

Поперечный эффект Нернста–Эттинсгаузена в двумерном электронном газе дwoякопериодической полупроводниковой сверхрешетки

© А.А. Перов, П.В. Пикунов

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
603950 Нижний Новгород, Россия

E-mail: wkb@inbox.ru

Поступила в Редакцию 12 апреля 2021 г.

В окончательной редакции 19 апреля 2021 г.

Принята к публикации 19 апреля 2021 г.

В одноэлектронном приближении во внешнем магнитном поле при наличии градиента температуры рассчитана поверхностная плотность тока носителей заряда в двумерных дwoякопериодических полупроводниковых сверхрешетках *n*-типа проводимости. Магнитное поле полагалось постоянным, однородным, приложенным перпендикулярно плоскости электронного газа. В результате совместного решения уравнения Шредингера и кинетического уравнения Больцмана показано, что зависимости поверхностной плотности поперечного тока от температуры и модуля градиента температуры имеют существенно нелинейный характер, присутствуют участки с отрицательной дифференциальной проводимостью. Зависимость времени релаксации от квазиимпульса электрона учтена в модели феноменологически через закон дисперсии носителей в магнитных подзонах.

Ключевые слова: термомагнитные эффекты, магнитные блоховские состояния, сверхрешетки.

DOI: 10.21883/FTP.2021.10.51430.16

1. Введение

Известно, что магнитное поле квантует поперечное движение заряженной частицы, а поле кристаллической решетки приводит к образованию энергетических зон. В результате в зонах проводимости и в валентной зоне полупроводников в магнитном поле формируются „лестницы“ уровней Ландау. В действительности, как показывают результаты первых теоретических работ, выполненных в середине прошлого столетия [1,2], уровни Ландау в кристаллах уширяются в зоны экспоненциально малой ширины. Причиной тому является снятие вырождения состояний в магнитном поле по центру орбиты вследствие взаимодействия заряженной частицы с электростатическим периодическим полем кристалла.

Непараболичность закона дисперсии носителей в материалах приводит к нетривиальному течению термомагнитных [3–6], магнитотранспортных [7] и магнитооптических [8] эффектов. Так, в работе [3] рассчитан коэффициент Нернста–Эттинсгаузена (НЭ) в одномерных сверхрешетках с косинусоидальным законом дисперсии. В сильных магнитных полях, ориентированных в плоскости слоя сверхрешетки, при рассеянии носителей на полярных оптических фононах коэффициент НЭ менял знак. В кристаллах селенида ртути с примесями атомов галлия и железа поперечный эффект НЭ протекает со сменой его знака, если изменять концентрацию примесных атомов галлия, определяющих степень упорядочения ионов железа в образце [4]. В работе [5] исследованы осцилляции коэффициента Нернста в щелевом и бесщелевом графене с учетом зависимости положения уровней Ландау от величины электрического поля.

В недавней работе [6] построена квантовая кинетическая теория термоэлектрического транспорта в магнитном поле. Учет топологической фазы Берри магнитных подзон блоховских электронов, приводящей к возникновению аномальной скорости носителей, позволил авторам рассчитать эффект Нернста без нарушения соотношений Онзагера в развитой ими кинетической теории.

Предметом нашего исследования является двумерный электронный газ в области полупроводникового гетероперехода с поверхностной дwoякопериодической сверхрешеткой с периодом *a*, помещенный в постоянное однородное перпендикулярное магнитное поле. На рис. 1 представлена типичная схема такой структуры. В при-

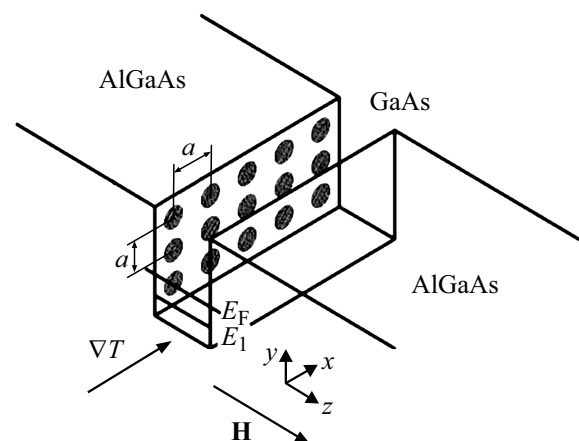


Рис. 1. Схема полупроводникового гетероперехода с поверхностной сверхрешеткой, помещенного в перпендикулярное магнитное поле **H**.

