

13,19

## Моделирование проводимости Капицы через шероховатые интерфейсы между твердыми телами

© Б. Лю, В.И. Хвесюк<sup>✉</sup>, А.А. Баринов

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,  
Москва, Россия

<sup>✉</sup> E-mail: khvesyuk@bmstu.ru

Поступила в Редакцию 25 марта 2021 г.

В окончательной редакции 26 марта 2021 г.

Принята к публикации 26 марта 2021 г.

Впервые поставлена и решена задача об определении проводимости Капицы через интерфейс между двумя твердыми телами с учетом шероховатости интерфейса. Используется модифицированная модель акустического несоответствия (АММ). Отличие от стандартной модели заключается в том, что учитываются дисперсионные свойства акустических волн. Существенным преимуществом этой модели является то, что ее предсказания согласуются с экспериментальными данными в широком диапазоне температур: от 30 до более 300 К. Наконец, очень важно, что впервые для определения коэффициента переноса энергии через интерфейс используется метод, учитывающий статистическое распределение профилей шероховатостей.

**Ключевые слова:** проводимость Капицы, фононный перенос, модель упругой волны, шероховатость, длина корреляции.

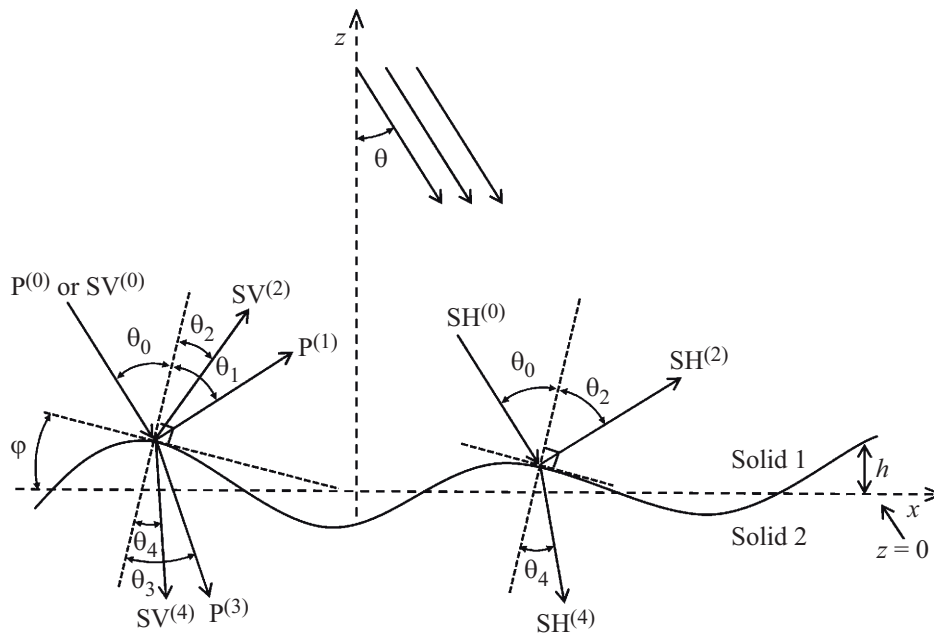
DOI: 10.21883/FTT.2021.07.51052.064

### 1. Введение

Наличие термического сопротивления интерфейса между двумя твердыми телами имеет важное практическое значение, особенно для характеристик переноса энергии через интерфейсы в наноструктурированных материалах [1]. Перенос тепла через интерфейсы обычно обеспечивается переносом упругих волн, а ее интенсивность описывается проводимостью Капицы  $h_k$  [2],  $k_k$  — величина, обратная сопротивлению Капицы. Как правило, используются два пути для влияния на проводимость Капицы. Первый метод заключается в введении третьего материала между двумя исходными контактирующими твердыми телами, третий материал обычно существует в виде промежуточной пленки [3,4]. Другой метод — изменение шероховатости интерфейса с помощью химического травления и других методов [5,6]. Влияние шероховатости интерфейса на проводимость Капицы было установлено экспериментально [2,7–10], и недавние работы изучают теплопередачу шероховатого интерфейса с помощью моделирования молекулярной динамики [11–13] и методов из первых принципов [14]. Однако до сих пор не существует теоретических моделей, описывающих влияние шероховатости интерфейса на проводимости Капицы при комнатной температуре и выше. В предыдущей работе [15] мы модифицировали стандартную модель акустического несоответствия (АММ), учитывая дисперсию фононов и используя, таким образом, частотно-зависимые граничные условия на интерфейсе, а также сформулировали строгое условие критического угла преломления для упругих волн. Полученные результаты впервые показали хорошее согласие с экспери-

