соответственно в виде [9]

$$\Psi_e(x, t) = q \exp(-i\omega_0 t + ikx) + \exp[-i\omega_0 t - ikx + iS_e(x, t)], \quad (5)$$

$$\Psi_1(x, t) = \exp[-i\omega_0 t - k_1 x + iS_1(v_1, x, t)] + \exp[-i\omega_0 t + k_1 x + iS_1(-v_1, x, t)], \quad (6)$$

$$\Psi_w(x, t) = \exp[-i\omega_0 t + ik(x - b_1) + iS_w(v, x, t)] + \exp[-i\omega_0 t - ik(x - b_1) + iS_w(-v, x, t)], \quad (7)$$

$$\Psi_2(x, t) = \exp[-i\omega_0 t - k_2(x - a - b_1) + iS_2(v_2, x, t)] + \exp[-i\omega_0 t + k_2(x - a - b_1) + iS_2(-v_2, x, t)], \quad (8)$$

$$\Psi_c(x, t) = \exp[-i\omega_0 t + ik(x - d) + iS_c(x, t)], \quad (9)$$

где

$$\omega_0 = \epsilon/\hbar, \quad k = \sqrt{2m\epsilon}/\hbar, \quad k_n = \sqrt{2m_b(V_n - \epsilon)}/\hbar,$$

$$v = \hbar k/m, \quad v_n = i\hbar k_n/m_b, \quad (n = 1, 2). \quad (10)$$

Подставляя функции (5)–(9) в уравнение (2) для указанных на рисунке областей значений x , получим уравнения для функций $S_e(x, t)$, $S_c(x, t)$, $S_n(\pm v_n, x, t)$, $S_w(\pm v, x, t)$:

$$\frac{\partial S_e}{\partial t} - v \frac{\partial S_e}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial S_c}{\partial t} + v \frac{\partial S_c}{\partial x} = 0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial S_n(\pm v_n, x, t)}{\partial t} \pm v_n \frac{\partial S_n(\pm v_n, x, t)}{\partial x} = \frac{eEx}{\hbar} \cos \omega t, \quad (12)$$

$$\frac{\partial S_w(\pm v, x, t)}{\partial t} \pm v \frac{\partial S_w(\pm v, x, t)}{\partial x} = \frac{eEx}{\hbar} \cos \omega t. \quad (13)$$

Уравнения (11)–(13) справедливы лишь в том случае, если после подстановки волновых функций (5)–(9) в уравнение Шредингера (2) в них можно пренебречь членами, содержащими вторые производные (квазиклассическое приближение) и квадраты первых производных (при соблюдении второго неравенства (4)) от функций $S_e(x, t)$, $S_c(x, t)$, $S_n(\pm v_n, x, t)$, $S_w(\pm v, x, t)$ по координате x . Решениями уравнений (11) являются произвольные функции

$$S_e\left(-\frac{x}{v} - t\right), \quad S_c\left(\frac{x-d}{v} - t\right) \quad (14)$$

от указанных в скобках аргументов.

Решения уравнений (12), (13) можно представить в виде [9]

$$S_w(\pm v, x, t) = S_{UW}(\pm v, x, t) + S_w\left(\pm \frac{x-b_1}{v} - t\right), \quad (15)$$

$$S_1(\pm v_1, x, t) = S_{U1}(\pm v_1, x, t) + S_1\left(\pm \frac{x}{v_1} - t\right), \quad (16)$$

$$S_2(\pm v_2, x, t) = S_{U2}(\pm v_2, x, t) + S_2\left(\pm \frac{x-a-b_1}{v_2} - t\right), \quad (17)$$

где

$$S_{UW}(\pm v, x, t) = \mp \int_{b_1}^x dx' \frac{U(x')}{\hbar v} \cos \left[\omega \left(\pm \frac{x-x'}{v} - t \right) \right]$$

$$\approx \mp S_{UW}(v, x) \cos \omega t; \quad S_{UW}(v, x) = \int_{b_1}^x dx' \frac{U(x')}{\hbar v}; \quad (18)$$

$$iS_{U1}(\pm v_1, x, t) = \mp \int_0^x dx' \frac{U(x')}{\hbar |v_1|} \cos \left[\omega \left(\pm \frac{x-x'}{v_1} - t \right) \right]$$

$$\approx \mp S_{U1}(|v_1|, x) \cos \omega t;$$

$$S_{U1}(|v_1|, x) = \int_0^x dx' \frac{U(x')}{\hbar |v_1|}; \quad (19)$$

$$iS_{U2}(\pm v_2, x, t) = \mp \int_{a+b_1}^x dx' \frac{U(x')}{\hbar|v_2|} \cos \left[\omega \left(\pm \frac{x-x'}{v_2} - t \right) \right] \\ \approx \mp S_{U2}(|v_2|, x) \cos \omega t; \\ S_{U2}(|v_2|, x) = \int_{a+b_1}^x dx' \frac{U(x')}{\hbar|v_2|} \quad (20)$$

являются частными решениями неоднородных уравнений (12), (13), а функции $S_W(\pm \frac{x-b_1}{v} - t)$, $S_1(\pm \frac{x}{v_1} - t)$, $S_2(\pm \frac{x-a-b_1}{v_2} - t)$ являются общими решениями (произвольными функциями от указанных в скобках аргументов) однородных уравнений (12), (13) (без правой части).

Учитывая (14)–(20), волновые функции (5)–(9) запишем в следующем виде:

$$\Psi_e(x, t) = q \exp(-i\omega_0 t + ikx) + \exp(-i\omega_0 t - ikx) f_e \left(-\frac{x}{v} - t \right); \quad (21)$$

$$\Psi_1(x, t) = \exp[-i\omega_0 t - k_1 x + iS_{U1}(v_1, x, t)] f_{k_1} \left(\frac{x}{v_1} - t \right) + \exp[-i\omega_0 t + k_1 x + iS_{U1}(-v_1, x, t)] f_{-k_1} \left(-\frac{x}{v_1} - t \right); \quad (22)$$

$$\Psi_W(x, t) = \exp[-i\omega_0 t + ik(x - b_1)] + iS_{UW}(v, x, t) f_k \left(\frac{x-b_1}{v} - t \right) + \exp[-i\omega_0 t - ik(x - b_1)] + iS_{UW}(-v, x, t) f_{-k} \left(-\frac{x-b_1}{v} - t \right); \quad (23)$$

$$\Psi_2(x, t) = \exp[-i\omega_0 t - k_2(x - a - b_1) + iS_{U2}(v_2, x, t)] \times f_{k_2} \left(\frac{x-a-b_1}{v_2} - t \right) + \exp[-i\omega_0 t + k_2(x - a - b_1)] + iS_{U2}(-v_2, x, t) f_{-k_2} \left(-\frac{x-a-b_1}{v_2} - t \right); \quad (24)$$

$$\Psi_c(x, t) = \exp[-i\omega_0 t + ik(x - d)] F \left(\frac{x-d}{v} - t \right), \quad (25)$$

где $S_{UW}(\pm v, x, t)$, $S_{Un}(\pm v_n, x, t)$ определяются выражениями (18)–(20), а $f_e(-\frac{x}{v} - t)$, $f_{\pm k_1}(\pm \frac{x}{v_1} - t)$, $f_{\pm k}(\pm \frac{x-b_1}{v} - t)$, $f_{\pm k_2}(\pm \frac{x-a-b_1}{v_2} - t)$, $F(\frac{x-d}{v} - t)$ — произвольные функции туннелирования, связь между которыми определяется из граничных условий. С помощью (14)–(20) легко проверить, что уравнения (11)–(13), их решения (14)–(20) и, следовательно, вид волновых функций (21)–(25) верны при выполнении неравенств $2ka, 2k_n b_n \gg 1$ и неравенств (4).