существовании градиента температуры ∇T в плоскости гетероперехода в направлении, перпендикулярном магнитному полю и ∇T , возникает поверхностный термомагнитный ток. В данной работе использована простая модель знакопеременного периодического потенциала сверхрешетки, которая, по нашему мнению, призвана отразить фундаментальные свойства электронного спектра и особенности возникновения поперечного термомагнитного тока в изучаемых структурах. Эффект возникновения нернстовского тока сам по себе не является новым, но в рассматриваемых модельных структурах ранее в литературе не освещался и не обсуждался.

Для актуальных в современных экспериментах параметров сверхрешеток [9,10] и величин напряженности магнитного поля порядка нескольких десятков тысяч эрстед типичное расщепление в спектре носителей, обусловленное действием электростатического поля сверхрешетки на электрон, оказывается много меньше характерной энергии Ландау $\hbar\omega_c$. Поэтому становится возможным проводить модельные расчеты квантовых состояний электрона в одноуровневом приближении, когда можно пренебречь примешиванием состояний Ландау к состояниям магнитных блоховских подзон данного уровня $E_S = \hbar\omega_c(S + 1/2)$ с заданным номером S . Кроме того, поскольку характерный период сверхрешеток в несколько десятков нанометров на два порядка превосходит масштаб естественной периодичности кристалла, использование приближения изотропной эффективной массы в Γ -точке является оправданным.

2. Теоретическая модель и метод расчета

Классификация электронных состояний во внешних постоянном однородном магнитном и двоякопериодическом электростатическом полях по неприводимым проективным представлениям группы магнитных трансляций возможна лишь в случае, когда магнитное поле ориентировано перпендикулярно плоскости газа носителей [11]. При этом необходимо также, чтобы число квантов магнитного потока, пронизывающего элементарную ячейку кристалла, было рациональным числом $eHa^2/2\pi\hbar c = p/q$. В результате электронная волновая функция также является собственной функцией оператора магнитной трансляции и удовлетворяет обобщенным условиям Блоха в магнитном поле [12] (условиям Блоха–Пайерлса).

Гамильтониан, описывающий квантово-механическое движение электрона в рассматриваемой системе, имеет вид

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + V_0(\cos 2\pi x/a + \cos 2\pi y/a)\hat{E}, \quad (1)$$

где V_0 — амплитуда периодического потенциала сверхрешетки, \hat{H}_0 — гамильтониан электрона в постоянном однородном магнитном поле, \hat{E} — единичный оператор. Предполагается заполненным нижний уровень размерного квантования E_1 в области гетероперехода (рис. 1).

Эффективная масса m^* электрона в GaAs взята равной $0.067m_0$, период решетки $a = 50$ нм.

Рассчитаем спектр магнитных подзон, образовавшихся на месте основного (нулевого) уровня энергии в магнитном поле $E_0 = \hbar\omega_c/2$. Волновая функция электрона в μ -й магнитной подзоне ($\mu = \overline{1, p}$), удовлетворяющая обобщенным граничным условиям Блоха в магнитном поле, представляется в виде симметризованной линейной комбинации базисных состояний Ландау φ_0 в постоянном магнитном поле:

$$\Psi_{\mathbf{k}}^{\mu}(x, y) = \sum_{n=1}^p C_n^{\mu}(\mathbf{k}) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \exp[ik_x a(lq + nq/p) + 2\pi i y(lp + n)/a] \exp(ik_y y) \varphi_0[(x - x_0 - lqa - nqa/p)/l_H], \quad (2)$$

