

02

# Внутризонные осцилляции Раби с участием фотонов и акустических фононов

© Е.Ю. Перлин, А.В. Иванов

Университет ИТМО,  
199034 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: eyperlin@bk.ru

Поступила в редакцию 15.12.2020 г.

В окончательной редакции 15.12.2020 г.

Принята к публикации 24.12.2020 г.

Получены вероятности  $W_{\text{exc}}$  внутризонных переходов электронов с участием фотонов и продольных акустических фононов в ковалентном кристалле. Показано, что в случае предпробойных интенсивностей света могут иметь место специфические электрон-фононные осцилляции Раби с частотой  $\Omega_R^{(\text{eff})}$ , на которую влияют процессы высших порядков по полю световой волны. Как и в ранее рассмотренном случае процессов с участием оптических фононов, поглощение света идет только до времени достижения первого максимума  $\tau_1$  на зависимости  $W_{\text{exc}}(t)$ , где  $t$  — время, прошедшее с начала действия лазерного импульса.

**Ключевые слова:** внутризонное поглощение света, осцилляции Раби, деформационный потенциал, ковалентные кристаллы, предпробойные интенсивности света.

DOI: 10.21883/OS.2021.04.50780.302-20

## 1. Введение

В предыдущей работе авторов [1] была развита теория поглощения мощного лазерного излучения свободными электронами на не прямых внутризонных переходах с участием фотонов и продольных оптических (ЛО) фононов. Были получены относительно простые аналитические выражения для вероятности  $W_{\text{exc}}$  внутризонных переходов с изменением энергии электрона на  $\hbar(\omega \pm \omega_l)$ , где  $\omega_l$  — частота ЛО-фононов, участвующих в процессе, а  $\omega$  — частота лазерного излучения видимого либо ближнего ИК диапазона. Для расчетов в работе [1] было использовано модифицированное для случая переходов с участием фотонов и фононов резонансное приближение, а также техника „распутывания“ экспоненциальных операторов. Основной результат работы [1] состоит в том, что в случае очень высоких интенсивностей лазерного излучения имеют место специфические электрон-фононные осцилляции Раби с частотой  $\Omega_R$ , а поглощение света идет только до времени достижения первого максимума  $\tau_1$  на зависимости  $W_{\text{exc}}(t)$ , где  $t$  — время, прошедшее с начала действия лазерного импульса. В [1] показано также, что на  $W_{\text{exc}}$ ,  $\tau_1$  и  $\Omega_R$  существенным образом влияют процессы высоких порядков по полю световой волны.

В работе [1] был рассмотрен лишь один механизм взаимодействия электронов с колебательной подсистемой кристалла, а именно полярное взаимодействие электронов с ЛО-фононами, описываемое гамильтонианом Фрелиха. В настоящей работе, которая является продолжением работы [1], будет показано, что внутризонные фотон-фононные осцилляции Раби могут иметь место и при взаимодействии сильного света с ковалентными

кристаллами, когда в не прямых внутризонных переходах могут принимать участие лишь продольные акустические (ЛА) фононы.

## 2. Вероятность возбуждения электронной системы

Расчет вероятности внутризонного возбуждения свободных электронов  $W_{\text{exc}}$  выполняется тем же методом и в рамках тех же приближений, что и в работе [1]. Отличие состоит в том, что вместо гамильтониана Фрелиха (см. [1], формулы (7) и (8)), описывающего полярное взаимодействие электронов с ЛО-фононами, здесь мы используем гамильтониан взаимодействия электронов с ЛА-фононами [2]:

$$H'_{\text{e-phon}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{q}, s} F_s(\mathbf{q}) a_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^+ a_{\mathbf{k}} (b_{\mathbf{q}s} - b_{-\mathbf{q}s}^+), \quad (1)$$

где

$$F_s(\mathbf{q}) = -iD \sqrt{\frac{\hbar|\mathbf{q}|}{2Mc_s}}, \quad (2)$$

$a_{\mathbf{k}}^+$  и  $a_{\mathbf{q}}$  — операторы рождения и уничтожения электронов в зоне проводимости  $c$  с волновым вектором  $\mathbf{k}$ ,  $b_{\mathbf{q}}^+$  и  $b_{\mathbf{q}}$  — операторы рождения и уничтожения ЛА-фононов с волновым вектором  $\mathbf{q}$ ,  $D$  — константа деформационного потенциала,  $M$  — масса элементарной ячейки,  $N$  — число элементарных ячеек,  $c_s$  — скорость звука в кристалле. Метод деформационного потенциала для описания взаимодействия электронов с акустическими фононами был впервые предложен в работах [3,4].

