

02,13,12

Температурные зависимости критических параметров неоднородных сверхпроводящих пленок

© П.И. Безотосный, К.А. Дмитриева

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
Москва, Россия

E-mail: bezpi@lebedev.ru

Поступила в Редакцию 6 апреля 2021 г.

В окончательной редакции 6 апреля 2021 г.

Принята к публикации 24 апреля 2021 г.

Представлены результаты расчета температурных зависимостей плотности критического тока и критического магнитного поля тонких неоднородных сверхпроводящих пленок. Сравнение полученных результатов с результатами расчетов для однородных пленок показало, что в обоих случаях уменьшение критического магнитного поля происходит по корневому закону, а плотность критического тока изменяется по степенному закону с показателем степени $3/2$ при приближении к критической температуре. Количественно значение плотности критического тока неоднородных пленок в отсутствие внешнего магнитного поля меньше, чем для однородных. В свою очередь, критическое магнитное поле неоднородных пленок существенно больше критического поля однородных.

Ключевые слова: сверхпроводящие пленки, критический ток, теория Гинзбурга–Ландау, неоднородность.

DOI: 10.21883/FTT.2021.08.51150.076

1. Введение

Изучение транспортных [1,2] и магнитных [3,4] характеристик сверхпроводящих материалов и структур не теряет своей актуальности. Особенно перспективно исследование сверхпроводящих пленок [4–11], так как на их основе создаются датчики для регистрации единичных фотонов [12–14], элементы для электроники [15] и т.д. При моделировании критического состояния сверхпроводящей пленки необходимо учитывать ее неоднородность по толщине [9–11], а также влияние подложки и окружающей среды на ее свойства. В работах [6–8] в рамках теории Гинзбурга–Ландау (ГЛ) рассматривалось влияние границ пленки на ее сверхпроводящие свойства, которое задавалось через граничные условия общего вида на параметр порядка [16]. В работах [9–11] исследовалось сверхпроводящее состояние тонкой неоднородной пленки. Неоднородность пленки учитывалась путем изменения лондоновской глубины проникновения магнитного поля λ и длины когерентности ξ по толщине.

В настоящей работе представлены результаты расчетов в рамках теории ГЛ температурных зависимостей плотности критического тока и критического магнитного поля неоднородных сверхпроводящих пленок толщиной порядка ξ , и проведено сравнение полученных результатов с результатами для однородных пленок.

2. Описание модели

В работе рассматривается сверхпроводящая пластина толщиной D (длина и ширина пластины много больше

ее толщины) в магнитном поле \mathbf{H} , параллельном ее поверхности. Используется декартова система координат (x, y, z) , при этом оси y и z направлены параллельно поверхности пленки. Границы пластины соответствуют $x = 0$ и $x = D$. Внешнее магнитное поле сонаправлено оси z , а транспортный ток течет вдоль оси y (см. рис. 1). В данной геометрии векторный потенциал имеет вид $\mathbf{A} = \mathbf{e}_y A(x)$.

В неоднородной пластине параметры сверхпроводящего состояния отличаются в различных ее частях. В настоящей работе рассматривается изменение сверхпроводящих параметров только по толщине пленки (вдоль оси x). Считается, что в центре сверхпроводящая пленка идентична материалу, из которого она сделана. При приближении к ее границам предполагается, что длина свободного пробега электронов уменьшается, что приводит к изменению сверхпроводящих параметров в соответствии с „грязным“ пределом.

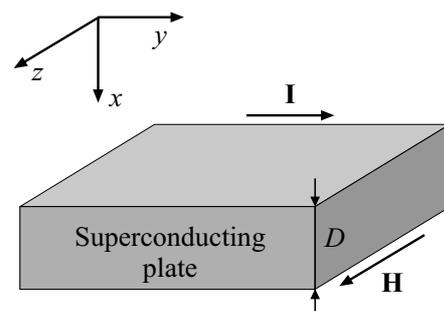


Рис. 1. Геометрия задачи.

