

05

Критический ток в длинном джозефсоновском контакте во внешнем магнитном поле при сильном пиннинге

© М.А. Зеликман

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: marzelik@mail.ru

Поступило в Редакцию 6 января 2021 г.

В окончательной редакции 19 марта 2021 г.

Принято к публикации 22 марта 2021 г.

Проведен анализ возможных токовых распределений при пропускании тока через периодически модулированный длинный джозефсоновский контакт, находящийся во внешнем магнитном поле. Рассмотрен случай, когда величина параметра пиннинга больше критического значения. Показано, что максимальная величина незатухающего тока при любом значении внешнего магнитного поля определяется только длиной контакта и не зависит от внешнего магнитного поля. Для расчета использован подход, основанный на анализе непрерывного видоизменения токовой конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса.

Ключевые слова: джозефсоновский контакт, сверхпроводимость, пиннинг.

DOI: 10.21883/JTF.2021.08.51093.1-21

Введение

Сверхпроводимость в настоящее время является очень важным направлением исследований как теоретического, так и практического характера. Критическая температура высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП) становится все выше и постепенно приближается к комнатным значениям [1,2]. Поэтому большое внимание привлекают другие параметры, могущие ограничивать применение сверхпроводников: пропускаемый ток и внешнее магнитное поле. Их критические значения, т.е. величины, при которых сверхпроводимость исчезает, должны быть достаточно высокими. Изучение процессов, происходящих в ВТСП при внесении его в магнитное поле, а также при протекании по нему незатухающих токов, является целью значительного числа исследований.

При помещении сверхпроводника в магнитное поле в его поверхностном слое возникают незатухающие экранирующие токи, обеспечивающие нулевое магнитное поле внутри образца. Иными словами, поле выталкивается из объема сверхпроводника. Но при достаточно больших полях этот механизм перестает работать, так как становится энергетически выгодным возникновение вихрей.

При отсутствии пиннинга в образце устанавливается однородная вихревая решетка, соответствующая равномерному проникновению поля. По мере роста поля эта решетка становится все более плотной. При уменьшении поля часть вихрей свободно покидает образец, и решетка становится более разреженной.

При наличии пиннинга вихри не могут сразу заполнить все сечение образца, они возникают сначала возле поверхности и с ростом поля постепенно продвигаются

внутрь. Для обычных сверхпроводников физика этих процессов понятна, и их теория, базирующаяся на уравнениях Гинзбурга–Ландау, построена еще до создания теории Бардина–Купера–Шриффера (БКШ). Керамические высокотемпературные сверхпроводники имеют гранулированную структуру. Поэтому теоретическое описание возникновения и поведения вихрей сталкивается с некоторыми трудностями. В местах соприкосновения гранул друг с другом образуются джозефсоновские контакты, количество которых так велико, что такие среды иногда называют джозефсоновскими. Все эти джозефсоновские контакты являются нелинейными элементами, что сильно усложняет анализ таких сред. Определенные трудности связаны и с ячеистой структурой среды, когда между соприкасающимися сверхпроводящими гранулами находятся диэлектрические области. Структура токовых состояний как экранирующих, так и вихревых не такая, как в обычных сверхпроводниках. Уравнения Гинзбурга–Ландау неприменимы в этой ситуации, и нужно искать другую основу для математического описания гранулированных сверхпроводников.

Представляет значительный интерес исследование проникновения магнитного поля в длинный периодически модулированный джозефсоновский контакт. С одной стороны, это связано с возможностью изготовления искусственных структур типа [3,4], на которых могут быть проверены теоретические предсказания. Исследование процессов в длинных джозефсоновских контактах представляет интерес в связи с идеей использования цепочек коротких контактов для повышения эффективности излучения [5]. В настоящее время ведутся также исследования подобных структур, в которых диэлектрик в слое между сверхпроводниками заменен на ферромагнетик [6]. С другой стороны, такой контакт

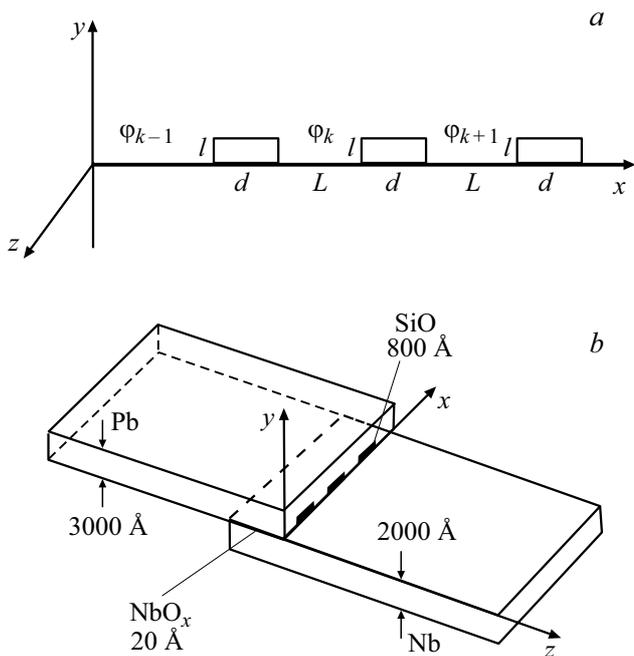


Рис. 1. *a* — модель периодически модулированного джозефсоновского контакта; *b* — структура искусственно созданного периодически модулированного джозефсоновского контакта: $l = 80 \text{ nm}$, $d = 10 \mu\text{m}$, $L = 50, 100, 125 \mu\text{m}$.