В результате расчетов с использованием (1) и (2) получим следующее выражение для вероятности перехода из состояний с волновыми векторами электронов  $\mathbf{k}$  вблизи дна зоны проводимости в состояния с волновыми векторами  $\mathbf{k} + \mathbf{q}$ :

$$W_{\text{exc}}(t) = \frac{1}{2} \int_0^\infty f(k) dk \int_0^\infty \sum_{s=1}^2 \frac{|P_s(k)|^2}{|P_s(k)|^2 + [\frac{1}{2}\delta_s(q)]^2} \times \sin^2 \left\{ \sqrt{|P_s(k)|^2 + [\frac{1}{2}\delta_s(q)]^2} t \right\} q^3 dq, \quad (3)$$

где

$$f(k) = \frac{\hbar^{9/2} k}{4\pi^2 m_c^3} \left( \frac{\pi}{k_B T_{\text{eff}} \omega} \right)^{3/2} \exp \left[ -\frac{\hbar^2 k^2}{2m_c k_B T_{\text{eff}}} \right], \quad (4)$$

$$\delta_{1,2}(q) = \frac{\hbar q^2}{2m_c} - \omega \mp qc_s, \quad (5)$$

$$T_{\text{eff}} = T_0 + \Delta T, \quad \Delta T = \frac{8\pi j_\omega}{3ck_B m_c \omega^2}, \quad (6)$$

$m_c$  — эффективная масса электрона,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T_0$  — температура решетки,  $qc_s = \omega_a$  — частоты акустических фононов с волновым числом  $q$ ,

$$P_{1,2}^2(k) = \frac{2^{1/2} D^2 \vartheta^2 (m_c \omega)^{3/2} k}{\pi^2 \hbar^{5/2} \rho c_s} \times \left\{ \begin{array}{l} [e^{\hbar c_s q_0 / (k_B T_0)} - 1]^{-1} \\ \{1 + [e^{\hbar c_s q_0 / (k_B T_0)} - 1]^{-1}\}^{-1} \end{array} \right\}^{-1}, \quad (7)$$

$$\vartheta = J_1(\xi_2 - \xi_1), \quad \xi_{1,2} = \frac{2ek_{1,2}}{n_c \omega^2} \sqrt{\frac{2\pi j_\omega}{c \sqrt{\epsilon_\infty}}},$$

$$k_1 \approx \frac{1}{\hbar} \sqrt{m_c k_B T_{\text{eff}}}, \quad k_2 \approx \sqrt{\frac{m_c \omega}{3\hbar}},$$

$$q_0 = \sqrt{2m_c \omega / \hbar}, \quad (8)$$

где  $\rho$  — плотность материала,  $J_n(\xi)$  — функции Бесселя.

### 3. Результаты расчетов

На рис. 1 показаны зависимости вероятности внутризонного возбуждения электрона  $W_{\text{exc}}$  от времени  $t$  с момента начала действия лазерного импульса, рассчитанные с помощью формул (3)-(8) при следующих значениях параметров:  $m_c = 0.35m$ ,  $m$  — масса свободного электрона,  $\epsilon_\infty = 11.5$ ,  $D = 7 \text{ eV}$ ,  $\rho = 2.33 \text{ g/cm}^3$ ,  $c_s = 2.2 \cdot 10^5 \text{ cm/s}$ ,  $T_0 = 300 \text{ K}$ . Указанные значения параметров характерны для кристаллов типа Si. Для удобства сравнения полученных здесь результатов с результатами работы [1] графики на рис. 1 приводятся для тех же значений частот света  $\omega$  интенсивностей  $j_\omega$ , что и на рис. 2 работы [1].