Функционал свободной энергии F для рассматриваемой задачи записывается следующим образом:

$$F \sim \int_0^D \left[-a|\Psi(x)|^2 + b|\Psi(x)|^4 + f \left(\left| \frac{\partial \Psi}{\partial x} \right|^2 + \frac{4e^2}{c^2} A(x)^2 |\Psi(x)|^2 \right) + \frac{(\partial A / \partial x - H)^2}{8\pi} \right] dx, \quad (1)$$

где Ψ — параметр порядка в теории ГЛ, e — заряд электрона, c — скорость света, a, b и f — коэффициенты в разложении функционала свободной энергии. Согласно микроскопическим расчетам в рамках теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ), в рассматриваемом сверхпроводнике коэффициенты a и b не зависят от длины свободного пробега электронов (l) [17] и, следовательно, не зависят от координаты x . В свою очередь, в „грязном“ пределе $l \ll \xi_0$, где ξ_0 — длина когерентности в чистом сверхпроводнике в теории БКШ, коэффициент разложения f пропорционален длине свободного пробега электронов. Предположим, что зависимость длины свободного пробега от координаты x имеет вид

$$l(x) = l_0 \left(1 - \eta \left(\frac{x}{D} - \frac{1}{2} \right)^2 \right), \quad (2)$$

где l_0 — длина свободного пробега в центре пластины, а η — параметр, характеризующий степень неоднородности сверхпроводящей пластины. Если $\eta = 0$, то $l(x) = l_0$, что соответствует случаю однородной пластины.

При заданной $l(x)$ зависимость коэффициента f в разложении (1) от координаты x можно записать в виде

$$f(x) = f_{Cn} f_1(x) = f_{Cn} \left(1 - \eta \left(\frac{x}{D} - \frac{1}{2} \right)^2 \right), \quad (3)$$

что соответствует описанному выше изменению сверхпроводящих свойств пленки от центра к ее границам. На границах пленки значение f равно $f_{Cn}(1-\eta/4)$. Таким образом, η — параметр, характеризующий отличие параметра f в центре пленки и на ее границах.

В результате вариации функционала свободной энергии по параметру порядка и вектор-потенциалу, учитывая вид зависимости $f(x)$ (3) и используя калибровку вектор-потенциала $\text{div } \mathbf{A} = 0$, получаются следующие уравнения:

$$\psi - \psi^3 + \frac{f(x)}{f_{Cn}} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\xi^2} + \frac{\partial f_1}{\partial x_\xi} \frac{\partial \psi}{\partial x_\xi} - \frac{U^2 f(x)}{\kappa_{Cn}^2 f_{Cn}} \psi = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_\xi^2} - \frac{f(x) \psi^2 U}{f_{Cn} \kappa_{Cn}^2} = 0, \quad (5)$$

где κ_{Cn} — параметр ГЛ в центре пластины, ψ — нормированный параметр порядка: $\psi = \Psi / \sqrt{a/2b}$. Вместо размерных значений координаты x , толщины пластины D ,

потенциала A и плотности тока в сверхпроводнике j_s здесь введены безразмерные величины $x_\xi, d, U(x_\xi)$, и $j(x_\xi)$ соответственно

$$x_\xi = x / \xi_{Cn}, \quad d = D / \xi_{Cn}, \quad U = \frac{2\pi \kappa_{Cn} \xi_{Cn}}{\phi_0} A,$$

$$j = \frac{8\pi \kappa_{Cn}^3 \xi_{Cn}^3}{c \phi_0} j_s, \quad \xi_{Cn} = \sqrt{f_{Cn} / a},$$

где ϕ_0 — квант магнитного потока, ξ_{Cn} — длина когерентности ГЛ однородного сверхпроводника или длина когерентности ГЛ в центре неоднородного сверхпроводника, f_{Cn} — значение коэффициента f в разложении свободной энергии F (1) в центре пластины, a — коэффициент в разложении (1).

Для выбранной зависимости $l(x)$ уравнения (4), (5) преобразуются к виду:

$$\psi - \psi^3 + \left(1 - \eta \left(\frac{x_\xi}{d} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_\xi^2} - \frac{2\eta}{d} \left(\frac{x_\xi}{d} - \frac{1}{2} \right) \frac{\partial \psi}{\partial x_\xi} - \frac{U^2}{\kappa_{Cn}^2} \psi \left(1 - \eta \left(\frac{x_\xi}{d} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x_\xi^2} - \frac{\psi^2}{\kappa_{Cn}^2} U \left(1 - \eta \left(\frac{x_\xi}{d} - \frac{1}{2} \right)^2 \right) = 0. \quad (7)$$

