03

Сверхзвуковое ламинарное обтекание затупленного ребра: двойственность численного решения

© *Е.В. Колесник, Е.М. Смирнов*

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
195251 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: kolesnik_ev@mail.ru

Поступило в Редакцию 10 декабря 2020 г.
В окончательной редакции 11 декабря 2020 г.
Принято к публикации 11 декабря 2020 г.

Представлены результаты численного решения задачи сверхзвукового обтекания затупленного ребра, установленного на пластине, вдоль которой развивается пограничный слой. Постановка задачи основана на расчетно-экспериментальной работе Tutty с соавторами (2013), в которой рассмотрен ламинарный режим обтекания при числе Маха внешнего потока равного 6.7. Рассмотрено течение в диапазоне чисел Рейнольдса от $5.0 \cdot 10^3$ до $2.0 \cdot 10^4$. Установлено, что в некотором интервале значений числа Рейнольдса существуют два устойчивых решения задачи, которые отвечают метастабильным состояниям потока с различной конфигурацией вихревой структуры. Построены бифуркационные диаграммы, показывающие положение центра основного подковообразного вихря и длину отрывной области в зависимости от числа Рейнольдса, и оценено критическое значение числа Рейнольдса, при превышении которого возникает второе решение.

Ключевые слова: высокоскоростные течения, вязко-невязкое взаимодействие, подковообразные вихри, численное моделирование, двойственность решения.

DOI: 10.21883/JTF.2021.05.50687.341-20

Введение

Натекание сверхзвукового потока на препятствие, установленное на обтекаемой поверхности, приводит к существенно трехмерной структуре течения, которая включает протяженную отрывную область, содержащую систему подковообразных вихрей, а также область сложного ударно-волнового взаимодействия [1–15]. Эффекты вязко-невязкого взаимодействия характеризуются сильно неоднородным распределением теплового потока на обтекаемой поверхности, значения которого могут в несколько раз превышать значения в невозмущенном пограничном слое [4–7,9,13–14]. Изучение структуры потока в подобной конфигурации и правильное предсказание характеристик теплообмена важно как с практической точки зрения, в частности, для аэрокосмической отрасли [16], так и в фундаментально-теоретическом плане.

При взаимодействии пограничного слоя с препятствием в виде затупленного ребра структура потока и картина локального теплообмена зависят от большого числа параметров, таких как свойства среды, характеристики набегающего пограничного слоя, геометрия рассматриваемой конфигурации. В последнее время интерес к данной тематике опять возрос с явно выраженным уклоном в сторону использования методов вычислительной гидрогазодинамики [4–8,13–14], позволяющих исследовать структуру потока для широкого диапазона параметров. Исследования проводятся как для ламинарных режимов течения [3–7,12–15], так и для турбулентных, а также переходных режимов [8–11].

В настоящей работе представлены методика и результаты численного моделирования сверхзвукового ламинарного обтекания затупленного ребра, установленного на пластине, вдоль которой развивается пограничный слой. Постановка задачи основана на данных расчетно-экспериментальной работы [4], в которой изучалась структура ламинарного потока перед обтекаемым телом при числе Маха набегающего потока $\mathrm{M} = 6.7$ для трех значений числа Рейнольдса, построенного по диаметру затупления: $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$, $2.50 \cdot 10^4$, $3.75 \cdot 10^4$. Численные решения, полученные в цитируемой работе, трактовались авторами как стационарные и единственно возможные. В более позднем расчетном исследовании [5] было показано, что уже при $\mathrm{Re}_D = 2.50 \cdot 10^4$ решение является нестационарным.

Недавно нами было показано [15], что при наименьшем из перечисленных чисел Рейнольдса, $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$, существуют два устойчивых стационарных решения задачи с различной конфигурацией вихрей в отрывной области. По сути, это можно рассматривать, как еще один случай проявления хорошо известного свойства возможной неединственности сверхзвукового обтекания тела, системы тел или их отдельных элементов (см., например, [17–21]). Физическая сторона этого свойства заключается в сильной нелинейности газодинамических процессов. В условиях возможной неединственности реализующаяся картина течения определятся не только геометрическими и физическими параметра-

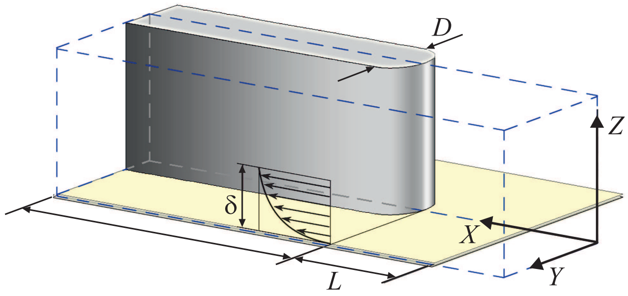

Рис. 1. Расчетная область.

ми, но и предысторией формирования потока; другими словами, проявляется аэродинамический гистерезис.

В настоящей работе, продолжающей исследования, начатые в [15], представляются результаты расчетов, проведенных для интервала изменения числа Рейнольдса от $5.0 \cdot 10^3$ до $2.0 \cdot 10^4$. Исследуется двойственный характер решения при превышении числом Рейнольдса некоторого критического значения.

1. Постановка задачи

Расчетная область для рассматриваемой задачи сверхзвукового обтекания совершенным вязким газом затупленного ребра, установленного на пластине, показана на рис. 1. Течение предполагается симметричным относительно плоскости XZ, соответственно расчеты проводятся для половины рассматриваемой конфигурации.