На рис. 2 показаны зависимости максимальных значений  $W_{\text{max}}$  вероятностей  $W_{\text{exc}}(t)$  от интенсивности лазерного излучения  $j_\omega$ .

На рис. 3 показаны зависимости времени достижения первого максимума  $\tau_1$  на зависимости  $W_{\text{max}}(t)$  от интенсивности  $j_\omega$ .

На рис. 4 показаны зависимости эффективных частот Раби  $\Omega_R^{\text{eff}}$  от интенсивности света  $j_\omega$ . Как и в работе [1],  $\Omega_R^{\text{eff}}$  определяется следующим образом:  $\Omega_R^{\text{eff}} = 2\pi / (\tau_2 - \tau_1)$ , где  $\tau_2$  — время, за которое достигается второй максимум на кривой  $W_{\text{exc}}(t)$ .

На рис. 5 показаны зависимости максимальных значений  $W_{\text{max}}$  вероятностей  $W_{\text{exc}}(t)$  от частоты света  $\omega$ .

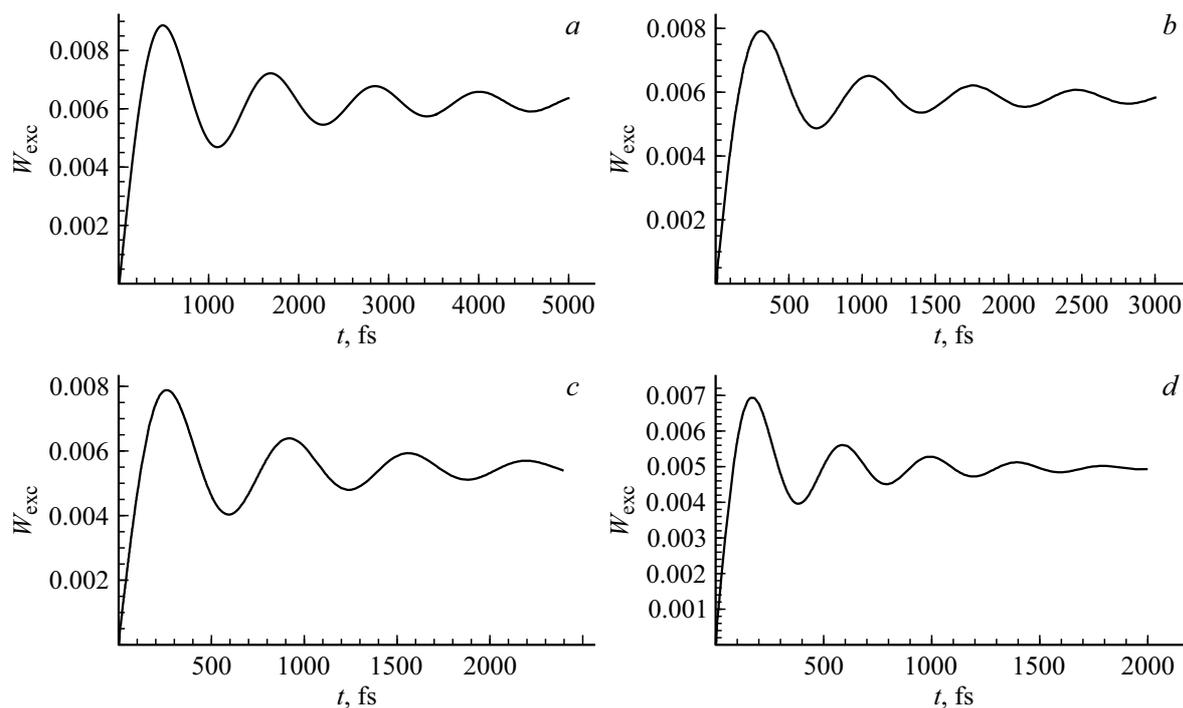
### 4. Обсуждение результатов

Характер зависимостей, приведенных в предыдущем разделе, в основном такой же, как и в случае взаимодействия электронов с ЛО-фононами, рассмотренном в работе [1]. Тем не менее имеются некоторые отличия, которые мы обсудим в этом разделе. Осцилляции