где l_H — магнитная длина, $x_0 = c\hbar k_y/eH = k_y l_H^2$. Волновые функции (2) представляют собой p -мерное рассло-

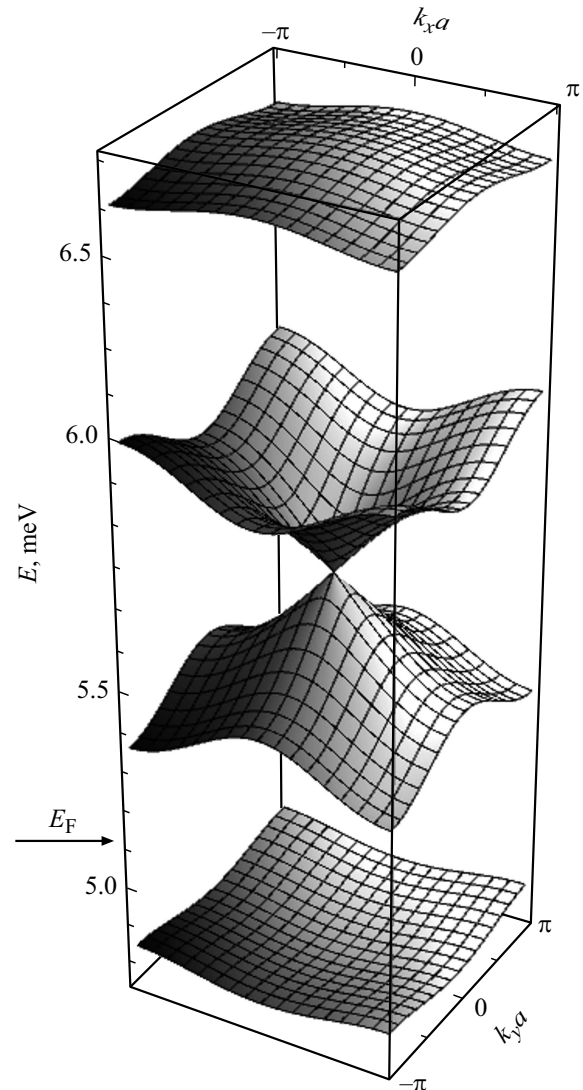


Рис. 2. Законы дисперсии в магнитных подзонах, относящихся к основному уровню Ландау, при $p/q = 4/1$ в модельной структуре AlGaAs/GaAs/AlGaAs с параметрами $V_0 = 1$ мэВ, $m^* = 0.067m_0$, $a = 50$ нм.