Моделируемое течение определяется следующим набором безразмерных параметров: числом Маха набегающего потока M, числом Рейнольдса Re_D, числом Прандтля Pr, температурным фактором T_w/T_∞, относительной длиной пластины L/D и показателем адиабаты γ. Следуя [4], течение рассчитывалось при следующих фиксированных параметрах: $\mathrm{M} = 6.7$, $T_\mathrm{w}/T_\mathrm{in} = 4.75$, $\mathrm{Pr} = 0.7$, $\gamma = 1.4$, $L = 145$ mm — протяженность пластины до места сопряжения. Расчеты проведены при значениях числа Рейнольдса Re_D, лежащих в интервале от $5.0 \cdot 10^3$ до $2.0 \cdot 10^4$; число Рейнольдса варьировалось посредством изменения диаметра передней затупленной кромки D от 1 до 4 mm.

На входной границе расчетной области задается однородный поток, на поверхности тела и пластине — условие прилипания. Поверхности тела и пластины находятся при постоянной температуре T_w. На боковых и верхних границах задаются неотражающие граничные условия, на выходе — условие нулевого градиента рассчитываемых переменных.

2. Вычислительные аспекты

Для расчетов использовался конечно-объемный „неструктурированный“ программный код SINF/Flag-S, разрабатываемый в Институте прикладной математики и механики СПбПУ. Решались полные трехмерные уравнения Навье–Стокса для термически и калорически совершенного газа. Зависимость коэффициента вязкости от температуры определялась формулой Сазерленда.

Вычисление конвективных потоков на гранях контрольных объемов проводилось на основе схемы AUSM [22] второго порядка точности. Реконструкция переменных на гранях контрольных объемов неструктурированной сетки осуществлялась по методу, изложенному в [23,24]. Для обеспечения монотонности решения использовался TVD-подход [25]. Более детальное описание численного метода приведено в [12].

Использовалась сетка, содержащая 10 миллионов ячеек: как показано в [15], сетка данной размерности позволяет обеспечить разрешение ключевых особенностей течения. Все расчеты проводились в нестационарной постановке. Для интегрирования по времени использовался метод „двойных шагов“ с трехслойной схемой аппроксимации производной по времени („разностью назад“) второго порядка точности. Безразмерный шаг по времени задавался равным $\Delta t U_\infty / L = 3.67 \times 10^{-4}$, что обеспечивало значения числа Куранта порядка единицы в большей части расчетной области.

3. Результаты расчетов и их обсуждение

3.1. Двойственность решения при $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$

В работе [15] было показано, что для рассматриваемой конфигурации при $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$ ($D = 2.5$ mm) существуют два устойчивых стационарных решения с различной конфигурацией вихревой структуры в отрывной области.

Структура течения, отвечающая одному из решений (полученному ранее в [4,15] и ниже обозначаемому как *Solution* I) приведена на рис. 2, где показаны линии тока и распределение относительного теплового потока

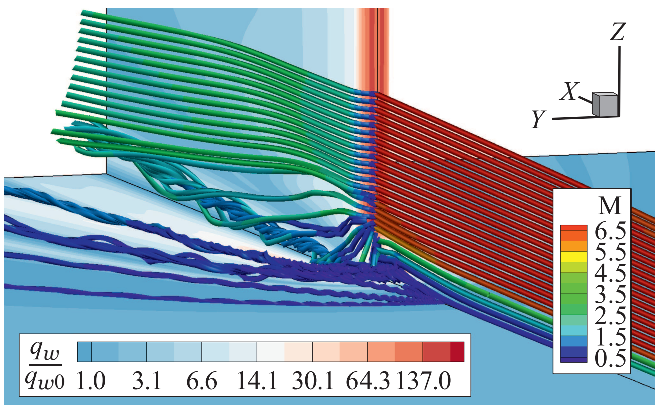

Рис. 2. Иллюстрация трехмерной структуры течения, $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$.

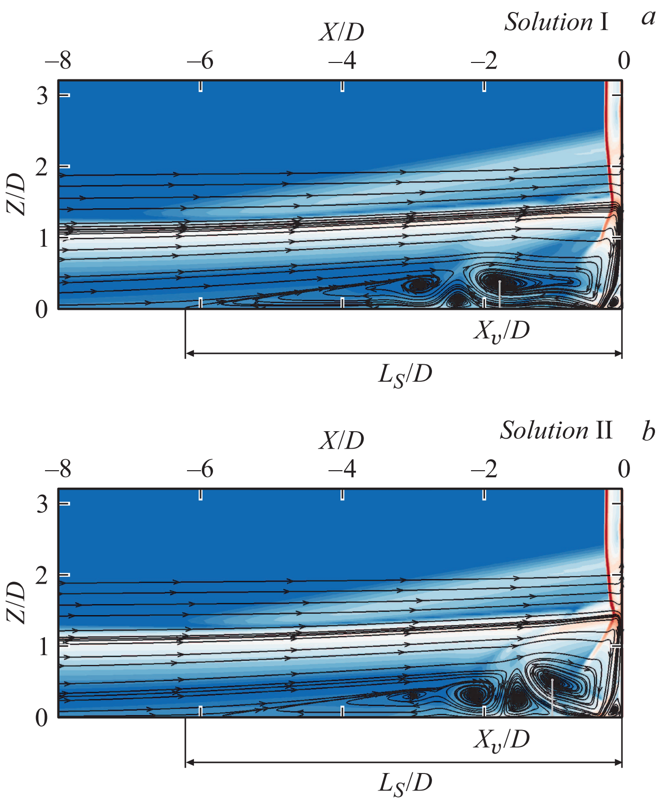

Рис. 3. Структура течения в плоскости симметрии при $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$: *Solution* I (*a*) и *Solution* II (*b*).