представляет собой модель, которой свойственны все процессы, имеющие место в сверхпроводящих образцах: выталкивание магнитного поля, возникновение вихрей, их пиннинг и все связанные с этим феномены, в частности, проникновение в контакт внешнего магнитного поля. Математически эта задача существенно проще аналогичной задачи для трехмерного сверхпроводника. Она может быть решена весьма точно, что позволяет понять различные детали происходящих процессов. Поэтому исследованиям процессов в длинных джозефсоновских контактах посвящено значительное число работ [7–9].

Искусственный периодически модулированный джозефсоновский контакт (рис. 1, *a*) представляет собой тонкий слой диэлектрика (плоскость xz) между двумя сверхпроводниками, пересеченный параллельными друг другу бесконечными вдоль оси z полосами диэлектрика толщины l вдоль оси y и ширины d вдоль оси x , периодически расположенными вдоль оси x на расстоянии L друг от друга. Внешнее магнитное поле, а также оси вихрей направлены вдоль оси z . На рис. 1, *b* изображена структура искусственно создаваемого периодически модулированного джозефсоновского контакта [3]. На участках между полосами величина скачка фазы между сторонами контакта медленно меняется с координатой, в то время как при переходе через полосу она меняется скачком. Обозначим усредненное по k -му участку между полосами значение скачка через φ_k (рис. 1, *a*). Пусть скачок фазы на ближайшем к границе контакта участке равен φ_1 , и по мере продвижения внутрь φ_2 , φ_3 и т.д.

Распределение величин φ_k описывает установившееся токовое состояние.

В работах [10–12] показано, что поведение контакта в магнитном поле зависит от величины так называемого параметра пиннинга $g = 2\pi\mu_0 i_c L d / \Phi_0$ (в [10,11] использовано обозначение I). Здесь i_c — критическая плотность тока каждого точечного джозефсоновского перехода, Φ_0 — квант магнитного потока, смысл величин L , l , d ясен из рис. 1. При малых значениях g ситуация такая же, как при нулевом пиннинге, т.е. при превышении внешним полем некоторого значения H_{max} , вихри заполняют сразу весь контакт от его границы до бесконечности. Это напоминает ситуацию в сверхпроводниках II рода. При больших же значениях g вихри с ростом поля постепенно продвигаются от границы внутрь контакта, а магнитное поле в глубине контакта остается равным нулю, т.е. ситуация аналогична сверхпроводнику III рода. В [11] показано, что эти два режима разделяются критическим значением параметра пиннинга g_c , лежащим в диапазоне 0.95–1.00. В [12] на базе подхода, развитого в нелинейной физике [13,14], найдено точное значение $g_c = 0.9716$. При $g > g_c$ существует возможность неограниченного роста поля к границе контакта, т.е. при любом внешнем поле у границы может существовать токовая конфигурация конечной длины, обеспечивающая полную компенсацию поля внутри контакта вдали от границы. В [11] проведено подробное исследование этого случая. В глубине контакта магнитное поле равно нулю, у границы оно уменьшается с глубиной почти линейно с некоторыми более или менее выраженными осцилляциями. Значения коэффициента наклона представляют собой рациональные дроби и остаются постоянными в конечных интервалах g . При выходе g за верхнюю границу такого интервала коэффициент наклона скачком увеличивается и принимает значение другой рациональной дроби.

В работе [11] рассмотрен длинный контакт во внешнем магнитном поле при $g > g_c$ в случае, когда полный ток через контакт равен нулю.

В работе [12] рассчитано распределение токов в контакте при заданном полном токе в нулевом внешнем магнитном поле.

Целью настоящей работы является анализ общего случая при $g > g_c$, когда во внешнее магнитное поле помещен длинный джозефсоновский контакт, через который протекает незатухающий сверхпроводящий ток.

1. Постановка задачи и предварительный анализ

При наличии пиннинга распределение скачков фазы и токов по контакту не является однозначным. Причиной этого является очевидная „гистерезисность“ ситуации: вид установившейся конфигурации зависит от предыстории, т.е. от того, как было получено данное состояние. Например, если сначала внести контакт в сколь угодно

малое поле и только потом охладить его и перевести в сверхпроводящее состояние, то магнитные потоки будут пронизывать и внутренние ячейки контакта. Если же внести его в поле в сверхпроводящем состоянии, то при малых полях конфигурация будет мейсснеровской, т. е. поле проникнет только в очень узкий приграничный слой. Существует огромное число различных вариантов.

Решим задачу для случая постепенного включения поля и последующего увеличения транспортного тока. Контакт уже находится в сверхпроводящем состоянии, а внешнее поле медленно увеличивается от нулевого значения до H_e . После этого через контакт пропускают вдоль оси x внешний ток, который медленно и монотонно увеличивается от нуля до J . Пусть для определенности внешнее поле направлено от нас, а транспортный ток — вверх. Суммарное поле вне контакта с правой стороны от него равно $H_e + J/2b$, а с другой — $H_e - J/2b$, где b — длина контакта вдоль оси z (рис. 1). Будем называть ориентацию вихрей в правой структуре положительной, а обратную — отрицательной.

