

## Топологические моды в неэрмитовых фононных кристаллах, индуцированных оптически в массиве квантовых ям

© А.В. Пошакинский, А.Н. Поддубный

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе,  
Санкт-Петербург, Росси

E-mail: poshakinskiy@mail.ioffe.ru

Поступила в Редакцию 1 декабря 2020 г.

В окончательной редакции 1 декабря 2020 г.

Принята к публикации 3 декабря 2020 г.

Изучено теоретически распространение акустических волн в массиве квантовых ям, в котором путем оптического возбуждения с частотой, близкой к экситонному резонансу, реализовано модулированное в пространстве усиление и ослабление звука. Рассчитана дисперсия звуковых волн вблизи брэгговских резонансов, соответствующих волновому вектору модуляции. Описано возникновение „мнимых“ стоп-зон, в которых происходит расщепление мнимых частей частоты блоховских мод. Продемонстрировано возникновение на краю структуры акустических топологических мод.

**Ключевые слова:** структуры с квантовыми ямами, акустические фононы, оптомеханика.

DOI: 10.21883/FTT.2021.04.50721.249

### 1. Введение

Простейшими одномерными системами, поддерживающими топологические краевые состояния, являются структуры, описываемые моделью Обри–Андре–Харпера (Aubry–André–Harper, ААН) [1]. В этой модели рассматривается последовательность узлов, между которыми возможно туннелирование частиц, причем потенциал узла  $i$  или константа туннелирования модулируется в зависимости от номера узла  $j$  как  $\cos(2\pi\alpha j + \phi)$ . Если  $\alpha$  является рациональным числом,  $\alpha = \mathcal{M}/\mathcal{N}$ , где  $\mathcal{M}$  и  $\mathcal{N}$  целые, то такая структура является периодической, а ее элементарная ячейка содержит  $\mathcal{N}$  узлов. При иррациональном  $\alpha$  структура является квазикристаллом. В обоих случаях оказывается возможным установить соответствие между рассматриваемой одномерной системой и двумерной решеткой во внешнем магнитном поле, причем  $\alpha$  играет роль магнитного потока через элементарную ячейку двумерной решетки (отнесенного к кванту магнитного потока) [2,3]. Поэтому энергетический спектр модели ААН, так же как и спектр двумерной системы в магнитном поле, может содержать зоны блоховских состояний с нетривиальной топологией, характеризующейся отличными от нуля числами Черна. В промежутках между такими зонами возникают краевые топологические моды. При изменении фазы модуляции  $\phi$  от 0 до  $2\pi$  энергия топологической моды полностью закрывает энергетический зазор между зонами.

Модель ААН, сформулированная изначально применительно к электронам, в настоящее время активно применяется для описания света в структурах, оптические свойства которых модулированы в пространстве. Ключевыми отличиями таких задач от канонической

модели ААН является открытость и неэрмитовость. Радиационные потери, имеющие место в практически любой оптической системе, приводят к конечному времени жизни краевых топологических мод [4]. Такие излучающие краевые состояния проявляются в виде резонансных особенностей в спектрах отражения света от структуры, а по зависимости фазы коэффициента отражения от фазы модуляции  $\phi$  можно определить числа Черна [5]. При наличии накачки возможно также реализовать оптическое усиление, модулированное в пространстве. Такая структура может быть описана неэрмитовой моделью ААН, где модуляция потенциалов узлов или констант туннелирования является комплексной величиной [6,7]. Топологическая классификация неэрмитовых моделей ААН гораздо богаче, чем канонических [8,9]. Краевые состояния могут быть стационарными, если накачка и потери сбалансированы. В обратном случае усиливающие краевые моды могут быть использованы для лазерной генерации [10]. Большое внимание в настоящее время привлекают также модели ААН за пределами одночастичного приближения, в которых взаимодействие возбуждений может приводить к топологическим фазовым переходам [11] и топологическим состояниям нескольких связанных частиц [12].

В настоящей работе рассмотрен теоретически массив квантовых ям, в котором путем оптического возбуждения с частотой, близкой к экситонному резонансу, реализовано модулированное в пространстве усиление и ослабление акустических волн, описываемое неэрмитовой моделью ААН. Рассчитана дисперсия звука в таком фононном кристалле, а также установлено существование в нем краевых топологических мод.

## 2. Модель

### А. Взаимодействие звука с экситонами в квантовой яме

В работе [13] нами было показано, что в квантовой яме, возбуждаемой интенсивным лазерным светом с частотой, близкой к экситонному резонансу, может реализовываться, в зависимости от знака отстройки, эффективное усиление или ослабление акустических волн. Эффект обусловлен резонансным поглощением или стимулированным излучением фононов при возбуждении экситона фотоном, энергия которого меньше или больше энергии экситона.