ментальными данными в широком диапазоне температур от 30 до 300 К [16]. В данной работе впервые ставится задача об определении проводимости Капицы с учетом шероховатости интерфейса. В отличие от стандартных методов расчета взаимодействия фононов с шероховатыми поверхностями [2], в настоящей работе задача взаимодействия упругих волн с шероховатыми поверхностями решается, используя статистические методы и с учетом зависимости этих процессов от температуры.

В этой статье, мы используем предложенную ранее модель [15], и дополняем ее приближением касательной плоскости Кирхгофа [17] и статистической моделью поверхности, связанной с параметрами профиля интерфейса (среднеквадратичная шероховатость и длина корреляции). Суть модели заключается в следующем. Задается дискретный набор наклонов шероховатостей, вероятности появления которых определяются гауссовой функцией распределения [18]. Для каждого наклона, в соответствии с приближением касательной плоскости определяются углы отражения упругих волн от шероховатостей при заданных углах падения. В результате статистического усреднения определяется доля энергии, отражаемой шероховатым интерфейсом, после чего вычисляется проводимость Капицы. Подчеркнем, что в отличие от современных теорий рассеяния волн шероховатыми поверхностями [17,18], задачей которых является определение суммарных падающих и отраженных полей упругих волн с помощью уравнения Гельмгольца, задачей данного исследования является определение долей отраженной и перенесенной через интерфейс энергии падающей волны. Коэффициент передачи энергии упругих волн через интерфейс в каждой



**Рис. 1.** Схема рассеяния упругих волн от шероховатого интерфейса в зависимости от типа поляризации. Здесь  $\theta$  — угол между падающей волной и нормалью средней плоскости  $z = 0$ , а  $\theta_0$  — угол между волной, падающей на шероховатый интерфейс, и нормалью к касательной плоскости в этой точке. Индекс ( $n = 0, 1, 2, 3, 4$ ) представляет тип волны: (0) — падающая волна, (1) — отраженная продольная волна, (2) — отраженная поперечная волна, (3) — преломленная продольная волна, (4) — преломленная поперечная волна.  $\theta_n$  — угол между соответствующей волной и нормалью к касательной плоскости.

точке шероховатого интерфейса рассчитывается с помощью теории упругих волн, и получается проводимость Капицы в широком диапазоне температур от 30 до 300 К. И путем сравнения с коэффициентом передачи энергии и проводимостью Капицы гладкого интерфейса, анализируется влияние различных значений шероховатости на фоновую теплопередачу интерфейса.

## 2. Физико-математическая модель

Проводимость Капицы  $h_k$  описывает эффективность переноса энергии между двумя материалами. Она определяется как отношение теплового потока на единицу площади через интерфейс к разнице температур между материалами по обе стороны интерфейса, которая может быть выражена как [2]:

$$h_k = \frac{1}{2} \sum_j \int_0^{\omega_c} \int_0^{\pi/2} \hbar \omega v_{g,j}(\omega) \alpha_{1 \rightarrow 2,j}(\theta, \omega) D_j(\omega) \times \frac{\partial f(\omega, T)}{\partial T} \cos \theta \sin \theta d\theta d\omega, \quad (1)$$

