

# Электронные состояния и персистентные токи в кольцах с неоднородным спин-орбитальным взаимодействием Рашбы

© Г.М. Максимова, А.Р. Зайнагутдинов, А.В. Тележников

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 603950 Нижний Новгород, Россия

E-mail: telezhnikov@phys.unn.ru

Поступила в Редакцию 12 апреля 2021 г.

В окончательной редакции 19 апреля 2021 г.

Принята к публикации 19 апреля 2021 г.

Рассматриваются одномерные изолированные квантовые кольца в перпендикулярном магнитном поле, в которых параметр спин-орбитального взаимодействия Рашбы меняется вдоль кольца. Рассчитаны электронные спектры и незатухающие (персистентные) токи таких кольцевых структур при разных значениях параметров структур и величины магнитного потока. Показано, что неоднородность параметра Рашбы приводит к отталкиванию уровней энергии и сглаживанию зависимости зарядового тока от потока. Влияние неоднородности на незатухающий спиновый ток оказывается более существенным: проекция спинового тока на ось кольца перестает сохраняться при перемещении вдоль кольца; а на зависимости абсолютной величины спинового тока от магнитного потока возникают дополнительные экстремумы или нули при том или ином количестве электронов в кольце.

**Ключевые слова:** квантовые кольца, спин-орбитальное взаимодействие Рашбы, незатухающие (персистентные) токи, электронные спектры.

DOI: 10.21883/FTP.2021.09.51283.10

## 1. Введение

Прогресс, достигнутый в нанотехнологиях, позволяет изготавливать низкоразмерные полупроводниковые структуры со спин-орбитальным взаимодействием (СОВ), в которых реализуются контроль и управление спиновой степенью свободы. В нецентросимметричных полупроводниках и полупроводниковых гетероструктурах спин-орбитальная связь проистекает из релятивистского эффекта, обусловленного электрическим полем. При этом, как известно, можно выделить два основных типа взаимодействия — Дрессельхауза и Рашбы, — связанные с объемной и структурной инверсионной асимметрией соответственно. СОВ Рашбы является наиболее перспективным для приложений, поскольку его можно в принципе спроектировать, регулируя параметры конкретной гетероструктуры. При этом величиной взаимодействия Рашбы, характеризуемого параметром  $\alpha$ , можно управлять с помощью внешнего электрического поля [1] (в частности, осуществлять его пространственную модуляцию с помощью небольших подведенных к структуре электродов). Идея использования неоднородного спин-орбитального взаимодействия для целей спинтроники рассматривалась ранее в ряде работ [2–10].

Изучению квантовых кольцеобразных структур, являющихся идеальными кандидатами для наблюдения интерференционных эффектов типа Ааронова–Бома, посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ. Как известно, присутствие магнитного потока, пронизывающего кольцо, ведет к возникновению зарядового персистентного (т.е. незатухающего, термодинамически равновесного) тока. Существование

таких токов широко исследовалось в ряде теоретических работ, а также было подтверждено в различных экспериментах (см., например, работу [11] и представленные в ней ссылки).

Поскольку влияние СОВ на электроны в некотором отношении аналогично эффекту магнитного поля, в кольцевых структурах с взаимодействием Рашбы не требуется внешнего магнитного поля для воздействия на электронные спины. Так, в [12] была предложена модель баллистического спинового интерферометра на основе эффекта Рашбы, а в работе [13] такой интерферометр был реализован экспериментально.

Влияние однородного спин-орбитального взаимодействия на электронные свойства и незатухающие токи в мезоскопических кольцах Ааронова–Бома изучалось многими авторами [14–19]. В то же время интерес представляют кольцевые структуры, в которых параметр Рашбы зависит от координат [20,21].

В настоящей работе рассматриваются электронные спектры и незатухающие токи (как зарядовые, так и спиновые) изолированных колец с неоднородным спин-орбитальным взаимодействием Рашбы. Установлено, что уменьшение СОВ в какой-то части кольца приводит к отталкиванию уровней и, соответственно, сглаживанию зависимости зарядового тока от магнитного потока. Обсуждается влияние неоднородности на спиновый ток кольца.