Сшивая волновые функции $\Psi(x, t)$ (см. (21)–(25)) и произведения $\Psi'(x, t)/m(x)$ на границах барьеров,

начиная с правой границы правого (коллекторного) барьера и кончая левой границей левого (эмиттерного) барьера (в результате сшиваются потоки электронов на границах барьеров), получим уравнение для единой функции туннелирования $F(\pm \frac{a}{v} \pm \frac{b_1}{v_1} \pm \frac{b_2}{v_2})$, зависящей от восьми сдвинутых аргументов:

$$\left\{ \left[2 + i \left(\frac{1}{\xi_1} - \xi_1 \right) \right] \left[2 + i \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2 \right) \right] \exp[k_1 b_1 + k_2 b_2] + (S_1 + S_2) \cos \omega t \right\} F \left(-\frac{a}{v} - \frac{b_1}{v_1} - \frac{b_2}{v_2} - t \right) + \left[2 + i \left(\frac{1}{\xi_1} - \xi_1 \right) \right] \left[2 - i \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2 \right) \right] \exp[k_1 b_1 - k_2 b_2] + (S_1 - S_2) \cos \omega t \right\} F \left(-\frac{a}{v} - \frac{b_1}{v_1} + \frac{b_2}{v_2} - t \right) + \left[2 - i \left(\frac{1}{\xi_1} - \xi_1 \right) \right] \left[2 - i \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2 \right) \right] \times \exp[-k_1 b_1 - k_2 b_2 - (S_1 + S_2) \cos \omega t] \times F \left(-\frac{a}{v} + \frac{b_1}{v_1} + \frac{b_2}{v_2} - t \right) + \left[2 - i \left(\frac{1}{\xi_1} - \xi_1 \right) \right] \times \left[2 + i \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2 \right) \right] \exp[k_2 b_2 - k_1 b_1] + (S_2 - S_1) \cos \omega t \right\} F \left(-\frac{a}{v} + \frac{b_1}{v_1} - \frac{b_2}{v_2} - t \right) \times \exp(-ika + iS_W \cos \omega t) + \left\{ \exp[k_1 b_1 + k_2 b_2] + (S_1 + S_2) \cos \omega t \right\} F \left(\frac{a}{v} - \frac{b_1}{v_1} - \frac{b_2}{v_2} - t \right) - \exp[k_1 b_1 - k_2 b_2 + (S_1 - S_2) \cos \omega t] \times F \left(\frac{a}{v} - \frac{b_1}{v_1} + \frac{b_2}{v_2} - t \right) - \exp[k_2 b_2 - k_1 b_1 + (S_2 - S_1) \cos \omega t] \times F \left(\frac{a}{v} + \frac{b_1}{v_1} - \frac{b_2}{v_2} - t \right) + \exp[-k_1 b_1 - k_2 b_2 - (S_1 + S_2) \cos \omega t] \times F \left(\frac{a}{v} + \frac{b_1}{v_1} + \frac{b_2}{v_2} - t \right) \left\{ \left(\xi_1 + \frac{1}{\xi_1} \right) \left(\xi_2 + \frac{1}{\xi_2} \right) \times \exp(ika - iS_W \cos \omega t) = 16q, \quad (26)$$

где (см. (18)–(20))

$$\xi_n = \frac{m_b}{m} \frac{k}{k_n} = \left(\frac{m_b}{m} \frac{\varepsilon}{V_n - \varepsilon} \right)^{1/2}, \quad (27)$$

$$S_W = S_{UW}(v, a + b_1) = \frac{1}{2} \frac{U(a)}{\hbar\omega} \omega \frac{a}{v} \left(1 + 2 \frac{b_1}{a}\right),$$

$$S_1 = S_{U1}(|v_1|, b_1) = \frac{1}{2} \frac{U(b_1)}{\hbar\omega} \omega \frac{b_1}{|v_1|},$$

$$S_2 = S_{U2}(|v_2|, d) = \frac{U(d)}{\hbar\omega} \frac{\omega b_2}{|v_2|} \left(1 - \frac{b_2}{2d}\right). \quad (28)$$

Соотношения (28) получены из (18)–(20) при условиях

$$\frac{\omega a}{v} \ll 1, \quad \frac{\omega b_n}{|v_n|} \ll 1, \quad (29)$$

которые в практически интересных случаях выполняются вплоть до частот $\omega \approx 10^{13} \text{ с}^{-1}$. При дополнительных условиях

$$\frac{a}{v} \gg \frac{b_n}{v_n}, \quad k_n b_n = \text{const}, \quad S_W \gg S_n \quad (30)$$

уравнение (26) принимает вид

$$GF(z) + Re^{2ika} A(t)F(z + 2T) = Y(t), \quad (31)$$

где $z = -\frac{a}{v} - t, T = \frac{a}{v}$,

$$G = 4 \text{ch}(k_1 b_1) \text{ch}(k_2 b_2) - \left(\frac{1}{\xi_1} - \xi_1\right) \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2\right) \times \text{sh}(k_1 b_1) \text{sh}(k_2 b_2) + 2i \left(\frac{1}{\xi_1} - \xi_1\right) \times \text{sh}(k_1 b_1) \text{ch}(k_2 b_2) + 2i \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2\right) \text{ch}(k_1 b_1) \text{sh}(k_2 b_2), \quad (32)$$

$$R = \left(\frac{1}{\xi_1} + \xi_1\right) \left(\frac{1}{\xi_2} + \xi_2\right) \text{sh}(k_1 b_1) \text{sh}(k_2 b_2), \quad (33)$$

$$A(t) = \exp(-2iS_W \cos \omega t),$$

$$Y(t) = 4q \exp(ika - iS_W \cos \omega t). \quad (34)$$

При сшивании волновых функций (21)–(25) и произведений $\Psi'(x, t)/m(x)$ получен также ряд соотношений, которые будут использованы при вычислении токов в RTD, а именно

$$f_{\pm k_1}(-t) = \frac{1}{2} \exp(\pm k_1 b_1) \times \left[\left(1 \mp i \frac{k}{k_1}\right) f_p(-t) + \left(1 \pm i \frac{k}{k_1}\right) f_{-p}(-t) \right], \quad (35)$$

