

11

Флуктуационный анализ динамики систем с меняющимися во времени характеристиками

© О.Н. Павлова, А.Н. Павлов[¶]

Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

[¶] E-mail: pavlov.alexeyn@gmail.com

Поступило в Редакцию 10 декабря 2020 г.

В окончательной редакции 10 декабря 2020 г.

Принято к публикации 17 февраля 2021 г.

Проводится модернизация метода флуктуационного анализа, включающая учет статистики локальных стандартных отклонений профиля сигнала от кусочно-линейной аппроксимации тренда. Показано, что предлагаемый подход позволяет снизить чувствительность метода к отдельным артефактам и повысить устойчивость алгоритма вычисления показателя скейлинга, что способствует более широкому использованию модернизированного флуктуационного анализа для решения задач диагностики сложных процессов в динамике систем с меняющимися во времени характеристиками.

Ключевые слова: флуктуационный анализ, случайный процесс, нестационарность, показатель скейлинга.

DOI: 10.21883/PJTF.2021.09.50910.18653

Флуктуационный анализ, предусматривающий процедуру аппроксимации и удаления низкочастотной динамики или тренда (*detrended fluctuation analysis*, DFA) [1,2], является полезной альтернативой классическому корреляционному анализу. В отличие от автокорреляционной функции он обеспечивает более надежное оценивание характеристик дальних корреляций, особенно при наличии помех и в условиях нестационарности. Несмотря на то что для стационарных случайных процессов существует взаимосвязь между показателем скейлинга метода DFA и характеристиками, описывающими спад автокорреляционной функции или частотную зависимость функции спектральной плотности мощности [1], наличие более универсального подхода, примененного как к стационарным, так и к нестационарным процессам, послужило причиной широкого использования метода DFA в исследованиях динамики сложных систем по экспериментальным данным [3–10]. Как и любой другой метод цифровой обработки сигналов, DFA имеет свои ограничения, которые обсуждались, например, в работах [11–14]. В [15] показано, что различные типы нестационарности (тренд, перемежающееся поведение, изменение во времени энергетических характеристик) оказывают влияние на результаты метода DFA и могут привести к их неправильной интерпретации. По этой причине сведение сигнала к стационарности на этапе предварительной обработки (если это возможно) является необходимой процедурой.

В условиях сильного изменения характеристик динамики системы во времени, например при переходных процессах, когда свойства исследуемого сигнала существенно различаются на разных участках, нами было предложено использовать модифицированный метод DFA [16], предусматривающий расчет дополнительного

показателя скейлинга, который характеризует эффекты нестационарности. Этот модифицированный подход учитывает различия локальных среднеквадратичных отклонений профиля сигнала от кусочно-линейной аппроксимации тренда. В настоящей работе предложена дальнейшая модернизация метода для обеспечения более стабильных результатов анализа.

Алгоритм метода DFA [2] включает переход от сигнала $x(i)$, $i = 1, \dots, N$, к его профилю в рамках обобщенной модели одномерных случайных блужданий

$$Y(k) = \sum_{i=1}^k [x(i) - \langle x \rangle], \quad \langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x(i), \quad k = 1, \dots, N, \quad (1)$$

сегментацию профиля $Y(k)$ на неперекрывающиеся участки длины n и линейную аппроксимацию тренда $Y_n(k)$ в каждом участке. Далее вычисляется стандартное отклонение флуктуаций профиля относительно тренда

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [Y(k) - Y_n(k)]^2}, \quad (2)$$

и аналогичные расчеты проводятся в широком диапазоне n для анализа степенного поведения зависимости $F(n)$ и оценки показателя скейлинга α

$$F(n) \sim n^\alpha. \quad (3)$$

Такое поведение характерно для многих случайных процессов, хотя значение α может различаться в разных диапазонах масштабов.

Если характеристики нестационарного поведения сильно варьируются во времени (например, для переходных процессов или режимов перемежаемости), то

эти изменения влияют на зависимость (3). Для такого случая в работе [16] предложено учитывать локальные стандартные отклонения профиля от линейной аппроксимации $F_{loc}(n)$, вычисляемые для каждого сегмента в отдельности. Эффекты нестационарности можно охарактеризовать с помощью меры

$$dF(n) = \max[F_{loc}(n)] - \min[F_{loc}(n)], \quad (4)$$

которая принимает малые значения для однородного процесса и возрастает, если свойства нестационарности меняются в зависимости от сегмента исходных данных.