где,  $j$  — поляризация фононов,  $\omega$  — частота фононов, и  $\omega_c$  — частота среза [10].  $\theta$  — угол падения между направлением падения фонона и нормалью к интерфейсу,  $\hbar$  — приведенная постоянная Планка,  $D_j$  — плотность состояний, и  $D_j(\omega) = \frac{\omega^2}{2\pi^2 v_{g,j}(\omega) v_{p,j}^2(\omega)}$ , где  $v_{g,j}(\omega)$  и

$v_{p,j}$  — групповая и фазовая скорости соответственно,  $f(\omega, T) = \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}$  — функция распределения фононов Бозе–Эйнштейна,  $k_B$  — постоянная Больцмана, и ключевая переменная  $\alpha_{1 \rightarrow 2,j}(\theta, \omega)$  — коэффициент передачи энергии из материала 1 в материал 2, который в нашей модели зависит от падения волны на интерфейс и частоты фононов.

Чтобы рассчитать коэффициент передачи энергии фононов  $\alpha_{1 \rightarrow 2,j}(\Theta, \omega)$  через шероховатый интерфейс, мы сначала сформулируем модель рассеяния упругих волн на случайных шероховатых поверхностях. Здесь мы рассматриваем широко используемый метод касательной плоскости [17]. Физическая основа этого метода заключается в том, что любая точка на шероховатом интерфейсе приблизительно рассматривается как локально гладкая, поэтому рассеяние волны в точке можно рассматривать как зеркальное отражение и преломление на касательной плоскости в этой точке. Считаем, что интерфейс между двумя твердыми телами бесконечно тонкий и разделяет твердое тело 1 и твердое тело 2, как показано на рис. 1.

В двумерной задаче шероховатый интерфейс описывается как функция  $z = h(x)$ , где  $h$  — смещение точек профиля интерфейса относительно средней плоскости  $z = 0$ . Здесь мы рассматриваем модовое преобразование волн в процессе отражения/преломления волны интерфейсом: P-волна (продольная волна) или SV-волна (поперечная волна), падающая на интерфейс, будет создавать два вида отраженных волн и два вида преломленных

волн, а SH-волны (поперечная волна) не преобразуются, и генерируются только отраженные SH-волны и преломленные SH-волны. На рис. 1 индекс ( $n$ ) представляет тип волны: (0) — падающая волна, (1) — отраженная продольная волна, (2) — отраженная поперечная волна, (3) — преломленная продольная волна, (4) — преломленная поперечная волна.  $\theta_n$  — угол между соответствующей волной и нормалью к касательной плоскости. Предполагая, что случайный шероховатый профиль интерфейса подчиняется распределению Гаусса, мы можем получить функцию плотности вероятности относительно  $h$  [17]:

$$W_h(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{h^2}{\sigma^2}\right). \quad (2)$$

Из анализа производной от выражения (2) следует, что наклон касательной плоскости  $n$  подчиняется гауссовскому распределению локальных наклонов шероховатостей  $n$ :

$$W_n(n) = \frac{1}{\gamma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{n^2}{2\gamma^2}\right). \quad (3)$$

Здесь наклон  $n = \partial h/\partial x$ ,  $\gamma$  — среднее значение  $n$  в направлении  $x$ ,  $\gamma$  может определена как [19]:  $\gamma = \sigma/L$ ,  $L$  называется корреляционной длиной.  $\sigma$  и  $L$  — параметры продольной и поперечной шероховатости интерфейса, соответственно.

Учитывая, что упругая волна падает на определенную точку интерфейса при значении угла  $\theta$  ( $\theta$  — угол между падающей волной и нормалью к средней плоскости  $z = 0$ ), то из рис. 1 очевидно соотношение

$$\theta_0 = \theta + \varphi = \theta + \arctan(\gamma). \quad (4)$$

Здесь  $\theta_0$  — угол между падающей волной и нормалью к касательной плоскости, который отличается от  $\theta$  на угол  $\varphi$ . Отметим, что это одна ситуация отношений между  $\theta_0$  и  $\theta$ . Например, когда  $\theta + \varphi(x) > \pi/2$ , значение  $\theta_0$  должно быть:  $\theta_0 = \pi - (\theta + \varphi)$ . Чтобы вычислить коэффициент передачи энергии  $\alpha$  по формуле (1), нам нужно получить зависимость функции распределения от  $\varphi$ , которая может быть выражена через  $\arctan \gamma$ . Подставляя соотношение в формулу (3), получаем зависимость функции распределения от  $\varphi$ :

$$W_\varphi(\varphi) = \frac{1}{\gamma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\tan \varphi)^2}{2\gamma^2}\right). \quad (5)$$