$$f_e(-t) = \frac{1}{2} \left[\left(1 - i \frac{k_1}{k}\right) f_{k_1}(-t) + \left(1 + i \frac{k_1}{k}\right) f_{-k_1}(-t) \right], \quad (36)$$

$$f_{\pm k_2}(-t) = \frac{1}{2} \left(1 \mp i \frac{k}{k_2}\right) \exp(\pm k_2 b_2) F(-t), \quad (37)$$

$$q = \frac{1}{2} \left[\left(1 + i \frac{k_1}{k}\right) f_{k_1}(-t) + \left(1 - i \frac{k_1}{k}\right) f_{-k_1}(-t) \right], \quad (38)$$

$$f_k(-t) = \frac{1}{4} \exp(-ika + iS_W \cos \omega t) F\left(-\frac{a}{v} - t\right) \times \left\{ \left[2 + i \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2\right) \right] \exp(k_2 b_2) + \left[2 - i \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2\right) \right] \exp(-k_2 b_2) \right\}, \quad (39)$$

$$f_{-k}(-t) = \frac{1}{4} \exp(ika - iS_W \cos \omega t) F\left(\frac{a}{v} - t\right) \times \left[i \left(\frac{1}{\xi_2} + \xi_2\right) \exp(-k_2 b_2) - i \left(\frac{1}{\xi_2} + \xi_2\right) \exp(k_2 b_2) \right]. \quad (40)$$

Следуя методу, использованному в [4,5,9], представим функцию $F(z)$ в виде

$$F(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \Phi_n(z), \quad \Phi_n(z) = \exp(-in\omega z) \Phi_0(z), \quad (41)$$

где $\Phi_0(z)$ удовлетворяет уравнению

$$\Phi_0(z) = A(z) \Phi_0(z + 2T). \quad (42)$$

Подставляя (41) в (31), умножая затем на $\frac{\omega}{2\pi} \exp(i\omega z)$ и интегрируя по z от 0 до $2\pi/\omega$, находим коэффициенты разложения C_n :

$$C_n = Y_n/\Delta_n, \quad \Delta_n = R + G \exp(-2ika + 2in\omega T),$$

$$Y_n = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dz \frac{Y(z)}{\Phi_0(z)} \exp(-2ika + 2in\omega T + in\omega z). \quad (43)$$

Функцию $\Phi_0(z)$ представим в виде

$$\Phi_0(z) = \exp \left[i \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m \exp(im\omega z) \right]. \quad (44)$$

Подставляя (44) в (42) и находя коэффициенты b_m , получим

$$\Phi_0(z) = \exp \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} \exp(in\omega z) \frac{\omega}{2\pi} \times \int_0^{2\pi/\omega} dz' \frac{\exp(-in\omega z') \ln A(z')}{1 - \exp(2in\omega T)} \right]. \quad (45)$$

Из (34) находим (см. (31))

$$\ln A(z') = -iS_W \{ \exp[i\omega(z' + T)] + \exp[-i\omega(z' + T)] \}. \quad (46)$$

Подставляя (46) в (45) и учитывая (28), (29), получим

$$\Phi_0(z) = \exp\left(i \frac{W}{\hbar\omega} \sin \omega z\right),$$

$$W = \frac{1}{2} U(a) \left(1 + 2 \frac{b_1}{a}\right). \quad (47)$$

Подставляя (34) и (47) в (43), находим Y_n с точностью до членов порядка $(\omega T)^2$:

$$Y_n = 4qJ_n\left(\frac{W}{\hbar\omega}\right) \exp(-ika + 2in\omega T), \quad (48)$$

где $J_n\left(\frac{W}{\hbar\omega}\right)$ — функция Бесселя.

Учитывая (41)–(48), представим функцию туннелирования $F(z)$ в виде ряда

$$F(z) = 4q\Phi_0(z) e^{-ika} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n(W/\hbar\omega)}{\Delta_n} \exp(-in\omega z + 2in\omega T). \quad (49)$$

Функция туннелирования $F(z)$ имеет резкий максимум при условии, когда мнимая часть резонансных определителей Δ_n равна нулю, т.е. при условии (см. (32), (33), (43))

$$\operatorname{tg}(2k_r a - 2n\omega T_r) = \operatorname{Im} G(\varepsilon_r) / \operatorname{Re} G(\varepsilon_r) = L_r / D_r, \quad (50)$$

где

$$L_r = 2 \left[\left(\frac{1}{\xi_1} - \xi_1\right) \operatorname{cth} k_2 b_2 + \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2\right) \operatorname{cth} k_1 b_1 \right]_{\varepsilon=\varepsilon_r}, \quad (51)$$

$$D_r = \left[4 \operatorname{cth} k_1 b_1 \operatorname{cth} k_2 b_2 - \left(\frac{1}{\xi_1} - \xi_1\right) \left(\frac{1}{\xi_2} - \xi_2\right) \right]_{\varepsilon=\varepsilon_r}. \quad (52)$$

При симметричных барьерах вместо (50) получим

$$\operatorname{tg} k_r a = \frac{2\xi_r}{\xi_r^2 - 1} \operatorname{cth} k_{br} b,$$

$$\xi_r = \left(\frac{m_b}{m} \frac{\varepsilon_r}{V - \varepsilon_r}\right)^{1/2}, \quad k_{br} = \sqrt{2m_b(V - \varepsilon_r)}/\hbar. \quad (53)$$

Из уравнений (50) и (53) (в области терагерцовых частот $n\omega T_r/k_r a = n\hbar\omega/2\varepsilon_r \ll 1$ при $n = 10-100$) определяются энергии резонансных уровней $\varepsilon_r = \hbar^2 k_r^2/2m$. Разлагая входящие в Δ_n величины в ряд (см. (32), (33), (43)) по $(\varepsilon - n\hbar\omega - \varepsilon_r)/\varepsilon_r \ll 1$ с оставлением первых, отличных от нуля, членов разложения, получим

$$\frac{4}{\Delta_n} = 4 \left\{ \operatorname{Re} \Delta_n(\varepsilon_r) + i(\varepsilon - n\hbar\omega - \varepsilon_r) \left[\frac{d}{d\varepsilon} \operatorname{Im} \Delta_n \right]_{\varepsilon=\varepsilon_r} \right\}^{-1}$$

$$= \frac{\Gamma_0}{i(\delta - n\hbar\omega) - \Gamma}$$

$$= \Gamma_0 \int_{-z}^{-\infty} dz' \exp\{(\Gamma - i\delta + in\hbar\omega)(z + z')\}, \quad (54)$$

