

Гистерезис в адгезионном контакте при изменении направления сдвига: эксперимент и феноменологическая модель

© Я.А. Ляшенко,^{1,2} В.Л. Попов^{1,3,4}

¹ Берлинский технический университет,
10623 Берлин, Германия

² Сумский государственный университет,
40007 Сумы, Украина

³ Национальный исследовательский Томский государственный университет,
634050 Томск, Россия

⁴ Институт физики прочности и материаловедения,
634055 Томск, Россия
e-mail: i.liashenko@tu-berlin.de

Поступило в Редакцию 8 июня 2020 г.

В окончательной редакции 5 ноября 2020 г.

Принято к публикации 6 ноября 2020 г.

Предложена феноменологическая модель, описывающая гистерезисное поведение в адгезионном контакте между мягким эластомером и жестким индентором при изменении направления сдвига индентора. Модель учитывает возрастание контактной прочности с увеличением времени контакта. Получены зависимости упругой силы и радиуса контакта от глубины индентирования. Показано, что адгезионная прочность контакта увеличивается с ростом глубины индентирования. Проведен эксперимент по вдавливанию стального сферического индентора в лист резины фиксированной толщины. Показано качественное совпадение экспериментальных и теоретических результатов.

Ключевые слова: адгезия, метод редукации размерности (MDR), гистерезис, поверхностная энергия, индентирование, упрочнение, эластомер.

DOI: 10.21883/JTF.2021.04.50634.197-20

Введение

Сцепление поверхностей разнородных тел под действием сил межмолекулярного взаимодействия называется адгезией, а сами силы межмолекулярного взаимодействия получили название адгезионных сил. Адгезия характеризуется работой отрыва на единицу поверхности — чем выше работа отрыва, тем прочнее адгезионный контакт. Адгезия играет большую роль как в медицине и технике, так и в живой природе, поскольку наличие адгезионного взаимодействия в зоне контакта существенно изменяет контактные свойства поверхностей [1–5].

Между материалами с низкой адгезией наблюдается минимальное трение. Если же адгезионное взаимодействие велико (как в контакте между эластомерами), коэффициент трения может принимать большие значения, в том числе значительно больше единицы. Эффект увеличения силы трения связан с дополнительной диссипацией механической энергии за счет адгезии. Стоит отметить, что в адгезионном контакте тангенциальная сила присутствует даже в случае отсутствия нормальной силы, коэффициент трения при этом формально принимает бесконечное значение. Хорошо известные явления, вызванные адгезией, — это трение покоя гладких поверхностей, капиллярные эффекты, образование мениска в жидкости, объединение клеток в органы, перемеще-

ние некоторых видов земноводных по вертикальным поверхностям, прикрепление бактерий к биологическим объектам и многое другое.

Первая строгая теория, описывающая важный случай адгезионного контакта между полупространством и сферическим индентором, была предложена Джонсоном, Кендаллом и Робертсом [6] и получила название теории JKR, по первым буквам фамилий авторов. В JKR полагается, что расстояния, на которых действуют адгезионные силы, ничтожно малы по сравнению с геометрическими характеристиками контакта типа глубины индентирования, радиуса контакта и т.п. Несколько лет спустя Дерягин, Мюллер и Топоров предложили теорию DMT, описывающую случай адгезионных сил дальнего действия [7], которая по сравнению с теорией JKR, приводила к другим результатам. Окончательно в работе [8] была предложена обобщающая теория, в которой подходы JKR и DMT являются граничными случаями (кратко об истории развития теории адгезии см. [9]). На сегодняшний день существует большое количество экспериментальных и теоретических работ, в которых исследуется адгезия между шероховатыми поверхностями [10–12], адгезия с учетом поверхностного натяжения [13–15], адгезионный контакт при тангенциальном сдвиге [16–19] и при отрыве индентора под произвольным углом к поверхности [20–23], с которой он контактирует. Однако несмотря на изобилие

теоретических и экспериментальных работ, а также на исчерпывающее количество работ по компьютерному моделированию, до сих пор остается невыясненным ряд принципиальных вопросов. Например, многие экспериментальные работы показывают, что если в адгезионном контакте произвести индентирование на глубину d , а затем поменять направление сдвига индентора, то при сдвиге в обратную сторону реализуется зависимость нормальной силы F от глубины индентирования d , которая не совпадает с зависимостью для процесса индентирования. Этот экспериментально установленный факт противоречит классическим теориям — как JKR, так и DMT. Данный эффект наблюдается в экспериментах, проводимых на различных масштабах — как для обычных инженерных макроскопических контактов, так и в AFM-экспериментах. Мы наблюдали указанный эффект в экспериментах, в которых радиус индентора R составлял от 20 до 100 мкм, а глубина индентирования d была порядка нескольких десятых миллиметра [24,25]. В работе [11] описан эксперимент других авторов, в котором радиус индентора составлял $25\ \mu\text{м}$, а глубина индентирования — около $0.7\ \mu\text{м}$. Несмотря на такое различие в масштабах, в обоих экспериментах наблюдалось схожее поведение, в том числе и гистерезис зависимости $F(d)$ при изменении направления сдвига. Наличие такого гистерезиса открывает принципиальную возможность использования адгезионного контакта для демпфирования механических колебаний, поскольку гистерезис связан с потерями механической энергии.

Настоящая работа предпринята с целью изучения причин, приводящих к возникновению гистерезиса в адгезионном контакте при изменении направления сдвига. Структура работы следующая. В разд. 1 приведена формулировка метода редукции размерности для адгезионного контакта, который позволяет воспроизвести точный результат теории JKR. Разд. 2 описывает наблюдаемый экспериментально гистерезис при изменении направления сдвига на основе теории JKR для двух значений поверхностной энергии. Далее в разд. 3 описан эксперимент, в котором изучается влияние времени контакта на его прочность. Также разд. 3 содержит результаты эксперимента по вдавливанию цилиндрических инденторов различного диаметра в лист резины с фиксированной толщиной и по вдавливанию сферического индентора в резиновый лист с различными скоростями сдвига. Помимо этого, в разд. 3 проводится моделирование процесса индентирования методом граничных элементов для двухслойных систем. Заключительный разд. работы 4 представляет феноменологическую модель адгезионного контакта, которая позволяет описать экспериментально наблюдаемое поведение. В разд. 4 сформулирована модель и проведено исследование влияния на адгезионную прочность времени контакта и глубины индентирования.

1. Нормальный адгезионный контакт: метод редукции размерности и теория JKR

Для описания адгезионного контакта будем использовать метод редукции размерности (method of dimensionality reduction — MDR) [26, 27]. Данный метод для контакта аксиально-симметричного тела с упругим полупространством проиллюстрирован на рис. 1 и состоит в следующем. На начальном этапе оригинальный трехмерный профиль аксиально-симметричного индентора $f(r)$ необходимо заменить на его одномерный эквивалент $g(x)$ согласно правилу

$$g(x) = |x| \int_0^{|x|} \frac{f'(r)}{\sqrt{x^2 - r^2}} dr. \quad (1)$$

Упругое полупространство при этом необходимо представить в виде массива невзаимодействующих пружин, имеющих одинаковую жесткость

$$\Delta k = E^* \Delta x, \quad (2)$$

где параметр Δx интерпретируется как расстояние между пружинами либо их ширина и задает дискретизацию пространства. Эффективный модуль упругости E^* определяется равенством