Вводя  $\theta_0$  и распределение  $\varphi$ , мы можем использовать модель упругой волны [15] проводимости Капицы для гладкого интерфейса и для оценки коэффициента распространения энергии и проводимости Капицы шероховатого интерфейса. Ниже мы кратко представим процесс расчета на примере Р-волны.

В строгой теории упругих волн общая задача отражения и преломления продольных волн на интерфейсе показана на рис. 1. Рассматриваются плоские волны в двух

полубесконечных твердых телах 1 и 2. Свойства упругих волн определяются коэффициентами Ламе ( $\lambda_1, \mu_1$  и  $\lambda_2, \mu_2$ ), а также плотностью материалов ( $\rho_1$  и  $\rho_2$ ) [20].

Отношения амплитуд двух преломленных и двух отраженных волн:  $A_1/A_0, A_2/A_0, A_3/A_0, A_4/A_0$  определяются из решения системы линейных уравнений, вытекающей из граничных условий непрерывности деформаций и напряжений на интерфейсе [20]:

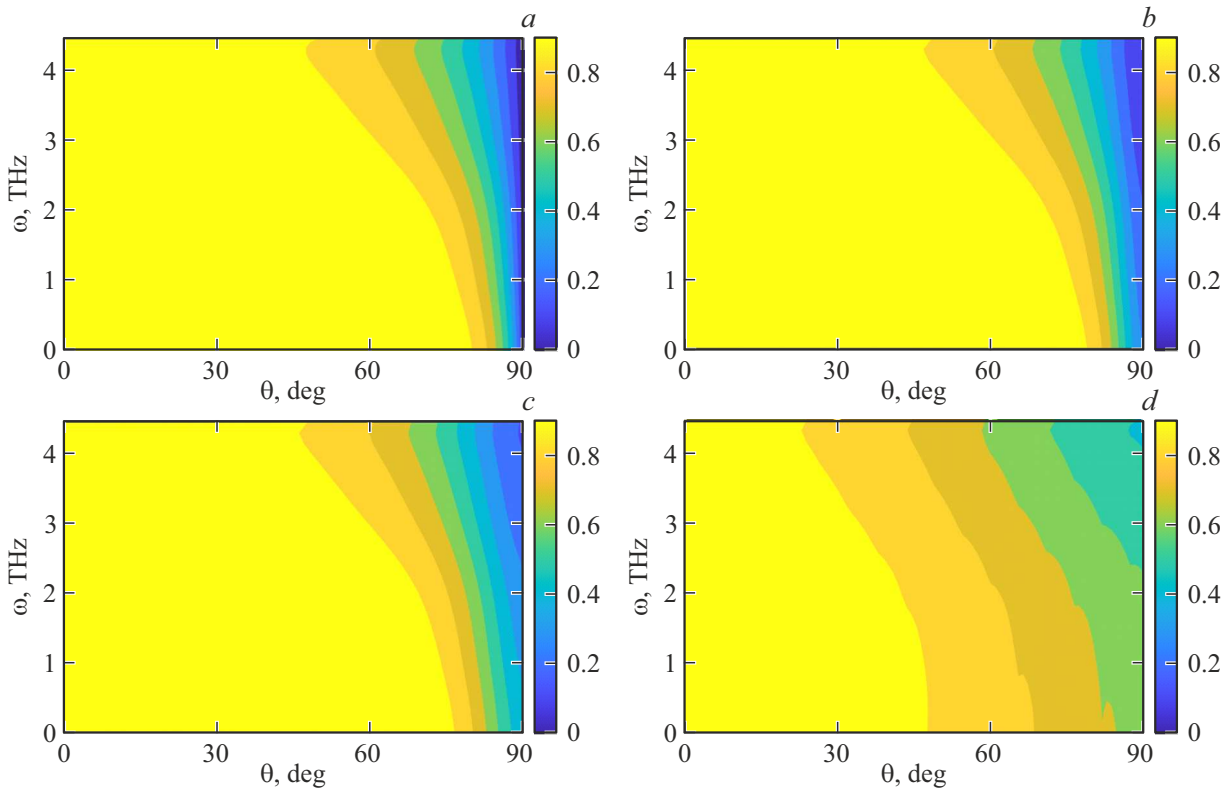
$$\begin{bmatrix} -\sin \theta_1 & -\cos \theta_2 & \sin \theta_3 & -\cos \theta_4 \\ \cos \theta_1 & -\sin \theta_2 & \cos \theta_3 & \sin \theta_4 \\ \sin 2\theta_1 & \frac{v_L}{v_T} \cos 2\theta_2 & \frac{\mu_2 v_L}{\mu_1 v_L^B} \sin 2\theta_3 & -\frac{\mu_2 v_L}{\mu_1 v_L^B} \cos 2\theta_4 \\ -\frac{v_T^2}{v_T^2} \cos 2\theta_2 & \frac{v_L}{v_T} \sin 2\theta_2 & \frac{\mu_2 v_L v_L^B}{\mu_1 (v_T^B)^2} \cos 2\theta_4 & \frac{\mu_2 v_L}{\mu_1 v_T^B} \sin 2\theta_4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = A_0 \begin{bmatrix} \sin \theta_0 \\ \cos \theta_0 \\ \sin 2\theta_0 \\ \frac{v_T^2}{v_T^2} \cos 2\theta_2 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