где $\delta = \varepsilon - \varepsilon_r$,

$$\Gamma_0 = \frac{4}{\left\{ \frac{d}{d\varepsilon} \operatorname{Im} \Delta_n \right\}_{\varepsilon=\varepsilon_r}} = \frac{4\Gamma}{\{|K_1||K_2| - |Z_1||Z_2|\}_{\varepsilon=\varepsilon_r}}, \quad (55)$$

$$K_n = 2 \operatorname{ch} k_n b_n + i \left(\xi_n - \frac{1}{\xi_n}\right) \operatorname{sh} k_n b_n,$$

$$Z_n = i \left(\xi_n + \frac{1}{\xi_n}\right) \operatorname{sh} k_n b_n, \quad (56)$$

$$\Gamma = -\frac{\operatorname{Re} \Delta_n(\varepsilon_r)}{\left(\frac{d}{d\varepsilon} \operatorname{Im} \Delta_n\right)_{\varepsilon=\varepsilon_r}} = \varepsilon_r \frac{\{|K_1||K_2| - |Z_1||Z_2|\}_{\varepsilon=\varepsilon_r}}{4R_{1r}R_{2r} \operatorname{ch} k_{1r} b_1 \operatorname{ch} k_{2r} b_2}$$

$$\times \left\{ k_r a + \frac{1}{4} \sum_{n=1,2} R_{nr}^{-2} \left[\frac{V_n}{V_n - \varepsilon_r} \left(\frac{1}{\xi_{nr}} + \xi_{nr}\right) \operatorname{th} k_{nr} b_n \right. \right.$$

$$\left. \left. + k_{nr} b_n \frac{\varepsilon_r}{V_n - \varepsilon_r} \left(\frac{1}{\xi_{nr}} - \xi_{nr}\right) (1 - \operatorname{th}^2 k_{nr} b_n) \right] \right\}^{-1}, \quad (57)$$

$$R_{nr} = \left\{ 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\xi_{nr}} - \xi_{nr}\right)^2 \operatorname{th}^2 k_{nr} b_n \right\}^{1/2},$$

$$|K_n|^2 - |Z_n|^2 = 4. \quad (58)$$

Подставляя (54) в (49) и используя [11], найдем $F(z)$ и $|F(z)|^2$ в интегральном представлении ($\tau_1 = z' - z$):

$$F(z) = -q\Gamma_0\Phi_0(z) e^{-ika} \int_0^{\infty} d\tau_1 \exp[-(\Gamma - i\delta)\tau_1]$$

$$\times \exp\left[-i \frac{W}{\hbar\omega} \sin \omega(z + \tau_1)\right],$$

$$|F(z)|^2 = q^2\Gamma_0^2 \int_0^{\infty} d\tau_1 \exp\left[-(\Gamma - i\delta)\tau_1 - i \frac{W}{\hbar\omega} \sin \omega(z + \tau_1)\right]$$

$$\times \int_0^{\infty} d\tau_2 \exp\left[-(\Gamma + i\delta)\tau_2 + i \frac{W}{\hbar\omega} \sin \omega(z + \tau_2)\right]. \quad (59)$$

Формулы (59) аналогичны полученным в работах [5,9], однако в нашей модели РГД с несимметричными прямоугольными барьерами конечной высоты и ширины, учитывающей к тому же различие эффективных масс электронов в квантовой яме и барьерах, значения величин Γ , ε , δ и их зависимость от параметров структуры определяются другими выражениями (см. (50)–(58)). В частности, в (50)–(58) (см. также (78)–(80)) входят $\exp(-k_{nr} b_n)$, определяющие вероятность туннелирования электронов через барьеры.

3. Вычисление токов в РТД в сильном переменном электрическом поле

Ток электронов I через волновую функцию Ψ определяется формулой

$$I = -i \frac{e\hbar}{2m(x)} \{ \Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^* \}, \quad (60)$$

в которой i — мнимая единица, e — абсолютная величина заряда электрона, \hbar — постоянная Планка, $m(x)$ — масса электрона.

Подставляя в (60) волновые функции (23), (21), (22), (24), (25) и учитывая соотношения (35)–(40), получим соответственно ток в квантовой яме — $I_W(x, t)$, в эмиттере — $I_e(t)$, в первом барьере — $I_1(t)$, во втором барьере — $I_2(t)$, в коллекторе — $I_c(t)$:

$$I_W(x, t) = ev \left\{ |F(z)|^2 + \frac{1}{4} \left(\xi_2 + \frac{1}{\xi_2} \right)^2 \times \text{sh}^2 k_2 b_2 \left[|F(z)|^2 - |F(\tilde{z})|^2 \right] \right\}, \quad (61)$$

$$z = \frac{x - a - b_1}{v} - t, \quad \tilde{z} = -\frac{x - a - b_1}{v} - t,$$

$$I_e(t) = I_1(t) = I_W(b_1, t), \quad (62)$$

$$I_2(t) = I_c(t) = I_W(a + b_1, t). \quad (63)$$

Из (61)–(63) следует, что задача сводится к вычислению тока в квантовой яме $I_W(x, t)$ с использованием формулы (59), которую, следуя расчетам в работе [9], представим в следующем виде:

$$|F(z)|^2 = q^2 \Gamma_0^2 \int_0^\infty d\tau_1 \exp[-(\Gamma - i\delta)\tau_1] \times \int_0^\infty d\tau_2 \exp[-(\Gamma + i\delta)\tau_2] \exp[iA \sin \omega z + iB \cos \omega z], \quad (64)$$

$$A = \frac{W}{\hbar\omega} [\cos \omega \tau_2 - \cos \omega \tau_1],$$

$$B = \frac{W}{\hbar\omega} [\sin \omega \tau_2 - \sin \omega \tau_1]. \quad (65)$$

Активную составляющую тока, пропорциональную $\cos \omega t$, вычислим с помощью фурье-преобразования:

$$I_{CW}(x) = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dt \cos \omega t I_W(x, t). \quad (66)$$

Подставляя (61), (64), (65) в (66) и используя формулу

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dt \exp(in\omega t) \exp(a^+ e^{i\omega t} + a^- e^{-i\omega t}) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\xi (e^{i\xi})^n \exp[2(a^+ a^-)^{1/2} \cos(\xi + \lambda)] \\ &= i^n \left(\frac{a^-}{a^+} \right)^{n/2} J_n[-2i(a^+ a^-)^{1/2}], \end{aligned} \quad (67)$$

в которой (см. (65))

$$a^+ = \frac{1}{2}(iB - A), \quad a^- = \frac{1}{2}(iB + A),$$

$$\xi = \omega t, \quad e^{i\lambda} = \left(\frac{a^+}{a^-} \right)^{1/2}, \quad (68)$$