Пусть длина контакта равна L_{cont} . Введем безразмерные параметры

$$h = H_e/H_0, \quad j = \frac{J}{bH_0}, \quad l_{cont} = \frac{L_{cont}}{L+d},$$

где $H_0 = \Phi_0/\mu_0 S$ — значение внешнего поля, при котором через каждую ячейку площадью S проходит 1 квант магнитного потока Φ_0 ; l_{cont} — длина контакта в количестве ячеек.

При нулевом токе профили поля внутри контакта у обоих его краев одинаковы. С увеличением тока j они становятся принципиально разными. У правого края, около которого поле равно $h + j/2$, конфигурация соответствует минимуму потенциала Гиббса при адиабатическом увеличении магнитного поля от h до $h + j/2$, т. е. поле линейно (с коэффициентом k) убывает с глубиной внутрь контакта [11], начиная со значения $h + j/2$. Длина этой приграничной структуры равна $(h + j/2)/k$ ячеек. У другого края поле уменьшалось от величины h до $(h - j/2)$, т. е. имел место обратный ход внешнего магнитного поля. Поэтому вследствие гистерезиса рельеф уже не является линейным.

Возможны следующие случаи:

1. Если $j > 4h$, то $h - j/2 < -h$. При этом поле преодолевает пиннинг уже существовавших у левого края вихрей [15], в результате чего у левого края устанавливается вихревая структура из противоположно ориентированных вихрей (рис. 2, *a*). При этом профиль поля у левого края контакта также линейный, его длина равна $(j/2 - h)/k$. Если длина контакта l_{cont} меньше суммы длин приграничных структур $(h + j/2)/k + (j/2 - h)/k = j/k$, то в области их пересечения противоположно ориентированные вихри уничтожают друг друга, на их место приходят новые, при движении вихрей энергия переходит в излучение и в тепло, и токи перестают быть незатухающими. Этот

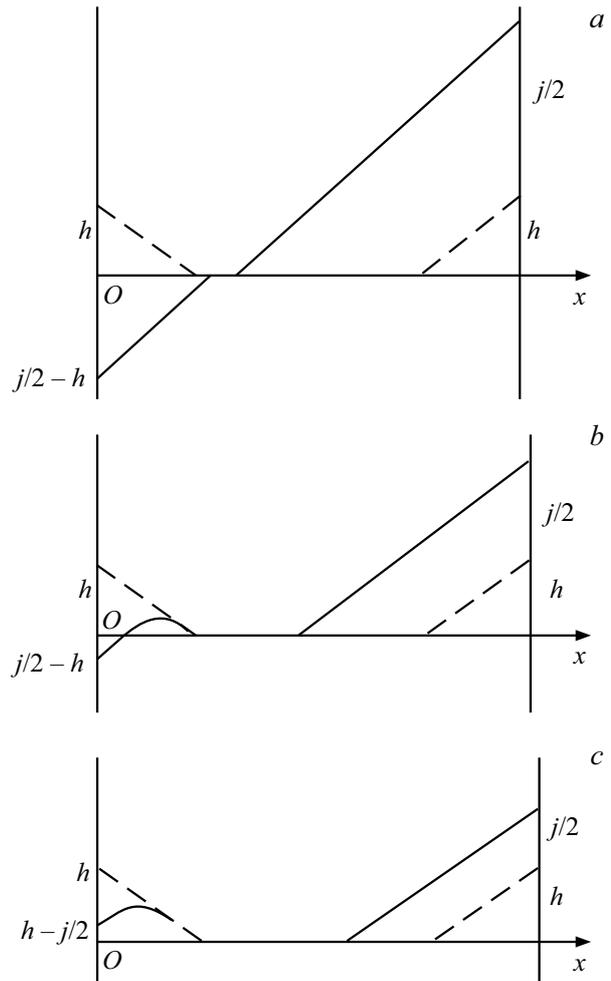


Рис. 2. Профили магнитного поля внутри длинного контакта при заданном внешнем поле h и разных значениях тока j : $j > 4h$ (*a*), $4h > j > 2h$ (*b*), $j < 2h$ (*c*). Штрихом показаны профили поля до включения тока ($j = 0$).

результат включает в себя условие движения вихревой картины $j > kl_{cont}$, полученное в работе [12] при $h = 0$.

2. Если $2h < j < 4h$, то вихри в глубине контакта остаются положительно ориентированными, а вихри вблизи левого края контакта могут быть либо положительными (при малом значении $(j - 2h)$), либо отрицательными (рис. 2, *b*) [15]. В первом случае ситуация будет проанализирована далее, в п. 3. Рассмотрим второй случай. С ростом тока правая структура расширяется, но взаимоуничтожения вихрей на границе с левой не будет, так как они имеют одинаковую ориентацию. Левая конфигурация будет сжиматься под давлением правой, и принадлежащие ей вихри положительной ориентации будут двигаться влево и аннигилировать с отрицательными. Это будет продолжаться, пока сумма длин положительной и отрицательной структур $(h + j/2)/k + (j/2 - h)/k = j/k$ не станет равной длине контакта l_{cont} . К этому моменту все положительные вихри левой структуры уничтожатся, и отрицательные

вихри левой структуры будут аннигилировать с положительными вихрями правой. Снова получаем ситуацию, рассмотренную в п. 1.