Раби в случае процессов с ЛА-фононами (рис. 1) более четко выражены и имеют заметно большую относительную амплитуду, чем в случае процессов с участием ЛО-фононов [1]. Эффективные частоты Раби  $\Omega_R^{\text{eff}}$  в области низких частот света ( $\omega \approx 0.8 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ ) меньше, чем в случае процессов с ЛО-фононами. С увеличением частоты света  $\omega$  при фиксированной интенсивности  $j_\omega$  в случае процессов с ЛА-фононами  $\Omega_R^{\text{eff}}$  убывает медленнее, чем для процессов с ЛО-фононами.

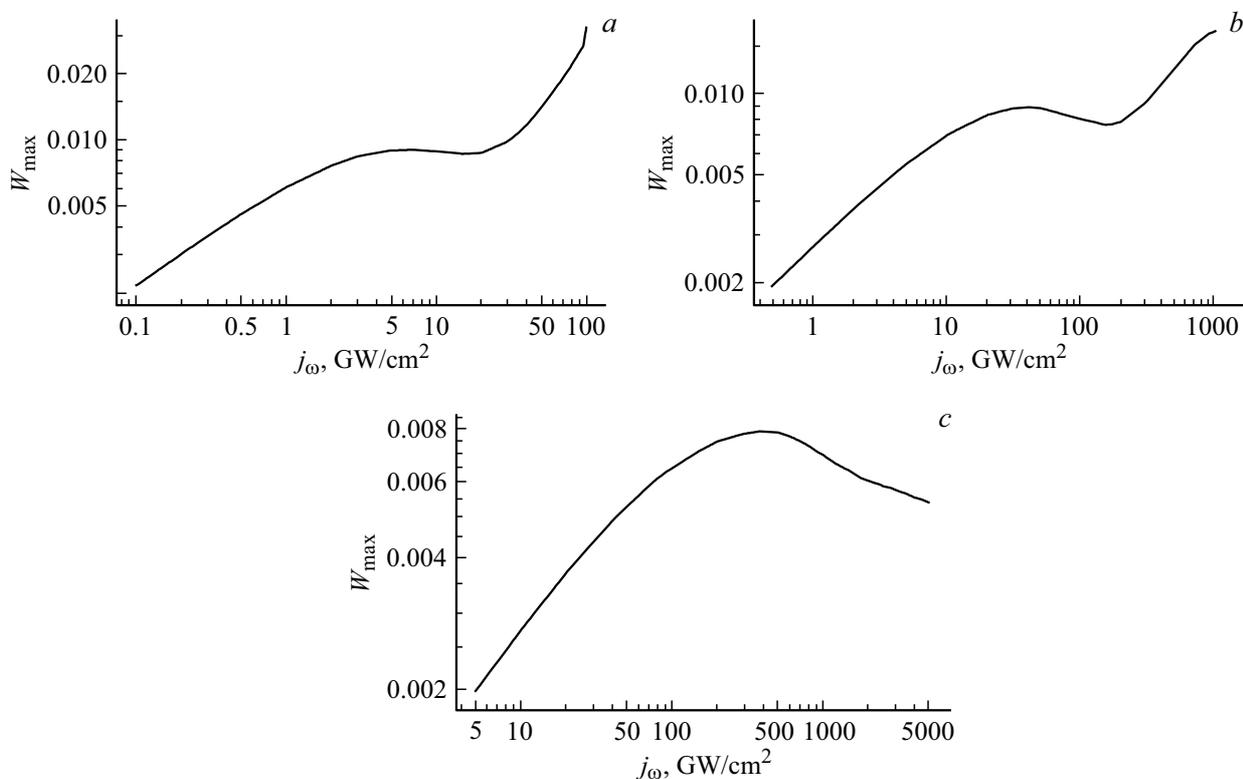
На кривых  $W_{\text{max}}(j_\omega)$  при фиксированных значениях  $\omega$  (рис. 2) и на кривых  $W_{\text{max}}(\omega)$  при фиксированных  $j_\omega$  (рис. 5) имеются значительно более выраженные по сравнению со случаем ЛО-фононов области, где  $W_{\text{max}}(j_\omega)$  падает с увеличением  $j_\omega$ , а  $W_{\text{max}}(\omega)$  растет с увеличением  $\omega$ . Как уже отмечалось в [1], наличие таких областей связано с процессами высоких порядков по полю световой волны.