Для меры (4) характерен рост при увеличении n , однако степенное поведение $dF(n)$ описывается показателем скейлинга β

$$dF(n) \sim n^\beta, \quad (5)$$

который в общем случае отличен от α . Такой вариант модификации метода DFA продемонстрировал возможность улучшения диагностики структурных изменений сигналов по сравнению со стандартным алгоритмом при анализе физиологических процессов [17]. Однако он имеет существенный недостаток: появляется чувствительность к одиночным артефактам, влияющим на величину $\max[F_{loc}(n)]$ и, следовательно, на показатель скейлинга. Чтобы избежать этого и повысить устойчивость алгоритма, целесообразно использовать статистические характеристики, например вычислять среднеквадратичное отклонение локальных значений $F_{loc}(n)$, т.е. анализировать зависимость

$$\sigma(F_{loc}(n)) \sim n^\beta. \quad (6)$$

С учетом различий в определениях показатель β может отличаться при использовании формул (5) и (6). В данном случае мы выбираем только один вариант расчета, который обеспечивает более стабильные результаты. В соответствии с данными рис. 1 для случайного процесса с антикорреляциями ($\alpha \approx 0.04$, рис. 1, *a*) незначительный рост $\lg F(n)$ с увеличением размера сегмента сопровождается спадом значений $\lg dF$ и $\lg \sigma(F_{loc})$, т.е. отрицательным показателем скейлинга β . При этом разброс значений относительно аппроксимирующей прямой меньше при рассмотрении зависимости (6) вместо (5). Для белого шума ($\alpha = 0.5$, рис. 1, *b*) и режима пережимаемости между этими случайными процессами (рис. 1, *c*) наблюдается примерное соответствие показателей скейлинга α и β , но для более стабильных расчетов также лучше использовать $\sigma(F_{loc}(n))$ вместо $dF(n)$.

На рис. 1 приведены примеры анализа сигналов, показатели скейлинга которых сохраняются при изменении масштаба. В качестве примера неоднородного процесса, который демонстрирует различные показатели скейлинга для ближних и дальних корреляций, был рассмотрен четырехчасовой сигнал электроэнцефалограммы крысы, включающий участки бодрствования и медленной фазы сна. На рис. 2 приведены зависимости, описываемые формулами (3), (5) и (6), в двойном логарифмическом

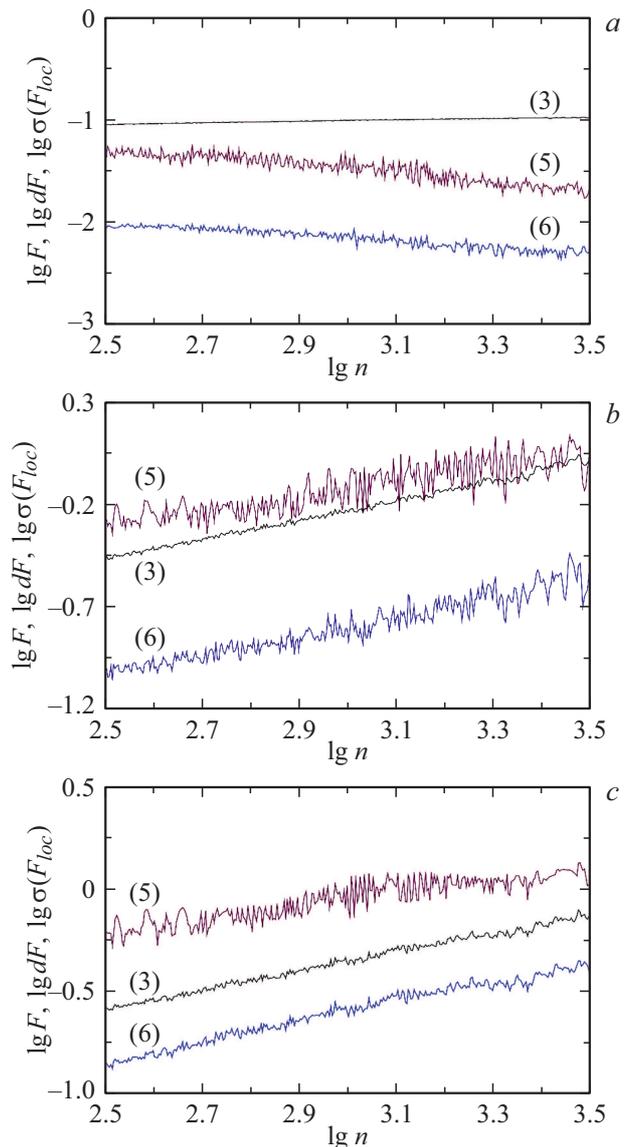


Рис. 1. Зависимости (3), (5) и (6), представленные в двойном логарифмическом масштабе, для тестовых сигналов — антикоррелированного случайного процесса (производной $1/f$ -шума) (*a*), белого шума (*b*) и периодических переключений между этими процессами (*c*).

масштабе. В диапазоне $2.5 < \lg n < 3.5$ наклоны графиков достаточно близки, однако для дальних корреляций ($\lg n > 4.0$) поведение принципиально меняется, и положительному α соответствует отрицательный показатель β . Во всех диапазонах масштабов использование среднеквадратичных отклонений величин $F_{loc}(n)$ вместо разности экстремальных величин (4) обеспечивает снижение разброса вычисленных значений. Полученные результаты подтверждают независимость показателей скейлинга модифицированного метода DFA [16]. Кроме того, они свидетельствуют о том, что предлагаемая в работе дальнейшая модернизация метода, использующая статистику локальных стандартных отклонений профиля