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2}. \quad (3)$$

В (3) величины E_1 , ν_1 и E_2 , ν_2 — значения модулей упругости E и коэффициентов Пуассона ν для материалов индентора и полупространства. Далее будем рассматривать случай параболического индентора $f(r) = r^2/(2R)$, для которого функция $g(x)$, согласно правилу (1), принимает вид $g(x) = x^2/R$. При вдавливании индентора в массив пружин (рис. 1) на глубину d сжатие индивидуальной пружины, исходя из геометрических представлений задачи, определяется формулой

$$u(x) = d - g(x) = d - \frac{x^2}{R}. \quad (4)$$

При наличии адгезионного взаимодействия пружины на границе контакта подтягиваются к индентору, как это показано на рисунке. Такие пружины вносят вклад в уменьшение значения нормальной силы, поскольку они имеют отрицательное сжатие и поэтому стремятся „втянуть“ индентор в толщу полупространства. Как следует из рисунка, „адгезионные“ пружины увеличивают значение радиуса контакта a , который в методе MDR определяется по правилу Гесса [28]:

$$\Delta l = -\sqrt{\frac{2\pi a \Delta y}{E^*}}. \quad (5)$$

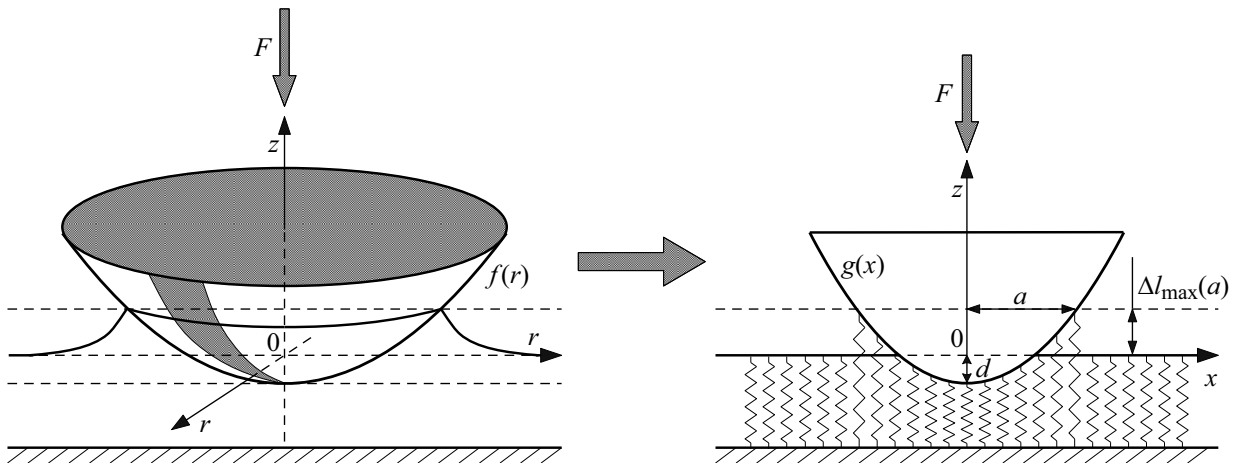


Рис. 1. MDR трансформация оригинального трехмерного профиля $f(r)$ в эквивалентный одномерный профиль $g(x)$ и замена упругого полупространства на упругое основание невзаимодействующих пружин.

В выражении (5) величина $\Delta l \equiv u(a)$ — натяжение (либо отрицательное сжатие) крайних пружин, а $\Delta\gamma$ — удельная работа адгезии, вычисляемая как

$$\Delta\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12}, \quad (6)$$

где γ_1 — энергия поверхности индентора, γ_2 — поверхности полупространства, а γ_{12} — поверхностная энергия двух тел в контакте. При $\Delta\gamma > 0$ контактирующие тела будут прилипать друг к другу за счет адгезии, поскольку это энергетически выгодный процесс. Подставляя (5) в (4) и учитывая, что $\Delta l = u(a)$, получим [27]

$$d(a) = \frac{a^2}{R} - \sqrt{\frac{2\pi a \Delta\gamma}{E^*}}. \quad (7)$$

Действующая нормальная сила — это суммарная сила от всех пружин, находящихся в контакте [27]:

$$\begin{aligned} F(a) &= E^* \int_{-a}^a u(x) dx = 2E^* \int_0^a \left(d - \frac{x^2}{R} \right) dx \\ &= \frac{4E^* a^3}{3R} - \sqrt{8\pi a^3 E^* \Delta\gamma}. \end{aligned} \quad (8)$$

Запишем полученный результат (7) и (8) в безразмерных переменных

$$\tilde{a} = \frac{a}{a_0}, \quad \tilde{F} = \frac{F}{F_0}, \quad \tilde{d} = \frac{d}{d_0}, \quad (9)$$

где a_0 , F_0 и d_0 — критические значения радиуса контакта, нормальной силы и глубины индентирования в условиях нагружения по силе (fixed load), задающиеся равенствами [27]:

$$\begin{aligned} F_0 &= \frac{3}{2} \pi R \Delta\gamma; \quad a_0 = \left(\frac{9\pi R^2 \Delta\gamma}{8E^*} \right)^{1/3}, \\ d_0 &= \left(\frac{3\pi^2 R \Delta\gamma^2}{64E^{*2}} \right)^{1/3}. \end{aligned} \quad (10)$$

В итоге получим классический результат теории JKR [6]:

$$\tilde{d} = 3\tilde{a}^2 - 4\tilde{a}^{1/2}, \quad (11)$$

$$\tilde{F} = \tilde{a}^3 - 2\tilde{a}^{3/2}. \quad (12)$$

На рис. 2 показана зависимость $\tilde{F}(\tilde{d})$, рассчитанная по формулам (11) и (12). Обозначенные на рисунке точки имеют координаты в безразмерных величинах $A(0; 0)$, $B(0; -8/9)$, $E(-1; -1)$, $F(-1; 0)$, $G(-3^{2/3}; -5/9)$ и $H(-3^{2/3}; 0)$. Согласно JKR, в точке первого касания A контакт сразу распространяется до равновесного значения, которое задается точкой B . При дальнейшем сдвиге в сторону увеличения или уменьшения глубины индентирования \tilde{d} зависимость $\tilde{F}(\tilde{d})$ будет описываться кривой, показанной на рис. 2. Адгезионный контакт исчезает только тогда, когда глубина индентирования \tilde{d} становится меньше критического значения d_c . При сдвиге в условиях нагружения по силе разрушение контакта происходит, когда величина \tilde{d} становится меньше значения, соответствующего точке E на рисунке. Безразмерные уравнения (11) и (12) записаны в единицах критических величин (9), (10) для условий нагружения по силе, поэтому точка E имеет координаты $(-1; -1)$. В условиях нагружения по перемещению контакт разрушается, если глубина индентирования $\tilde{d} < -3^{2/3}$, что соответствует точке G на рисунке. Особенности реализации условий нагружения по силе и по перемещению подробно описаны в [29].

Под полным циклом „индентирование/отрыв“ будем понимать приведение индентора в контакт, индентирование на определенную глубину d_{\max} и движение индентора в обратном направлении до момента полного разрушения контакта. В таком полном цикле в адгезионном контакте за счет гистерезиса осуществляется диссипация механической энергии. Поскольку рис. 2 представляет зависимость силы F от перемещения d , величина диссипации энергии рассчитывается как площадь фигуры $ABEFA$ в условиях нагружения по силе и

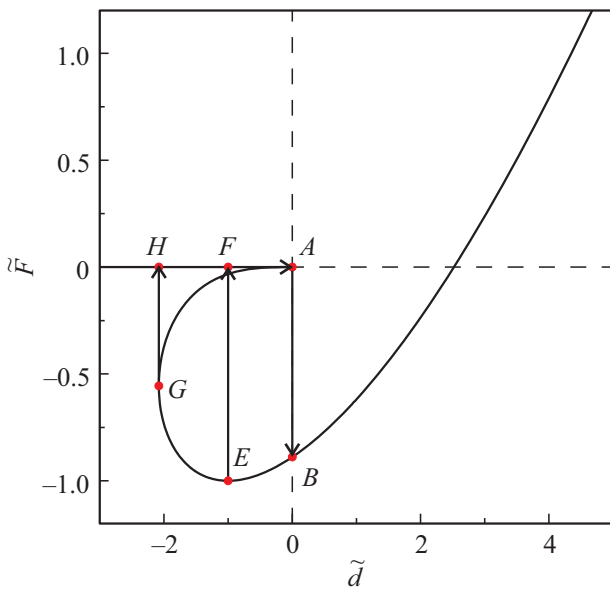


Рис. 2. Зависимость упругой силы от глубины индентирования, задающаяся выражениями (11) и (12). Разрушение контакта показано стрелкой вверх (EF для условий нагружения по силе — fixed load, GH для условий нагружения по перемещению — fixed grips). Стрелкой AB показано мгновенное распространение контакта после первого касания индентором полупространства. Такие буквенные обозначения выбраны для того, чтобы они совпадали с аналогичными точками, обозначенными на рис. 3.