на поверхности тела и пластины (q_{w0} — значение теплового потока в пластине без препятствия при $x = L$). Хорошо видны характерные особенности рассматриваемого течения, которые заключаются в формировании отрывной области с системой подковообразных вихрей, влиянии этой области на ударно-волновую картину, а также наличии области повышенной теплоотдачи.

Двойственность решения для данного числа Рейнольдса иллюстрируется на рис. 3, где показана структура потока в плоскости симметрии для двух различных решений („*Solution* I" и „*Solution* II"). Решения отличаются по нормированной протяженности отрывной области (L_S/D), а также по положению оси основного подковообразного вихря (X_v/D). В первом случае $L_S/D = 6.50$, $X_v/D \approx 1.8$, а для второго решения $L_S/D = 6.01$, $X_v/D \approx 1.0$. Рис. 4 показывает существенно различные распределения относительного теплового потока, рассчитанные для двух решений, а также поверхностные линии тока.

Как отмечалось выше, в работе [4] было представлено только одно численное решение (*Solution* I) и отвечающие ему экспериментальные данные. Сопоставление результатов настоящей работы с приведенными в [4] дается на рис. 5.

На рис. 5, *a* показаны распределения относительного теплового потока вдоль линии симметрии на пластине (q_{wp} — значения теплового потока на гладкой пластине без препятствия в соответствующих точках). Видно, что полученное решение, содержащее один глобальный и два локальных максимума, хорошо согласуется с приведенными в работе [4] данными. Рис. 5, *b* показывает рассчитанную структуру потока в плоскости симметрии, здесь также можно видеть хорошую согласованность результатов.

3.2. Результаты параметрических расчетов

Для более полного исследования вопросов двойственности численного решения для рассматриваемой задачи проводились расчеты с „продолжением по параметру". Фактически в ходе расчетов изменялся диаметр передней кромки ребра D; длина пластины и параметры набегающего потока оставались неизменными. Следует отметить, что при этом изменяются значения двух определяющих параметров задачи — числа Рейнольдса (Re_D) и относительной длины пластины (L/D), соответственно меняется и относительная толщина набегающего пограничного слоя (δ/D).

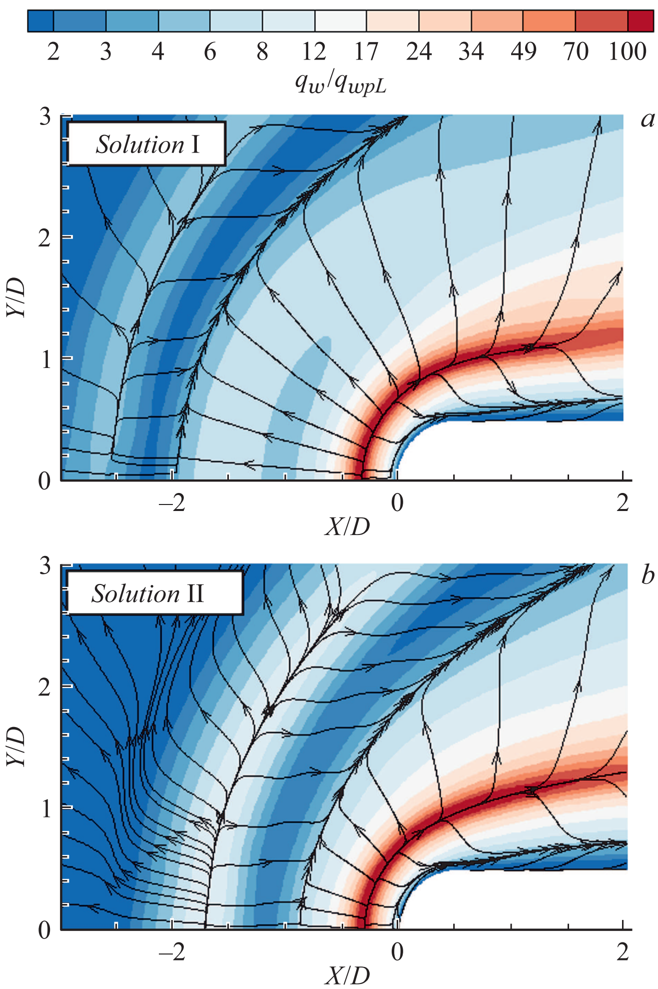

Рис. 4. Распределения числа Стэнтона и поверхностные линии тока на пластине при $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$: *Solution* I (*a*) и *Solution* II (*b*).