В настоящей работе будет рассмотрено возбуждение квантовых ям одновременно двумя электромагнитными волнами с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Такое оптическое возбуждение индуцирует в квантовой яме экситоны на этих частотах с концентрациями  $|b_1|^2$  и  $|b_2|^2$ ,

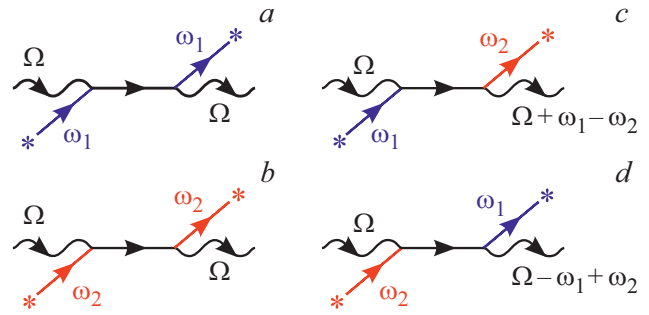
$$|b_{1,2}|^2 = \frac{I_{1,2}}{\hbar\omega_{1,2}} \frac{\Gamma_0}{\Delta_{1,2}^2 + \Gamma_x^2}, \quad (1)$$

где  $b_{1,2}$  — когерентные амплитуды экситонов,  $I_{1,2}$  — интенсивность света на частоте  $\omega_{1,2}$ ,  $\Delta_{1,2} = \omega_{1,2} - \omega_x$  — отстройки частот лазеров от экситонного резонанса,  $\Gamma_0$  — радиационное затухание экситона, характеризующее силу его взаимодействия со светом,  $\Gamma_x$  — нерадиационное затухание экситона, обусловленное потерями. Мы будем считать, что  $\Gamma_0 \ll \Gamma_x$ , так что формирования гибридных фоноритонных мод [14,15], обусловленных интенсивными процессами конверсии фононов в фотоны на стоксовой и анти-стоксовой частотах, не происходит.

Изменение акустических свойств квантовой ямы под действием оптического возбуждения, обусловленное взаимодействием возбужденных экситонов с фононами по механизму деформационного потенциала, описывается собственно-энергетической частью фонона  $\Sigma$ , играющей роль акустической восприимчивости квантовой ямы. Диаграммы процессов, вносящих вклад в  $\Sigma$  во втором порядке по  $b_{1,2}$ , показаны на рис. 1, где сплошные линии соответствуют экситонам, а волнистые — фононам. Собственно-энергетическая часть, описывающая рассеяние фонона без изменения его частоты  $\Omega$ , определяется диаграммами, изображенными на рис. 1, *a, b*, и имеет вид [13]:

$$\Sigma_0(\Omega) = \sum_{j=1,2} \frac{|\Xi|^2 |b_j|^2}{2\rho_0 s_0^3} \frac{2\Delta_j \Omega}{\Delta_j^2 - (\Omega + i\Gamma_x)^2}, \quad (2)$$

где  $\Xi$  — константа деформационного потенциала,  $\rho_0$  и  $s_0$  — плотность материала квантовой ямы и скорость продольного звука в ней. Наличие когерентного оптического возбуждения на одновременно двух частотах приводит к возможности изменения частоты фонона на  $\delta\omega_L = \omega_1 - \omega_2$ . Амплитуда конверсии фонона с частотой  $\Omega$  в фонон с частотой  $\Omega + \delta\omega_L$  дается недиагональным



**Рис. 1.** Диаграммы процессов, вносящих вклад в акустическую восприимчивость квантовой ямы  $\Sigma$  во втором порядке по амплитуде оптического возбуждения. Внешними прямыми линиями показаны амплитуды  $b_{1,2}$  оптически созданных экситонов на частотах  $\omega_{1,2}$ . Внутренняя прямая линия соответствует экситонному пропагатору. Фононы обозначены волнистыми линиями. Вершины описывают взаимодействие экситонов с фононами по механизму деформационного потенциала.

элементом собственно-энергетической части, который соответствует диаграмме, изображенной на рис. 1, *c*, и имеет вид

$$\Sigma_1(\Omega + \delta\omega_L, \Omega) = \frac{|\Xi|^2 b_1 b_2^*}{2\rho_0 s_0^3} \frac{2(\bar{\omega}_L - \omega_x) \sqrt{\Omega(\Omega + \delta\omega_L)}}{\bar{\omega}_L^2 - \left(\frac{\delta\omega_L}{2} + \Omega + i\Gamma_x\right)^2}, \quad (3)$$

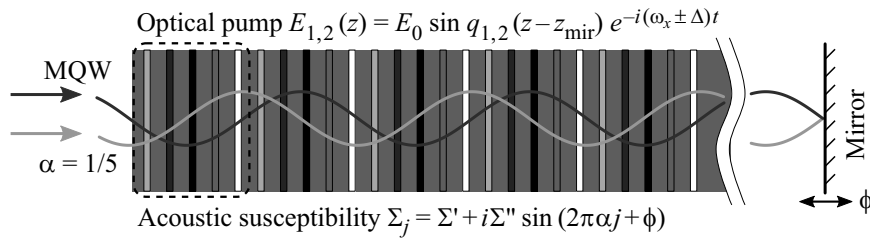
где  $\bar{\omega}_L = (\omega_1 + \omega_2)/2$ . Амплитуда обратного процесса  $\Sigma_1(\Omega - \delta\omega_L, \Omega)$  дается диаграммой, изображенной на рис. 1, *d*, и может быть получена из уравнения (3) заменой  $\omega_1 \leftrightarrow \omega_2$ .