$J_n[-2i(a^+ a^-)^{1/2}]$ — функция Бесселя (n — натуральное число), найдем выражение для активного тока (здесь и далее будет полагать $evq^2 = 1$):

$$\begin{aligned} I_{CW}(x) &= 2i\Gamma_0^2 \int_0^\infty d\tau_2 \exp[-(\Gamma + i\delta)\tau_2] \\ &\times \int_0^\infty d\tau_1 \exp[-(\Gamma - i\delta)\tau_1] J_1 \left(2 \frac{W}{\hbar\omega} \sin \omega \frac{\tau_2 - \tau_1}{2} \right) \\ &\times \left\{ \cos \omega \frac{\tau_2 + \tau_1}{2} + \frac{a + b_1 - x}{a} \frac{\omega}{\Gamma_2} \sin \omega \frac{\tau_2 + \tau_1}{2} \right\}, \end{aligned} \quad (69)$$

$$\frac{1}{\Gamma_2} = \frac{1}{2} \frac{a}{v} \left(\xi_2 + \frac{1}{\xi_2} \right)^2 \text{sh}^2 k_2 b_2. \quad (70)$$

Введя в (69) переменную $t = \tau_2 - \tau_1$ и проинтегрировав по τ_1 , получим окончательно

$$\begin{aligned} I_{CW}(x) &= \frac{4\Gamma_0^2}{\omega^2 + 4\Gamma^2} \left\{ 2\Gamma S_1 - \omega S_2 \right. \\ &\left. + \frac{a + b_1 - x}{a} \frac{\omega}{\Gamma_2} (\omega S_1 + 2\Gamma S_2) \right\}, \end{aligned} \quad (71)$$

где

$$S_1 = \sum_{n=0}^\infty \int_{n\pi/\omega}^{(n+1)\pi/\omega} dt e^{-\Gamma t} J_1 \left(\beta \sin \frac{\omega t}{2} \right) \sin \delta t \cos \frac{\omega t}{2}, \quad (72)$$

$$S_2 = \sum_{n=0}^\infty \int_{n\pi/\omega}^{(n+1)\pi/\omega} dt e^{-\Gamma t} J_1 \left(\beta \sin \frac{\omega t}{2} \right) \sin \delta t \sin \frac{\omega t}{2}, \quad (73)$$

$$\beta = -\frac{eEa}{\hbar\omega} \left(1 + 2 \frac{b_1}{a} \right), \quad e > 0. \quad (74)$$

Выражение для приведенного тока принимает вид

$$I_{CW} = \frac{4\Gamma_0^2}{\omega^2 + 4\Gamma^2} \left\{ 2\Gamma S_1 - \omega S_2 + \frac{1}{2} \frac{\omega}{\Gamma_2} (\omega S_1 + 2\Gamma S_2) \right\}. \quad (75)$$

Изложенным выше способом находим также реактивный ток $I_{SW}(x)$ и постоянный ток $I_0(\beta)$ в сильном переменном поле:

$$I_{SW}(x) = \frac{4\Gamma_0^2}{\omega^2 + 4\Gamma^2} \left\{ \omega S_1 + 2\Gamma S_2 - \frac{a + b_1 - x}{a} \frac{\omega}{\Gamma_2} (2\Gamma S_1 - \omega S_2) \right\}, \quad (76)$$

$$I_0 = \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma} \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n\pi/\omega}^{(n+1)\pi/\omega} dt e^{-\Gamma t} J_0 \left(\beta \sin \frac{\omega t}{2} \right) \cos \delta t. \quad (77)$$

Рассмотрим ряд предельных случаев.

3.1. Резонансное туннелирование в сильном переменном электрическом поле

При $\omega = \delta \gg \Gamma$ (квантовый режим); $\xi_{nr} \ll 1$, $k_{nr}b_n \gg 1$ (предельно сильные барьеры) из (55)–(58), (70), (72), (73) с помощью [12] получим (см. (10), (27)):

$$\Gamma = \frac{8\varepsilon_r}{k_r a} [\xi_{1r}^2 \exp(-2k_{1r}b_1) + \xi_{2r}^2 \exp(-2k_{2r}b_2)], \quad (78)$$

$$\Gamma/\Gamma_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{\xi_{1r}}{\xi_{2r}} \exp(k_{2r}b_2 - k_{1r}b_1) + \frac{\xi_{2r}}{\xi_{1r}} \exp(k_{1r}b_1 - k_{2r}b_2) \right], \quad (79)$$

$$\Gamma/\Gamma_2 = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \left(\frac{\xi_{1r}}{\xi_{2r}} \right)^2 \exp[2(k_{2r}b_2 - k_{1r}b_1)] \right\}, \quad (80)$$

$$S_1 = \frac{2}{\beta\Gamma} J_1^2 \left(\frac{\beta}{2} \right), \quad S_2 = \frac{4}{\pi\beta\Gamma} J_2(\beta). \quad (81)$$

Подставив (81) в (75), находим приведенный ток в квантовой яме:

$$I_{CW} = \frac{(\Gamma_0/\Gamma)^2}{\omega^2 + 4\Gamma^2} \left(4\Gamma^2 + \omega^2 \frac{\Gamma}{\Gamma_2} \right) \frac{4}{\beta} J_1^2 \left(\frac{\beta}{2} \right). \quad (82)$$

При симметричных барьерах ($k_{1r}b_1 = k_{2r}b_2$)

$$I_{CW} = \frac{4}{\beta} J_1^2 \left(\frac{\beta}{2} \right). \quad (83)$$

Формула (83) совпадает с формулой (113) в работе [9]. При $k_{2r}b_2 \gg k_{1r}b_1$ (коллекторный барьер сильнее эмиттерного; см. (78)–(80))

$$I_{CW} = \frac{8}{\beta} J_1^2 \left(\frac{\beta}{2} \right). \quad (84)$$

При $k_{1r}b_1 \gg k_{2r}b_2$ (эмиттерный барьер сильнее коллекторного)

$$I_{CW} = \frac{8}{\beta} J_1^2 \left(\frac{\beta}{2} \right) Z_{12};$$

$$Z_{12} = \frac{V_2 - \varepsilon_r}{V_1 - \varepsilon_r} \exp[-2(k_{1r}b_1 - k_{2r}b_2)]. \quad (85)$$

Из (83)–(85) следует, что приведенный ток в случае более сильного коллекторного барьера на один-два порядка (как показывают оценки) больше приведенного тока в случае более сильного эмиттерного барьера и в 2 раза превышает приведенный ток в случае сильных симметричных барьеров. Во всех трех случаях ток уменьшается при $\beta \rightarrow 0$, а с ростом β ток пробегает ряд максимумов с убывающей высотой. Максимумы разделяются минимумами, в которых ток обращается в нуль. Оптимальное значение амплитуды переменного поля, при котором достигается первый максимум тока, определяется из уравнения

$$\frac{dI_{CW}(z_0)}{dz_0} = 0, \quad J_1(z_0) = 2z_0 J_2(z_0), \quad z_0 = \frac{\beta}{2}. \quad (86)$$

Из (83) и (86) получим $z_0 = 1.36$ и максимальное значение тока

$$I_{CW}(z_0) = \frac{4J_1^2(z_0)}{z_0} = -0.84, \quad (87)$$

почти равное (по абсолютной величине) постоянному резонансному току в случае симметричных потенциальных барьеров, т. е. (см. (77))

$$I_0(\beta = 0, \delta = 0, \Gamma_0 = \Gamma) = 1. \quad (88)$$

Ток $I_{CW}(z_0)$ значительно превосходит, как показано далее (см. (107)), приведенный ток в классическом режиме, коллекторный ток и несколько больше приведенного низкочастотного тока. Следовательно, интерференция электронов в РГД приводит к значительному усилению и значительным мощностям генерации электромагнитного излучения в области терагерцовых частот $\omega \gg \Gamma$.