## 2. Теоретическая модель

Рассмотрим кольцо радиуса  $a$ , находящееся в плоскости  $x, y$ , и предположим, что электрическое поле,

направленное по  $z$  и управляющее величиной спин-орбитального взаимодействия, зависит от координат. Тогда  $\alpha = \alpha(\mathbf{r})$ , и гамильтониан Рашбы можно представить как

$$\hat{H}_R = \frac{1}{2\hbar} \left( \{\alpha, \hat{p}_y\} \sigma_x - \{\alpha, \hat{p}_x\} \sigma_y \right), \quad (1)$$

где  $\sigma_x, \sigma_y$  — матрицы Паули, а антикоммутатор обеспечивает эрмитовость  $\hat{H}_R$  при переменном параметре  $\alpha$ . Многие свойства квантовых колец могут быть изучены и поняты в рамках простой одномерной (1D) модели, которая и будет рассмотрена далее.

Гамильтониан частицы с зарядом  $-e$  ( $e > 0$ ) и эффективной массой  $m$  в 1D-кольце со спин-орбитальным взаимодействием в присутствии внешнего однородного перпендикулярного магнитного поля  $\mathbf{V} = (0, 0, B)$  определяется выражением [14,15]

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2ma^2} \left( i \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)^2 - \frac{1}{2a} \left\{ \sigma_r \alpha(\varphi), i \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right\}. \quad (2)$$

Здесь  $\varphi$  — угловая координата на кольце,  $\Phi = \pi a^2 B$  — магнитный поток, пронизывающий кольцо,  $\Phi_0 = h/e$  — квант потока,  $\alpha(\varphi)$  — параметр Рашбы,  $\sigma_r = \sigma_x \cos \varphi + \sigma_y \sin \varphi$ .

В дальнейшем удобно перейти к безразмерным переменным. Введем следующие обозначения:

$$\hat{h} = \frac{2ma^2}{\hbar^2} \hat{H}; \quad \beta(\varphi) = \frac{2ma}{\hbar^2} \alpha(\varphi); \quad \phi = \frac{\Phi}{\Phi_0}. \quad (3)$$

Энергетические уровни электрона,  $\varepsilon = 2ma^2 E / \hbar^2$ , находятся из уравнения Шредингера

$$\hat{h}\psi(\varphi) = \varepsilon\psi(\varphi), \quad (4)$$

$$\hat{h} = \left( i \frac{\partial}{\partial \varphi} - \phi \right)^2 - \frac{1}{2} \left\{ \sigma_r \beta(\varphi), i \frac{\partial}{\partial \varphi} - \phi \right\}. \quad (5)$$

Для однородного кольца ( $\beta(\varphi) \equiv \beta$ ) решения уравнения (4) могут быть представлены в виде

$$\psi_n^\mu(\varphi) = \frac{e^{in\varphi}}{\sqrt{2\pi}} \chi^\mu(\varphi, \beta), \quad (6)$$

где  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  — орбитальное квантовое число,  $\mu = \pm$  и

$$\chi^\mu(\varphi, \beta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} (1 - \mu/\sqrt{1+\beta^2})^{1/2} \\ \mu(1 + \mu/\sqrt{1+\beta^2})^{1/2} e^{i\varphi} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Соответствующие значения энергии (периодичные по  $\phi = \Phi/\Phi_0$  с периодом 1) равны

$$\varepsilon_n^\mu = \left( n + \frac{1}{2} + \phi \right)^2 + \frac{1}{4} + \mu \left( n + \frac{1}{2} + \phi \right) \sqrt{1 + \beta^2}. \quad (8)$$

Согласно уравнению (8), ветви спектра  $\varepsilon_n^+$  и  $\varepsilon_{n+k}^-$  ( $n > 0$ ) пересекаются при  $\beta_k = \sqrt{k^2 - 1}$ ,  $k = 2, 3, 4, \dots$

При  $\phi = 0$  уровни (8) двукратно вырождены. Второе независимое решение для  $\varepsilon_n^\mu$  может быть получено с помощью оператора обращения времени  $T$ :  $T\psi_n^\mu(\varphi) = -\mu\psi_{-(n+1)}^\mu(\varphi)$ . Можно показать, что симметрия относительно обращения времени и, соответственно, двукратное вырождение уровней сохраняется и для кольца с неоднородным СОВ.