3. Если $h > j/2$, то обе вихревые структуры ориентированы одинаково. Такая же ситуация может существовать и при $2h < j < 4h$ при небольших значениях $(j - 2h)$ (см. п. 2). Взаимоуничтожения вихрей при пересечении не будет. Исследуем возможность установления стационарной ситуации. Если краевые структуры пересекаются при нулевом токе, то силы, действующие на точку их пересечения с обеих сторон, будут равны. С ростом тока сила со стороны правого края растет, а со стороны левого падает, так как слева структура получена при снижении поля. Поэтому правая структура будет двигать левую влево. При этом левая конфигурация сожмется до такого состояния, при котором сила ее противодействия максимальна. Это состояние соответствует линейной зависимости от глубины с тем же коэффициентом k .

В итоге у обоих краев устанавливаются приграничные токовые структуры конечной длины

(рис. 3). Сумма длин приграничных структур равна $(h + j/2)/k + |h - j/2|/k = 2h/k$. На рис. 3 изображены различные возможные случаи. В случае рис. 3, *a* структуры не пересекаются, ситуация стационарная. В случае рис. 3, *b* структуры *AFG* и *CMN* были бы в покое. Но будут ли в покое структуры *DBFG* и *BDMN*? Достаточно ли сила, действующая на *DBFG* со стороны *BDMN*, чтобы удержать ее в покое? Из равновесия *CMN* следует, что сила со стороны *BDMN* равна силе со стороны *CBD*, которая равна силе со стороны *ABD*. А эта сила компенсирует силу со стороны *BDFG*, т.е. структура *BDFG* будет в покое. То же касается и структуры *BDMN*. Аналогичное рассмотрение показывает, что и в случае рис. 3, *c* структуры находятся в покое.

А в случае рис. 3, *d* равновесия нет, поэтому вихри движутся справа налево, при этом их энергия переходит в излучение и в тепло. Найдем соотношение параметров, при котором реализуется ситуация: $FG = h + j/2$, $MN = h - j/2$, $FP = FG - MN = j$ (рис. 3, *d*). Из того факта, что $FP > RP$, следует, что $j > kl_{cont}$.

Итак, во всех трех случаях (1–3) условие нестационарности при $g > g_c$ имеет вид

$$j > kl_{cont} \text{ при любом } h. \quad (1)$$

2. Теоретический расчет

Проверим выводы, полученные на основе рассуждений, точным математическим расчетом. Применим метод, использованный в [11] для расчета профиля поля в контакте при нулевом полном токе. На первом этапе будем считать полный ток равным нулю и найдем профиль поля в контакте при монотонном увеличении внешнего поля H_e .

Рассмотрим контакт конечной длины, содержащий нечетное число ячеек $2N - 1$, т.е. число токовых рядов равно $2N$. Поле H_e направлено сверху вниз. Потенциал Гиббса такой конфигурации высотой в 1 м записывается в виде [11]:

$$G = E - \int BH dV = \frac{\Phi_0^2}{2\pi^2\mu_0 S} \left[\sum_{i=1}^{2N-1} \left(\frac{1}{2} (\varphi_{i+1} - \varphi_i)^2 + g(1 - \cos \varphi_i) \right) - 2\pi h(\varphi_1 - \varphi_{2N}) \right]. \quad (2)$$

Будем трактовать величину G как высоту (или потенциальную энергию) горного рельефа, заданного на многомерном множестве координат. Установившиеся при каком-либо значении внешнего поля h конфигурации соответствуют минимумам энергии (впадинам) в этом рельефе. Если h скачком увеличится на какую-то малую величину, это приведет к некоторому видоизменению рельефа, в результате чего конфигурация (набор координат), соответствовавшая минимуму прежнего рельефа,

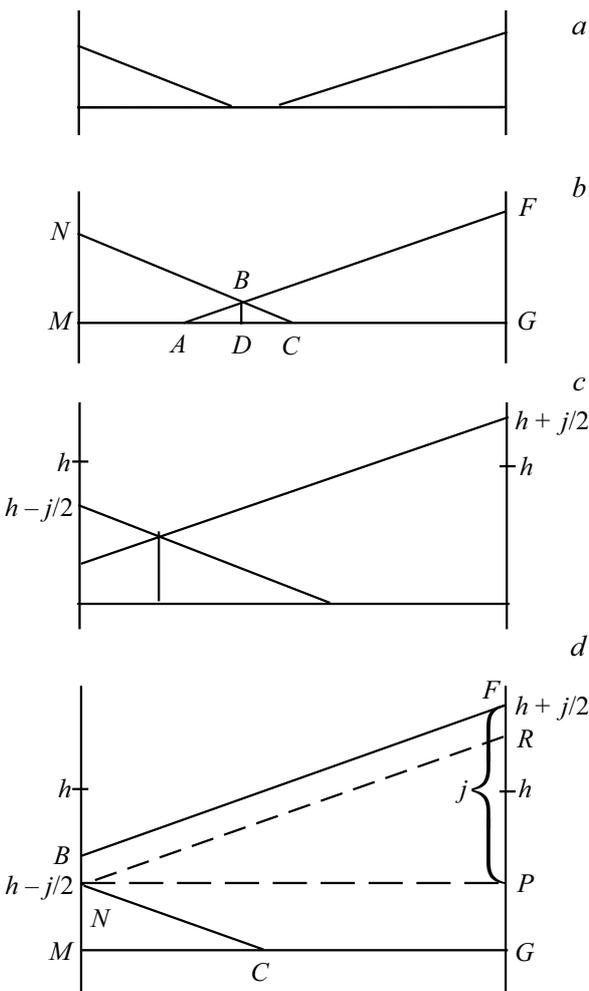


Рис. 3. Возможные профили нормированной напряженности магнитного поля в контакте. В случаях *a, b* и *c* структуры стационарны; в случае *d* возникает их движение справа налево.