Подставляя (78)–(81) в (76), (77), находим приведенный реактивный ток I_{SW} и постоянный ток $I_0(\beta)$:

$$I_{SW} = \frac{8\Gamma_0^2}{\beta\Gamma(\omega^2 + 4\Gamma^2)} \left\{ \omega \left(1 - \frac{\Gamma}{\Gamma_2} \right) J_1^2 \left(\frac{\beta}{2} \right) + \frac{4\Gamma^2 + \omega^2\Gamma/\Gamma_2}{\pi\Gamma} J_2(\beta) \right\}, \quad (89)$$

$$I_0(\beta) = \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma^2} J_1^2 \left(\frac{\beta}{2} \right). \quad (90)$$

При симметричных барьерах (см. (78)–(80))

$$I_{SW} = \frac{8}{\pi} \frac{J_2(\beta)}{\beta}, \quad I_0(\beta) = J_1^2 \left(\frac{\beta}{2} \right). \quad (91)$$

При $k_{2r}b_2 \gg k_{1r}b_1$

$$I_{SW} = \frac{16}{\pi} \frac{J_2(\beta)}{\beta}, \quad I_0(\beta) = 4Z_{21}J_1^2\left(\frac{\beta}{2}\right),$$

$$Z_{21} = \frac{V_1 - \varepsilon_r}{V_2 - \varepsilon_r} \exp[-2(k_{2r}b_2 - k_{1r}b_1)]. \quad (92)$$

При $k_{1r}b_1 \gg k_{2r}b_2$ (см. (85))

$$I_{SW} = \frac{16}{\pi} Z_{12} \frac{J_2(\beta)}{\beta}, \quad I_0(\beta) = 4Z_{12}J_1^2\left(\frac{\beta}{2}\right). \quad (93)$$

Вычислим, наконец, зависимость эмиттерных токов I_{ce} , I_{se} и коллекторных токов I_{cc} , I_{sc} от амплитуды поля E и частоты ω . При $\omega = \delta \gg \Gamma$ из (62), (63), (76), (78)–(81) следует

$$I_{ce} = I_{cw}(b_1) = \frac{\Gamma}{\Gamma_2} \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^2 \frac{8}{\beta} J_1^2\left(\frac{\beta}{2}\right), \quad (94)$$

$$I_{se} = \frac{16}{\pi} \frac{\Gamma}{\Gamma_2} \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^2 \frac{J_2(\beta)}{\beta} = I_{sw}(b_1), \quad (95)$$

$$I_{cc} = I_{cw}(a + b_1) = 16 \left(\frac{\Gamma_0}{\omega}\right)^2 \times \left\{ \frac{J_1^2\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\beta} - \int_0^1 x^2 dx \left(1 - \frac{2}{\pi} \arcsin x\right) J_1(\beta x) \right\}, \quad (96)$$

$$I_{sc} = 8 \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^2 \frac{\Gamma}{\omega} \frac{J_2^2(\beta/2)}{\beta}. \quad (97)$$

При $\beta \ll 1$ (слабое поле) эмиттерный и коллекторный токи стремятся к нулю, при $\beta \gg 1$ (сильное поле) токи уменьшаются пропорционально W^2 (см. (47)); например,

$$I_{cc} = -\frac{1}{\pi} \left(\frac{4\Gamma_0}{W}\right)^2. \quad (98)$$

Частотная зависимость максимальных значений ($\beta \approx 2.8$) эмиттерного и коллекторного токов характеризуется следующими соотношениями:

$$I_{ce} = \text{const}, \quad I_{se} = \text{const}, \quad I_{cc} \propto \left(\frac{\Gamma}{\omega}\right)^2, \quad I_{sc} \propto \frac{\Gamma}{\omega}. \quad (99)$$

3.2. Нерезонансный классический режим ($\omega \gg \Gamma, \delta; \delta \approx \Gamma$)

В этом случае (см. (72)–(75)) приведенный активный ток в квантовой яме равен

$$I_{cw} = -\frac{2i\Gamma_0^2}{\omega^2 + 4\Gamma^2} \left\{ \left(2\Gamma + \frac{\omega^2}{2\Gamma_2}\right) (S_3 - S_3^*) + \omega \left(\frac{\Gamma}{\Gamma_2} - 1\right) (S_4 - S_4^*) \right\}, \quad (100)$$

$$S_3 = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n\pi/\omega}^{(n+1)\pi/\omega} dt e^{-(\Gamma-i\delta)t} \cos \frac{\omega t}{2} J_1\left(\beta \sin \frac{\omega t}{2}\right), \quad (101)$$

$$S_4 = \sum_{n=0}^{\infty} \int_{n\pi/\omega}^{(n+1)\pi/\omega} dt e^{-(\Gamma-i\delta)t} \sin \frac{\omega t}{2} J_1\left(\beta \sin \frac{\omega t}{2}\right). \quad (102)$$

Суммирование рядов (101), (102) при условии $\omega \gg \Gamma \approx \delta, \pi(\Gamma - i\delta)/\omega \ll 1$ приводит к результату:

$$S_3 - S_3^* = \frac{4}{3} i \frac{\pi^2 \Gamma \delta}{\omega^3} \int_0^1 dx J_1(\beta x) \varphi(x) [1 - \varphi^2(x)], \quad (103)$$

$$S_4 - S_4^* = \frac{4}{3} i \frac{\pi^2 \Gamma \delta}{\omega^3} \int_0^1 dx x (1 - x^2)^{-1/2} \times J_1(\beta x) \varphi(x) [1 - \varphi^2(x)], \quad (104)$$

$$\varphi(x) = 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin x. \quad (105)$$

С достаточной точностью [9]

$$\varphi(x) [1 - \varphi^2(x)] \approx x (1 - x^2)^{1/2}. \quad (106)$$

Подставив вычисленные с такой точностью значения интегралов (103), (104) (см. [12]) в (100), получим ($\omega \gg \Gamma \approx \delta$)

$$I_{cw} = \frac{2}{3} \frac{\pi^3 \delta \Gamma^2}{\omega^3} \frac{\Gamma}{\Gamma_2} \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^2 \frac{J_1^2\left(\frac{\beta}{2}\right)}{\beta}. \quad (107)$$