### 3. Кольцо с неоднородным взаимодействием Рашбы

Будем полагать, что характерная длина, на которой изменяется параметр Рашбы, намного меньше фермиевской длины волны электрона, но существенно превышает атомные масштабы. В этом случае обычное упрощающее предположение состоит в том, что  $\beta(\varphi)$  является кусочно-постоянной функцией, т. е.

$$\beta(\varphi) = \begin{cases} \beta_1, & 0 < \varphi < \varphi_1 \\ \beta_2, & \varphi_1 < \varphi \leq 2\pi \end{cases}. \quad (9)$$

При этом волновую функцию в каждой из областей можно представить как суперпозицию четырех функций

$$\psi_i(\varphi) = \sum_{\mu=\pm, \nu=\pm} A_{\mu\nu}^i \psi_\nu^\mu(\varphi, \beta_i), \quad (10)$$

где  $i = 1, 2$  — номер области, а

$$\psi_\nu^\mu(\varphi, \beta_i) = \frac{\exp(iq_\nu^\mu \varphi)}{\sqrt{2\pi}} \chi^\mu(\varphi, \beta_i), \quad (11)$$

спиновая часть  $\chi^\mu(\varphi, \beta_i)$  определена уравнением (7), а волновой вектор

$$q_\nu^\mu(\varepsilon, \beta_i) = -\phi - \frac{(1 + \mu\sqrt{1 + \beta_i^2})}{2} + \nu \sqrt{\varepsilon + \frac{\beta_i^2}{4}}. \quad (12)$$

Коэффициенты  $A_{\mu\nu}^i$  в выражении (10) находятся из уравнений

$$\psi_1(\varphi_1) = \psi_2(\varphi_1), \quad \hat{v}_1 \psi_1(\varphi)|_{\varphi=\varphi_1} = \hat{v}_2 \psi_2(\varphi)|_{\varphi=\varphi_1} \quad (13)$$

и

$$\psi_1(0) = \psi_2(2\pi), \quad \hat{v}_1 \psi_1(\varphi)|_{\varphi=0} = \hat{v}_2 \psi_2(\varphi)|_{\varphi=2\pi}, \quad (14)$$

где  $\hat{v}$  — оператор скорости:

$$\hat{v}_i(\varphi) = \frac{\hbar}{2ma} \left( -2i \frac{d}{d\varphi} + \beta_i \sigma_r(\varphi) + 2\phi \right). \quad (15)$$

Численное решение уравнений (13), (14) для  $A_{\mu\nu}^i$  дает значения энергетических уровней неоднородного кольца, которые зависят от параметров  $\beta_{1,2}$ .

Зафиксируем  $\beta_2$  и рассмотрим решения при разных  $\beta_1$ . Очевидно, что спектр полностью однородного кольца с  $\beta = \beta_1$  обладает симметрией  $\varepsilon(\beta_1) = \varepsilon(-\beta_1)$ ,

а уровни энергии, как отмечалось выше, пересекаются при определенных значениях  $\beta_1$ . Нарушение однородности вследствие изменения параметра Рашбы на дуге  $w = 2\pi - \varphi_1$  приводит к исчезновению точек пересечения и асимметрии спектра как функции параметра  $\beta_1$ . Но для кольцевой структуры с полностью подавленным в области  $w$  взаимодействием Рашбы (такую структуру часто называют гибридной) симметрия восстанавливается:  $\varepsilon(\beta_1, \beta_2 = 0) = \varepsilon(-\beta_1, \beta_2 = 0)$ . При рассмотрении гибридных колец область  $w$ , где  $\beta_2 = 0$ , будем в дальнейшем называть нормальной областью.

Проанализируем теперь влияние перпендикулярного магнитного поля на спектр кольца, для чего рассмотрим, в качестве примера, гибридное кольцо и рассчитаем уровни энергии электронов в нем в зависимости от магнитного потока через кольцо. Для оценки безразмерной константы Рашбы примем радиус кольца, равным 50 нм, а для эффективной массы и размерной константы Рашбы возьмем значения, характерные для InAs:  $m = 0.023m_0$ ;  $\alpha = 3 \cdot 10^{-11}$  эВ·м. В этом случае значение  $\beta_1$  становится близким к единице.