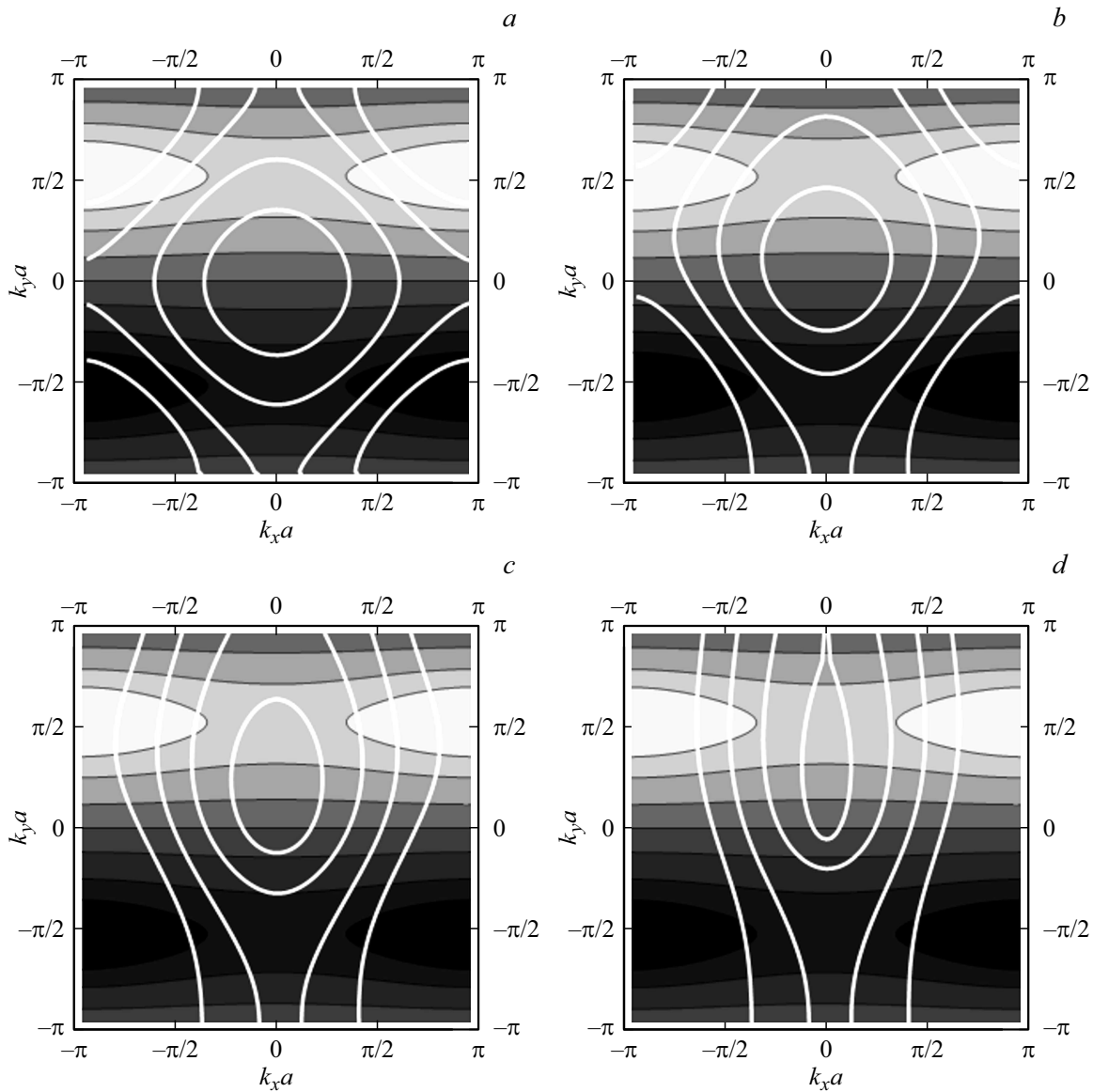


Рис. 3. Линии постоянного уровня функции распределения Больцмана и проекции скорости электрона $v_y^1(\mathbf{k})$ в нижней магнитной подзоне в магнитной зоне Бриллюэна.

ение над двумерным тором — магнитной зоной Бриллюэна (МЗБ): $-\pi/qa \leq k_x \leq \pi/qa$, $-\pi/a \leq k_y \leq \pi/a$. Численное решение задачи на собственные значения и собственные функции для гамильтониана (1) проводилось нами путем унитарных преобразований базиса, сохраняющих норму вектора.

3. Результаты и их обсуждение

Расчеты законов дисперсии носителей в магнитных подзонах нулевого уровня Ландау приведены на рис. 2 при числе квантов потока $p/q = 4/1$. Количество магнитных подзон совпадает с числителем дроби p/q . Положение уровня Ферми таково, что заполнена нижняя магнитная подзона Ландау ($\mu = 1$) при $V_0 = 1$ мэВ, и концентрация носителей заряда составляет величину

$n \approx 10^{11} \text{ см}^{-2}$. Ширина расщепленной зонной структуры при этом много меньше характерной энергии Ландау $\hbar\omega_c = 2\pi\hbar^2 p/m^* a^2 q \approx 11.4$ мэВ. Поскольку модельный периодический потенциал сверхрешетки обладает центром инверсии, согласно теореме Крамера, в магнитном поле законы дисперсии электрона в подзонах есть четные функции проекций квазиимпульса в МЗБ. Положение уровня Ферми E_F показано стрелкой на рис. 2.