Наличие процессов конверсии приводит к появлению бесконечной лестницы частот  $\Omega_m = \Omega + m\delta\omega_L$ , где  $m$  — целое число. Переходы между модами  $m$  и  $m+1$  формально аналогичны туннелированию между соседними узлами в модели сильной связи, что позволяет рассматривать  $m$  как дополнительное синтетическое измерение [16]. Однако если  $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_x$ , т.е. частоты двух возбуждающих лазеров расположены симметрично относительно частоты экситона, амплитуда конверсии (3) обращается в нуль. Именно такой случай, когда лестницы частот не возникает, будет рассмотрен в дальнейшем. В этом случае, коэффициенты прохождения и отражения звука, падающего на квантовую яму по нормали, могут быть выражены через акустическую восприимчивость (2):

$$t(\Omega) = \frac{1}{1 + i\Sigma_0(\Omega)}, \quad r(\Omega) = \frac{i\Sigma_0(\Omega)}{1 + i\Sigma_0(\Omega)}, \quad (4)$$

Коэффициент усиления звука квантовой ямой определяется мнимой частью восприимчивости

$$G(\Omega) = |t(\Omega)|^2 + |r(\Omega)|^2 - 1 = \frac{2 \operatorname{Im} \Sigma_0(\Omega)}{|1 + i\Sigma_0(\Omega)|^2}.$$



**Рис. 2.** Схема оптически индуцированного акустического кристалла. Оптическое возбуждение массива квантовых ям двумя стоячими электромагнитными волнами на частотах, отстроенных положительно и отрицательно от экситонного резонанса, приводит к пространственной модуляции акустической восприимчивости квантовых ям. Оттенками серого цвета показана мнимая часть акустической восприимчивости: черный цвет соответствует усилению звука, белый — поглощению. Показан случай, когда период модуляции в пять раз больше периода структуры,  $\alpha = 1/5$ . Пунктиром выделена элементарная ячейка фононного кристалла.

## В. Метод матриц переноса для акустических волн

Используя коэффициенты отражения и пропускания (4), можно построить матрицу переноса, связывающую амплитуды акустических волн на левой и правой границах квантовой ямы [17]. В базисе бегущих волн матрица переноса имеет вид

$$\hat{T}_{\text{QW}}(\Sigma_0) = \begin{bmatrix} 1 - i\Sigma_0(\Omega) & i\Sigma_0(\Omega) \\ -i\Sigma_0(\Omega) & 1 + i\Sigma_0(\Omega) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Помимо взаимодействия с оптически созданными экситонами, фононы также испытывают отражение от интерфейсов квантовой ямы, обусловленное различием механических свойств материала квантовой ямы и барьеров. Матрица переноса через интерфейс барьер/квантовая яма имеет вид [17]:

$$\hat{T}_{\text{int}}(\beta) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 + \beta & 1 - \beta \\ 1 - \beta & 1 + \beta \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где  $\beta = (\rho s)/(\rho_0 s_0)$  характеризует отличие плотностей ( $\rho_0$  и  $\rho$ ) и продольных скоростей звука ( $s_0$  и  $s$ ) в материале квантовой ямы и барьере. Для квантовых ям GaAs/AlAs параметр  $\beta \approx 0.84$ . Матрица переноса через интерфейс квантовая яма/барьер дается  $\hat{T}_{\text{int}}(1/\beta)$ .

Матрица переноса через квантовую яму и интерфейсы определяется произведением  $\hat{T}_{\text{int}}(1/\beta)\hat{T}_{\text{sp}}(k_0 a/2)\hat{T}_{\text{QW}}\hat{T}_{\text{sp}}(k_0 a/2)\hat{T}_{\text{int}}(\beta)$ , где  $\hat{T}_{\text{sp}}$  есть матрица переноса через однородную среду,

$$T_{\text{sp}}(\Phi) = \begin{bmatrix} e^{i\Phi} & 0 \\ 0 & e^{-i\Phi} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$k_0 = \Omega/s_0$  — волновой вектор фонона внутри квантовой ямы,  $a$  — ширина квантовой ямы. Мы будем рассматривать достаточно узкие квантовые ямы, для которых  $k_0 a \ll 1$ . В этом случае матрица переноса через квантовую яму с интерфейсами принимает вид, схожий с уравнением (6), где  $\Sigma_0$  необходимо заменить на  $\Sigma$ ,

$$\Sigma = \beta\sigma_0 + \frac{k_0 a(1 - \beta^2)}{2\beta}. \quad (9)$$

Первое слагаемое в уравнении (9) описывает перенормировку силы взаимодействия звука с экситонами, обусловленную интерфейсами и аналогичную эффекту Парселла в оптике. Второе слагаемое представляет собой вещественный вклад в акустическую восприимчивость квантовой ямы и описывает отражение звука, обусловленное акустическим контрастом.