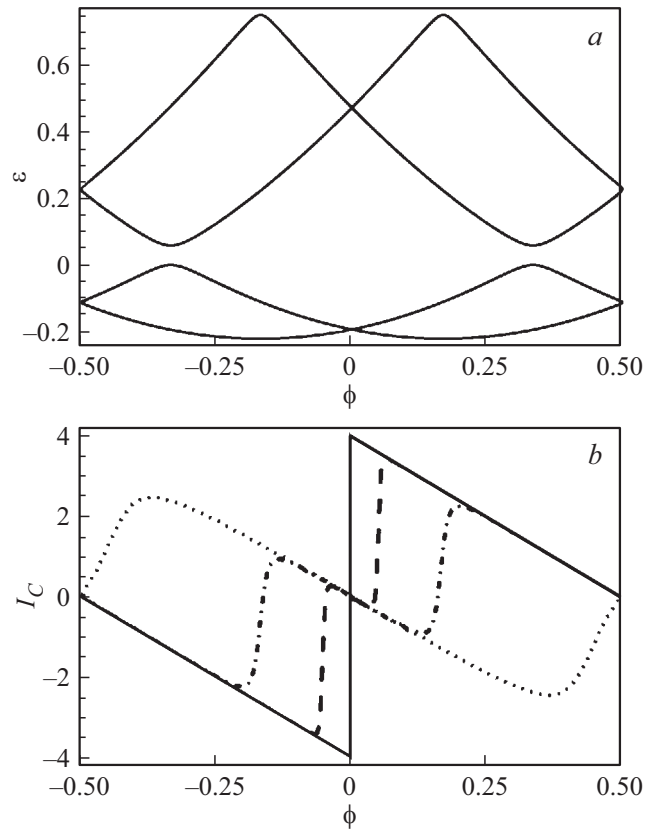
Низшие уровни энергии как функции магнитного потока для гибридного кольца с нормальной областью  $w = \pi/4$  представлены на рис. 1, *a* для  $\beta_1 = 1$ . Видно, что магнитное поле снимает вырождение уровней, имевшее место в однородном кольце с  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ , где соседние уровни с одинаковыми  $\mu$  пересекаются при определенных значениях потока  $\phi$ , отличных от 0,  $\pm 1/2$ . Для гибридного кольца, в котором СОВ целиком подавлено в какой-то его части (в нашем примере  $w = \pi/4$ ), эти внутренние точки пересечения заменяются точками антикроссинга, так что система уровней в рассматриваемом интервале представляет собой набор неперекрывающихся дублетов. Как показывают расчеты, характерная ширина этих дублетов и расстояние между ними являются немонотонными функциями параметра Рашбы.

Кроме того, неоднородность СОВ, как видно из рис. 1, *a*, приводит к появлению уровней с отрицательной энергией, которым отвечают локализованные состояния. Таким образом, часть кольца с отличным от нуля СОВ действует как притягивающий центр. Для колец в открытой геометрии появление таких связанных состояний может привести к резонансам Фано в кондактансе. Такое резонансное поведение кондактанса было установлено ранее для одномерного баллистического канала с локальным взаимодействием Рашбы [7]. Как показывают наши расчеты, локализованные (эванесцентные) состояния с комплексными волновыми векторами (12) возникают и в более общем случае для негибридных колец с  $\beta_1 \neq \beta_2 \neq 0$ .

Модификация электронного спектра ведет к модификации незатухающих токов кольца. Плотность зарядового тока в состоянии  $\psi(\varphi)$  определяется выражением

$$j_c = -e\psi^+(\varphi)\hat{v}\psi(\varphi). \quad (16)$$

Для определения полного тока  $J_c(\phi)$ , протекающего в кольце, нужно просуммировать  $j_c$  по всем занятым