определяется площадью фигуры $ABEGHFA$ в условиях нагружения по перемещению. Таким образом, реализация условий нагружения по перемещению приводит к большей диссипации механической энергии по сравнению с условиями нагружения по силе.

2. Гистерезис при изменении направления сдвига в адгезионном контакте

Адгезионный контакт, описанный в разд. 1, приводит к диссипации механической энергии ввиду наличия показанного на рис. 2 гистерезиса. Однако согласно теории, если величина глубины индентирования d больше критической глубины d_c , то зависимость $F(d)$ описывается единственной универсальной кривой, задаваемой уравнением энергетического баланса [6]. На рис. 2 критическая глубина d_c соответствует точке G для условий нагружения по перемещению и точке E для условий нагружения по силе. При перемещении по кривой $F(d)$ на интервале $d > d_c$ диссипации энергии не происходит. С другой стороны, многие эксперименты и результаты численного моделирования однозначно указывают на то, что при изменении направления сдвига зависимости $F(d)$ не совпадают, что обеспечивает наличие дополнительного гистерезиса и диссипации механической энергии [11,24,25,30–35]. В процитированных работах

проводятся эксперименты при различных масштабах и условиях, поэтому указанное несовпадение является общим поведением для широкого класса адгезионных систем. Все указанные эксперименты объединяет один момент — в фазе индентирования (будем называть ее фазой I) контакт распространяется гораздо слабее, чем это предсказывает теория JKR. Этот факт обеспечивает существенно меньшее значение адгезионной составляющей нормальной контактной силы F по сравнению с теоретическим. В итоге реализуется большее значение контактной нормальной силы, поскольку ее адгезионная компонента всегда направлена против упругой силы реакции эластомера, уменьшая при этом суммарную контактную силу. В фазе отрыва индентора (фаза II) площадь контакта больше теоретического значения, что дает меньшую суммарную силу F . Теоретически описанная ситуация может быть легко воспроизведена введением эффективной поверхностной энергии γ_{eff} [30], отличающейся от энергии $\Delta\gamma$ (6) в теории JKR. Если величина γ_{eff} имеет меньшее значение в фазе I, чем в фазе II, то это позволяет описать указанные выше особенности, наблюдаемые в эксперименте. Такая ситуация показана на рис. 3, где штриховыми линиями обозначены две кривые JKR, построенные при различных значениях поверхностной энергии γ_{eff} . На рисунке показан полный цикл „индентирование/отрыв“, который осуществляется следующим образом. Траектория FA — это приближение индентора к эластомеру, на этой стадии контакта нет, поэтому нормальная сила $F = 0$. После возникновения первого контакта в точке A он быстро расширяется с увеличением радиуса, за счет чего система переходит в точку B . При дальнейшем увеличении глубины индентирования d на участке BC увеличиваются радиус контакта a и нормальная сила F . Фаза индентирования I продолжается до точки C , в которой начинается фаза II — отрыв индентора от эластомера при его сдвиге в обратную сторону. На стадии отрыва действует большее значение поверхностной энергии $\gamma_{\text{eff},2}$. Поскольку в фазе индентирования было меньшее значение $\gamma_{\text{eff},1} < \gamma_{\text{eff},2}$, площадь контакта в точке C в конце индентирования меньше, чем площадь, соответствующая значению $\gamma_{\text{eff},2}$ при такой же глубине индентирования d . Поэтому на стадии отрыва индентора площадь начнет уменьшаться только тогда, когда зависимости $F(d)$ и $a(d)$ перейдут на кривую JKR, определяемую большим значением поверхностной энергии $\gamma_{\text{eff},2}$, т.е. в точку D . На участке CD площадь контакта и его радиус будут сохранять постоянные значения. Далее на последнем участке DEG радиус контакта a уменьшается, а зависимости $F(d)$ и $a(d)$ описываются второй JKR кривой, построенной при значении поверхностной энергии $\gamma_{\text{eff},2}$. На этом участке адгезионный контакт полностью исчезает, когда возникает одно из условий неустойчивости, которые были проиллюстрированы выше на рис. 2. В условиях нагружения по силе разрушение контакта происходит в точке E с переходом системы в точку F , где контакт отсутствует. При нагружении по перемещению контакт разрушается

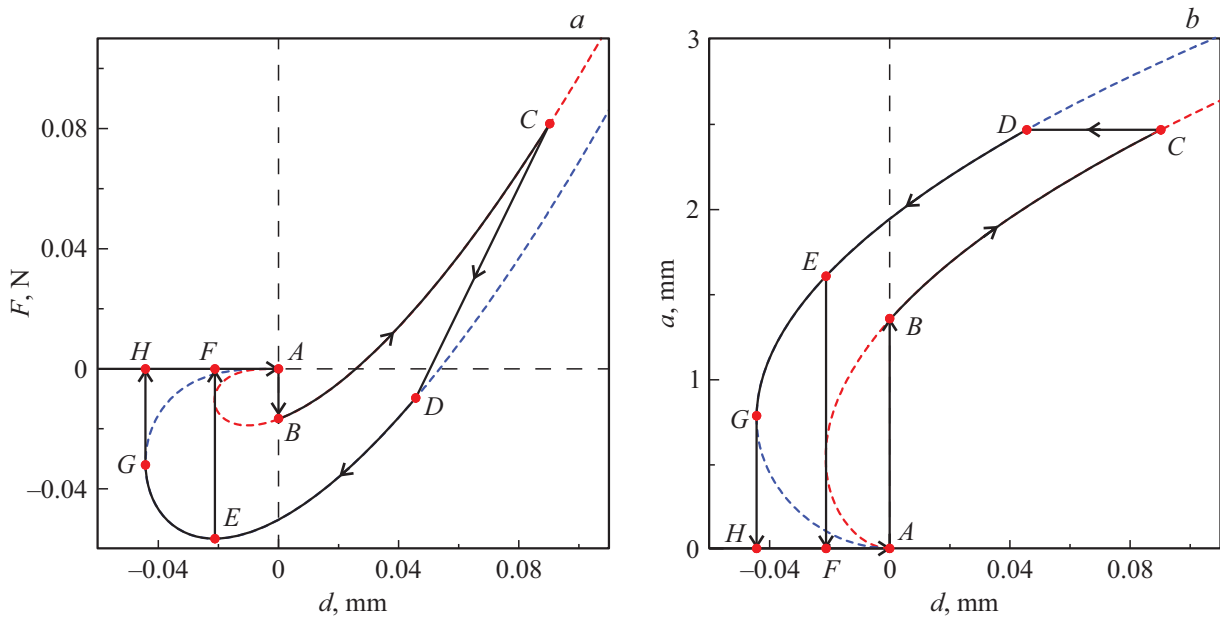


Рис. 3. *a* — зависимость нормальной силы от глубины индентирования в фазах индентирования *FABC* (фаза I) и отрыва *CDEGH* (фаза II), построенные на двух зависимостях JKR (показаны штриховыми линиями) с различными значениями поверхностной энергии $\gamma_{\text{эф}}$. *b* — зависимость радиуса контакта от глубины индентирования, соответствующая рисунку *a*. Оба рисунка построены при параметрах $\nu = 0.47$, $E = 0.324 \text{ МПа}$, $R = 40 \text{ мм}$, $\gamma_{\text{эф},1} = 0.1 \text{ Дж/м}^2$ и $\gamma_{\text{эф},2} = 0.3 \text{ Дж/м}^2$.