здесь  $v_L, v_T$ , и  $v_L^B, v_T^B$  — скорости продольной и поперечной упругих волн материала 1 и материала 2. Углы  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  с помощью закона Снелла выражаются через  $\theta_0$ :  $v_0 \sin \theta_n = v_n \sin \theta_0$ . Далее, дисперсионные соотношения обычно упрощаются до линейной формы с использованием приближения Дебая (модуль с постоянной скоростью распространения упругих волн), что является плохим приближением для высокочастотных фононов [21]. Поэтому мы используем реальное соотношение дисперсии фононов материала  $\omega(k)$ , чтобы получить более точные результаты [15], в том числе определяются частотно-зависимые скорости с помощью выражения  $v_{g,j}(\omega) = \partial \omega / \partial k$ . Далее зависимость от угла и частоты амплитудные отношения  $\frac{A_n}{A_0}(\theta_0, \omega)$  могут быть рассчитаны численно из системы уравнений (4). Из соотношения сохранения энергии упругой волны через амплитуды [20], мы получаем коэффициент переноса энергии Р-волны  $\alpha_{1 \rightarrow 2,P}$  для гладкого интерфейса

$$\alpha_{1 \rightarrow 2,P} = \left(\frac{A_3}{A_0}(\theta_0, \omega)\right)^2 \frac{\rho_2 v_L^B \cos \theta_3}{\rho_1 v_L \cos \theta_0} + \left(\frac{A_4}{A_0}(\theta_0, \omega)\right)^2 \frac{\rho_2 v_T^B \cos \theta_4}{\rho_1 v_L \cos \theta_0}. \quad (7)$$

Аналогично определяются  $\alpha_{1 \rightarrow 2,SV}(\theta_0, \omega)$ ,  $\alpha_{1 \rightarrow 2,SH}(\theta_0, \omega)$ , где SV, SH указывает на поперечные волны, у которых вектор колебаний атомов решетки направлен параллельно и перпендикулярно плоскости падения волны [20] соответственно.