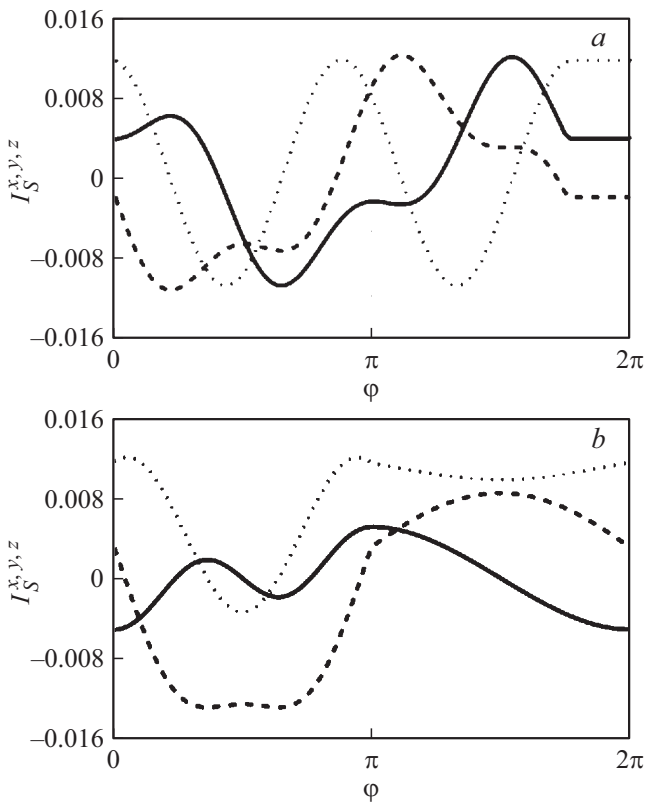


**Рис. 1.** Зависимость низших электронных уровней гибридного кольца с  $\beta_1 = 1$  от магнитного потока (*a*) и незатухающий зарядовый ток гибридного кольца для четырех электронов как функция магнитного потока при различных значениях параметра Рашбы:  $\beta_1 = 0.5$  (штриховая линия),  $\beta_1 = 1$  (штрихпунктирная линия),  $\beta_1 = 2$  (пунктирная линия), сплошной линией обозначен ток однородного кольца с  $\beta(\varphi) = 0$  (*b*). Угловая ширина нормальной области ( $\beta_2 = 0$ )  $w = \pi/4$ .

состояниям. На рис. 1, *b* в качестве примера представлены зависимости от магнитного потока безразмерных зарядовых токов  $I_c(\phi) = 4\pi t a^2 J_c(\phi) / e\hbar$  гибридного кольца для четырех электронов при разных значениях параметра  $\beta_1$ . Сравнение со случаем однородного кольца (см. выражение (П.3) в Приложении) показывает, что полное подавление СОВ на какой-то части структуры приводит к сглаживанию зависимости  $I_c(\phi)$  и уменьшению амплитудных значений тока, как видно на рис. 1, *b*.

Наряду с гибридными кольцами были рассмотрены кольца с неоднородным СОВ, в которых параметр  $\beta_2$  отличен от нуля. Для них, в частности, также вычислялись зарядовые токи. Как показали вычисления, сделанные при  $w = \pi/4$  и  $\beta_2 = 0.5$ , потоковые зависимости незатухающих зарядовых токов с  $\beta_1 = 1$  и  $\beta_1 = 2$  мало меняются по сравнению с теми, которые представлены на рис. 1, *b* для гибридного кольца с теми же значениями  $\beta_1$ .

Наряду с зарядовым током в квантовых кольцах возникает незатухающий спиновый ток, который может быть зарегистрирован по создаваемому им электрическому полю [22,23]. Плотность спинового тока в



**Рис. 2.** Угловая зависимость компонент спинного тока в основном состоянии для гибридного кольца с  $w = \pi/4$  (a) и кольца с неоднородным СОВ:  $\beta_2 = 0.5$  во вставке  $w = \pi$  (b);  $I_S^x$  (сплошная линия),  $I_S^y$  (штриховая линия),  $I_S^z$  (пунктирная линия). Параметр Рашбы  $\beta_1 = 2$ , магнитный поток  $\Phi = 0.4\Phi_0$  всюду.

состоянии  $\psi(\varphi)$  можно получить, используя выражение [15,16,19–21], в виде

$$j_S^i = \frac{\hbar}{4} \operatorname{Re} (\psi^+ \{ \hat{v}, \sigma_i \} \psi), \quad (17)$$

где  $i = (x, y, z)$  или  $(r, \varphi, z)$  отвечает соответствующей компоненте спина. Просуммировав одночастичные токи (17) по всем состояниям, занятым  $N$  электронами, получим компоненты полного спинного тока кольца  $J_S^i$  или, в безразмерном виде,  $I_S^i = 4ma^2 J_S^i / \hbar^2$ . Угловые зависимости компонент этого тока в основном состоянии (т.е. для одного электрона) для рассматриваемой структуры показаны на рис. 2. Как видно, неоднородность привела к появлению координатной зависимости  $I_S^z(\varphi)$ , которая отсутствовала для кольца с однородным СОВ (П.6). Однако функция  $I_S^z(\varphi)$  остается симметричной относительно плоскости симметрии кольца с неоднородностью:  $I_S^z(\varphi) = I_S^z(2\pi - w - \varphi)$ .