## С. Фононный кристалл на основе массива квантовых ям

Мы рассматриваем периодическую структуру из  $N$  квантовых ям, разделенных барьерами толщиной  $d$ , см. рис. 2. Структура возбуждается слева двумя лазерами на частотах  $\omega_1 = \omega_x + \Delta$  и  $\omega_2 = \omega_x - \Delta$  с одинаковой интенсивностью. Справа от системы находится зеркало, отражение от которого формирует внутри структуры стоячую электромагнитную волну. Интенсивность волны зависит от координаты вдоль оси роста  $z$  как

$$I_{1,2}(z) = I_0 \sin^2[q_{1,2}(z - z_{\text{mir}})], \quad (10)$$

где  $q_{1,2} = \omega_{1,2}/c$  — волновой вектор света,  $z_{\text{mir}}$  — координата зеркала. Мы пренебрегли поглощением света на экситонном резонансе, которое дается формулой  $2N\Gamma_0\Gamma_x/(\Delta^2 + \Gamma_x^2)$  и мало, если  $\Gamma_0 \ll \Gamma_x$ , а частота лазера достаточно отстроена от резонанса. Согласно формуле (2), обусловленный оптическим возбуждением вклад в акустическую восприимчивость  $j$ -ой квантовой ямы, находящейся в точке  $z_j = jd$ , определяется разностью интенсивностей положительно и отрицательно отстроенного от частоты экситона электрического поля,  $I_1(z_j) - I_2(z_j)$ , и имеет вид

$$\Sigma_0(\Omega) = \frac{|\mathcal{E}|^2\Gamma_0 I_0}{\rho_0 s_0^3 \omega_L (\Delta^2 + \Gamma_x^2)} \frac{\Omega\Delta}{\Delta^2 - (\Omega + i\Gamma_x)^2} \times \sin[(q_1 - q_2)(z_j - z_{\text{mir}})] \sin[(q_1 + q_2)(z_j - z_{\text{mir}})]. \quad (11)$$

Разностью волновых векторов  $q_1 - q_2 = 2\Delta/c$  можно пренебречь на масштабах длины структуры  $Nd$ , если период структуры  $d \sim s/\Delta$ , а число квантовых ям

$N \ll c/s \sim 10^5$ . Тогда первый синус в зависимости (11) равен константе, и вся координатная зависимость определяется  $\sin[2q_L(z_j - z_{\text{mir}})]$ .

Мы будем интересоваться свойствами звука, частота которого близка к отстройке лазеров от экситонного резонанса,  $\Omega \approx \Delta$ . В этом случае влияние оптического возбуждения на акустические свойства, описываемое уравнением (11), максимально. Полная собственно-энергетическая часть, уравнение (9), для  $j$ -ой квантовой ямы принимает вид

$$\Sigma_j = \Sigma' + i\Sigma'' \sin(2\pi\alpha j + \phi), \quad (12)$$

где  $\alpha = q_L d/\pi$  определяется отношением периода структуры  $d$  к длине волны света лазера, фаза  $\phi = -2q_L z_{\text{mir}}$  контролируется положением зеркала,  $\Sigma' = k_0 a(1 - \beta^2)/(2\beta)$  определяется акустическим контрастом, а  $\Sigma'' = |\Xi|^2 \Gamma_0 I_0 / (2\rho_0 s_0^3 \omega_L \Delta \Gamma_x)$  обусловлено оптической накачкой. Для реалистичных массивов квантовых ям GaAs/AlGaAs, подобных изученным в работе [18],  $\Sigma' \sim 0.4$ , а  $\Sigma'' \sim 0.05$  для накачки с интенсивностью  $0.1 \text{ mW}/\mu\text{m}^2$ , соответствующей концентрации экситонов  $|b_L|^2 \sim 10^{10} \text{ cm}^{-2}$  [13].

Гармоническая модуляция акустических свойств (12) имеет вид, аналогичный модуляции энергий узлов в модели ААН. Ключевым отличием является то, что в рассматриваемой задаче амплитуда модуляции чисто мнимая. Модулируется не вещественная, а мнимая часть акустического импеданса, т.е. коэффициент поглощения и усиления звука.