по пути *GH*. Так завершается полный цикл „индентирование/отрыв“. Отметим, что диссипация энергии в этом цикле описывается площадью фигуры *FABCDEF* в условиях нагружения по силе и *FABCDEGHF* — при нагружении по перемещению. Таким образом, при осуществлении условий нагружения по перемещению на реализацию полного цикла „индентирование/отрыв“ затрачивается большее количество механической энергии. В недавней экспериментальной работе [35] мы провели эксперимент по вдавливанию сферического индентора в лист резины при периодическом движении индентора между двумя значениями глубины индентирования. Результаты этого эксперимента полностью воссоздали поведение, показанное на рис. 3.

На рис. 3 полный цикл „индентирование/отрыв“ заключен между двумя JKR кривыми, которые определяются выражениями (7) и (8) при различных значениях поверхностной энергии $\Delta\gamma = \gamma_{\text{эф},1}$ и $\Delta\gamma = \gamma_{\text{эф},2}$. Фигура на зависимости $F(d)$, площадь которой представляет диссипацию, составлена из этих двух JKR кривых, которые замыкаются прямыми *HA*, *AB* и *EF* (либо *GH*), а также прямой *CD*. Координаты точек *A*, *B*, *E*, *F*, *G* и *H* приведены выше при описании рис. 2. Для того чтобы рассчитать диссипацию энергии в полном цикле „индентирование/отрыв“, необходимо знать вид уравнения, которым описывается прямая *CD*. Если процесс индентирования описывается теорией JKR, то жесткость контакта определяется выражением

$$K = \frac{\partial F}{\partial d} = \frac{\partial F}{\partial a} \left(\frac{\partial d}{\partial a} \right)^{-1} = \frac{k(2a\sqrt{k} - 3R\sqrt{\pi\Delta\gamma})}{2a\sqrt{k} - R\sqrt{\pi\Delta\gamma}}, \quad (13)$$

следующим из (7) и (8). В (13) введена величина $k = 2aE^*$ [27], задающая жесткость контакта между цилиндрическим индентором с плоским основанием радиуса a и упругим полупространством. Для определения величины жесткости K по формуле (13) необходимо знать радиус контакта. Значение a можно найти, если подставить в (7) значение глубины индентирования d . Радиус контакта также можно определить по известной контактной силе F с применением формулы (8). При этом в зависимости от того, на какой стадии индентирования находится система, в качестве $\Delta\gamma$ необходимо использовать либо $\gamma_{\text{эф},1}$, либо $\gamma_{\text{эф},2}$. Отметим, что в (13) в случае $\Delta\gamma = 0$ жесткость K совпадает с жесткостью контакта в случае индентирования цилиндрического штампера $K \equiv k$. Однако если в случае индентирования цилиндра радиус контакта остается постоянным, что дает постоянную жесткость, при индентировании сферического индентора каждой глубине индентирования соответствует свое значение жесткости K , так как радиус контакта зависит от глубины индентирования. Поскольку на участке *CD* радиус контакта a не изменяется, на этом участке жесткость $K \equiv k = 2aE^*$. Пусть F' и d' — координаты точки *C* либо точки *D* на рис. 3. Тогда прямая *CD* определяется простой линейной зависимостью

$$F(d) = F' + 2aE^*(d - d'). \quad (14)$$

3. Экспериментальные результаты

В предыдущей работе [25] мы уже описывали эксперимент, в котором изучалось влияние продолжительности

контакта на его адгезионную прочность. Было показано, что прочность контакта увеличивается со временем. В настоящей работе мы приводим результаты похожего эксперимента, на основе которого далее строится феноменологическая модель. Однако на этот раз перед описанием результатов основного эксперимента мы приведем результаты предварительных исследований, в которых изучались свойства используемых эластомеров с целью определения их упругих свойств.

3.1. Определение оптимальной скорости сдвига индентора для обеспечения квазистатических свойств контакта

Классические теории адгезионного взаимодействия [6–8] оперируют понятием статического контакта, когда при фиксированной глубине индентирования с течением времени параметры контакта остаются постоянными. В реальности такая ситуация практически никогда не осуществима по многим причинам. Например, в контакте всегда происходят химические реакции, за счет чего с течением времени изменяется поверхностная энергия $\Delta\gamma$. Исследованию именно такого случая посвящена настоящая работа. В проведенных нами экспериментах в качестве эластомера использовались два типа оптически прозрачной резины производства японской фирмы TARNAC [36] — более мягкая CRG N0505 и более жесткая CRG N3005. Используемые образцы представляли собой резиновые листы толщиной 5 mm и размером основания 100x100 mm. В указанные резиновые листы производилось вдавливание стальных инденторов. Для обеспечения условий квазистатичности необходимо сдвигать индентор с как можно меньшей скоростью, чтобы свести к минимуму проявление вязко-упругих эффектов. С целью определения оптимальной скорости сдвига был проведен отдельный эксперимент, результаты которого показаны на рис. 4.

На рис. 4 показаны зависимости нормальной силы F от глубины индентирования d при вдавливании сферического стального индентора радиусом $R = 40$ mm в листы резины CRG N3005 (рис. 4, *a*) и CRG N0505 (рис. 4, *c*) с толщиной $h = 5$ mm. Во всех проведенных экспериментах индентор погружался на максимальную глубину d_{\max} со скоростью сдвига v , после чего осуществлялся сдвиг в обратном направлении с той же скоростью, вплоть до исчезновения контакта. Скорость сдвига индентора v варьировалась в эксперименте от 0.2 до 10 $\mu\text{m/s}$. На вставке к рисункам показаны увеличенные фрагменты зависимостей, на которых видно, что во всех случаях процесс индентирования в прямом и обратном направлениях происходит по различным траекториям $F(d)$. В прямом направлении индентирования адгезионное взаимодействие выражено очень слабо и практически не способствует распространению границы контакта. При сдвиге индентора в обратном направлении адгезионный вклад становится определяющим, что приводит к возникновению адгезионной шейки и отрицательным

значениям нормальной силы F на стадии разрушения контакта.

На рис. 4, *b, d* показаны зависимости абсолютных значений минимальной силы $|F_{\min}|$ на стадии отрыва от скорости сдвига индентора v . Это максимальная адгезионная сила, наблюдаемая на стадии разрушения контакта, которая соответствует точке E на рис. 3. Стоит отметить, что полученные экспериментальные данные показывают некоторый разброс значений, связанный с тем, что каждая процедура индентирования является индивидуальной. Причиной такого разброса может служить наличие в области контакта пыли, неровности поверхности резины, окисление поверхности индентора со временем и изменение значения его поверхностной энергии, изменение свойств контактной области при взаимодействии материала резины с индентором и многие другие эффекты [25]. Однако на полученных зависимостях $|F_{\min}|(v)$ видна общая тенденция — начиная с некоторого фиксированного значения скорости сдвига индентора, которая составляет около 5 $\mu\text{m/s}$, с дальнейшим ее ростом увеличивается значение силы $|F_{\min}|$, что может быть следствием проявления вязко-упругих эффектов. Сплошные линии на рис. 4, *b, d* — это результаты аппроксимации данных методом наименьших квадратов квадратичными функциями. Полученные аппроксимации показывают, что при скоростях $v < 5 \mu\text{m/s}$ критическая сила $|F_{\min}|$ в обоих рассматриваемых случаях изменяется слабо.