теперь окажется на склоне нового. Дальнейшее изменение формы этой конфигурации можно рассматривать как „скатывание“ по новому рельефу с уменьшением „потенциальной энергии“. Пусть этот процесс происходит как результат большого количества маленьких шагов. Логично предположить, что в каждой „точке“ скатывание происходит вдоль линии наискорейшего спуска, т.е. вдоль градиента функции G . Это значит, что при каждом шаге все „координаты“ φ_i получают приращения, пропорциональные соответствующей проекции градиента: $\Delta\varphi_i = -\frac{\partial G}{\partial\varphi_i}\delta$, где δ — малый постоянный множитель, задающий величину шага. Далее вычисляем все $\frac{\partial G}{\partial\varphi_i}$ в новой точке, т.е. при новых значениях φ_i , и производим следующий шаг. Эта процедура повторяется до тех пор, пока не приходим к новой устойчивой конфигурации, находящейся во впадине рельефа, соответствующего заданному h .

Выражения для „проекций градиента“ G имеют вид

$$\frac{\partial G}{\partial\varphi_i} = 2\varphi_i - \varphi_{i-1} - \varphi_{i+1} + g \sin \varphi_i, \quad (2 \leq i \leq 2N - 1), \quad (3a)$$

$$\frac{\partial G}{\partial\varphi_1} = \varphi_1 - \varphi_2 + g \sin \varphi_1 - 2\pi h, \quad (3b)$$

$$\frac{\partial G}{\partial\varphi_{2N}} = \varphi_{2N} - \varphi_{2N-1} + g \sin \varphi_{2N} + 2\pi h, \quad (3c)$$

В [11] в качестве начальной точки для этого алгоритма выбиралась точка на границе мейсснеровского режима H_S . Этот метод позволял рассчитать мейсснеровскую конфигурацию только с одного края контакта, т.е. в предположении бесконечной длины контакта. В рассматриваемой ситуации длина контакта конечна, поэтому необходимо учитывать и другой край. Распределение φ_i в мейсснеровском состоянии также соответствует минимуму потенциала Гиббса, поэтому его можно рассчитывать, используя тот же метод, что и для $h > h_S$ в [11].

В качестве начальной точки выбираем значение поля $h = 0$, при этом все φ_i равны нулю. Дадим h какое-то небольшое значение и предоставим возможность „точке“ двигаться по „линии наискорейшего спуска“, как это объяснялось выше. В смысле программирования это означает задать цикл, в каждом шаге которого новые значения φ_m при $1 \leq m \leq 2N$ вычисляются по формуле $\varphi_m = \varphi_m - \frac{\partial G}{\partial\varphi_m}\delta$ с учетом (3). В конце концов, приходим к конфигурации, в которой все производные $\frac{\partial G}{\partial\varphi_i}$ обратятся в ноль. Это и есть искомая устойчивая равновесная конфигурация, соответствующая значению поля h . Далее, начиная от этой конфигурации, можно дать полю новое значение $h + \Delta h$ и т.д. Таким способом можно найти распределение токов и скачков фазы при любом значении внешнего магнитного поля.

На втором этапе рассмотрим транспортный ток j , протекающий через контакт в направлении от нас. Из теоремы о циркуляции напряженности магнитного поля следует, что суммарное поле вне контакта с правой стороны равно $h + j/2$, а с левой — $h - j/2$. Начальной конфигурацией будет рассчитанное на первом этапе

(при нулевом транспортном токе) распределение φ_m . Зададимся малым значением тока j , тогда поля по обе стороны от контакта будут равны $h + j/2$ и $h - j/2$.

Теперь выражения для „проекций градиента“ G имеют вид

$$\frac{\partial G}{\partial\varphi_i} = 2\varphi_i - \varphi_{i-1} - \varphi_{i+1} + g \sin \varphi_i, \quad (2 \leq i \leq 2N - 1), \quad (4a)$$

$$\frac{\partial G}{\partial\varphi_1} = \varphi_1 - \varphi_2 + g \sin \varphi_1 - 2\pi(h - j/2), \quad (4b)$$

$$\frac{\partial G}{\partial\varphi_{2N}} = \varphi_{2N} - \varphi_{2N-1} + g \sin \varphi_{2N} + 2\pi(h + j/2). \quad (4c)$$

Новые значения φ_m вычисляются по формуле $\varphi_m = \varphi_m - \frac{\partial G}{\partial\varphi_m}\delta$. Далее, начиная от этой конфигурации, дадим току j малое приращение, проведем расчет при новом значении j и т.д. Так можно исследовать распределение скачков фазы φ_i во всем диапазоне изменения транспортного тока.