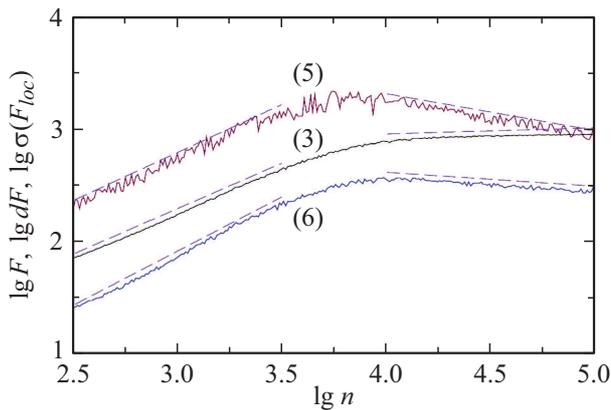


Рис. 2. Зависимости (3), (5) и (6), представленные в двойном логарифмическом масштабе, для сигнала электроэнцефалограммы крысы (частота дискретизации 2kHz).

сигнала от линейной аппроксимации тренда, позволяет обеспечить более стабильные результаты вычислений, которые достигаются за счет уменьшения разброса значений $\lg \sigma(F_{loc})$ по сравнению с $\lg dF$ при анализе степенных закономерностей, описываемых формулами (5) и (6). Данное обстоятельство целесообразно учитывать при использовании модифицированного метода DFA для решения задач диагностики сложных процессов в динамике систем с меняющимися во времени характеристиками.

Финансирование работы

Исследование выполнено при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-2594.2020.2) и математического центра СГУ им. Н.Г. Чернышевского.

Соблюдение этических стандартов

Все применимые международные, национальные и/или институциональные принципы ухода и использования животных были соблюдены.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] C.-K. Peng, S.V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H.E. Stanley, A.L. Goldberger, *Phys. Rev. E*, **49** (2), 1685 (1994). DOI: 10.1103/PhysRevE.49.1685
 [2] C.-K. Peng, S. Havlin, H.E. Stanley, A.L. Goldberger, *Chaos*, **5** (1), 82 (1995). DOI: 10.1063/1.166141
 [3] K. Kiyono, Y. Tsujimoto, *Physica A*, **462**, 807 (2016). DOI: 10.1016/j.physa.2016.06.129

[4] G. Bhoumik, A. Deb, S. Bhattacharyya, D. Ghosh, *Adv. High Energy Phys.*, **2016**, 7287803 (2016). DOI: 10.1155/2016/7287803
 [5] O. Løvsletten, *Phys. Rev. E*, **96** (1), 012141 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevE.96.012141
 [6] N.A. Kuznetsov, C.K. Rhea, *PLoS ONE*, **12** (3), e0174144 (2017). DOI: 10.1371/journal.pone.0174144
 [7] G. Nolte, M. Aburidi, A.K. Engel, *Sci. Rep.*, **9**, 6339 (2019). DOI: 10.1038/s41598-019-42732-7
 [8] N.S. Frolov, V.V. Grubov, V.A. Maksimenko, A. Lüttjohann, V.V. Makarov, A.N. Pavlov, E. Sitnikova, A.N. Pisarchik, J. Kurths, A.E. Hramov, *Sci. Rep.*, **9**, 7243 (2019). DOI: 10.1038/s41598-019-43619-3
 [9] А.Н. Павлов, А.Е. Руннова, В.А. Максименко, О.Н. Павлова, Д.С. Гришина, А.Е. Храмов, *Письма в ЖТФ*, **45** (4), 8 (2019). DOI: 10.21883/PJTF.2019.04.47327.17377
 [10] О.Н. Павлова, А.Н. Павлов, *Письма в ЖТФ*, **45** (18), 6 (2019). DOI: 10.21883/PJTF.2019.18.48228.17882
 [11] K. Hu, P.C. Ivanov, Z. Chen, P. Carpena, H.E. Stanley, *Phys. Rev. E*, **64** (1), 011114 (2001). DOI: 10.1103/PhysRevE.64.011114
 [12] Z. Chen, P.C. Ivanov, K. Hu, H.E. Stanley, *Phys. Rev. E*, **65** (4), 041107 (2002). DOI: 10.1103/PhysRevE.65.041107
 [13] R.M. Bryce, K.B. Sprague, *Sci. Rep.*, **2**, 315 (2012). DOI: 10.1038/srep00315
 [14] Y.H. Shao, G.F. Gu, Z.Q. Jiang, W.X. Zhou, D. Sornette, *Sci. Rep.*, **2**, 835 (2012). DOI: 10.1038/srep00835
 [15] A.N. Pavlov, O.N. Pavlova, O.V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths, *Eur. Phys. J. Plus.*, **136**, 10 (2021). DOI: 10.1140/epjp/s13360-020-00980-x
 [16] А.Н. Павлов, О.Н. Павлова, А.А. Короновский (мл.), *Письма в ЖТФ*, **46** (6), 47 (2020). DOI: 10.21883/PJTF.2020.06.49166.18136
 [17] A.N. Pavlov, A.S. Abdurashitov, A.A. Koronovskii, Jr., O.N. Pavlova, O.V. Semyachkina-Glushkovskaya, J. Kurths, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simulat.*, **85**, 105232 (2020). DOI: 10.1016/j.cnsns.2020.105232