Расчетам поверхностной плотности термомангнитного поперечного тока (в направлении y)

$$j_y^\mu = (2e/h^2) \int v_y^\mu f^\mu(\mathbf{k}, \xi) dp_x dp_y, \quad (3)$$

в нижней магнитной подзоне Ландау ($\mu = 1$) предшествовало численное решение квазиклассического однородного кинетического уравнения Больцмана в релакса-

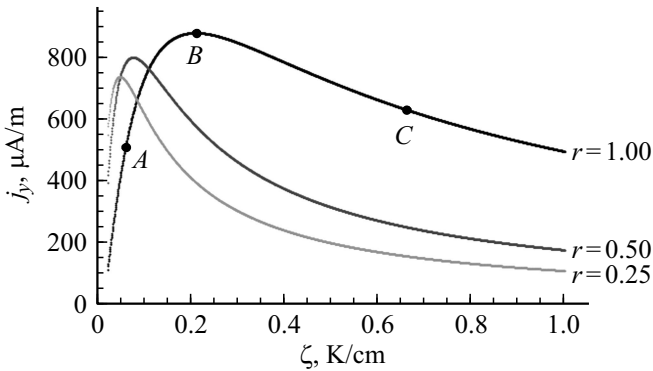


Рис. 4. Зависимость y -проекции поверхностной плотности термомагнитного тока от величины градиента температуры при $T = 2$ К и трех значениях фактора рассеяния носителей.

ционном приближении ($\tau > 2\pi\hbar/kT$):

$$(|e|\alpha\xi/\hbar) \cdot \frac{\partial f^\mu(\mathbf{k}, \xi)}{\partial k_x} = -(f^\mu(\mathbf{k}, \xi) - F^\mu(\mathbf{k}))/\tau, \quad (4)$$

где $F^\mu(\mathbf{k}) = f^\mu(\mathbf{k}, 0)$ — равновесная функция распределения Ферми–Дирака, $\xi = (\nabla T)_x$, α — постоянная Зеебека (для GaAs $\alpha \approx 3 \cdot 10^{-6}$ СТС_V/К [13]). Отметим, что модуль градиента температуры полагался в расчетах достаточно малой постоянной величиной, так чтобы закон дисперсии в магнитной подзоне можно было считать гамильтонианом электрона.

Зависимость времени релаксации от квазиимпульса электрона учтена в нашей модели феноменологически через закон дисперсии носителей $\varepsilon(\mathbf{p})$ в магнитных подзонах Ландау [14]: $\tau(\mathbf{p}) = \tau_0(\varepsilon(\mathbf{p})/kT)^{r-0.5}$, $\tau_0 = 10^{-10}$ с. Расчеты поперечного тока были проведены для случаев не равновероятного рассеяния электрона на примесях и фононах при факторах рассеяния $r = 1$ (преобладает примесное рассеяние), $r = 0.25$ (преобладает рассеяние на фононах), а также в случае равновероятного рассеяния носителей при $r = 0.5$. Проекция вектора скорости $v_y^\mu(\mathbf{k})$ электрона и его эффективная масса в подзоне Ландау существенным образом зависят от точки в магнитной зоне Бриллюэна. Результаты расчетов проекции скорости $v_y^1(\mathbf{k})$ и функции распределения носителей по импульсам $f^1(\mathbf{k}, \xi)$ представлены на рис. 3. Белые контурные линии задают сечения функции распределения, а тонированные области соответствуют сечениям проекции скорости $v_y^1(\mathbf{k})$ в магнитной зоне Бриллюэна. Более темные области тона отвечают меньшим значениям проекции скорости. При ненулевом градиенте температуры (рис. 3, *b, c, d*) неравновесная функция распределения Больцмана в отличие от равновесной (рис. 3, *a*) не обладает симметрией поворотной оси четвертого порядка в МЗБ, и в неоднородном температурном поле с заданным градиентом максимум распределения носителей смещается от центра магнитной зоны Бриллюэна в направлении y .