Таким образом, приведенный ток в классическом режиме по сравнению с током в квантовом режиме имеет малый множитель $(\Gamma/\omega)^3$. При симметричных барьерах множитель $\Gamma/\Gamma_2(\Gamma_0/\Gamma)^2 = 1$ (см. (79), (80)), и формула (107) совпадает с формулой (119) в [9]; при $k_{2r}b_2 \gg k_{1r}b_1$ множитель $\Gamma/\Gamma_2(\Gamma_0/\Gamma)^2 = 2$; при $k_{1r}b_1 \gg k_{2r}b_2$ в (107) появляется дополнительный малый множитель

$$\frac{\Gamma}{\Gamma_2} \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^2 = 2 \frac{V_2 - \varepsilon_r}{V_1 - \varepsilon_r} \exp[-2(k_{1r}b_1 - k_{2r}b_2)] \ll 1. \quad (108)$$

Эмиттерный и коллекторный токи в нерезонансном классическом режиме равны соответственно

$$I_{ce} = \frac{\pi^3 \Gamma^2 \delta}{3\omega^3} \frac{\Gamma_0^2}{\Gamma_2} \frac{4}{\beta} J_1^2\left(\frac{\beta}{2}\right), \quad (109)$$

$$I_{cc} = \frac{8}{3} \frac{\pi^3 \Gamma^2 \delta}{\omega^3} \frac{\Gamma_0^2}{\beta \omega^2} \left\{ J_1^2\left(\frac{\beta}{2}\right) - \frac{\omega}{\pi \Gamma} J_2(\beta) \right\}. \quad (110)$$

При больших частотах, как следует из (110), активный коллекторный ток меняет знак. Реактивный ток в классическом режиме может быть вычислен с использованием формул (76), (72), (73), (101)–(106).

3.3. Вычисление токов в низкочастотном пределе ($\omega \ll \Gamma$)

В этом случае, как следует из (71)–(75),

$$S_2 = \frac{\omega}{2\Gamma} S_1 \ll S_1, \quad I_{cw} = 2\Gamma \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^2 S_1, \quad (111)$$

где (см. (47); [12], с. 721)

$$S_1 = \int_0^\infty dt e^{-\Gamma t} J_1(Wt) \sin \delta t = \frac{g_0^{-1/4}}{\sqrt{2W}} \left\{ \delta \left(1 + \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}\right)^{1/2} - \Gamma \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}}\right)^{1/2} \right\}, \quad (112)$$

$$g_0 = (\Gamma^2 - \delta^2 + W^2)^2 + 4\Gamma^2\delta^2, \quad \alpha = \frac{2\Gamma\delta}{\Gamma^2 - \delta^2 + W^2}.$$

При $W \ll \Gamma$

$$S_1 = \frac{\Gamma\delta W}{(\Gamma^2 + \delta^2)^2}, \quad I_{cw} = \frac{2\Gamma_0^2\delta W}{(\Gamma^2 + \delta^2)^2}. \quad (113)$$

При $W \gg \Gamma$

$$S_1 = -\frac{\delta}{W^2}, \quad I_{cw} = -2 \left(\frac{\Gamma_0}{\Gamma}\right)^2 \frac{\Gamma\delta}{W^2}. \quad (114)$$

Из (111)–(114), (78), (79) следует, что ток I_{cw} не изменяется, если несимметричные эмиттерный и коллекторный потенциальные барьеры поменять местами. Максимальное значение тока I_{cw} в низкочастотном пределе при симметричных барьерах составляет примерно треть от постоянного резонансного тока, при несимметричных барьерах оно составляет значительно меньшую долю от постоянного резонансного тока.

3.4. Вычисление токов в слабом электрическом поле ($eEa \ll \hbar\omega$, $|\beta| \ll 1$)

Активный ток в квантовой яме определяется формулой (71), в которой в данном случае

$$J_1\left(\beta \sin \frac{\omega t}{2}\right) \approx \frac{\beta}{2} \sin \frac{\omega t}{2}, \quad (115)$$

$$S_1 = \frac{\beta}{2} \frac{\Gamma\delta\omega}{[\Gamma^2 + (\delta - \omega)^2][\Gamma^2 + (\delta + \omega)^2]}, \quad (116)$$

$$S_2 = \frac{\beta\delta\omega^2}{4} \frac{3\Gamma^2 + \omega^2 - \delta^2}{(\Gamma^2 + \delta^2)[\Gamma^2 + (\delta - \omega)^2][\Gamma^2 + (\delta + \omega)^2]}. \quad (117)$$

При симметричных барьерах ($k_2b_2 = k_1b_1$) активные токи в квантовой яме, эмиттере и коллекторе определяются соответственно выражениями

$$I_{cw}(x) = I_{cw} \frac{\Gamma^2 + \delta^2 + \omega^2 - 2\omega^2x/a}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (118)$$

$$I_{ce} = I_{cw} \frac{\Gamma^2 + \delta^2 + \omega^2}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (119)$$

$$I_{cc} = I_{cw} \frac{\Gamma^2 + \delta^2 - \omega^2}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (120)$$

в которых приведенный активный ток в квантовой яме равен

$$I_{cw} = -\frac{\Gamma^2\delta(1 + 2\frac{b_1}{a})eaE}{[\Gamma^2 + (\delta - \omega)^2][\Gamma^2 + (\delta + \omega)^2]}. \quad (121)$$

При $k_2b_2 \gg k_1b_1$

$$I_{cw}(x) = I_{cw} \frac{(\Gamma^2 + \delta^2 - \omega^2)\Gamma_0^2/\Gamma^2 + 4\omega^2(a + b_1 - x)/a}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (122)$$

$$I_{ce} = I_{cw} \frac{(\Gamma^2 + \delta^2 - \omega^2)\Gamma_0^2/\Gamma^2 + 4\omega^2}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (123)$$

$$I_{cc} = I_{cw} \frac{(\Gamma^2 + \delta^2 - \omega^2)\Gamma_0^2/\Gamma^2}{\Gamma^2 + \delta^2}. \quad (124)$$

При $k_1b_1 \gg k_2b_2$ (см. (85))

$$I_{cw}(x) = 4I_{cw} \frac{\Gamma^2 + \delta^2 + \omega^2(b_1 - x)/a}{\Gamma^2 + \delta^2} Z_{12}, \quad (125)$$

$$I_{ce} = 4I_{cw}Z_{12}, \quad I_{cc} = 4I_{cw} \frac{\Gamma^2 + \delta^2 - \omega^2}{\Gamma^2 + \delta^2} Z_{12}. \quad (126)$$

Реактивный ток в квантовой яме определяется формулой (76), в которой S_1 и S_2 определяются выражениями (116), (117).