Магнитное поле внутри m -й ячейки можно вычислить по формуле [11]

$$h_m = (\varphi_{m+1} - \varphi_m)/2\pi. \quad (5)$$

Используя формулу $g = 2\pi\mu_0 i_C l d / \Phi_0$, можно записать нормированную силу тока через m -й джозефсоновский переход в виде $j_m = \frac{J_m}{bH_0} = \frac{icdb \sin \varphi_m}{bH_0} = \frac{g}{2\pi} \sin \varphi_m$.

Воспользовавшись формулами (4a) и (5), получим следующее выражение для вычисления нормированного тока через m -й переход ($2 \leq m \leq 2N - 1$):

$$j_m = h_{m+1} - h_m. \quad (6)$$

Токи j_1 и j_{2N} ищутся по формулам (4b) и (4c).

Складывая уравнения (4) для всех i от 1 до $2N$, получим

$$\sum_{i=1}^{2N} g \sin \varphi_i = 2\pi j,$$

т.е. сумма всех нормированных токов равна j , как и должно быть.

3. Результаты расчетов, их интерпретация и анализ

Критическое значение параметра пиннинга g_C равно 0.9716. Рассмотрим значения $g > g_C$, а именно $g = 2$ ($h_S = 0.521$) и $g = 3.5$ ($h_S = 0.774$). Длина контакта l_{cont} для $g = 3.5$ выбрана равной 19 ячеек, т.е. $N = 10$, а для $g = 2 - 39$ ячеек, т.е. $N = 20$.

Компьютерные расчеты полностью подтвердили возможность использования предложенного алгоритма для расчета проникновения поля в контакт. Действительно, постепенным увеличением значения h , а затем, увеличивая ток от нуля до j , удастся проследить последовательное изменение конфигурации. При каждом значении h существует максимальное значение тока, выше которого стационарная картина не существует.

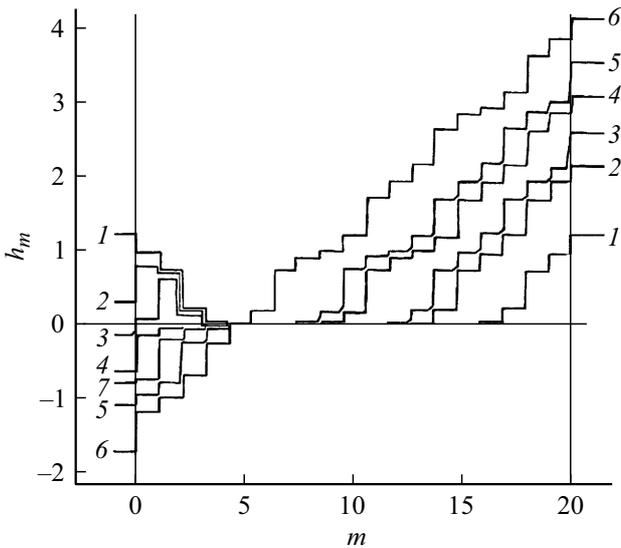


Рис. 4. Профили поля внутри контакта с $g = 3.5$ при $h = 1.27$ и разных значениях тока j : 0 — кривая 1, 1.90 — кривая 2, 2.86 — кривая 3, 3.82 — кривая 4, 4.78 — кривая 5, 6.07 — кривая 6, 4.14 — кривая 7.

На рис. 4 изображены зависимости поля в ячейке h_m , рассчитанного по формуле (5), от ее номера m для случая $g = 3.5$, $h = 1.27$ ($2\pi h = 8$) при разных значениях тока j . Во всех точках внутри каждой ячейки поле имеет одно и то же значение, поэтому зависимости имеют ступенчатый вид. При нулевом токе (кривая 1) профиль имеет одинаковый вид с обеих сторон контакта, причем магнитное поле отлично от нуля только в приграничных областях. С ростом тока правая структура увеличивается в размере, причем средний коэффициент наклона остается неизменным. Изменения правой структуры соответствуют ожиданиям. Поле слева от контакта с ростом тока уменьшается, но пиннинг обеспечивает гистерезис, поэтому поле резко изменяется вблизи границы, а во внутренних ячейках меняется медленнее. С ростом тока эта тенденция продолжается. В конце концов, при $j = 6.07$ (кривая 6) профиль во всем контакте становится линейным (с небольшими отклонениями от линейной зависимости). При токе больше 6.08 расчет продолжается бесконечное время, что говорит об отсутствии стационарного решения. Значение критического тока j_c лежит в диапазоне 6.07–6.08.

Графики рис. 4 подтверждают рассуждения, приведенные ранее. Пока $j < 2h$ (профили 1 и 2), вихри в левой структуре имеют положительную ориентацию, что соответствует рис. 2, *c*). При $2h < j < 4h$ они могут быть как положительными (профиль 3), так и отрицательными (профили 4, 5, 7) — рис. 2, *b*. При $j > 4h$ (профиль 6) у левого края устанавливается вихревая структура из отрицательно ориентированных вихрей, причем ее длина больше, чем при отсутствии тока (рис. 2, *a*).