Следующий шаг — учет шероховатости интерфейса. Вводя соотношение угла (4) в локальные условия непрерывности деформаций и напряжений на поверхности интерфейса (6), мы получаем отношение амплитуд



**Рис. 2.** Распределение коэффициента передачи  $\alpha_{1\rightarrow 2}(\theta, \omega)$  относительно частоты  $\omega$  и угла падения  $\theta$  через (a) гладкий; (b)  $\sigma = 0.5$  nm; (c)  $\sigma = 1$  nm; (d)  $\sigma = 5$  nm интерфейсы. Значение составляет от 0 до 1, что представлено контурной картой.

каждой отраженной/преломленной волны к падающей волне, а затем с помощью уравнения (7) мы находим  $\alpha_{1\rightarrow 2,j}(\theta, \omega, \varphi)$ , которые зависят от поляризации  $j$ , частоты волн  $\omega$  и углов  $\theta$  и  $\varphi$ . Принципиальная особенность расчета проводимости Капицы  $h_k$  шероховатого интерфейса по формуле (1) заключается в том, что нам необходимо оценить эффективное значение  $\alpha_{1\rightarrow 2,eff}(\theta, \omega)$  на всем шероховатом интерфейсе статистическими методами. Таким образом средний коэффициент передачи  $\alpha_{1\rightarrow 2,eff}(\theta, \omega)$  при усреднении всех возможных шероховатого интерфейса определяется как:

$$\alpha_{1\rightarrow 2,eff}(\theta, \omega) = \int_{\varphi_{min}}^{\varphi_{max}} \alpha_{1\rightarrow 2,j}(\theta, \omega, \varphi) W_{\varphi}(\varphi) d\varphi. \quad (8)$$

Затем мы можем численно рассчитать  $h_k$  шероховатого интерфейса через эффективный коэффициент передачи  $\alpha_{1\rightarrow 2,eff}(\theta, \omega)$ .

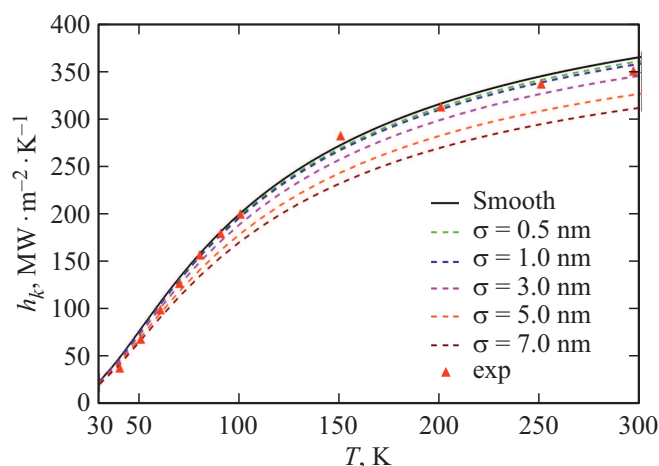
### 3. Результаты расчетов и обсуждение

Полное распределение  $\alpha_{1\rightarrow 2,eff}(\theta, \omega)$  различных шероховатых интерфейсов относительно частоты  $\omega$  и угла падения  $\theta$ , определенных с помощью представленной модели, а также коэффициент передачи  $\alpha_{1\rightarrow 2}(\theta, \omega)$  гладкого интерфейса, рассчитанный по модели упругой

волны (на примере Р-волны) [15], показаны на рис. 2. Длина корреляции шероховатых интерфейсов принята  $L = 10$  nm,  $\sigma = 0.5, 1$  и  $5$  nm соответственно.