Результаты для различных эластомеров, приведенные на рис. 4, качественно совпадают с некоторыми количественными отличиями. Во-первых, для более жесткой резины CRG N3005 выбиралась максимальная глубина индентирования $d_{\max} = 0.4$ mm, в то время как для более мягкой резины CRG N0505 индентирование осуществлялось до величины $d_{\max} = 1.0$ mm. Различные значения d_{\max} были выбраны с целью обеспечения сравнимых значений максимальной упругой силы F при $d = d_{\max}$ в экспериментах с эластомерами, обладающими различной жесткостью. Более важная отличительная особенность между результатами, показанными на рис. 4, *b, d*, состоит в том, что критическая нормальная сила $|F_{\min}|$ в фазе отрыва, в которой происходит разрушение контакта, гораздо больше по значению для случая жесткой резины CRG N3005, чем для более мягкой CRG N0505. Это означает, что CRG N3005 обеспечивает более прочный адгезионный контакт, поскольку для его разрушения необходимо приложить большую нормальную силу. Индентирование производилось на различные глубины d_{\max} , поэтому им соответствовали различные размеры контакта. Так, при индентировании на глубину $d_{\max} = 0.4$ mm, радиус контакта $a \approx 5.3$ mm. Значению $d_{\max} = 1.0$ mm соответствовал больший радиус $a \approx 8.9$ mm. Из эксперимента нам известна нормальная сила при максимальной глубине индентирования, поэтому легко провести оценку удельного давления в контакте $P = F/\pi a^2$, соответствующего глубине $d = d_{\max}$. Для более твердой резины CRG N3005 при

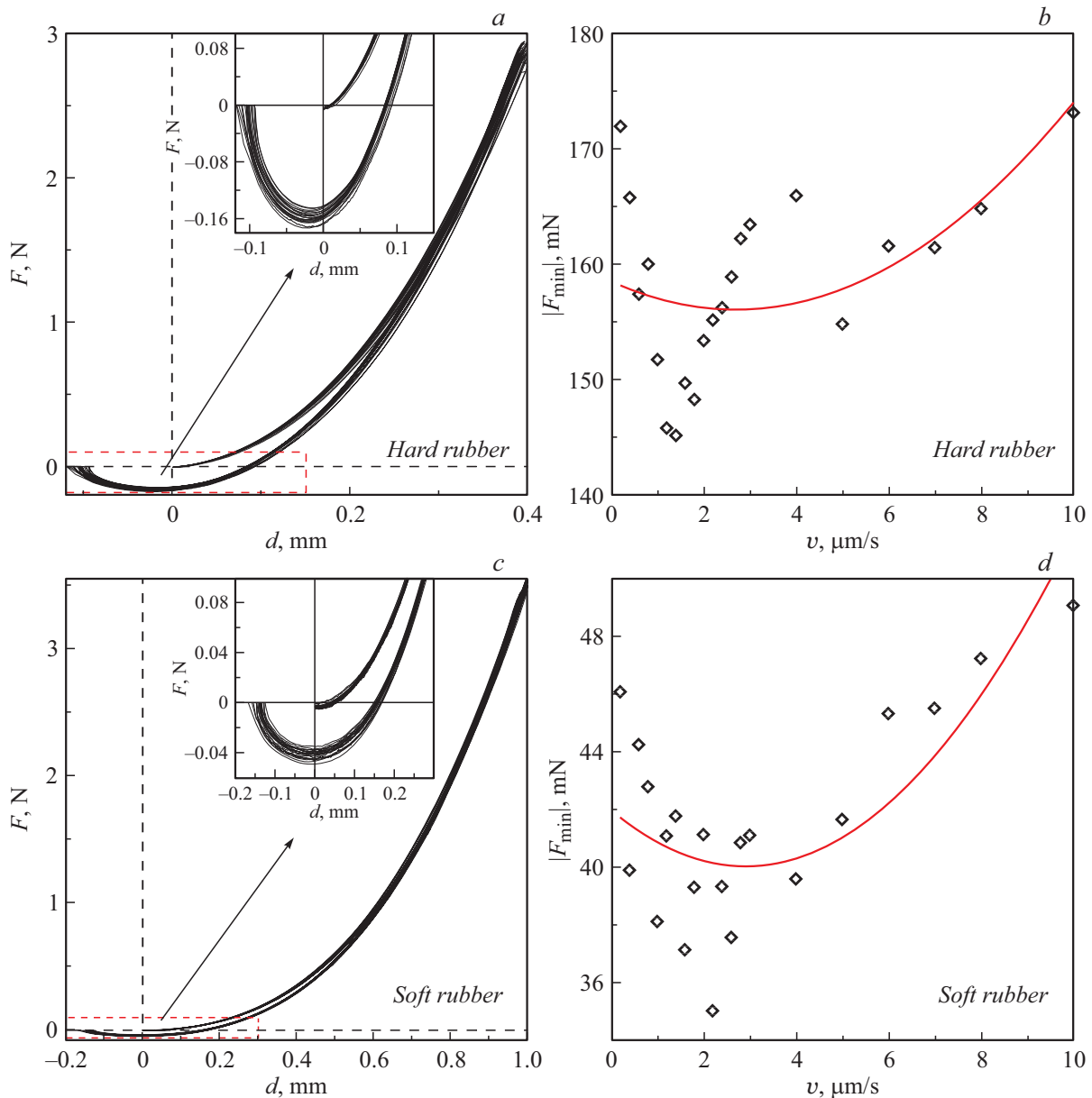


Рис. 4. Зависимости нормальной силы от глубины индентирования при вдавлении стального сферического индентора радиусом $R = 40 \text{ mm}$ в лист резины TARNAC CRG N3005 (a) и CRG N0505 (c) при различных скоростях сдвига индентора; зависимости абсолютных значений минимальной нормальной силы для эксперимента с резиной CRG N3005 (b) и CRG N0505 (d).

$d_{max} = 0.4 \text{ mm}$ имеем $P \approx 31.2 \text{ kPa}$. Для мягкого материала CRG N0505, несмотря на большее значение глубины индентирования $d_{max} = 1.0 \text{ mm}$, контактное давление меньше: $P \approx 13.8 \text{ kPa}$.

В экспериментальной работе [24] нами изучалось влияние скорости индентирования на нормальную силу при отрыве шара радиусом $R = 33 \text{ mm}$ от эластомера CRG N3005 с толщиной $h = 5 \text{ mm}$. В [24] изучался более широкий диапазон скоростей сдвига — от 1 до $128 \mu\text{m/s}$. Результаты проведенных экспериментов показали проявление вязко-упругих эффектов при превышении скоростью сдвига значения $16 \mu\text{m/s}$. Данные эксперимента, приведенные на рис. 4, указывают на

существенно меньшее значение скорости $v = 5 \mu\text{m/s}$, с превышением которого возрастает адгезионная сила при разрушении контакта, что мы связываем с действием вязко-упругих эффектов. Основное различие между экспериментами, показанными на рис. 4 и описанными в [24], — это различные радиусы инденторов. На рис. 4 приведены данные эксперимента с индентором радиусом $R = 40 \text{ mm}$, в то время как в [24] использовался индентор с меньшим радиусом $R = 33 \text{ mm}$. Из сравнения полученных результатов можно сделать предварительный вывод о том, что минимальная скорость, при которой визуально проявляются вязко-упругие эффекты, уменьшается с увеличением радиуса индентора (и соответ-

ственно площади контакта). Поэтому установить четкое значение критической скорости, при которой начинается проявление вязко-упругих эффектов, не представляется возможным. Для обеспечения квазистатических условий в дальнейших экспериментах мы выбираем скорость v существенно ниже $5 \mu\text{m/s}$.