В рассмотренном случае ($h = 1.27$) при длине контакта 19 ячеек правая и левая структуры при отсутствии

тока не пересекались. Поэтому нестационарность наступала сразу после соединения этих структур. Рассмотрим ситуацию, когда они пересекались уже при нулевом токе. На рис. 5 изображены графики $h_m(m)$ при $g = 3.5$ для случая $h = 4.60$ при разных значениях тока j . В этом случае обе крайние структуры ориентированы положительно. С ростом тока правая структура продвигается все глубже, левая изменяется с учетом гистерезиса. Нестационарность возникает, когда профиль становится линейным по всей длине контакта (кривая 3), что подтверждает рассуждения, связанные с рис. 3.

Значение критического тока j_c при $h = 4.60$ лежит в диапазоне 6.11–6.14. При значениях поля $h = 2.30$ и 3.63 расчет показывает, что критические токи находятся в интервалах 6.14–6.17 и 6.21–6.24. Ранее мы пришли к выводу, что при $h = 1.273 j_c$ лежит в диапазоне 6.07–6.08.

Таким образом, при $g = 3.5$ средняя величина критического тока по всем рассмотренным значениям поля равна $\langle j_c \rangle \approx 6.15$. Во всех рассмотренных случаях длина контакта равнялась 19 ячейкам ($N = 10$). Это важно при вычислении критического тока, поскольку наклон рельефа во всех случаях один и тот же. В работах [11,12] показано, что при $g = 3.5$ коэффициент наклона $k = 1/3$. Тогда расчетное значение критического тока равно $k \cdot l_{cont} = 1/3 \cdot 19 = 6.33$. Согласие с величиной $j_c = 6.15$ весьма хорошее.

Проверим эту закономерность при другом значении параметра пиннинга: $g = 2$. На рис. 6 приведены графики для $g = 2$ при $h = 2.87$ при нулевом токе (кривая 1) и при его критическом значении (кривая 2). В этом случае $N = 20$, т.е. число ячеек 39. Критическое значение тока при $h = 2.87$ лежит в интервале 3.20–3.23. Расчет, проведенный при $h = 1.00$, показывает, что кри-

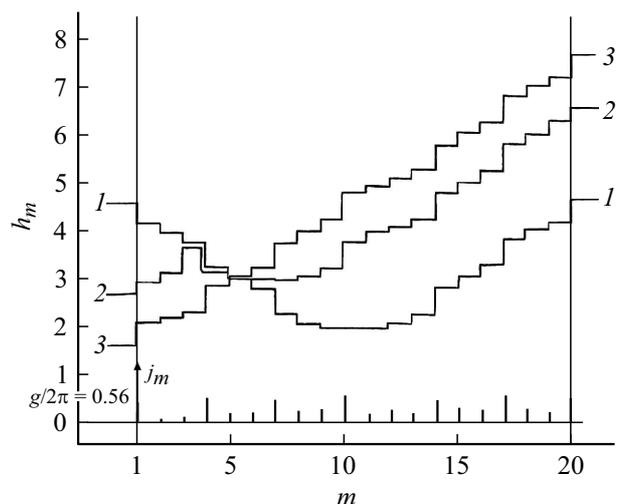


Рис. 5. Профили поля внутри контакта с $g = 3.5$ при $h = 4.60$ и разных значениях тока j : 0 — кривая 1, 3.80 — кривая 2, 6.05 — кривая 3. Внизу изображена зависимость тока j_m в точечном переходе от его положения в длинном контакте при протекании критического тока.

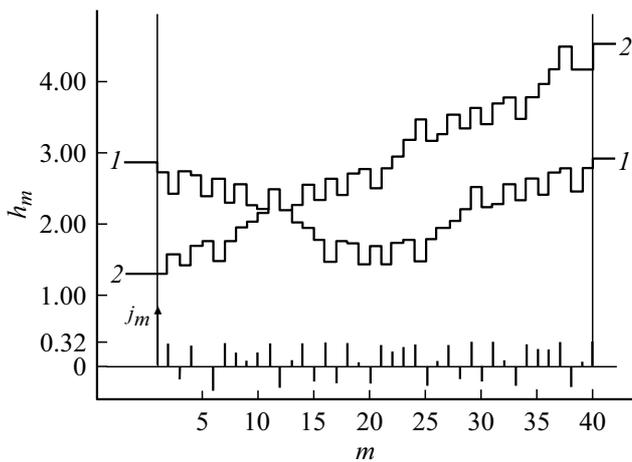


Рис. 6. Профили поля внутри контакта с $g = 2.0$ при $h = 2.87$ и разных значениях тока j : 0 — кривая 1, 3.20 — кривая 2. Внизу изображена зависимость тока j_m в точечном переходе от его положения в длинном контакте при протекании критического тока.

тический ток лежит в интервале 3.32–3.36. Из графика $k(g)$ [11,12] следует, что при $g = 2$ коэффициент наклона $k = 1/13$. Ожидаемое значение критического тока равно $k \cdot l_{cont} = 1/13 \cdot 39 = 3$. Следует помнить, что предположение о линейности профиля магнитного поля в контакте было принято для упрощения анализа, и отклонения от линейности могут быть значительными, что легко видеть из рис. 4–6. Поэтому соответствие расчетных величин критического тока оценкам на основе длины контакта можно считать удовлетворительным. Правильность вывода о том, что критический ток определяется только длиной контакта и не зависит от внешнего магнитного поля, подтверждается видом графиков рис. 4–6.