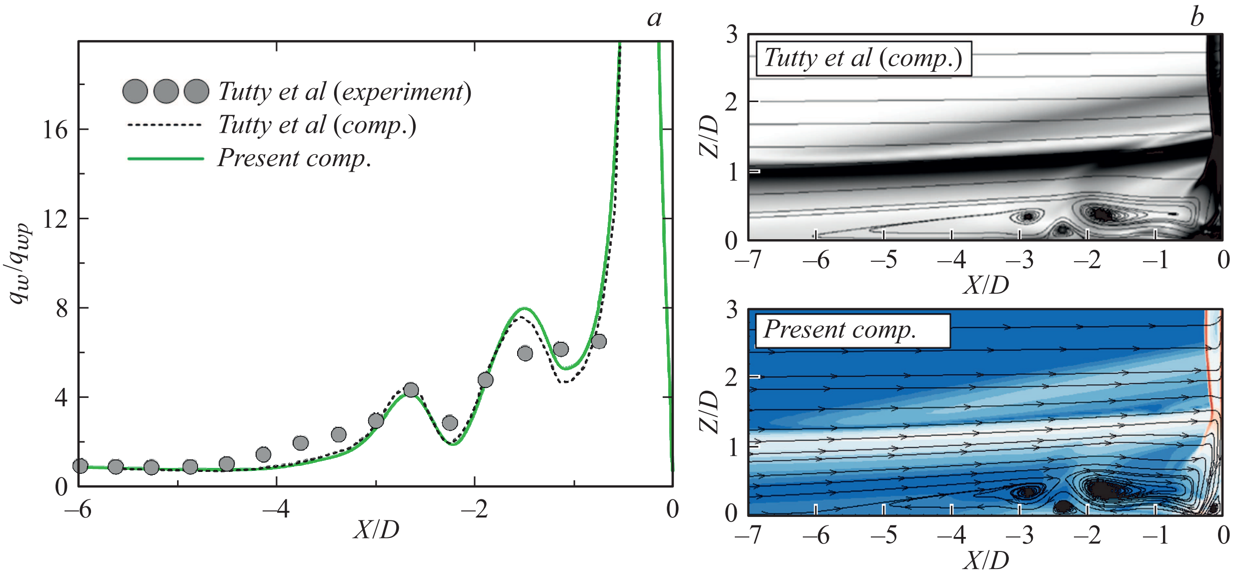

Рис. 5. Сопоставление результатов расчета с данными [4] при $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$: распределение относительного теплового потока (*a*) и структура течения в плоскости симметрии (*b*).

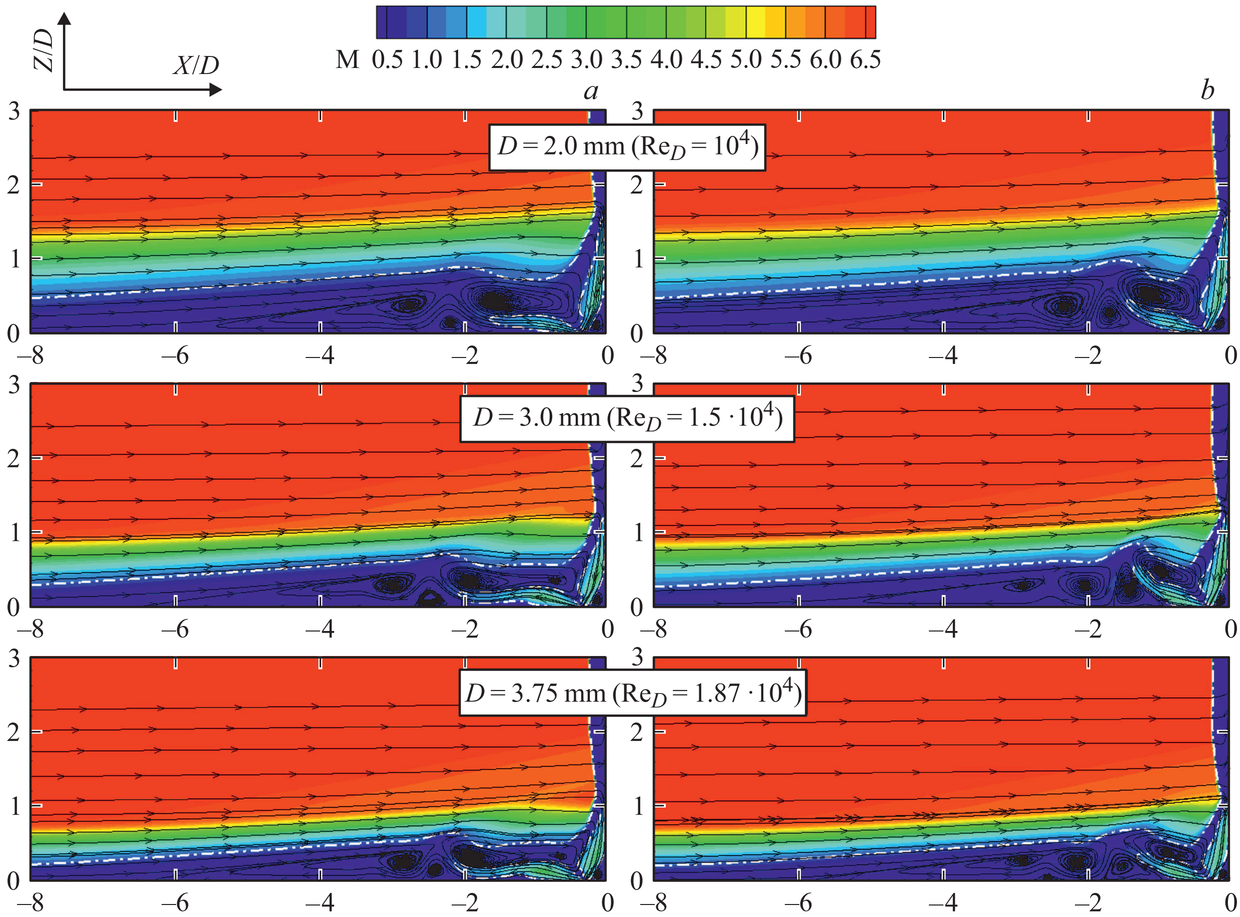

Рис. 6. Поля числа Маха и линии тока в плоскости симметрии (штрихпунктирной линией обозначена звуковая линия) для различных значений диаметра D: *Solution* I (*a*) и *Solution* II (*b*).