3.2. Индентирование цилиндров с плоским основанием различного диаметра

Для определения упругих параметров используемых эластомеров были проведены эксперименты по индентированию выполненных из стали цилиндрических штемпелей с различным диаметром в резиновые листы. В этих экспериментах, как и ранее, листы резины располагались на жестко закрепленной подложке из силикатного стекла. Данную подложку в условиях эксперимента можно считать абсолютно жесткой, поскольку упругий модуль стекла на 5–6 порядков превышает модуль упругости используемой резины. Ранее в работе [24] мы уже описывали особенности эксперимента по вдавливанию цилиндрических инденторов в резиновый лист с целью определения его модуля упругости E для случая более жесткой резины CRG N3005. Поскольку в настоящей работе мы используем также и более мягкий материал CRG N0505, с целью определения его параметров была проведена серия дополнительных экспериментов.

Резина TARNAC имеет некий параметр „твердости“, содержащийся в названии ее марки [36]. Согласно классификации [36], материал N3005 тверже, чем N0505, в $30/5 = 6$ раз. В [24] для резины CRG N3005 экспериментально были определены упругие параметры $\nu = 0.47$ и $E = 0.324 \text{ МПа}$ (результаты эксперимента, проведенного в [24], показаны на рис. 5, а). Поэтому для материала CRG N0505 в качестве упругих параметров будем использовать $\nu = 0.47$, $E = 0.324/6 = 0.054 \text{ МПа}$. Проверим, насколько адекватным является выбор таких параметров, проведя эксперимент и соответствующее ему компьютерное моделирование. Результаты эксперимента по индентированию цилиндрических штемпелей различного диаметра в лист резины CRG N0505 с толщиной $h = 5 \text{ мм}$ показаны на рис. 5, б. В вышеупомянутой работе [24] при индентировании в материал CRG N3005 резиновый образец состоял из 5 сложенных вместе листов, что составляло общую толщину эластомера $h = 25 \text{ мм}$. На обеих панелях рис. 5 для каждого индентора сплошными линиями показаны результаты трех подряд проведенных циклов индентирования, причем на рисунках присутствует только фаза отрыва. На рис. 5 видно, что во всех рассматриваемых случаях все три цикла индентирования показывают практически одну и ту же зависимость $F(d)$, что говорит о хорошей воспроизводимости результатов. Символами показаны данные компьютерного моделирования, проведенного в рамках метода граничных элементов (ВЕМ) для двуслойных систем, особенности которого подробно описаны в работе [37]. Указанная модификация ВЕМ позволяет

производить расчет контакта между упругим полупространством, покрытым упругим слоем толщиной h , и жестким индентором произвольной формы. Поскольку в эксперименте резиновый лист находился на материале с гораздо большим модулем упругости (силикатное стекло), деформациями в подложке мы можем пренебречь. Поэтому в качестве полупространства в моделировании выбирался материал с практически бесконечным модулем упругости, что в программе задается конечным значением $E = 10^{100} \text{ Па}$ [37].

На рис. 5, б видно, что между результатами моделирования и эксперимента существуют некоторые отклонения, но в целом реализуется хорошее количественное совпадение, что говорит об адекватно выбранных упругих параметрах. В случае индентирования в более жесткий материал CRG N3005 (рис. 5, а) наблюдается практически идеальное наложение экспериментальных результатов и результатов численного моделирования для всех используемых инденторов. Более того, в [25] для CRG N3005 был проведен эксперимент по вдавливанию сферического индентора, результаты которого также хорошо согласуются с соответствующими результатами моделирования.

Неидеальное совпадение результатов моделирования с экспериментальными данными на рис. 5, б (в отличие от рис. 5, а) может быть вызвано следующим. Используемые нами сорта резины фирмы TARNAC являются оптически прозрачными, что дает возможность при индентировании наблюдать зону контакта. Это позволяет, анализируя фотографии контактной области, найти площадь контакта [24,25]. При проведении экспериментов было замечено, что более мягкая резина CRG N0505 после контакта часто оставляет на поверхности стального индентора отчетливое маслянистое пятно. Мы предполагаем, что причиной его возникновения является выдавливание из листа резины при его деформировании некоего жидкого наполнителя. Дело в том, что данная резина представляет собой гель [36], обладающий молекулярной матрицей, восстанавливающий свою форму после снятия напряжений. Внутри гелей при внешнем механическом воздействии осуществляется перетекание жидкости, что практически всегда связано с изменением упругих параметров. Более жесткая резина CRG N3005 во всех экспериментах вела себя как упругое тело с постоянными значениями упругих параметров [24,25], поскольку с повышением модуля упругости количество жидкого наполнителя в материале резины должно уменьшаться.

Таким образом, описанные в этом подразделе эксперименты и сравнение их результатов с результатами моделирования позволили определить упругие модули используемых эластомеров: $E = 0.324 \text{ МПа}$ для более жесткой резины CRG3005 и $E = 0.054 \text{ МПа}$ для более мягкой материала CRG0505. Коэффициент Пуассона в обоих случаях мы приняли равным $\nu = 0.47$, что близко к значению для несжимаемых сред.

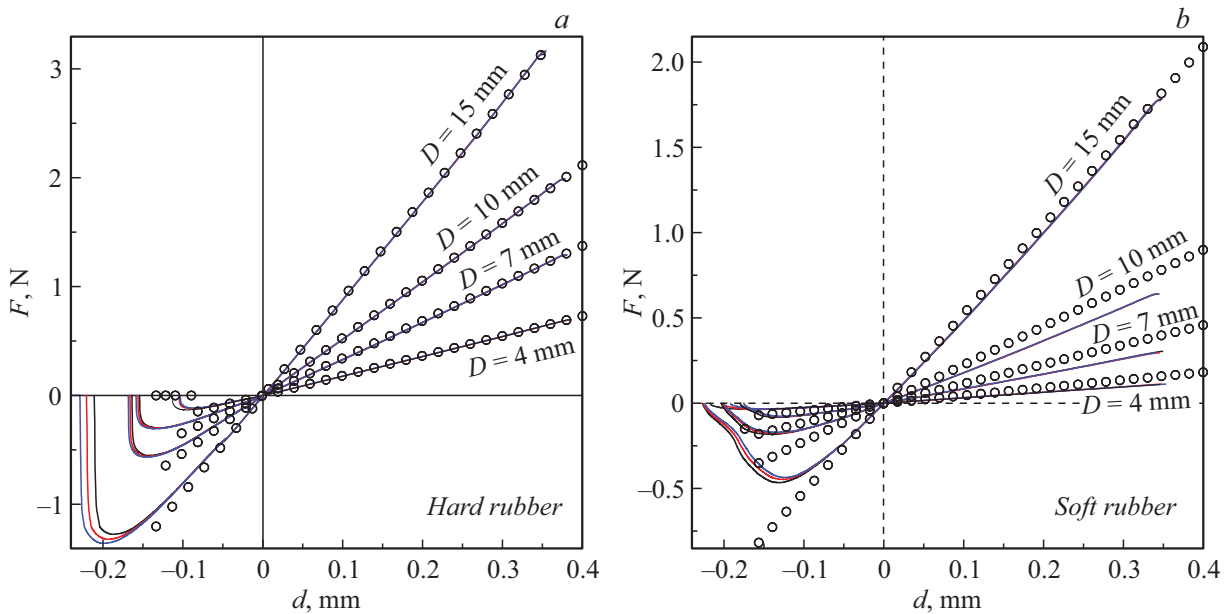


Рис. 5. Зависимости упругой силы от глубины индентирования при индентировании цилиндрических инденторов с диаметрами основания $D = 4, 7, 10$ и 15 mm в лист резины CRG N3005 (a) и CRG N0505 (b) с толщиной 25 (a) и 5 mm (b). Сплошные линии — результаты реального эксперимента, соответствующие стадии отрыва; символы — результаты моделирования в рамках метода граничных элементов для двухслойных систем [37] при параметрах $\nu = 0.47$, $E = 0.324$ МПа, $\Delta\gamma = 0.326$ Дж/м² (a) и $\nu = 0.47$, $E = 0.054$ МПа, $\Delta\gamma = 0.4$ Дж/м² (b).