Для решения уравнения (6) используются граничные условия

$$\left. \frac{d\psi}{dx_\xi} \right|_{x_\xi=0} = 0, \quad \left. \frac{d\psi}{dx_\xi} \right|_{x_\xi=d} = 0. \quad (8)$$

Поскольку транспортный ток I_t в пластине создает магнитное поле

$$H_I = \frac{2\pi}{c} I_t, \quad (9)$$

то полное поле вблизи поверхностей пластины равно $H \pm H_I$, и граничные условия для уравнения (7) имеют вид

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x_\xi=0} = h - h_I, \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x_\xi=d} = h + h_I, \quad (10)$$

где

$$h = \frac{H}{H_\xi}, \quad h_I = \frac{H_I}{H_\xi}, \quad H_\xi = \frac{\phi_0}{2\pi \kappa_{Cn} \xi_{Cn}}.$$

Входящие в уравнения ГЛ глубина проникновения магнитного поля λ и длина когерентности ξ зависят от температуры, поэтому приведенные выражения являются неявными функциями температуры.

Учитывая $a = a_0(T_c - T)$, где T_c — критическая температура пленки, a_0 — коэффициент, не зависящий

от температуры, получаем температурную зависимость длины когерентности в центре пластины в виде

$$\xi_{Cn} = \xi_{Cn0} / \sqrt{(T_c - T)}, \quad (11)$$

где ξ_{Cn0} — длина когерентности в центре пластины при $T = 0$. В других частях пленки зависимость длины когерентности от температуры аналогична (11).

Стоит отметить, что все приведенные ниже значения длины и толщины представлены в единицах длины когерентности в центре пластины ξ_{Cn} , а значения магнитного поля — в единицах H_ξ . Использование таких единиц облегчает сравнение свойств неоднородных сверхпроводящих пленок со свойствами однородных, в которых $\eta = 0$. Значения силы тока в рамках модели представляются через H_I (9), (10) и поэтому также, как и магнитное поле, выражены в единицах H_ξ . Итерационная процедура решения системы уравнений (6), (7) аналогична описанной в работе [8].

3. Результаты численных расчетов

Примеры зависимостей плотности критического тока от температуры приведены на рис. 2, *a*. Зависимости $J_c(T/T_c)$, где T_c — критическая температура сверхпроводника, рассчитаны при следующих параметрах: толщины сверхпроводящих пластин $d = 1-4$; степени неоднородности пленок $\eta = 0$ (однородная пленка); $\eta = 1, 2, 3, 3.9$ (неоднородные пленки); параметр ГЛ $\kappa_{Cn} = \lambda_{Cn}/\xi_{Cn} = 2$; внешнее магнитное поле отсутствует. Для однородной пластины плотность критического тока не зависит от толщины и совпадает с плотностью тока распаривания ГЛ (пунктирная линия на рис. 2, *a*). Для неоднородных пластин с $\eta \neq 0$ значения плотности критического тока также не зависят от их толщин. При этом величина J_c для неоднородных пластин тем меньше, чем больше η . Данный результат согласуется с тем, что в отсутствие внешнего магнитного поля критический ток пластин уменьшается с увеличением степени их неоднородности (см. работы [10,11]).

Остановимся на виде температурной зависимости плотности критического тока тонкой сверхпроводящей пластины. Из теории известно, что вблизи критической температуры данная зависимость ведет себя как $(T_c - T)^{3/2}$. Эта зависимость получена для однородной пленки из предположения о постоянстве параметра порядка по ее толщине, т.е. для случая, когда толщина пленки D много меньше λ и ξ . Для наглядности, на рис. 2, *b* плотность критического тока возведена в степень $2/3$. Зависимости, представленные на рисунке, являются линейными в выбранном диапазоне температур, что подтверждает степенной характер температурных зависимостей $((T_c - T)^{3/2})$ как однородных, так и неоднородных сверхпроводящих пленок толщиной порядка ξ .