Рассчитанные параметры отрывной зоны для двух решений

Параметры постановки				*Solution* I		*Solution* II	
D, mm	Re_D	L/D	δ/D	X_v/D	L_S/D	X_v/D	L_S/D
1.00	$5.0 \cdot 10^3$	145.00	3.00	1.130	5.53		
1.25	$6.25 \cdot 10^3$	116.00	2.40	1.170	5.74		
1.50	$7.5 \cdot 10^3$	96.67	2.00	1.233	5.99		
1.75	$8.75 \cdot 10^3$	82.86	1.71	1.316	6.17		
1.80	$9.0 \cdot 10^3$	80.56	1.67	1.351	6.20		
1.85	$9.25 \cdot 10^3$	78.38	1.62	1.389	6.24	1.239	6.17
1.90	$9.5 \cdot 10^3$	76.32	1.58	1.451	6.28	1.154	6.14
2.00	$1.0 \cdot 10^4$	72.50	1.50	1.540	6.34	1.096	6.12
2.25	$1.125 \cdot 10^4$	64.44	1.33	1.682	6.44	1.038	6.07
2.50	$1.25 \cdot 10^4$	58.00	1.20	1.762	6.50	0.993	6.01
2.65	$1.325 \cdot 10^4$	54.72	1.13	1.832	6.55	0.982	5.99
2.80	$1.40 \cdot 10^4$	51.79	1.07	1.870	6.58	0.963	5.97
3.00	$1.5 \cdot 10^4$	48.33	1.00	1.887	6.61	0.943	5.94
3.13	$1.56 \cdot 10^4$	46.40	0.96	1.891	6.60	0.929	5.93
3.25	$1.625 \cdot 10^4$	44.62	0.92	1.886	6.59	0.911	5.91
3.40	$1.70 \cdot 10^4$	42.65	0.88	1.887	6.58	0.894	5.93
3.75	$1.87 \cdot 10^4$	38.67	0.80	1.876	6.55	0.873	5.97
4.00	$2.0 \cdot 10^4$	36.25	0.75	1.854	6.51	0.870	6.00

Для проведения расчетов при каждом заданном (текущем) значении диаметра в качестве начальных полей задавались поля величин, полученные для первого и второго решения для предыдущего значения диаметра. Расчеты проводились, начиная со значения $D = 2.5$ mm ($\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$) в сторону увеличения и уменьшения диаметра.

В случае $D = 1.8$ mm ($\mathrm{Re}_D = 9.0 \cdot 10^3$) при старте с любых полей численное решение оказывается единственным и стационарным (*Solution* I). Второе стационарное решение возникает при превышении некоторого критического значения числа Рейнольдса, $\mathrm{Re}_{D,\,\mathrm{cr}}$. При дальнейшем увеличении числа Рейнольдса рассчитываемое течение становится нестационарным. Значения числа Рейнольдса, соответствующее переходу к нестационарному режиму течения, различны для двух решений.

На рис. 6 приведены поля числа Маха в плоскости симметрии для нескольких вариантов расчета (в случае нестационарных режимов течения приводятся осредненные во времени характеристики). Видно, что при увеличении диаметра обтекаемого тела основные характеристики течения, свойственные первому и второму решению, в целом сохраняются. В первом решении отрывная область более протяженная и больше „прижата“ к поверхности пластины, основной подковообразный вихрь вытянут вдоль пластины, его центр расположен дальше от обтекаемого тела, и вблизи обтекаемого тела образуется еще один дополнительный вихрь. Во втором решении отрывная область короче, центр основного подковообразного вихря расположен ближе к обтекаемому телу.

Сводная таблица содержит значения представительных характеристик течения — положения центра основного подковообразного вихря (X_v/D) и длины отрывной области (L_S/D), рассчитанных в зависимости от варьируемого диаметра передней кромки ребра, там же для сведения даны и значения числа Рейнольдса (Re_D), относительной длины пластины (L/D) и относительной толщины набегающего пограничного слоя (δ/D).

На рис. 7 приведены бифуркационные диаграммы, полученные по результатам параметрических расчетов, показывающие зависимость координаты центра основного подковообразного вихря и длины отрывной области от диаметра ребра (числа Рейнольдса). Полученные диаграммы позволяют заключить, что критическое значение диаметра D_c находится между 1.8 и 1.85 mm. Видно также, что первое решение с увеличением Re_D меняется эволюционно, а второе решение,