На рис. 4 представлены результаты расчетов y -проекции поверхностной плотности тока в изучаемой мо-

дельной структуре в зависимости от величины градиента температуры при трех различных параметрах рассеяния r . Температура электронного газа в области гетероперехода со сверхрешеткой в модельных расчетах взята равной $T = 2$ К. При каждом значении параметра рассеяния начальный линейный рост функции $j_y(\xi)$ сменяется участком ее убывания. Плотность термомагнитного тока имеет максимум. По мере возрастания величины градиента температуры функция распределения меняется таким образом, что вклад в (3) от состояний носителей с положительной проекцией скорости в подзоне Ландау возрастает (рис. 3, *b*, точка *A* на рис. 4). Это приводит к увеличению значения $j_y(\xi)$ вплоть до максимального (точка *B* на рис. 4, рис. 3, *c*). При дальнейшем возрастании модуля градиента функция распределения носителей по импульсам не имеет ярко выраженного максимума в МЗБ и равновелико учитывает вклад в ток от состояний как с положительной, так и с отрицательной y -проекцией скорости (рис. 3, *d*). Наблюдается участок с отрицательной дифференциальной проводимостью (точка *C* на рис. 4). По мере возрастания роли неупругого (фононного) рассеяния становится вполне оправданным смещение максимума плотности тока в область меньших значений градиента температуры. Область значений градиента температуры, отвечающая участку с отрицательной дифференциальной проводимостью, расширяется. Характерная ширина пика плотности тока на рис. 4 становится меньше, значительно снижается максимальное значение поверхностной плотности тока. Мы полагаем, что становится возможным нахождение ширины магнитных блоховских подзон по результатам измерения термомагнитного тока, если таковые эксперименты будут поставлены.

4. Заключение

Спектр материалов, где теоретически и экспериментально изучаются термомагнитные эффекты в газе носителей заряда, необычайно широк. Двокопериодические полупроводниковые сверхрешетки составляют класс таких материалов, где исследование транспорта носителей представляет интерес не только с точки зрения фундаментальной науки, но и с позиций прикладного характера. В настоящей работе проведены необходимые расчеты и указаны области магнитных полей и параметров решеточных структур, когда становится возможным экспериментальное изучение эффекта НЭ в таких сверхрешетках. Для рассчитанных в рамках модели зависимостей поверхностной плотности тока от градиента температуры характерно существенно нелинейное поведение. Имеет место эффект отрицательной дифференциальной поперечной проводимости. Эта нелинейность в свою очередь связана с непараболичностью электронного спектра, которая обуславливает возникновение и других, как известно, многочисленных нелинейных оптических и электрических эффектов в сверхрешетках: блоховские осцилляции [15], электрофононный резонанс [16], оптическое выпрямление [17,18], самоиндуцированная прозрачность [19].

Расчет времени релаксации импульса носителей в системах с произвольным законом дисперсии является, вообще говоря, задачей нерешаемой. В то же время известно, что эффект Нернста—Эттинсгаузена в полупроводниках возникает благодаря тому, что носители заряда с различными импульсами по-разному рассеиваются при взаимодействии с примесями и колебаниями решетки. Поэтому в контексте возможного использования результатов нашей работы при постановке соответствующих транспортных экспериментов с электронным газом необходимо отметить роль полученных в рамках рассмотренной в работе модели результатов как отправной точки при изучении механизмов рассеяния двумерных электронов двоякопериодических сверхрешеток в магнитном поле. Сверхрешетки, созданные методами электронной литографии, являются предпочтительными в плане проведения магнитотранспортных экспериментов прежде всего благодаря высокой степени своей периодичности. Возможно также создавать сверхрешетки с различной симметрией элементарной ячейки, нарушать инверсионную симметрию, конструируя двумерный нецентросимметричный искусственный кристалл. При наложении внешнего магнитного поля законы дисперсии носителей заряда в магнитных блоховских подзонах уже не будут четными функциями квазиимпульса, что, по нашему мнению, должно отразиться на течении эффекта НЭ в двумерном электронном газе таких структур. Несомненно, потребуется развитие уже имеющихся экспериментальных технологий формирования сверхрешеток и магнитотранспортных измерений [10,20]. Кроме того, экспериментальные образцы должны быть достаточно чистыми, чтобы уширение магнитных подзон спектра электронов не превышало величин разделяющих их энергетических щелей. С развитием данных технологий станет возможным проверять модели описания физических свойств сверхрешеток, а также теории тех или иных нелинейных эффектов, что является важным для дальнейшего развития самой теории.