Аналогичные расчеты были проведены для случая $\kappa_{Cn} = \lambda_{Cn}/\xi_{Cn} = 10$. Результаты расчетов совпадают с полученными для случая $\kappa_{Cn} = 2$ (при выбранном способе

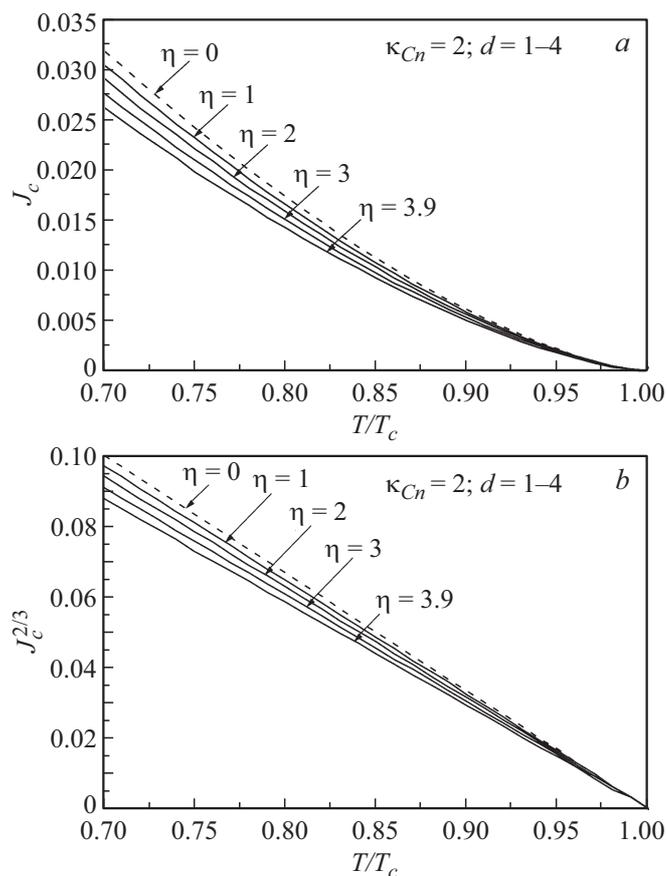


Рис. 2. Зависимости плотности критического тока J_c (*a*) и $J_c^{2/3}$ (*b*) от отношения T/T_c для однородных ($\eta = 0$) и неоднородных ($\eta = 1, 2, 3, 3.9$) сверхпроводящих пластин различной толщины ($d = 1-4$). Параметр ГЛ $\kappa_{Cn} = \lambda_{Cn}/\xi_{Cn} = 2$.

обезразмеривания величин плотность тока распаривания не зависит от параметра ГЛ).

На рис. 3, *a, c* представлены температурные зависимости критического магнитного поля от температуры $h_c(T/T_c)$. Зависимости рассчитаны для пластин различной толщины ($d = 1, 2$ и 4) и степени неоднородности $\eta = 0$ (однородная пленка), $\eta = 1, 2, 3, 3.9$ (неоднородные пленки). Параметр ГЛ $\kappa_{Cn} = \lambda_{Cn}/\xi_{Cn} = 2$. Для каждой конкретной температуры и толщины значения критического магнитного поля для неоднородной пластины (сплошные линии на рисунках) больше, чем для однородной (пунктирные линии на рисунках). При этом, чем больше степень неоднородности, тем больше величина критического поля. На практике, при введении в пленку неоднородностей наблюдается увеличение критического магнитного поля (см., например, [18]).

Из теории следует, что вблизи критической температуры зависимость критического поля $h_c(T)$ ведет себя как $(T_c - T)^{1/2}$. Данная зависимость получена из предположения, что толщина пленки много меньше длины когерентности и лондоновской глубины проникновения. Для наглядности на рис. 3, *b, d* критическое магнитное