### 3. Дисперсия звука и краевые акустические моды

#### А. Дисперсия звука

Для простоты мы будем считать, что длина волны лазера соразмерна с расстоянием между квантовыми ямами  $d$ , т.е.  $\alpha$  рационально,  $\alpha = \mathcal{M}/\mathcal{N}$ , где  $\mathcal{M}$  и  $\mathcal{N}$  — целые числа. Тогда период структуры с учетом оптической модуляции увеличивается до  $D = d\mathcal{N}$ . Акустическая матрица переноса через период дается выражением

$$\hat{T}^{(1)} = \prod_{j=1}^{\mathcal{N}} \hat{T}_{\text{sp}}(kd) \hat{T}_{\text{QW}}(\Sigma_j), \quad (13)$$

где при вычислении произведения множители должны располагаться справа налево в порядке увеличения  $j$ . Учитывая, что в реальных системах  $\Sigma_j \ll 1$ , матрицу  $\hat{T}^{(1)}$  можно вычислить в линейном порядке по  $\Sigma_j$ , что дает

$$\hat{T}^{(1)} = \begin{bmatrix} (1 - if_0)e^{ikD} & if_k e^{ikD} \\ -if_{-k} e^{-ikD} & (1 + if_0)e^{-ikD} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Здесь  $f_k$  — структурный фактор, представляющий собой дискретное преобразование Фурье от  $\Sigma_j$  внутри элементарной ячейки,

$$f_k = \sum_{j=1}^{\mathcal{N}} \Sigma_j e^{-2ikz_j}. \quad (15)$$

Приравнивая собственные числа матрицы переноса через элементарную ячейку (14) величине  $e^{\pm ikD}$ , можно определить блоховский волновой вектор  $K$ , описывающий распространение звука в бесконечной периодической структуре. Закон дисперсии блоховских мод, т.е. связь между блоховским волновым вектором  $K$  и частотой звука  $\Omega = sk$ , имеет вид

$$\sin^2 KD = \sin^2(kD - f_0) - f_k f_{-k}. \quad (16)$$

Если  $f_{-k} = \pm f_k^*$ , т.е.  $f_k$  вещественное или чисто мнимое, дисперсионное уравнение (16) представляет собой аналитическую функцию с вещественными коэффициентами, а значит его решения либо вещественны, либо представляют собой пары комплексно сопряженных чисел.

Вдали от границ зоны Биллюэна вторым слагаемым в правой части уравнения (16), которое квадратично по  $\Sigma_j$ , можно пренебречь, и дисперсия звука принимает простую форму  $K = \Omega/s - f_0/D$ . Этот результат соответствует перенормировке скорости звука в слоистой структуре, вследствие усреднения акустических свойств (гармоника  $f_0$  представляет собой усредненный акустический контраст).

Вблизи частот  $\Omega_g = (s/D)(g\pi + f_0)$ , где  $g$  — целое, дисперсия акустических волн сильно модифицируется вследствие брэгговской дифракции. Линеаризуя уравнение (16) вблизи таких частот, получаем

$$\tilde{\Omega}^2 = s^2 \tilde{K}^2 + \delta^2, \quad (17)$$

где

$$\delta^2 = (s/D)^2 f_{g\pi/D} f_{-g\pi/D}, \quad (18)$$

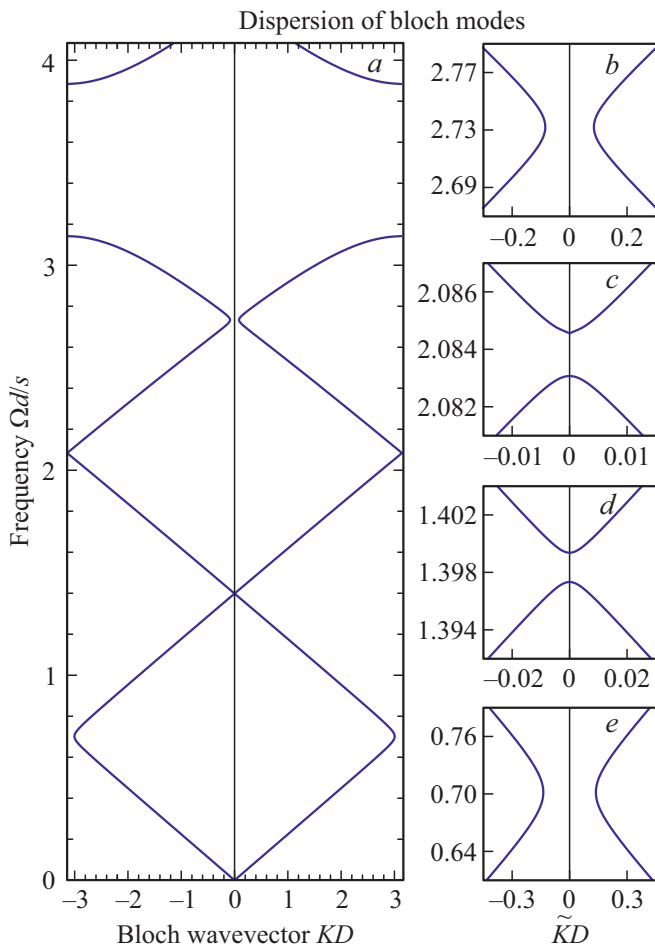
$\tilde{\Omega} = \Omega - \Omega_g$  и  $\tilde{K} = K - g\pi/D$  — отстройка частоты и волнового вектора от величин, соответствующих условию Брэгга. В случае вещественного и положительного  $\delta^2$  уравнение (17) описывало бы дираковскую дисперсию, в которой  $\delta$  играет роль массы и приводит к появлению акустической стоп-зоны шириной  $2\delta$  при  $\tilde{K} = 0$ .