Мы рассчитали коэффициенты передачи  $\alpha_{1\rightarrow 2,eff}(\theta, \omega)$  через различные шероховатые интерфейсы по формуле (8), как показано в рис. 2, b–d. Для сравнения на рис. 2, a показано распределение коэффициента передачи  $\alpha_{1\rightarrow 2}(\theta, \omega)$  гладкого интерфейса относительно частоты и угла падения фона, рассчитанное по нашей модели упругой волны [15]. Когда угол падения близок к 90 градусам, упругие волны летают по интерфейсу и  $\alpha_{1\rightarrow 2}(\theta, \omega)$  уменьшается до 0. Как видно из рис. 2, по мере увеличения шероховатости интерфейса значение  $\alpha_{1\rightarrow 2}(\theta, \omega)$  уменьшается в широком диапазоне. Особенно в случае  $30^\circ < \theta < 60^\circ$   $\alpha_{1\rightarrow 2}(\theta, \omega)$  принимает значение от 1 (гладкий интерфейс) до около 0.7 ( $\sigma = 5$  nm). Сравнивая рисунки 2, a и b, мы можем заметить, что, когда величина  $\sigma$  достаточно мала ( $\sigma < 1$  nm), то шероховатость слабо влияет на передачу энергии фононов через интерфейс, и ею можно пренебречь. Этот результат имеет важное значение для экспериментальных измерений, а также при проектировании и производстве перспективных материалов с управляемым температурным режимом.

На рис. 3 показаны результаты расчета проводимости Капицы по представленной модели и проведено сравнение с экспериментальными данными. Видно, что при



**Рис. 3.** Результаты расчетов проводимости Капицы на гладких и шероховатых Si-Al-интерфейсах. Треугольники — результаты измерения проводимости Капицы атомарно-гладкого Si-Al-интерфейса [16].

учете влияния шероховатости интерфейса на рассеяние волн, значение  $h_k$  снижается во всем температурном диапазоне по сравнению с гладким интерфейсом. Особенно при комнатной температуре значение  $h_k$  интерфейса с шероховатостью 7 nm на 14% ниже, чем у гладкого интерфейса. Высокочастотные фононы играют основную роль в теплопередаче при повышении температуры, а отражение коротковолновых фононов шероховатостью сильнее, поэтому влияние шероховатости на  $h_k$  более очевидно при высоких температурах. Данный результат подтверждает эффект ослабления влияния шероховатости на величину  $h_k$ , особенно при значениях ( $\sigma > 1$  nm). Данный вывод в основном согласуется с экспериментальной работой [22]. При  $\sigma = 0$ , результат расчета согласуется с гладким интерфейсом. Таким образом, благодаря применению статистических методов в приближении касательной плоскости, мы улучшили модель упругих волн [15] и расширили ее область применения на шероховатые интерфейсы.

#### 4. Заключение

В работе впервые поставлена и решена задача об определении проводимости Капицы для шероховатых интерфейсов. Эта задача очень актуальна для наноструктур, где от долей переносимой через интерфейсы энергии существенно зависит тепловое состояние устройств, особенно различного типа средств электроники. В работе предложена теоретическая модель проводимости Капицы, учитывающая влияние шероховатости. Эта модель основана на ранее сформулированной модели упругих волн [15]. Принципиальное отличие заключается в том, что здесь используется приближение касательной плоскости для модификации коэффициента передачи энергии фонона на шероховатом интерфейсе. Путем

сравнения результатов для шероховатого интерфейса с гладким проанализировано влияние различной величины шероховатости на перенос энергии через интерфейс в широком диапазоне температур. Мы обнаружили, что, при  $\sigma < 1$  nm, результат расчета  $h_k$  в основном соответствует гладкому интерфейсу. По мере того, как шероховатость продолжает увеличиваться, значение  $h_k$  будет значительно уменьшаться. Разработанный метод расчета проводимостей Капицы с учетом шероховатости интерфейса и полученные результаты имеют важное определяющее значение для экспериментальных измерений, а также для разработки и подготовки будущих материалов по терморегулированию.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### Список литературы