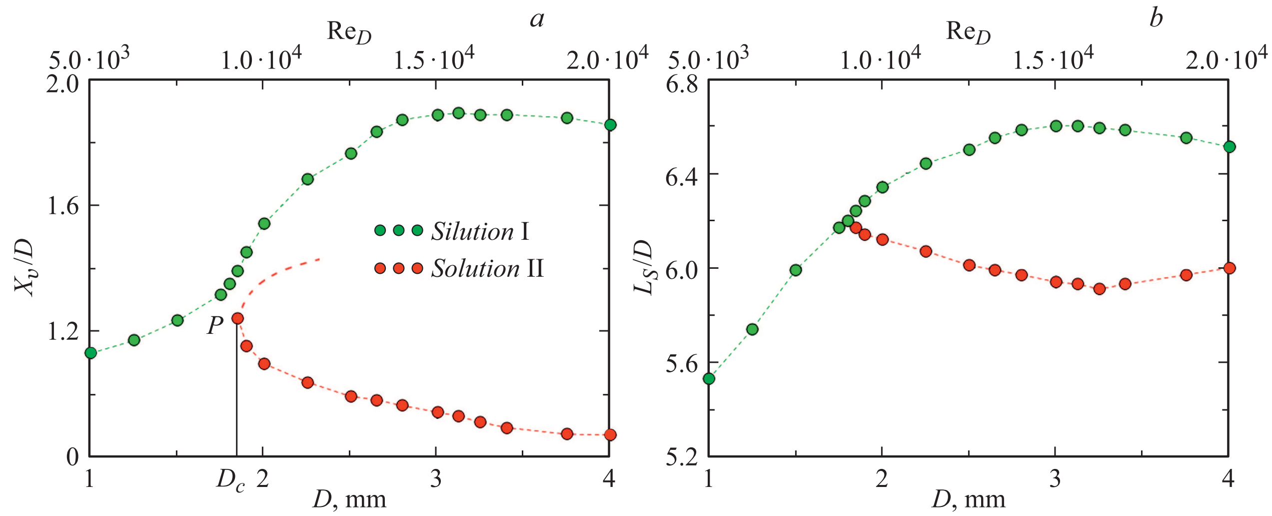

Рис. 7. Бифуркационные диаграммы: положение центра основного подковообразного вихря (a) и длина отрывной области (b).

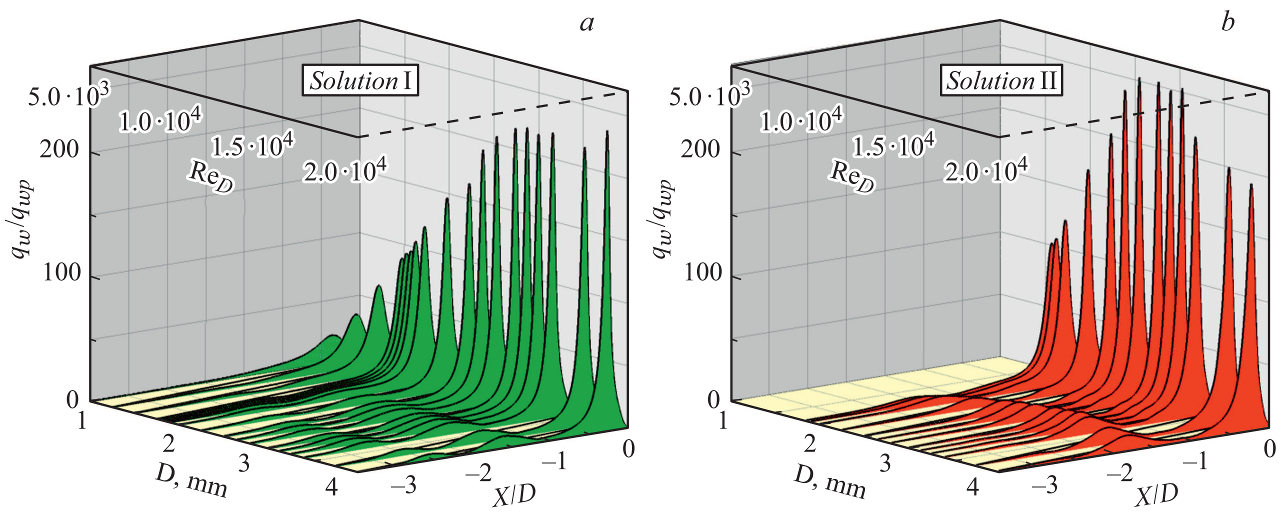

Рис. 8. Распределение теплового потока вдоль линии симметрии для различных значений диаметра D: *Solution* I (a) и *Solution* II (b).

по-видимому, является изолированным, существующим при $\mathrm{Re}_D > \mathrm{Re}_{D,\,\mathrm{cr}} \approx 9.25\cdot10^3$, при этом точка P — точка бифуркации (точка поворота), изолированная от ветви решения *Solution* I.

Длина отрывной области для первого решения с ростом числа Рейнольдса вначале монотонно возрастает, а далее, начиная со значения $\mathrm{Re}_D \approx 1.5\cdot10^4$, постепенно уменьшается. Для второго решения характер зависимости противоположный: уменьшение длины отрывной области наблюдается до значения числа Рейнольдса $\mathrm{Re}_D \approx 1.70\cdot10^4$, начиная с которого идет увеличение длины. Изменения характера зависимости кривых связано с переходом к нестационарным режимам течения.

Следует еще раз подчеркнуть, что представленные бифуркационные диаграммы получены при неизменном положении обтекаемого тела относительно передней кромки пластины ($L = 145\,\mathrm{mm}$). Таким образом, относительная толщина набегающего пограничного слоя δ/D, которая является определяющим параметром задачи, меняется при изменении D. В принципе, зависимость критического числа Рейнольдса от δ/D можно определить посредством аналогичных расчетов при варьировании длины пластины L (что является отдельной, весьма ресурсоемкой, задачей).