Действительно, можно показать, что гамильтониан кольца (2) в этих точках связан унитарным преобразованием

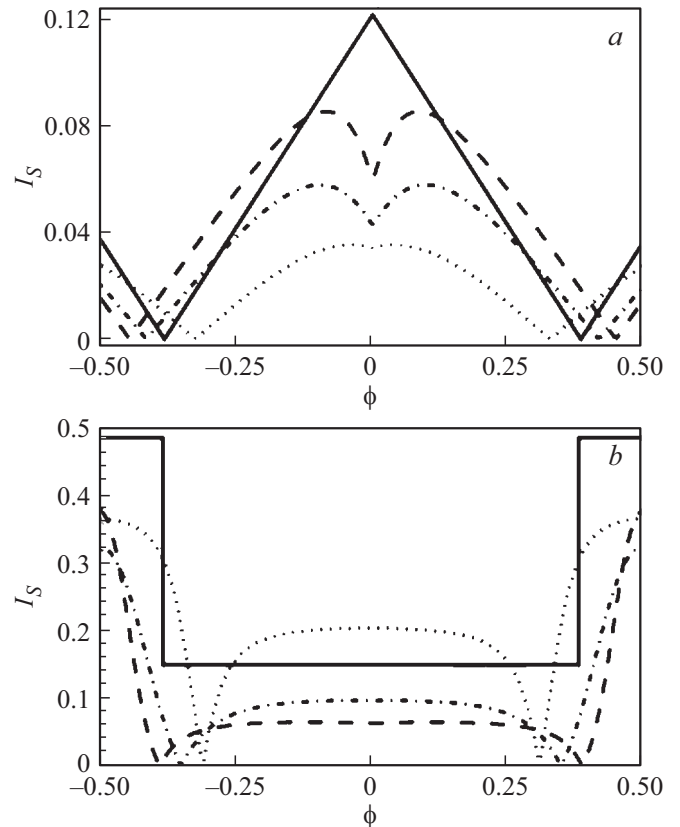
$$\hat{H}(2\pi - w - \varphi) = \hat{U}^+ \hat{H}^*(\varphi) \hat{U}, \quad (18)$$

где  $\hat{U} = \exp(i\sigma_z(2\pi - w)/2)$ . При этом соответствующая собственная функция

$$\psi(2\pi - w - \varphi) = e^{i\gamma} \hat{U}^+ \psi^*(\varphi) \quad (19)$$

(здесь  $\gamma$  — произвольный фазовый множитель). Определение (17) и соотношение (19) приводят к равенству  $z$ -компонент спинного тока в точках симметрии. Также наши расчеты, выполненные при разном числе электронов в кольце и при разных значениях  $w, \beta_1, \beta_2$  и  $\phi$ , показывают, что, как и для однородного кольца, абсолютная величина тока  $I_S = \sqrt{I_S^x^2 + I_S^y^2 + I_S^z^2}$  не зависит от  $\phi$ .

На рис. 3 представлена зависимость  $I_S$  от магнитного потока для разных  $w$ . Как видим, появление даже сравнительно узкой вставки —  $w = \pi/4$  — с частично подавленным по отношению к остальной части кольца СОВ приводит к качественным изменениям зависимости  $I_S(\phi)$  по сравнению с однородным кольцом. Так, в кольце с одним электроном (рис. 3, a) пик спинного тока, имеющий место при нулевом значении магнитного потока, сменяется провалом, тем более резким, чем меньше ширина вставки. В случае четырех электронов в кольце (рис. 3, b) наличие неоднородности приводит



**Рис. 3.** Зависимость величины спинного тока от магнитного потока при  $\beta_1 = 2, \beta_2 = 0.5$  и разных значениях угловой ширины вставки  $w$  для одного электрона (a) и четырех электронов (b). Штриховой линии отвечает  $w = \pi/4$ , штрихпунктирной —  $w = \pi/2$ , пунктирной —  $w = \pi$ . Сплошная линия соответствует однородному кольцу с  $\beta = 2$ .

к обязательному обращению в нуль абсолютной величины незатухающего спинового тока при определенных значениях потока, в то время как в однородном кольце значение  $I_S$  остается всегда конечным.

#### 4. Заключение

Таким образом, проведенный анализ электронных свойств полупроводниковых колец с неоднородным спин-орбитальным взаимодействием выявил следующие особенности. Было установлено, что изменение параметра Рашбы в некоторой части кольца приводит к отталкиванию электронных уровней энергии. Кроме того, при определенных параметрах системы возможно появление связанных состояний, которые могут проявиться в транспортных характеристиках кольца. В кольце с неоднородным СОВ незатухающий зарядовый ток становится гладкой функцией магнитного потока. Изменение спинового тока вследствие наличия неоднородности оказывается более значительным: меняется координатная зависимость его компонент, в частности,  $z$ -компонента перестает быть сохраняющейся вдоль кольца величиной; а потоковая зависимость абсолютной величины спинового тока даже при относительно малой угловой ширине вставки с подавленным СОВ демонстрирует резкую смену режимов „протекания“ спина по отношению к случаю однородного кольца. Так, максимумы на потоковой зависимости могут сменяться минимумами, а всюду конечный в однородном кольце ток может обращаться в нуль при определенных значениях потока в кольце с неоднородностью.