- [1] D.G. Cahill, P.V. Braun, G. Chen, D.R. Clarke, S. Fan, K.E. Goodson, P. Keblinski, W.P. King, G.D. Mahan, A. Majumdar, H.J. Maris, S.R. Phillpot, E. Pop, L. Shi. *Appl. Phys. Rev.* **1**, 011305 (2014). DOI: 10.1063/1.4832615
- [2] E.T. Swartz, R.O. Pohl. *Rev. Mod. Phys.* **61**, 605 (1989). DOI: 10.1103/RevModPhys.61.605
- [3] M. Blank, L. Weber. *J. Appl. Phys.* **124**, 105304 (2018). DOI: 10.1063/1.5030049
- [4] D.H. Olson, K.M. Freedy, S.J. McDonnell, P.E. Hopkins. *Appl. Phys. Lett.* **112** (2018). DOI: 10.1063/1.5022371
- [5] J.C. Duda, P.E. Hopkins. *Appl. Phys. Lett.* **100**, 111602 (2012). DOI: 10.1063/1.3695058
- [6] P.E. Hopkins. *ISRN Mech, Eng.* **2013**, 1 (2013). DOI: 10.1155/2013/682586
- [7] M. Blank, G. Schneider, J. Ordonez-Miranda, L. Weber. *J. Appl. Phys.* **126**, 165302 (2019). DOI: 10.1063/1.5115823
- [8] J. Wang, Z. Zhang, R. Shi, B.N. Chandrashekar, N. Shen, H. Song, N. Wang, J. Chen, C. Cheng. *Adv. Mater. Interf.* **7**, 1901582 (2020). DOI: 10.1002/admi.201901582
- [9] J. Zhao, R. Zhao, Y. Huo, W. Cheng. *Int. J. Heat Mass Transfer* **140**, 705 (2019). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2019.06.045
- [10] N.K. Ravichandran, H. Zhang, A.J. Minnich. *Phys. Rev. X* **8**, 041004 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevX.8.041004
- [11] K. Termentzidis, J. Parasuraman, C.A. Da Cruz, S. Merabia, D. Angelescu, F. Marty, T. Bourouina, X. Kleber, P. Chantrenne, P. Basset. *Nanoscale Res. Lett.* **6**, 288 (2011). DOI: 10.1186/1556-276X-6-288
- [12] K. Termentzidis, S. Merabia, P. Chantrenne, P. Keblinski. *Int. J. Heat Mass Transfer* **54**, 2014 (2011). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2011.01.001
- [13] S. Merabia, K. Termentzidis. *Phys. Rev. B* **89** (2014). DOI: 10.1103/PhysRevB.89.054309
- [14] Z. Tian, K. Esfarjani, G. Chen. *Phys. Rev. B* **86**, 235304 (2012). DOI: 10.1103/PhysRevB.86.235304
- [15] B. Liu, V.I. Khvesyuk. *Int. J. Heat Mass Transfer* **159**, 120117 (2020). DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.120117
- [16] A.J. Minnich, J.A. Johnson, A.J. Schmidt, K. Esfarjani, M.S. Dresselhaus, K.A. Nelson, G. Chen. *Phys. Rev. Lett.* **107**, 095901 (2011). DOI: 10.1103/PhysRevLett.107.095901

- [17] J.A. Ogilvy. Rep. Prog. Phys. **50**, 1553 (1987). DOI: 10.1088/0034-4885/50/12/001
- [18] F.G. Bass, I.M. Fuks. Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces: International Series in Natural Philosophy .Elsevier (2013). V. 93.
- [19] J. Lim, K. Hippalgaonkar, S.C. Andrews, A. Majumdar, P. Yang. Nano Lett. **12**, 2475 (2012). DOI: 10.1021/nl3005868
- [20] J. Achenbach. Wave propagation in elastic solids. Elsevier (2012). V. 16.
- [21] В.И. Хвесьюк, Б. Лю, А.А. Баринов. Письма в ЖТФ **46**, 42 (2020). DOI: 10.21883/PJTF.2020.19.50045.18367 [V.I. Khvesyuk, B. Liu, A.A. Barinov. Tech. Phys. Lett. **46**, 983 (2020). DOI: 10.1134/S1063785020100065]
- [22] P.E. Hopkins, J.C. Duda, C.W. Petz, J.A. Floro. Phys. Rev. B **84**, 035438 (2011). DOI: 10.1103/PhysRevB.84.035438

*Редактор Т.Н. Василевская*