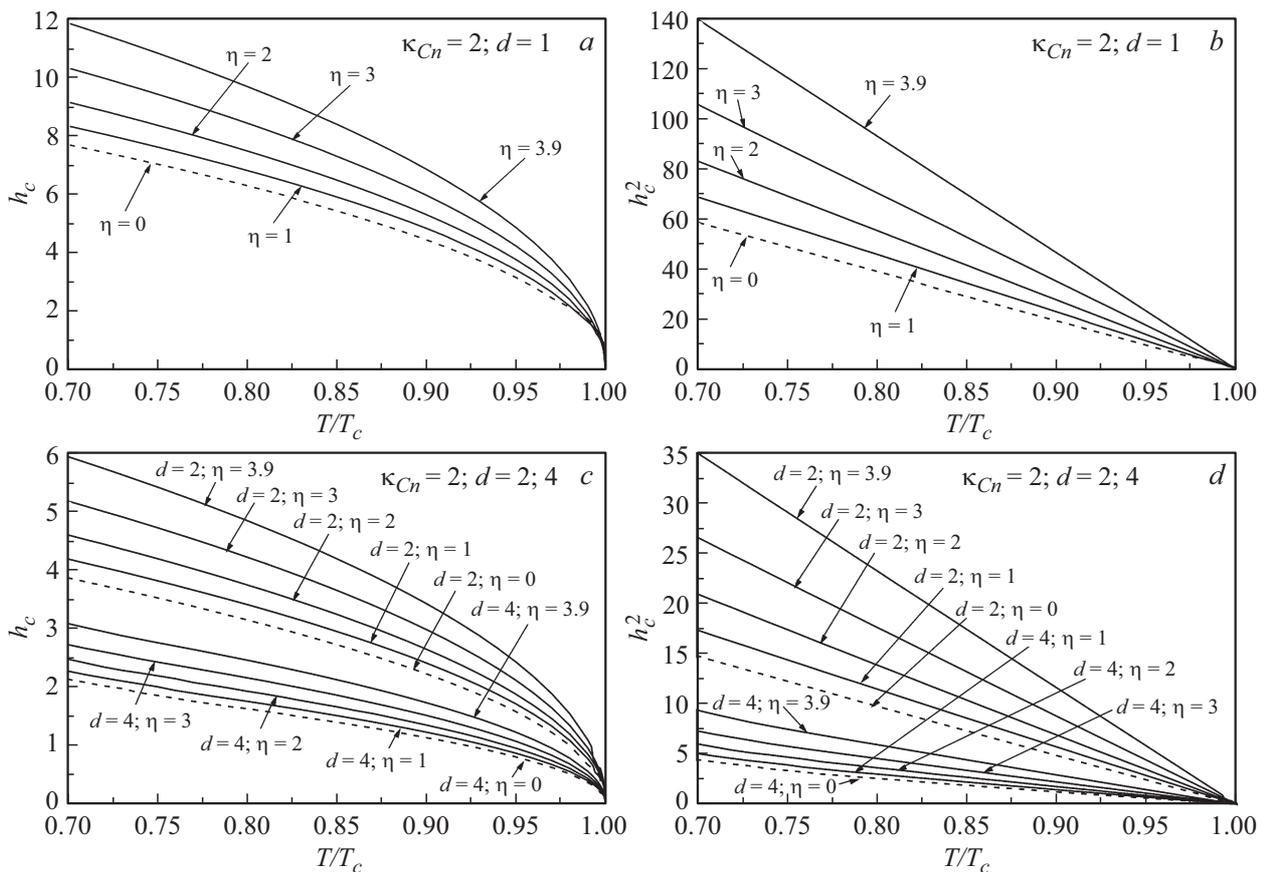


Рис. 3. Зависимости критического магнитного поля h_c (a, c) и h_c^2 (b, d) от отношения T/T_c для однородных ($\eta = 0$) и неоднородных ($\eta = 1, 2, 3, 3.9$) сверхпроводящих пластин различной толщины ($d = 1$ (a, b); $d = 2$ и $d = 4$ (c, d)). Параметр ГЛ $\kappa_{Cn} = \lambda_{Cn}/\xi_{Cn} = 2$.

поле возведено в квадрат. Зависимости, представленные на рисунке, являются линейными вблизи критической температуры, что и подтверждает степенной характер температурных зависимостей $((T_c - T)^{1/2})$ как однородных, так и неоднородных сверхпроводящих пленок толщиной порядка длины когерентности ξ .

Для пластин толщиной $d = 4$ наблюдается смена вида температурной зависимости критического поля. Данное изменение представляет собой переход от линейной зависимости (при низких температурах) к корневой (вблизи T_c). Описанный переход приводит к тому, что зависимость $h_c^2(T/T_c)$ перестает быть линейной вдали от критической температуры (рис. 3, d). Смена вида зависимости наблюдается как для однородной, так и неоднородной пластин. Как обсуждалось ранее [7,8], это связано с тем, что, начиная с некоторого значения температуры, толщина пластины в единицах ξ становится меньше диаметра кора вихря, и, как следствие, вихри перестают проникать в пластину. В итоге, в ней реализуется мейснеровское состояние. При этом температурная зависимость критического поля изменяется по корневому закону, как и ожидается для мейснеровского состояния. Описанный выше вид температурной зависимости критического магнитного поля наблюдается для реальных сверхпроводящих пленок [18].