При симметричных барьерах реактивные токи в квантовой яме, эмиттере и коллекторе определяются соответственно выражениями (см. (121))

$$I_{sw}(x) = I_{cw} \frac{\omega}{\Gamma} \frac{2\Gamma^2 + (\omega^2 - \Gamma^2 - \delta^2)(a + b_1 - x)/a}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (127)$$

$$I_{se} = I_{cw} \frac{\omega}{\Gamma} \frac{\omega^2 + \Gamma^2 - \delta^2}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad I_{sc} = I_{cw} \frac{2\Gamma\omega}{\Gamma^2 + \delta^2}. \quad (128)$$

При $k_2b_2 \gg k_1b_1$ (см. (92))

$$I_{sw}(x) = I_{cw} \frac{2\omega}{\Gamma} \frac{4\Gamma^2Z_{21} + (\omega^2 - \Gamma^2 - \delta^2)(a + b_1 - x)/a}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (129)$$

$$I_{se} = I_{cw} \frac{2\omega}{\Gamma} \frac{4\Gamma^2Z_{21} + (\omega^2 - \Gamma^2 - \delta^2)}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (130)$$

$$I_{sc} = I_{cw} \frac{8\Gamma\omega}{\Gamma^2 + \delta^2} Z_{21}. \quad (131)$$

При $k_1b_1 \gg k_2b_2$ (см. (84))

$$I_{sw}(x) = I_{cw} \frac{2\omega}{\Gamma} Z_{12} \frac{4\Gamma^2 + (\omega^2 - \Gamma^2 - \delta^2)(a + b_1 - x)/a}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (132)$$

$$I_{se} = I_{cw} \frac{2\omega}{\Gamma} Z_{12} \frac{\omega^2 + 3\Gamma^2 - \delta^2}{\Gamma^2 + \delta^2}, \quad (133)$$

$$I_{sc} = I_{cw} \frac{8\Gamma\omega}{\Gamma^2 + \delta^2} Z_{12}. \quad (134)$$

4. Заключение

Найдены волновые функции и функция туннелирования для электронов в резонансно-туннельном диоде с несимметричными барьерами конечной высоты и ширины в сильном электромагнитном поле путем решения уравнения Шредингера с граничными условиями, выражающими равенство волновых функций и потоков электронов на границах барьеров. С помощью функции туннелирования получены аналитические выражения для активного и реактивного токов поляризации в резонансно-туннельных диодных структурах в сильном электромагнитном поле как в общем случае, так и в ряде предельных случаев (резонансное туннелирование в высокочастотном ($\omega = \delta \gg \Gamma$) и низкочастотном ($\omega = \delta \ll \Gamma$) пределах, нерезонансный классический режим ($\omega \gg \delta \approx \Gamma$)).

Показано, что зависимости токов поляризации, энергии и ширины резонансных уровней от параметров структуры в теории РТД с барьерами конечной высоты и ширины количественно и качественно отличаются от соответствующих зависимостей, полученных в теории РТД с δ -функциональными барьерами [6–10].

Показано, что в квантовом режиме, когда $\delta = \varepsilon - \varepsilon_r = \hbar\omega \gg \Gamma$ активный переменный ток в РТД с несимметричными барьерами является отрицательным и при $E \approx 2.8\hbar\omega/ea$ достигает максимального значения, равного (по абсолютной величине) 84% от постоянного резонансного тока, $I_0(E = \delta = 0) = 1$, если вероятность туннелирования электронов через эмиттерный барьер много больше вероятности туннелирования электронов через коллекторный барьер. Возникает отрицательное дифференциальное сопротивление, дающее возможность усиления и генерации электромагнитных волн. Мощность отклика на частоте $\omega = 10^{13} \text{ с}^{-1}$ достигает в этом случае ($v = 5 \cdot 10^7 \text{ см/с}$, $n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$) $P_c = 2.8\hbar\omega v n \approx 10^4 \text{ Вт/см}^2$, а мощность генерации — 10^6 Вт/см^2 .

При симметричных барьерах активный переменный ток в квантовом режиме достигает значения, равного (по абсолютной величине) 42% от постоянного резонансного тока.

Если вероятность туннелирования электронов через эмиттерный барьер много меньше вероятности туннелирования электронов через коллекторный барьер, то активный переменный ток становится на 1–2 порядка меньше постоянного резонансного тока; в такой же степени уменьшается и мощность генерации излучения.

При низких частотах ($\omega \ll \Gamma$) токи поляризации в РТД и мощность генерации излучения не зависят от соотношения вероятностей туннелирования электронов через эмиттерный и коллекторный барьеры.

Автор благодарен В.С. Виноградову, А.А. Горбачевичу, И.И. Иванчику, Ю.В. Копаеву, В.В. Капаеву, В.Н. Мурзину за обсуждение работы и ценные замечания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ (соглашение № 8247),

РФФИ (№ 11-02-01182), программы президиума РАН „Основы фундаментальных исследований нанотехнологий и наноматериалов“, программ фундаментальных исследований ОФН РАН „Современные проблемы радиофизики“ (IV.12) и „Физические и технологические исследования полупроводниковых лазеров, направленные на достижение предельных параметров“ (III.7).

Список литературы

- [1] E.R. Brown, T.C.L.G. Sollner, C.D. Parker et al. Appl. Lett., **55**, 1777 (1989).
- [2] E.R. Brown, J.R. Soderstrom, C.D. Parker et al. Appl. Phys. Lett., **58**, 2291 (1991).
- [3] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сулис. ФТП, **6**, 148 (1972).
- [4] Д.Г. Соколовский, М.Ю. Сумецкий. ТМФ, **64**(2), 233 (1985).
- [5] D. Sokolovski. Phys. Rev. B, **37**(8), 4201 (1988-1).
- [6] И.В. Беляева, Е.И. Голант, А.Б. Пашковский. ФТП, **31**(2), 137 (1997).
- [7] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский. ТМФ, **120**(2), 332 (1999).
- [8] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, **116**, 704 (1999).
- [9] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, **125**(2(8)), 379 (2003).
- [10] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, **127**, 131 (2005).
- [11] В.И. Смирнов. Курс высшей математики (М.; Л., Гостехтеоретиздат, 1950) т. III, ч. II.
- [12] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений (М., Наука, 1971) с. 697, 702, 982.

Редактор Т.А. Полянская

Dynamical characteristics of nanostructures with double asymmetric barriers of finite height and width in the presence of an alternative strong field

V.A. Chuenkov

Lebedev Physical Institute,
Russian Academy of Sciences,
119991 Moscow, Russia

Abstract In semi-classical approximation it is obtained the electron wave functions, the tunneling function and polarized currents in nanostructures with double asymmetric barriers of finite height and width in the presence of an alternative strong field. It is shown that in such nanostructures polarized currents depend strongly on the probabilities ratio of the electron tunneling through emission and collection barriers. If the probability of resonance tunneling for the emission barrier is much greater than that for the collection barrier, the active alternative resonance current in the field $E = 2.8\hbar\omega/ea$ (ω is frequency of alternative field, a — width quantum well) attains its maximal value, which constitutes 84% of the constant resonance current. In this case, the power of nonlinear response at frequency $\omega \approx 10^{13} \text{ с}^{-1}$ can attain 10^4 W/cm^2 and generation power — 10^6 W/cm^2 . If, however, the ratio of the tunneling probabilities for the emission and collection barriers is reverse, the active alternative resonance current, power of high-frequency nonlinear response and generation power decrease one-two orders of magnitude.