#### Приложение

##### Незатухающие токи однородного кольца

а) Используя определение (16) и явный вид функций (6), (7), получим выражение для плотности незатухающего зарядового тока однородного кольца в состоянии  $\psi_n^\mu(\varphi)$ :

$$j_n^\mu = -\frac{e\hbar}{4\pi m a^2} \left( 2n + 2\phi + 1 + \mu \sqrt{1 + \beta^2} \right). \quad (\text{П.1})$$

К тому же результату можно прийти, если использовать формулу

$$j_n^\mu = -\frac{\partial E_n^\mu}{\partial \Phi} = -\frac{\hbar^2}{2m a^2 \Phi_0} \frac{\partial \varepsilon_n^\mu}{\partial \phi}. \quad (\text{П.2})$$

Полный зарядовый ток  $J_C(\phi)$ , определяемый суммой токов  $j_n^\mu$ , соответствующих всем занятым состояниям, удовлетворяет условию  $J_C(\phi) = -J_C(-\phi)$ . Вследствие периодичности достаточно определить его на полу-периоде  $0 \leq \phi \leq 1/2$ . Аналитическое выражение для тока зависит от числа электронов  $N$  и параметра  $\xi = \sqrt{1 + \beta^2}$ . Пусть, например,  $\xi < 2$ . Тогда для  $N = 4p$  и  $N = 4p + 2$  ( $p = 0, 1, 2, \dots$ ) безразмерный зарядовый

ток  $I_C(\phi) = 4\pi m a^2 J_C(\phi) / e\hbar$  равен

$$I_C(\phi) = \begin{cases} -2N\phi, & 0 \leq \phi \leq \phi_{1,2}^* \\ N - 2N\phi, & \phi_{1,2}^* < \phi \leq 1/2 \end{cases}, \quad (\text{П.3})$$

где  $\phi_1^* = (\xi - 1)/2$  и  $\phi_2^* = 1 - \xi/2$  — значения магнитного потока, при которых ток терпит разрыв для  $N = 4p$  и  $N = 4p + 2$  соответственно. Для нечетных  $N$ , таких, что  $N = 4p + 1$ ,

$$I_C(\phi) = \frac{N - 3}{2} - 2N\phi + \xi, \quad 0 < \phi \leq 1/2, \quad (\text{П.4})$$

а при  $N = 4p + 3$

$$I_C(\phi) = \frac{N + 3}{2} - 2N\phi - \xi, \quad 0 < \phi \leq 1/2, \quad (\text{П.5})$$

и скачки тока возникают при  $\phi = 0, \pm 1/2$  из-за пересечения уровней с  $\mu = \pm$ . Как следует из (П.3)–(П.5), при  $N \gg 1$  зависимость от  $\phi$  тока, приходящегося на один электрон, определяется двумя универсальными выражениями в зависимости от четности или нечетности  $N$  [15].

б) Компоненты плотности спинового тока для однородного кольца в состоянии  $\psi_n^\mu(\varphi)$  найдем из определения (17). Соответствующие выражения удобно представить через энергетический спектр кольца  $\varepsilon_n^\mu$

$$\begin{aligned} j_S^x &= \frac{\mu \hbar^2 \beta}{8\pi m a^2 \sqrt{1 + \beta^2}} \frac{\partial \varepsilon_n^\mu}{\partial \phi} \cos \varphi, \\ j_S^y &= \frac{\mu \hbar^2 \beta}{8\pi m a^2 \sqrt{1 + \beta^2}} \frac{\partial \varepsilon_n^\mu}{\partial \phi} \sin \varphi, \\ j_S^z &= \frac{-\mu \hbar^2}{8\pi m a^2 \sqrt{1 + \beta^2}} \frac{\partial \varepsilon_n^\mu}{\partial \phi}. \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

Зависимость от  $\varphi$  компонент  $J_S^{x,y,z}$  суммарного незатухающего спинового тока, являющегося суммой соответствующих одночастичных вкладов (П.6) по всем занятым состояниям, совпадает с (П.6). При этом, очевидно, что  $J_S^z$  и  $J_S = \sqrt{J_S^{x2} + J_S^{y2} + J_S^{z2}}$  не зависят от угла  $\varphi$  и определяются величиной магнитного потока  $\phi$ , параметром Рашбы  $\beta$  и числом электронов  $N$ . Можно показать, что в отсутствие СОВ спиновый ток отличен от нуля только для нечетных  $N$ , при этом он пропорционален зарядовому току [15].