В рассматриваемом нами неэрмитовом фоновом кристалле с модуляцией акустического поглощения и усиления, описываемой уравнением (12), отличные от нуля компоненты структурного фактора имеют вид

$$f_0 = \mathcal{N}\Sigma',$$

$$f_{\pm\pi\mathcal{M}/D} = \pm \mathcal{N} e^{\pm i\phi} \Sigma''/2. \quad (19)$$

Вблизи частот  $\Omega \approx sn\mathcal{N}\pi/D$ , где  $n$  — целое, дисперсия звука описывается уравнением (17) с вещественным



**Рис. 3.** (a) Дисперсия звука в оптически индуцированном неэрмитовом фононном кристалле на основе массива квантовых ям, акустическая восприимчивость которых описывается формулой (12) с  $\alpha = 1/5$ ,  $\phi = 0$ ,  $\Sigma' = 0.1 \Omega d/s$ ,  $\Sigma'' = 0.05$ . Панели (b–e) показывают в более крупном масштабе дисперсию звука вблизи четырех брэгговских резонансов, обусловленных оптической модуляцией.

$\delta = \Sigma' s/d$ . Вблизи частот  $\Omega \approx s\pi(n\mathcal{N} \pm \mathcal{M})/D$  дисперсия звука описывается уравнением (17) с „чисто мнимой“ стоп-зоной  $\delta = i\Sigma'' s/(2d)$ . В этом случае частоты собственных мод в диапазоне  $|\tilde{K}| < \delta/s$  являются комплексными, а расщепление между ними — чисто мнимым. Одна из собственных частот имеет положительную мнимую часть, т.е. мода нарастает со временем, а другая — отрицательную, т.е. мода затухает со временем. Физически, наличие нарастающей моды означает возможность акустической лазерной генерации. Генерация начинается, когда мнимая часть частоты моды превосходит затухание, обусловленное неучтенными в нашей модели, но всегда присутствующими в реальной системе акустическими потерями. Вдали от брэгговского резонанса частоты обоих мод вещественны, что обусловлено тем, что накачка и поглощение звука в рассматриваемом фононном кристалле в среднем скомпенсированы.

На рис. 3, a показана дисперсия звука в фононном кристалле с  $\alpha = 1/5$ . Широкая стоп-зона на частотах (измеряемых в единицах  $s/d$ ) от 3.2 до 3.8 обусловлена акустическим контрастом между материалом ямы и барьеров, который описывается величиной  $\Sigma' = 0.35$ . Оптическая накачка, приводящая к модуляции акустического усиления и поглощения с периодом в пять раз большим, чем период массива квантовых ям, приводит к появлению еще четырех брэгговских резонансов на более низких частотах, интенсивность которых определяется величиной  $\Sigma'' = 0.05$ . Дисперсия вблизи этих резонансов показана на панелях рис. 3, b–e. Для брэгговских резонансов вблизи частот 0.70 и 2.73, см. рис. 3, b, e, описываемых отличными от нуля структурными факторами  $f_{\pm\pi/(5d)}$ ,  $\delta$  чисто мнимое, что приводит к появлению „мнимых“ стоп-зон. Структурные факторы  $f_{\pm 2\pi/(5d)}$ , соответствующие брэгговским резонансам вблизи частот 1.398 и 2.084, для рассматриваемой модуляции равны нулю. Брэгговская дифракция возможна лишь во втором порядке по  $\Sigma''$ . В результате в этих точках возникают узкие реальные стоп-зоны, описываемые вещественным  $\delta$ , см. рис. 3, c, d.