По аналогии с описанным выше были проведены расчеты температурных зависимостей критического магнитного поля для случая $\kappa_{Cn} = 10$. Результаты расчетов качественно совпадают с полученным для случая $\kappa_{Cn} = 2$, при этом абсолютные значения критического магнитного поля для $\kappa_{Cn} = 10$ ощутимо больше, чем для случая $\kappa_{Cn} = 2$.

4. Заключение

Основные результаты работы можно сформулировать следующим образом:

— подтверждено, что при заданном модельном распределении длины свободного пробега электронов l по толщине пленки (2), происходит уменьшение плотности критического тока и увеличение критического магнитного поля неоднородной пленки относительно аналогичных параметров однородной пленки. При этом, чем больше степень неоднородности, тем ниже значение плотности критического тока и выше значение критического магнитного поля;

— характер температурных зависимостей плотности критического тока и критического магнитного поля, параллельного поверхности пластины, вблизи крити-

ческой температуры для однородной и неоднородной пластин, в целом, совпадают. При этом вид рассчитанных температурных зависимостей, полученных как для неоднородной, так и для однородной пленок, согласуется с наблюдаемым на эксперименте.

Финансирование работы

Работы выполнены в рамках Государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ (тема „Физика высокотемпературных сверхпроводников и новых квантовых материалов“, № 0023-2019-0005).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] A.N. Moroz, A.N. Maksimova, V.A. Kashurnikov, I.A. Rudnev. *IEEE Transact. Appl. Supercond.* **28**, 4, 8000705 (2018).
- [2] V.A. Kashurnikov, A.N. Maksimova, A.N. Moroz, I.A. Rudnev. *Supercond. Sci. Technol.* **31**, 11, 115003 (2018).
- [3] В.А. Кашурников, А.Н. Максимова, И.А. Руднев, Д.С. Одинцов. *ФТТ* **57**, 9, 1685 (2015).
- [4] К.С. Пигальский. *Письма в ЖЭТФ* **101**, 3, 185 (2015).
- [5] D.Yu. Vodolazov, G. Berdiyrov, F.M. Peeters. *Physica C* **552**, 64 (2018).
- [6] П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков. *Кр. сообщения по физике ФИАН № 6*, 3 (2014).
- [7] П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков. *Кр. сообщения по физике ФИАН № 12*, 26 (2014).
- [8] П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков. *ФТТ* **57**, 7, 1277 (2015).
- [9] П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, К.А. Дмитриева, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков. *ФТТ* **61**, 2, 234 (2019).
- [10] П.И. Безотосный, С.Ю. Гаврилкин, К.А. Дмитриева, А.Н. Лыков, А.Ю. Цветков. *Кр. сообщения по физике ФИАН № 2*, 20 (2020).
- [11] P.I. Bezotosnyi, K.A. Dmitrieva, S.Yu. Gavrillkin, A.N. Lykov, A.Yu. Tsvetkov. *IEEE Transact. Appl. Supercond.* **31**, 3, 7500107 (2021).
- [12] D.Yu. Vodolazov, Yu.P. Korneeva, A.V. Semenov, A.A. Korneev, G.N. Goltsman. *Phys. Rev. B* **92**, 10, 104503 (2015).
- [13] M. Shcherbatenko, Y. Lobanov, A. Semenov, V. Kovalyuk, A. Korneev, R. Ozhegov, A. Kazakov, B.M. Voronov, G.N. Goltsman. *Opt. Exp.* **24**, 26, 30474 (2016).
- [14] Yu.P. Korneeva, D.Yu. Vodolazov, A.V. Semenov, I.N. Florya, N. Simonov, E. Baeva, A.A. Korneev, G.N. Goltsman, T.M. Klapwijk. *Phys. Rev. Appl.* **9**, 6, 064037 (2018).
- [15] S. Kaplan, H. Engseth. *Supercond. Sci. Technol.* **20**, 11, 310 (2007).
- [16] Е.А. Андрюшин, В.Л. Гинзбург, А.П. Силин. *УФН* **163**, 9, 105 (1993).
- [17] P.G. De Gennes. *Superconductivity of Metals and Alloys*. N.Y., Amsterdam, W.A. Benjamin (1966). P. 222.
- [18] Н.П. Шабанова, С.И. Красносвободцев, А.В. Варлашкин, А.И. Головашкин. *ФТТ* **49**, 6, 990 (2007).

Редактор Т.Н. Василевская