#### Финансирование работы

Работа поддержана Министерством науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания № 0729-2020-0058.

#### Благодарности

Авторы выражают благодарность В.А. Бурдову за проявленный интерес к работе и полезные замечания.

**Конфликт интересов**

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

**Список литературы**

- [1] M. Kohda, T. Bergsten, J. Nitta. *J. Phys. Soc. Jpn.*, **77**, 031008 (2008).
- [2] B. Molnár, P. Vasilopoulos, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B*, **72**, 075330 (2005).
- [3] S.J. Gong, Z.Q. Yang. *J. Phys.: Condens. Matter*, **19**, 446209 (2007).
- [4] S.J. Gong, Z.Q. Yang. *J. Appl. Phys.*, **102**, 033706 (2007).
- [5] C. Baldo, C. Villagonzalo. *Physica E*, **83**, 498 (2016).
- [6] Vladimir A. Sablikov, Yurii Ya. Tkach. *Phys. Rev. B*, **76**, 245321 (2007).
- [7] D. Sánchez, L. Serra. *Phys. Rev. B*, **74**, 153313 (2006).
- [8] A.F. Sadreev, E.Y. Sherman. *Phys. Rev. B*, **88**, 115302 (2013).
- [9] J. Klinovaja, D. Loss. *Eur. Phys. J. B*, **88**, 62 (2015).
- [10] F. Dolcini, F. Rossi. *Phys. Rev. B*, **98**, 045436 (2018).
- [11] Guo-Hui Ding, Bing Dong. *Phys. Rev. B*, **76**, 125301 (2007).
- [12] J. Nitta, F.E. Meijer, H. Takayanagi. *Appl. Phys. Lett.*, **75**, 695 (1999).
- [13] T. Koga, Y. Sekine, J. Nitta. *Phys. Rev. B*, **74**, 041302 (2006).
- [14] F.E. Meijer, A.F. Morpurgo, T.M. Klapwijk. *Phys. Rev. B*, **66**, 033107 (2002).
- [15] J. Splettstoesser, M. Governale, U. Zülicke. *Phys. Rev. B*, **68**, 165341 (2003).
- [16] J.S. Sheng, Kai Chang. *Phys. Rev. B*, **74**, 235315 (2006).
- [17] B. Berche, Ch. Chatelain, E. Medina. *Eur. J. Phys.*, **31**, 1267 (2010).
- [18] I.A. Kokurin. *Semiconductors*, **52**, 535 (2018).
- [19] J.S. Sheng, Kai Chang. *J. Phys.: Condens. Matter*, **20**, 025222 (2008).
- [20] Qing-feng Sun, X.C. Xie, Jian Wang. *PRL*, **98**, 196801 (2007).
- [21] Qing-feng Sun, X.C. Xie, Jian Wang. *Phys. Rev. B*, **77**, 035327 (2008).
- [22] F. Schütz, M. Kollar, P. Kopietz. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, 017205 (2003).
- [23] P. Bruno, V.K. Dugaev. *Phys. Rev. B*, **72**, 241302 (2005).

Редактор Г.А. Оганесян

## Electronic states and persistent currents in rings with inhomogeneous Rashba spin-orbit coupling

G.M. Maksimova, A.R. Zainagutdinov, A.V. Telezhnikov

Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, 603950 Nizhny Novgorod, Russia

**Abstract** The paper considers one-dimensional isolated quantum rings in a perpendicular magnetic field, in which Rashba spin-orbit coupling parameter changes along the ring. Electronic spectra and persistent currents of such ring structures are calculated for different values of the structure parameters and the magnitude of the magnetic flux. It is shown that the inhomogeneity of the Rashba parameter leads to anticrossing of energy levels and smoothing of the dependence of the persistent charge current on the flux. The influence of inhomogeneity on the spin persistent current turns out to be more significant: the projection of the spin current on the ring axis ceases to be preserved when moving along the ring; additional extrema or zeros appear on the dependence of the absolute value of the spin current on the magnetic flux for a given number of electrons in the ring.