Указанные выше различия между приведенными зависимостями в случаях процессов с участием акустических либо оптических фононов связаны в первую очередь с различиями в коэффициентных функциях  $F_s(\mathbf{q})$  в операторах электрон-фононного взаимодействия. В случае взаимодействия с ЛО-фононами, описываемого гамильтонианом Фрëлиха (формула (7) в [1]),  $F_s \propto q^{-1}$ , тогда как для деформационного потенциала, описывающего взаимодействие с ЛА-фононами (формулы (1) и (2) настоящей работы),  $F_s \propto q^{1/2}$ . Поскольку актуальные значения  $q \approx q_0 \propto \omega^{1/2}$  (см. формулу (8)), с ростом частоты света  $\omega$  соотношение между величинами  $W_{\text{max}}$ ,  $\Omega_R^{\text{eff}}$ ,  $\tau_1^{-1}$  для обоих случаев меняется в пользу процессов с участием ЛА-фононов.

В целом при выбранных в настоящей работе значениях параметров кристалла, близких к их значениям в Si, и в работе [1], близких к ZnS, значения  $W_{\text{max}}$ ,  $\tau_1$ ,  $\Omega_R^{\text{eff}}$  сопоставимы. При одновременном действии механизмов, описанных [1] и в настоящей работе, воз-



**Рис. 1.** Зависимости вероятности возбуждения электронов  $W_{\text{exc}}$  от времени  $t$  с начала действия светового импульса: (a)  $j_{\omega} = 30 \text{ GW/cm}^2$ ,  $\omega = 0.7 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (b)  $j_{\omega} = 80 \text{ GW/cm}^2$ ,  $\omega = 0.7 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (c)  $j_{\omega} = 400 \text{ GW/cm}^2$ ,  $\omega = 1.78 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (d)  $j_{\omega} = 1 \text{ TW/cm}^2$ ,  $\omega = 1.78 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ .



**Рис. 2.** Зависимости максимальных значений  $W_{\text{max}}$  от  $j_{\omega}$ : (a)  $\omega = 0.4 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (b)  $\omega = 0.8 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (c)  $\omega = 1.78 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ .

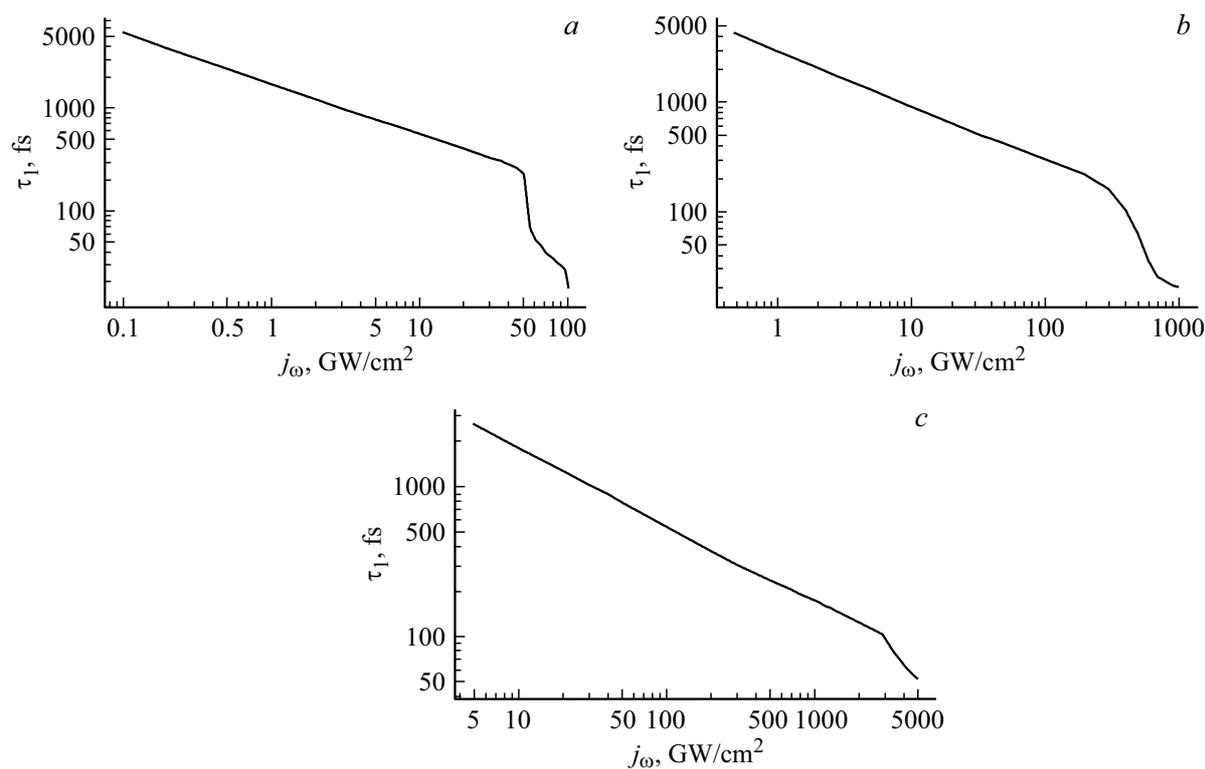


Рис. 3. Зависимости времени  $\tau_1$  на кривых от  $j_\omega$ : (a)  $\omega = 0.4 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (b)  $\omega = 0.8 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (c)  $\omega = 1.78 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ .

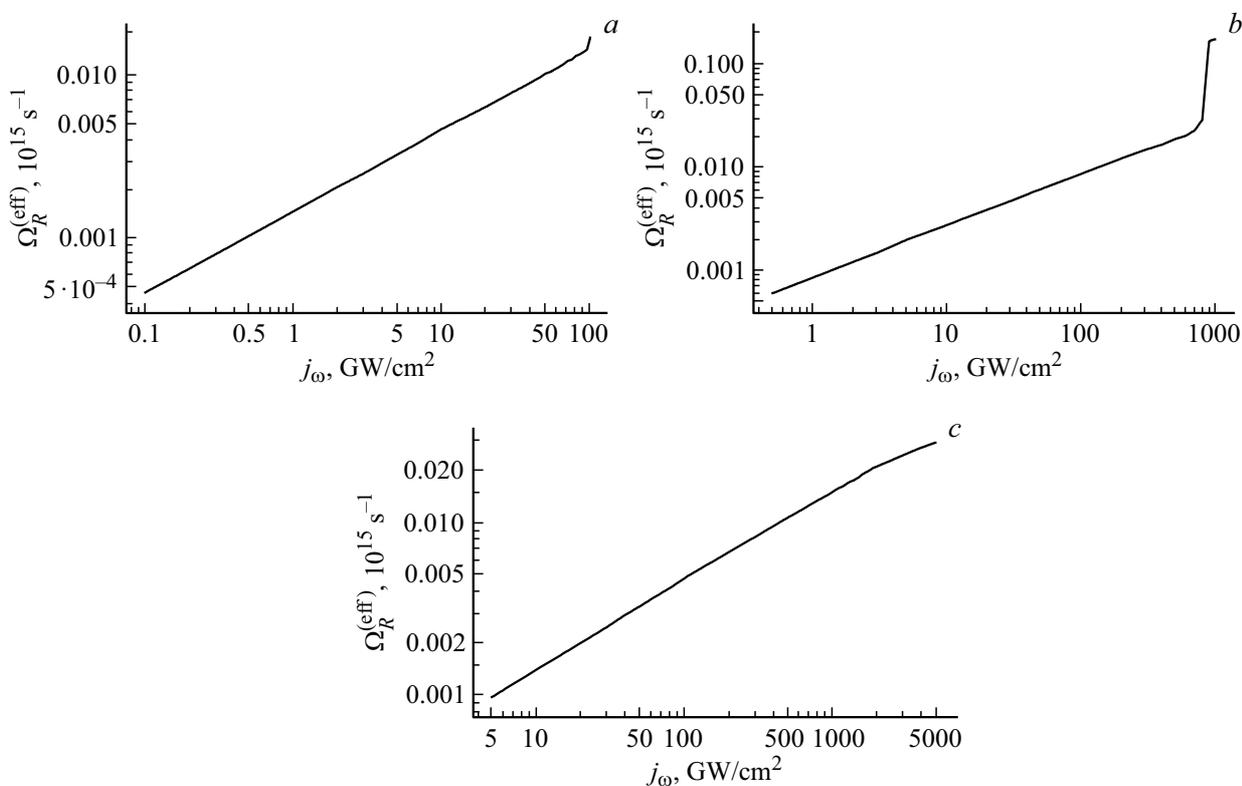


Рис. 4. Зависимости эффективных частот Раби  $\Omega_R^{(\text{eff})}$  от интенсивности света  $j_\omega$ : (a)  $\omega = 0.4 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (b)  $\omega = 0.8 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ , (c)  $\omega = 1.78 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ .

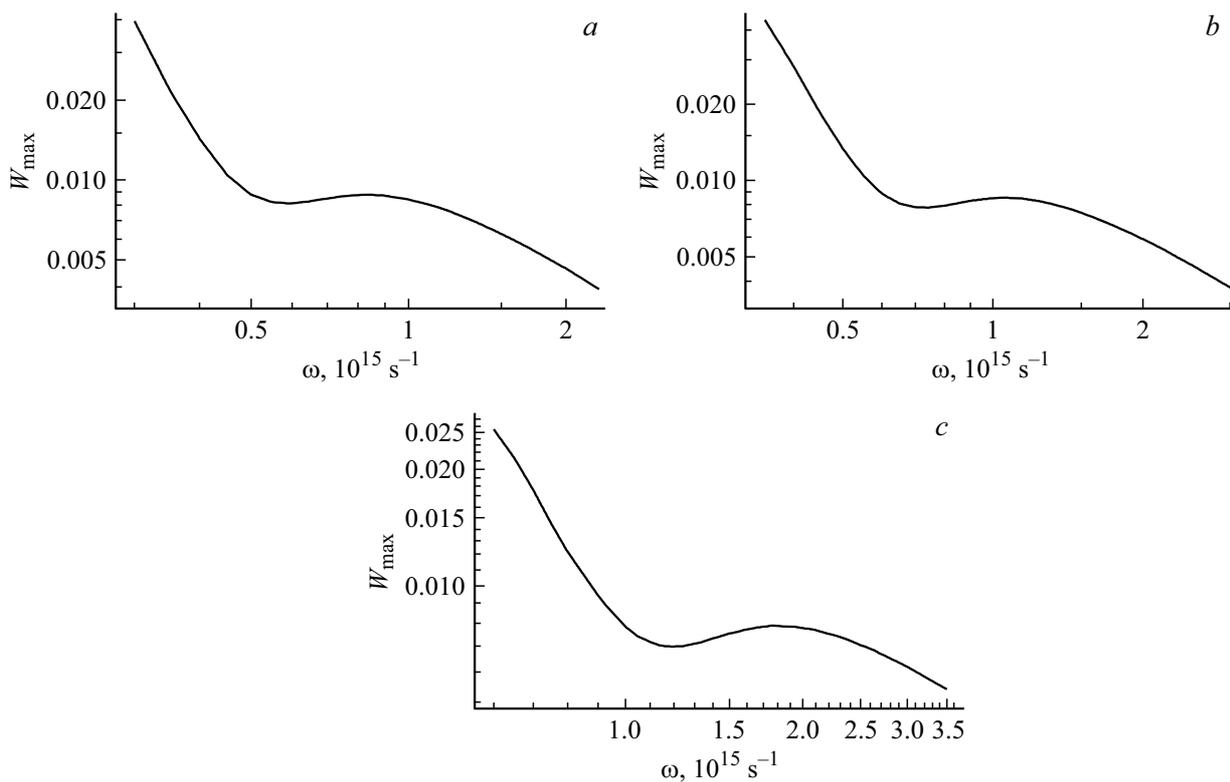


Рис. 5. Зависимости  $W_{\max}$  от частоты света: (a)  $j_{\omega} = 50 \text{ GW/cm}^2$ , (b)  $j_{\omega} = 100 \text{ GW/cm}^2$ , (c)  $j_{\omega} = 500 \text{ GW/cm}^2$ .