3.3. Характеристики теплообмена

Картина локального теплообмена на поверхности пластины определяется в основном конфигурацией вихрей в отрывной области, и для двух ветвей решения эта картина может значительно отличаться. Для всех рассчитанных вариантов на рис. 8 приведены распределения теплового потока вдоль линии симметрии, представленные в виде 3D-диаграммы, где в третьем направлении

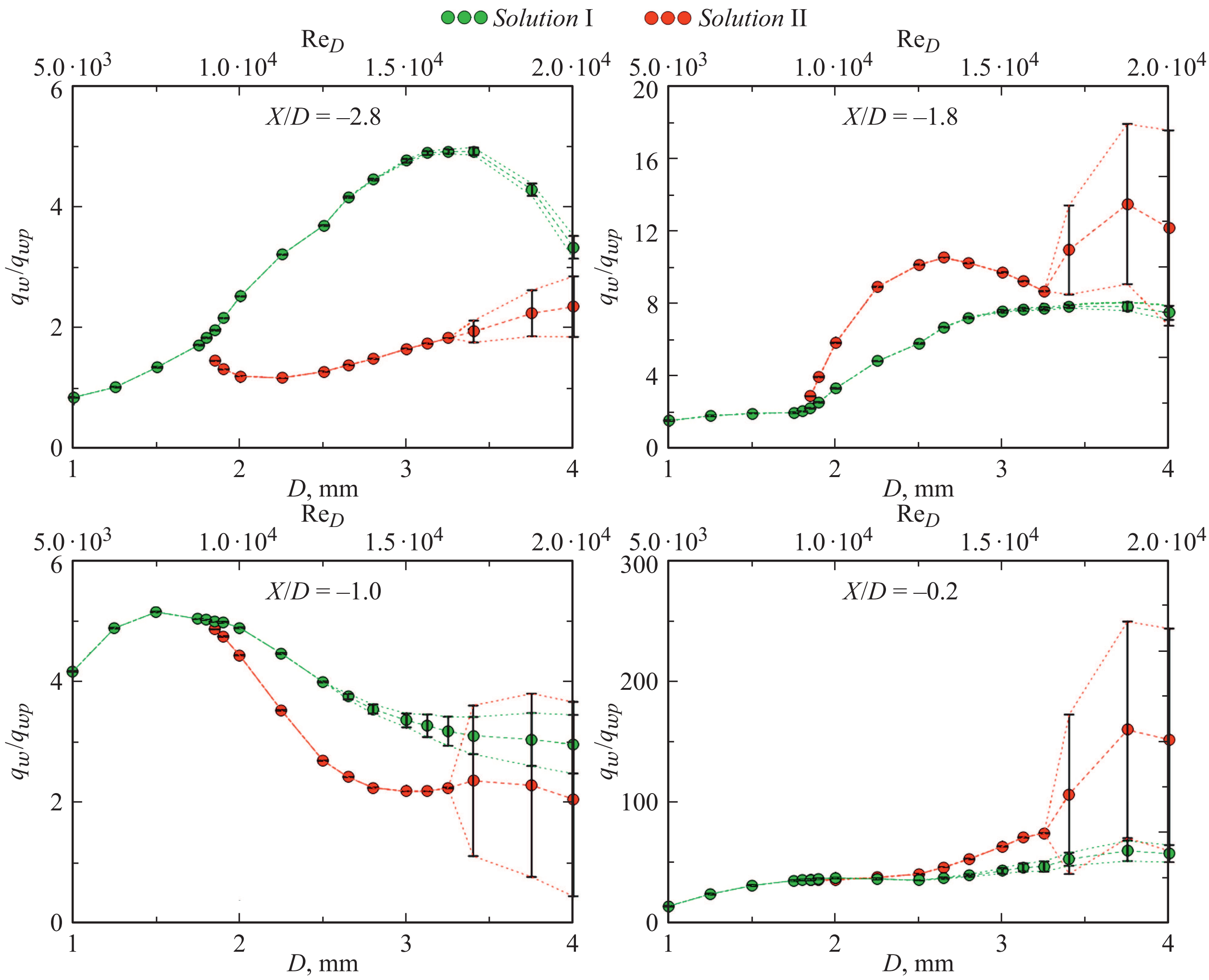

Рис. 9. Значения теплового потока в отдельных точках на пластине вдоль линии симметрии.

отложено значение варьируемого диаметра. Видно, что в случае малого диаметра решение содержит один локальный максимум теплового потока, при увеличении диаметра вихревая структура перед обтекаемым телом усложняется и соответственно меняется распределение теплового потока. Для первого решения характерно наличие двух локальных максимумов на удалении от тела (помимо выраженного главного максимума, расположенного у тела), для второго изолированного решения наблюдается один локальный максимум.

По результатам расчетов анализировалось также поведение значений теплового потока и интенсивности его пульсаций (в случае нестационарных режимов) в отдельных точках на пластине (рис. 9). Вертикальными линиями обозначены среднеквадратичные отклонения для нестационарных режимов.

Из рис. 9 видно, что переход к нестационарному режиму течения для двух решений происходит при разных значениях числа Рейнольдса: для первого — при значении $1.325 \cdot 10^4$ ($D = 2.65$ mm), а для второго — при большем значении, равном $1.70 \cdot 10^4$ ($D = 3.4$ mm). Первому решению отвечает отрывная область большей протяженности, и видимо, поэтому именно оно первым приобретает нестационарный характер.