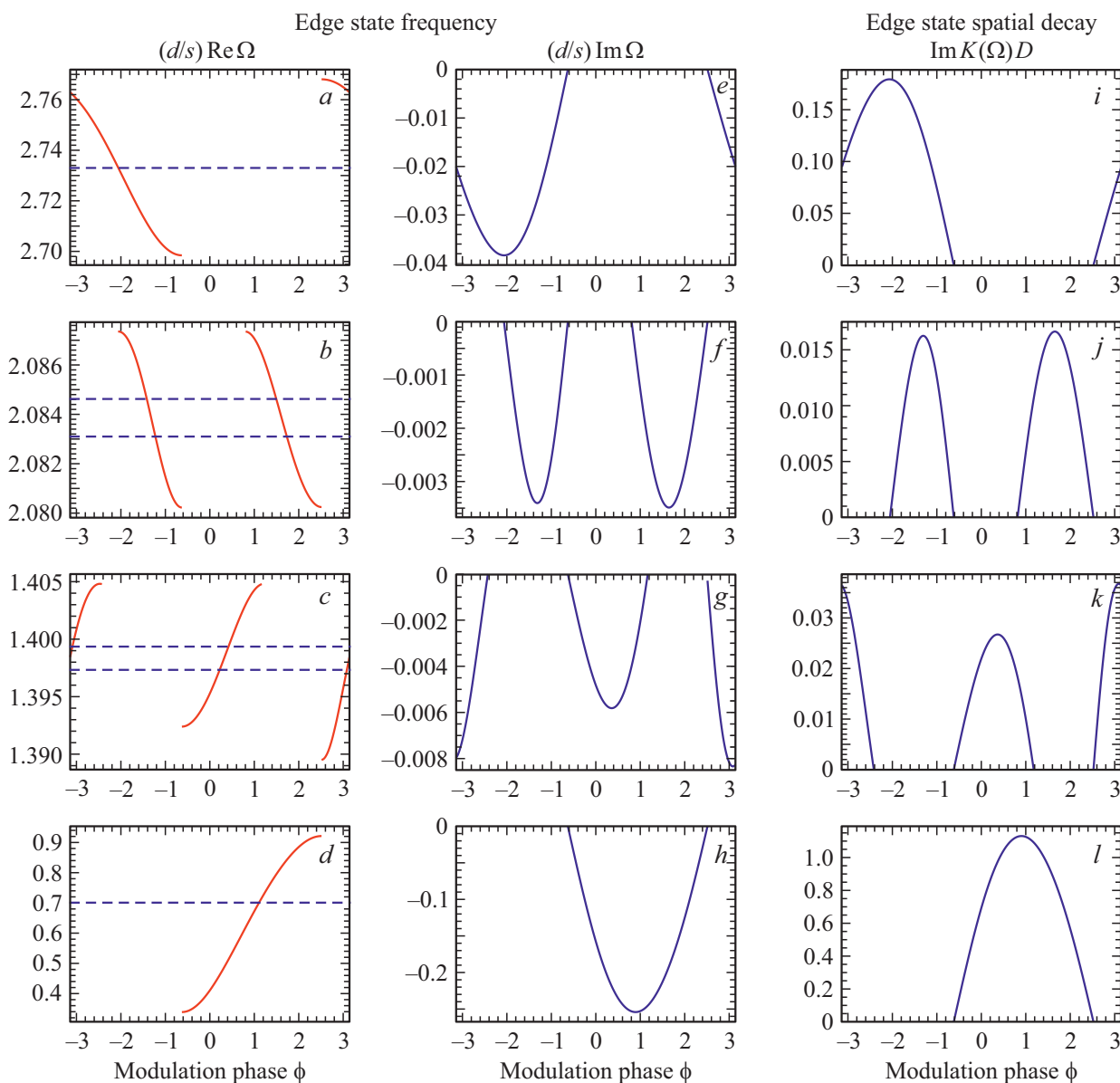
## В. Акустические топологические состояния

При изменении фазы модуляции  $\phi$  от  $-\pi$  до  $\pi$  структурный фактор  $f_{\pm\pi\mathcal{M}/D} \sim e^{\pm i\phi}$  делает в комплексной плоскости один полный оборот вокруг начала координат. Отличное от нуля число намоток структурного фактора  $w = \pm 1$  свидетельствует о нетривиальной топологии блоховских состояний и должно приводить к возникновению  $|w|$  краевых топологических мод, которые при изменении  $\phi$  пересекают соответствующую стоп-зону в направлении, определяемом знаком  $w$ . Наличие краевых мод топологически защищено от модификаций границы структуры: при добавлении на границу произвольных дополнительных слоев краевые моды сохраняются, хотя диапазон  $\phi$ , в котором они существуют, может измениться [5].

Частоты мод, локализованных на левом краю полубесконечного массива, могут быть найдены из уравнений для компонент матрицы переноса через период [4]

$$\hat{T}_{12}^{(1)}(\Omega) = 0, \quad |\hat{T}_{22}^{(1)}(\Omega)| < 1. \quad (20)$$

На рис. 4, a–d сплошными кривыми показаны рассчитанные зависимости вещественной части частоты краевого состояния от фазы модуляции. Как и ожидалось исходя из чисел намотки структурного фактора  $w = \pm 1$ , состояния на рис. 4, a, d пересекают частоту соответствующей „мнимой“ стоп-зоны, обозначенную пунктиром, один раз, но в противоположных направлениях. Краевые состояния на рис. 4, b, c пересекают частоту, соответствующую реальной стоп-зоне, два раза, и также в противоположных направлениях. Более высокие числа намотки  $w = \pm 2$  объясняются тем, что смешивание зон в данных брэгговских резонансах происходит лишь во



**Рис. 4.** (a)–(d) Частоты акустических краевых мод, возникающих вблизи четырех брэгговских резонансов, обусловленных оптической модуляцией, как функция фазы модуляции. Пунктиром показаны границы реальных стоп-зон и частоты „мнимых“ стоп-зон. (e–h) Мнимая часть частоты краевой моды как функция фазы модуляции. (i)–(l). Пространственная скорость затухания краевых мод вглубь структуры как функция фазы модуляции. Расчет выполнен для тех же параметров, что и рис. 3

втором порядке теории возмущений и пропорционально  $f_{\pm\pi/(5d)}^2 \sim e^{\pm 2i\phi}$ .