можны ситуации, когда фотон-фононные осцилляции Раби усиливаются либо, наоборот, сглаживаются.

К некоторому сглаживанию осцилляций приводит также учет анизотропии зоны проводимости в ковалентных материалах. Остальные факторы, перечисленные в разд. 5 работы [1], актуальны и для случая, рассмотренного в настоящей работе.

Следует иметь в виду, что рассматриваемые в настоящей работе процессы могут влиять на пороговые для пробоя интенсивности света  $j_{\text{thr}}$ , так как сначала происходит внутризонное поглощение, рассмотренное в настоящей работе, а уже затем пробой материала (см. также разд. 1 работы [1]). Типичные значения  $j_{\text{th}}$  в очень чистых материалах составляют для пикосекундных и субпикосекундных лазерных импульсов в зависимости от частотного диапазона и структуры мод лазерного излучения  $10^{13} - 10^{14} \text{ W/cm}^2$ . Максимальные значения интенсивностей  $j_{\omega}$ , использованные при расчете графиков на рис. 2–4, вплотную приближаются к  $j_{\text{thr}}$ .

## 5. Заключение

В работе рассмотрено возбуждение мощным лазерным излучением свободных электронов на не прямых внутризонных переходах с участием фотонов и LA-фононов. Получено простое выражение для вероятности перехода  $W_{\text{exc}}$  из состояний электрона вблизи дна зоны проводимости в состояния с энергией, большей на вели-

чину светового кванта. Показано, что в этом случае, как и в рассмотренном ранее в работе [1] случае процессов с участием LO-фононов, имеют место специфические электрон-фононные осцилляции Раби, а поглощение света идет только до времени достижения первого максимума  $\tau_1$  на зависимости  $W_{\text{exc}}$  от времени  $t$  с начала действия лазерного импульса. Получены нелинейные зависимости максимальных значений  $W_{\text{exc}}$  от интенсивности света  $j_{\omega}$  при фиксированной частоте света  $\omega$  и от  $\omega$  при фиксированном значении  $j_{\omega}$ . Получены также зависимости  $\tau_1$  и частоты фотон-фононных осцилляций Раби  $\Omega_{\text{R}}^{(\text{eff})}$  от  $j_{\omega}$  при нескольких значениях  $\omega$ . Показано, что процессы высоких порядков по полю световой волны в рассматриваемом диапазоне предпробойных интенсивностей света существенным образом влияют на  $W_{\text{exc}}$ ,  $\tau_1$  и  $\Omega_{\text{R}}^{(\text{eff})}$ .

## Финансирование работы

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих университетов Российской Федерации (субсидия 08-08).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

**Список литературы**

- [1] *Перлин Е.Ю., Иванов А.В., Попов А.А.* // Опт. и спектр. 2020. Т. 128. № 12. С. 1854. doi 10.21883/OS.2020.12.50321.212-20; *Perlin E.Yu., Ivanov A.V., Popov A.A.* // Opt. Spectrosc. 2020. V. 12. N 12. P. 1988. doi 10.1134/S0030400X20121005
- [2] *Bardeen J., Shockley W.* // Phys. Rev. 1950. V. 72. N 1. P. 72. doi 10.1103/PhysRev.80.72
- [3] *Дейген М.Ф., Пекар С.И.* // ЖЭТФ. 1951. Т. 21. № 7. С. 803.
- [4] *Давыдов А.С.* Теория твердого тела. М.: Наука, 1976. 640 с.; *Davydov A.S.* Theory of Solids. M.: Nauka, 1980.