На приведенных графиках отчетливо видны и различия в общем характере перехода к нестационарному режиму: в случае первого решения интенсивности пульсаций увеличивается постепенно, начиная с малых значений, тогда как для второго решения возникающие пульсации сразу же имеют значительную интенсивность.

Заключение

Проведены многовариантные параметрические расчеты для трехмерной задачи о взаимодействии сверхзвукового течения вязкого газа с затупленным ребром, установленным на пластине, вдоль которой развивается ламинарный пограничный слой. Расчеты проведены для условий экспериментов [4] при фиксированном расположении тела относительно передней кромки пластины.

Охвачен диапазон изменений числа Рейнольдса от $5.0 \cdot 10^3$ до $2.0 \cdot 10^4$, включающий стационарные и нестационарные режимы течения. Для значения $\mathrm{Re}_D = 1.25 \cdot 10^4$ проведены тестовые расчеты, показавшие хорошее согласие с экспериментальными и расчетными данными [4] для одного из двух возможных стационарных решений задачи.

Исследованы вопросы двойственности решения в рассматриваемом диапазоне числа Рейнольдса. Построены бифуркационые диаграммы, на основе которых оценено критическое значение числа Рейнольдса ($\mathrm{Re}_{D,\,\mathrm{cr}} \approx 9.25 \cdot 10^3$), при превышении которого возникает второе (изолированное) решение. Проанализированы основные особенности двух решений, эволюционирующих с ростом числа Рейнольдса, и оценены значения числа Рейнольдса, при которых происходит переход к нестационарным режимам течения.

Исследованы изменения в локальной теплоотдаче, обусловленные ростом числа Рейнольдса. Отмечены характерные особенности распределений теплового потока для решений двух типов.

Благодарности

Вычисления проводились с использованием ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургсского политехнического университета Петра Великого (www.scc.spbstu.ru).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Д.М. Войтенко, А.И. Зубков, Ю.А. Панов. Известия АН СССР. Механика жидкости и газа, **1**, 121 (1966).
[2] В.С. Адуевский, К.И. Медведев. Известия АН СССР. Механика жидкости и газа, **1**, 25 (1967).
[3] B. Lakshmanan, S.N. Tiwari. J. Aircraft, **31** (1), 64 (1994).
[4] O.R. Tutty, G.T. Roberts, P.H. Schuricht. J. Fluid Mechan., **737**, 19 (2013).
[5] Y.Q. Zhuang, X.Y. Lu. Procedia Eng., **126**, 134 (2015).
[6] M. Mortazavi, D. Knight. *Shock Wave Laminar Boundary Layer Interaction at a Hypersonic Flow Over a Blunt Fin-Plate Junction.* 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting (American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, Virginia, 2017)
[7] M. Mortazavi, D. Knight. AIAA J., **57** (8), 3506 (2019).
[8] S.A. Lindörfer, C.S. Combs, P.A. Kreth, R.B. Bond, J.D. Schmisseur. Shock Waves, **30** (4), 395 (2020).
[9] V. Borovoy, V. Mosharov, V. Radchenko, A. Skuratov. *The shock-waves interference in the flow around a cylinder mounted on a blunted plate.* 7Th European Conference For Aeronautics And Aerospace Sciences. 2017. P. 1.
[10] N.T. Clemens , V. Narayanaswamy. Annu. Rev. Fluid Mech., **46** (1), 469 (2014).
[11] C.S. Combs, E.L. Lash, P.A. Kreth, J.D. Schmisseur. AIAA J., **56** (4), 1588 (2018).
[12] Е.В. Колесник, Е.М. Смирнов, А.А. Смирновский. Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки, **12** (2), 7 (2019). DOI: 10.18721/JPM.12201
[13] E.V. Kolesnik, A.A. Smirnovsky. J. Phys. Conf. Ser., **1400** (077030), 077030 (2019).
[14] Е.В. Колесник, Е.М. Смирнов. ЖТФ, **90** (2), 185 (2020).
[15] Е.В. Колесник, А.А. Смирновский, Е.М. Смирнов. Письма в ЖТФ, **46** (12), 10 (2020).
[16] R.H. Korkegi. AIAA J., **9** (5), 771 (1971).
[17] А.И. Гужавин, Я.П. Коробов. Изв. АН СССР. МЖГ, **2**, 116 (1984).
[18] И.В. Колин, В.Г. Марков, Т.И. Трифонова, Д.В. Шуховцов. ЖТФ, **74** (2), 124 (2004).
[19] А.Н. Кудрявцев, Д.Б. Эпштейн. Изв. РАН. МЖГ, **3**, 122 (2012).
[20] С.В. Гувернюк, А.Ф. Зубков, М.М. Симоненко, А.И. Швец. Изв. РАН. МЖГ, **4**, 136 (2014).
[21] Y.-Ch. Hu, W.-F. Zhou, G. Wang, Y.-G. Yang, Zh.-G. Tang. Phys. Fluids, **32** (11), 113601 (2020).
[22] M.S. Liou, C.J. Steffen. J. Comp. Phys., **107** (1), 23 (1993).
[23] C. Le Touze, A. Murrone, H. Guillard. J.Comp. Phys., **284**, 389 (2015).
[24] П.А. Бахвалов, Т.К. Козубская. Математическое моделирование, **28** (3), 79 (2016).
[25] A. Harten. J. Comp. Phys., **49** (3), 357 (1983).