Финансирование работы

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № 0729-2020-0058.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] P.G. Harper. Proc. Phys. Soc., **68**, 874 (1955).
- [2] F.A. Butler, E. Brown. Phys. Rev. B, **166**, 630 (1968).
- [3] С.Р. Фигарова, Г.И. Гусейнов, В.Р. Фигаров. ФТП, **52** (7), 712 (2018).
- [4] И.Г. Кулеев, А.Т. Лончаков, Г.Л. Штрапенин, И.Ю. Арапов. ФТТ, **39**, 1767 (1997).
- [5] З.З. Алисултанов. Письма ЖЭТФ, **99** (12), 813 (2014).
- [6] A. Sekine, N. Nagaosa. Phys. Rev. B, **101**, 155204 (2020).
- [7] V.Ya. Demikhovskii, A.A. Perov. Phys. Rev. B, **75**, 205307 (2007).
- [8] A.A. Perov, L.V. Solnyshkova, D.V. Khomitsky. Phys. Rev. B, **82**, 165328 (2010).
- [9] C. Albrecht, J.H. Smet, K. von Klitzing, D. Weiss, V. Umansky, H. Schweizer. Phys. Rev. Lett., **86**, 147 (2001).
- [10] M.C. Geisel, J.H. Smet, V. Umansky, K. von Klitzing, B. Naundorf, R. Ketzmerick, H. Schweizer. Phys. Rev. Lett., **92**, 256801 (2004).
- [11] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Теоретическая физика*. Т. 9 (М., Наука, 1978) с. 292.
- [12] D.J. Thouless, M. Kohmoto, M.P. Nightingale, M. den Nijs. Phys. Rev. Lett., **49**, 405 (1982).
- [13] S.K. Sutradhar, D. Chattopadhyay. J. Phys. C: Solid State Phys., **12**, 1693 (1979).
- [14] И.М. Цидильковский. *Термомагнитные явления в полупроводниках* (М., Наука, 1960).
- [15] L. Esaki, R. Tsu. IBM J. Res. Dev., **14**, 61 (1970).
- [16] Г.М. Шмелев, Г.И. Цуркан, Нгуен Хог Шон. Изв. вузов. Физика, **2**, 84 (1985).
- [17] V.V. Fomin, E.P. Pokatilov. Phys. Status Solidi B, **97**, 161 (1980).
- [18] А.А. Булгаков, О.В. Шрамкова. ФТП, **35**, 578 (2001).
- [19] А.А. Игнатов, Ю.А. Романов. ФТТ, **17**, 3338 (1975).
- [20] T. Schlösser, K. Ensslin, J.P. Kotthaus, M. Holland. Semicond. Sci Technol., **11**, 1582 (1996).

Редактор Л.В. Шаронова

Transverse Nernst—Ettinsghausen effect in two-dimensional electron gas of lateral semiconductor superlattice

A.A. Perov, P.V. Pikunov

Nizhny Novgorod Lobachevsky State University,
603950 Nizhny Novgorod, Russia

Abstract The surface density of charge current in two-dimensional double-periodic n -type semiconductor superlattices is calculated in the one-electron approximation in an external magnetic field in the presence of a temperature gradient. The magnetic field was assumed to be constant, uniform, applied perpendicular to the plane of the electron gas. The joint solution of the Schrödinger equation and the kinetic Boltzmann equation showed that the dependence of the transverse surface density of the current on temperature and module temperature gradient are significantly non-linear in nature, areas with negative differential conductivity occur. The dependence of the relaxation time on the quasi-momentum of the electron is taken into account in the model phenomenologically through the dispersion law of carriers in magnetic subbands.