3.3. Влияние времени ожидания на адгезионную прочность контакта

Ранее в [25] уже описывался проведенный нами эксперимент, в котором изучалось влияние продолжительности контакта на его адгезионную прочность. В указанном эксперименте осуществлялось погружение индентора на фиксированную глубину d_{\max} . После этого индентор в течение времени t_{wait} оставался в состоянии покоя, а затем сдвигался в обратном направлении до полного разрушения контакта. В [25] было показано, что с увеличением времени ожидания t_{wait} контакт упрочняется, предположительно за счет протекания в зоне контакта химических реакций. Существенным недостатком описанного эксперимента является то, что в нем не анализировалась площадь контакта, хотя фотографии контактной области в эксперименте сохранялись каждую секунду. Поскольку индентор имел зеркально отполированную поверхность, на фотографиях плохо была различима область контакта. В настоящей работе мы провели аналогичный эксперимент, в котором поверхность индентора имела шероховатости небольшой амплитуды, за счет чего осуществлялось диффузное рассеяние света от системы освещения. При этом на получаемых фотографиях четко видна область контакта. Важным отличием проведенного эксперимента от описанного в [25] является то, что в [25] после каждого цикла индентирования проводилась химическая очистка поверхности индентора в ультразвуковой ванне, заполненной водным раствором EMAG EM-404. Такая очистка

проводилась с целью обеспечения одинаковых значений удельной работы адгезии перед каждым экспериментом. При ультразвуковой очистке с поверхности индентора в том числе удаляются и следы эластомера, остающиеся после предыдущего эксперимента. Но для обеспечения такой очистки индентор нужно снимать с установки. При возврате в систему индентор невозможно абсолютно точно установить на прежнее место, что приводит к изменению его геометрического положения при последующих индентированиях. Это особенно важно, когда индентор имеет шероховатости, а именно такой случай мы рассматриваем в настоящей работе. Поэтому здесь был проведен эксперимент, в котором индентор не снимался и не очищался между циклами индентирования. Отметим, что в случаях с очисткой поверхности и без нее аналогичные эксперименты показывают существенно различающиеся (иногда даже качественно) результаты, поскольку очистка поверхности способна в несколько раз повысить удельную работу адгезии за счет увеличения энергии поверхности индентора. Настоящая работа посвящена построению феноменологической модели, позволяющей описать экспериментально наблюдаемые результаты. В предлагаемой модели прочность контакта задается упругими и адгезионными константами, поэтому модель является общей и способна описать обе рассмотренные выше ситуации — как с очисткой поверхности между циклами индентирования, так и без нее.

На рис. 6, a показаны результаты проведенного эксперимента с материалом CRG N3005. В этом эксперимен-

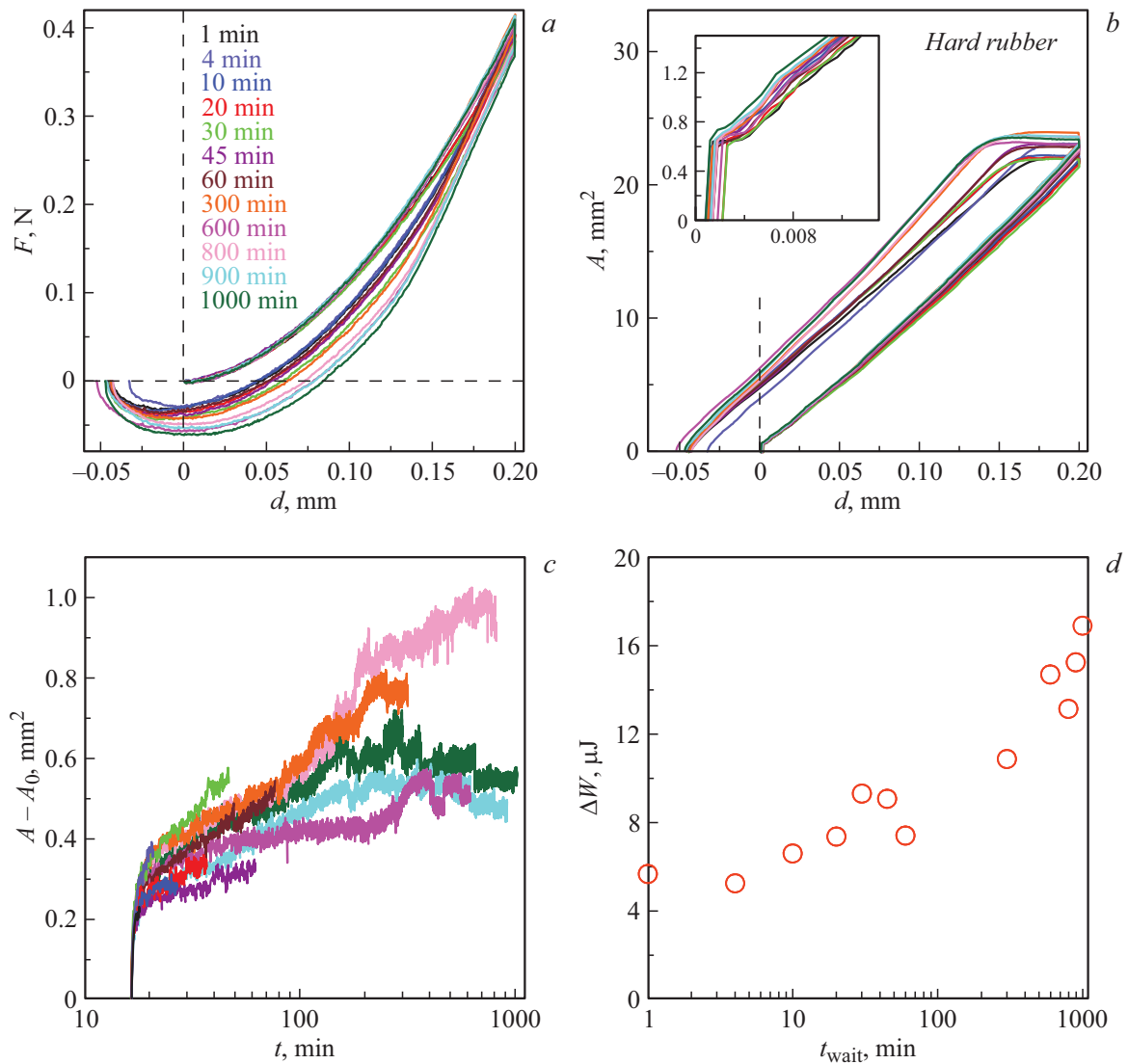


Рис. 6. *a* — зависимости нормальной силы от глубины индентирования для вдавливания сферического индентора, имеющего радиус 22 мм, в лист резины CRG N3005 с толщиной 5 мм. Кривые соответствуют различным временам покоя индентора при максимальной глубине индентирования d_{max} , которые указаны на рисунке. *b* — зависимости значений площади контакта от глубины индентирования для всех случаев, показанных на рисунке *a*. На вставке на панели (*b*) показана увеличенная часть зависимостей, соответствующая началу процесса индентирования. *c* — зависимости изменения площади контакта $A - A_0$ от времени на стадии покоя длительностью t_{wait} . (В онлайн версии статьи все кривые показаны различным цветом.) Цвет кривых соответствует приведенным на рисунке *a* значениям t_{wait} . *d* — зависимость диссипации механической энергии, соответствующей полному циклу индентирования/разрушение контакта, от времени ожидания t_{wait} .