Итак, при $g > g_c$ нормированное значение критического тока в контакте можно считать равным произведению коэффициента наклона на нормированную длину контакта: $j_c = k \cdot k_{cont}$.

На рис. 5 и 6 также приведены рассчитанные по формуле (6) распределения токов в контакте при критическом значении полного тока. При $g = 2$ (рис. 6) токи в джозефсоновских переходах могут иметь противоположные направления, а при $g = 3.5$ все они направлены одинаково.

Следует отметить, что в работах [16,17] аналитически и численно исследовалось влияние профиля тока на вольт-амперные характеристики и характер бегущей волны в присутствии внешнего поля. В частности, в [17] приведен график распределения поля внутри контакта, но для другой формы неоднородности.

Заключение

Рассчитаны возможные распределения токов и магнитных полей внутри помещенного во внешнее магнит-

ное поле длинного периодически упорядоченного джозефсоновского контакта, через который пропускается транспортный ток. Рассмотрен случай, когда параметр пиннинга больше критического $g > g_c$. Для расчета использован подход, основанный на анализе непрерывного видоизменения конфигурации, протекающего в направлении уменьшения потенциала Гиббса.

Показано, что при любом значении внешнего магнитного поля существует критическое значение транспортного тока, при превышении которого ситуация перестает быть стационарной, в результате чего энергия переходит в излучение и в тепло, т.е. токи перестают быть незатухающими. Это критическое значение определяется длиной контакта и параметром пиннинга и не зависит от внешнего магнитного поля.

Распределение токов в контакте при критическом значении суммарного тока зависит от величины параметра пиннинга g . При не очень больших значениях g токи в разных частях контакта могут иметь разные направления.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] A.P. Drozdov, P.P. Kong, V.S. Minkov, S.P. Besedin, M.A. Kuzovnikov, S. Mozaffari, L. Balicas, F.F. Balakirev, D.E. Graf, V.B. Prakapenka, E. Greenberg, D.A. Knyazev, M. Tkacz, M.I. Erements. *Nature*, **569**, 528 (2019). DOI: 10.1038/c41586-019-1201-8
- [2] M. Somayazulu, M. Ahart, A. K Mishra, Z.M. Geballe, M. Baldini, Y. Meng, V.V. Struzhkin, R.J. Hemley. *Phys. Rev. Lett.*, **122**, 027001 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.027001
- [3] А.А. Голубов, И.Л. Серпученко, А.В. Устинов. *ЖЭТФ*, **94**(6), 297 (1988) [A.A. Golubov, I.L.Serpuchenko, A.V. Ustinov. *Sov. Phys. JETP*, **67**, 1256 (1988).]
- [4] L.S. Revin, A.L. Pankratov, D.V. Masterov, S.A. Pavlov, A.V. Chiginev, E.V. Skorokhodov. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, **28**(7), 1100505 (2018). DOI: 10.1109/TASC.2018.2844354
- [5] B. Chesca, D. John, C.J. Mellor. *Supercond. Sci. Technol.*, **27**, 085015 (2014). DOI: 10.1088/0953-2048/27/8/085015
- [6] I.A. Golovchanskiy, N.N. Abramov, V.S. Stolyarov, O.V. Emelyanova, A.A. Golubov, A.V. Ustinov, V.V. Ryazanov. *Supercond. Sci. Technol.*, **30**(5), 054005 (2017). DOI: 10.1088/1361-6668/aa66a9
- [7] L.S. Revin, A.L. Pankratov, A.V. Chiginev, D.V. Masterov, A.E. Parafin, S.A. Pavlov. *Supercond. Sci. Technol.*, **31**(4), 045002 (2018). DOI: 10.1088/1361-6668/aaacc3
- [8] E.M. Rudenko, I.V. Korotash, A.O. Krakovnyy, M.O. Bilogolovskyy. *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**(10), 1273 (2018). DOI: 10.15407/mfint.40.10.1273
- [9] M. Nashaat, A.T. Botha, Yu.M. Shukrunov. *Phys. Rev. B*, **97**(22), 224514 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevB.97.224514
- [10] M.A. Zelikman. *Supercond. Sci. Technol.*, **12**(1), 1 (1999).

- [11] М.А. Зеликман. ЖТФ, **79** (2), 36 (2009). [M.A. Zelikman. Tech. Phys., **54** (2), 197 (2009).]
DOI: 10.1134/S1063784209020066
- [12] S.N. Dorogovtzev, A.N. Samuhin. Europhys. Lett., **25** (9), 693 (1994).
- [13] J.D. Meiss. Rev. Modern Phys., **64** (3), 795 (1992).
- [14] Г.М. Заславский, Р.З. Сагдеев. *Введение в нелинейную физику* (Наука, М., 1988)
- [15] М.А. Зеликман. ЖТФ, **77** (10), 68 (2007). [M.A. Zelikman. Tech. Phys., **52** (10), 1316 (2007).]
DOI: 10.1134/S1063784207100106
- [16] A.I.Pankratov. Phys. Rev. B, **66**, 134526 (2002).
DOI: 10.1103/PhysRevB.66.134526]
- [17] E.A. Matrozova, A.L. Pankratov, L.S. Revin. J. Appl. Phys., **112**, 053905 (2012). DOI: 10.1063/1.4748151