На рис. 4, e–h показаны рассчитанные зависимости мнимой части частоты краевого состояния от фазы модуляции. Несмотря на то, что в структуре есть как квантовые ямы, усиливающие звук, так и ямы, его ослабляющие, мнимая часть частоты краевого состояния является всегда отрицательной, т.е. краевое состояние является всегда затухающим, в отличие от объемных блоховских мод, которые могут как затухать, так и возрастать. Это обусловлено тем, что доминирующий вклад в мнимую часть энергии краевого состояния

вносят радиационные потери на границе, вблизи которой оно локализовано. Обратная глубина локализации краевых состояний, определяемая величиной  $-\ln |\hat{T}_{22}^{(1)}(\Omega)|$ , построена на рис. 4, i–l. Чем более состояние делокализовано, тем ближе к нулю мнимая часть его частоты.

#### 4. Заключение

Нами предложен способ реализации неэрмитовой модели Обри–Андре–Харпера (Aubry–André–Harper, ААН) для звука, основанный на оптической модуляции

акустических свойств массива квантовых ям стоячей электромагнитной волной. Амплитуда модуляции определяется интенсивностью света, а фазой модуляции можно управлять, меняя положение зеркала, формирующего стоячую волну. Показано, что на краю структуры возникают акустические топологические моды, частота которых пересекает акустические стоп-зоны при сканировании фазы модуляции. Краевые моды обладают конечным радиационным временем жизни, обусловленным уходом звука через границу системы.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 20-12-00194.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] S. Aubry, G. Andre. *Ann. Isr. Phys. Soc.* **3**, 133 (1980).
- [2] L.-J. Lang, X. Cai, S. Chen. *Phys. Rev. Lett.* **108**, 220401 (2012).
- [3] Y.E. Kraus, Y. Lahini, Z. Ringel, M. Verbin, O. Zilberberg. *Phys. Rev. Lett.* **109**, 106402 (2012).
- [4] A.V. Poshakinskiy, A.N. Poddubny, L. Pilozzi, E.L. Ivchenko. *Phys. Rev. Lett.* **112**, 107403 (2014).
- [5] A.V. Poshakinskiy, A.N. Poddubny, M. Hafezi. *Phys. Rev. A* **91**, 043830 (2015).
- [6] A.K. Harter, T.E. Lee, Y.N. Joglekar. *Phys. Rev. A* **93**, 062101 (2016).
- [7] Q.-B. Zeng, S. Chen, R. Lu. *Phys. Rev. A* **95**, 062118 (2017).
- [8] S. Longhi. *Phys. Rev. Lett.* **122**, 237601 (2019).
- [9] Q.-B. Zeng, Y.-B. Yang, Y. Xu. *Phys. Rev. B* **101**, 020201 (2020).
- [10] L. Pilozzi, C. Conti. *Phys. Rev. B* **93**, 195317 (2016).
- [11] D.-W. Zhang, Y.-L. Chen, G.-Q. Zhang, L.-J. Lang, Z. Li, S.-L. Zhu. *Phys. Rev. B* **101**, 235150 (2020).
- [12] Y. Ke, J. Zhong, A.V. Poshakinskiy, Y.S. Kivshar, A.N. Poddubny, C. Lee. *Phys. Rev. Res.* **2**, 033190 (2020).
- [13] A.V. Poshakinskiy, A.N. Poddubny, A. Fainstein. *Phys. Rev. Lett.* **117**, 224302 (2016).
- [14] A.L. Ivanov, L. Keldysh. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **84**, 404 (1982), [*Sov. Phys. JETP* **57**, 234 (1983)].
- [15] A.V. Poshakinskiy, A.N. Poddubny. *Phys. Rev. Lett.* **118**, 156801 (2017).
- [16] L. Yuan, Q. Lin, M. Xiao, S. Fan. *Optica* **5**, 1396 (2018).
- [17] E.L. Ivchenko. *Optical Spectroscopy of Semiconductor Nanostructures*. Alpha Science International, Harrow, UK (2005).
- [18] B. Jusserand, A.N. Poddubny, A.V. Poshakinskiy, A. Fainstein, A. Lemaitre. *Phys. Rev. Lett.* **115**, 267402 (2015).

Редактор Е.Ю. Флегонтова