те сферический индентор, имеющий радиус $R = 22$ мм, вдавливался в лист резины с толщиной $h = 5$ мм на глубину $d_{\text{max}} = 0.2$ мм. Затем индентор оставался в состоянии покоя в течение времени t_{wait} , после чего он сдвигался в обратном направлении до полного исчезновения контакта. В фазах индентирования и отрыва скорость сдвига индентора составляла $v = 0.2 \mu\text{m/s}$. На рис. 6, *a* показаны измеренные зависимости нормальной силы F от глубины индентирования d , которые имеют гистерезис, схожий с показанным выше на рис. 3. Рис. 6, *a* содержит 12 кривых, соответствующих экспериментам со значениями времени ожидания $t_{\text{wait}} = 1$,

4, 10, 20, 30, 45, 60, 300, 600, 800, 900 и 1000 min. Характерно, что зависимости $F(d)$ на рис. 6, *a* имеют линейный участок на стадии отрыва, показанный на рис. 3 прямой CD . Этот линейный участок описывается формулой (14). На указанном линейном участке, согласно (14), сохраняется радиус и площадь контакта, что хорошо прослеживается на рис. 6, *b*. Проведенные эксперименты показывают, что с увеличением времени ожидания t_{wait} увеличивается как адгезионная прочность контакта, так и длина линейного участка на зависимости $F(d)$ при изменении направления сдвига. Из приведенного выше описания рис. 3 следует, что

причиной обоих эффектов является увеличение удельной работы адгезии за счет взаимодействия участков материала резины и стального индентора, находящихся в контакте. На рис. 3 мы описали процесс индентирования и отрыва двумя JKR кривыми с различным значением эффективной контактной поверхностной энергии (удельной работы адгезии) $\Delta\gamma$, за счет чего и возникает гистерезис силы и площади контакта между фазами индентирования и отрыва. В эксперименте (рис. 6, *a, b*) наблюдается аналогичная ситуация. Но здесь в фазе индентирования контакт за счет адгезии практически не распространяется, что видно на рис. 6, *b* в точке первого касания при $d = 0$ mm, где площадь распространяется очень незначительно (вставка на рисунке). Поэтому для рассматриваемой системы, как это уже было показано в [25], в фазе индентирования реализуется практически безадгезионный контакт. Мы предполагаем, что к этому приводит некий аналог „силы трения“ на границе контакта, которая препятствует его распространению [31]. Логично предположить, что такого рода сила трения будет действовать также и при вытягивании индентора из толщи эластомера, препятствуя при этом разрушению контакта. В работе Гринвуда [38] указано, что несовпадение траекторий $F(d)$ при индентировании и отрыве наблюдается во многих экспериментах и на сегодняшний день такое несовпадение не имеет адекватного объяснения. В [38] также сказано, что гистерезис, возникающий при изменении направления движения индентора, обычно объясняется влиянием влажности, пластичности, либо вязко-упругости. Проведенные нами эксперименты осуществлялись в относительно сухом помещении, а эффекты пластичности и вязко-упругости если и имели место, то были несущественны в условиях эксперимента, о чем свидетельствуют результаты, приведенные на рис. 4 и 5. Поэтому следует сказать, что истинные причины, приводящие к гистерезису при изменении направления движения, на сегодняшний день действительно остаются невыясненными, хотя подобный гистерезис наблюдается практически во всех контактных системах, обладающих выраженным адгезионным взаимодействием. Один из подходов, способный описать такое поведение, заключается в построении соответствующих феноменологических моделей, одна из которых предложена в настоящей работе.

На рис. 6, *c* приведены зависимости $(A - A_0)$, показывающие относительное изменение площади контакта, происходящее во время покоя индентора t_{wait} . Здесь величина A_0 — это площадь контакта, соответствующая моменту времени сразу после достижения глубиной индентирования уровня $d = d_{\text{max}}$ и остановки индентора. На рисунке показаны зависимости для всех 12 проведенных экспериментов, где по оси абсцисс отложено общее время эксперимента. Все зависимости выходят из одной точки, поскольку остановка индентора начинается в момент времени $t = 1000$ s. Именно за это время индентор, движущийся со скоростью $v = 0.2$ $\mu\text{m/s}$, успевает достичь максимального значения глубины инденти-

рования $d_{\text{max}} = 0.2$ mm. Поскольку промежуток времени t_{wait} во всех экспериментах отличается, приведенные на рисунке зависимости заканчиваются при разных значениях на оси абсцисс. Из рис. 6, *c* следует, что во всех рассмотренных случаях площадь контакта A имеет максимальную скорость распространения сразу после остановки, после чего ее распространение существенно замедляется. Стоит отметить, что некоторые кривые в определенные отрезки времени показывают уменьшение значения площади со временем, но на самом деле в эксперименте этого не происходит. Такой эффект вызван ошибкой, неизбежно возникающей при обработке фотографий за счет различной интенсивности пикселей, вызванной автоматической подстройкой используемой видеокамеры. Поэтому зависимости $(A - A_0)$ от времени t , приведенные на рис. 6, *c*, обладают погрешностью. Указанная погрешность может быть довольно существенной по сравнению с самим значением $(A - A_0)$, поскольку площадь во время покоя индентора изменяется очень незначительно — всего от 0.3 до 1 mm^2 . Такое изменение по сравнению со значением площади контакта в момент остановки $A \sim 23$ mm^2 составляет приблизительно от 1 до 4 процентов от общего значения площади. Полученный результат дополнительно говорит в пользу того, что используемая скорость сдвига $v = 0.2$ $\mu\text{m/s}$ обеспечивает квазистатические условия контакта. Общим и объективным для всех зависимостей, показанных на рис. 6, *c*, является то, что сразу после остановки площадь контакта относительно быстро распространяется приблизительно на 0.3 mm^2 . Качественный вывод о том, что площадь контакта увеличивается с увеличением времени ожидания t_{wait} , прослеживается визуально на фотографиях контактной области для всех рассмотренных случаев.

На рис. 6, *d* показана рассчитанная диссипация механической энергии в полном цикле индентирования ΔW как функция времени ожидания t_{wait} . Диссипация энергии вычислялась как площадь геометрической фигуры, ограниченной кривыми $F(d)$ для фаз индентирования и отрыва, которые замыкались осью абсцисс. Были произведены расчеты диссипации для всех 12-ти проведенных экспериментов, поэтому зависимость $\Delta W(t_{\text{wait}})$ содержит 12 точек. Из полученной $\Delta W(t_{\text{wait}})$ видно, что с увеличением времени ожидания диссипация энергии возрастает. Такое нарастание ΔW частично связано с тем, что с увеличением значения t_{wait} увеличивается прочность контакта на отрыв, поскольку с увеличением контактной прочности возрастает величина работы, которую необходимо совершить для полного разрушения контакта.

На рис. 7 показаны результаты эксперимента, аналогичного описанному на рис. 6, но с тем отличием, что на рис. 7 в качестве эластомера использовался более мягкий материал CRG N0505. Эксперименты, результаты которых представлены на рис. 6 и 7, не показывают видимых качественных отличий. Обратим внимание на некоторые количественные характеристики. Прежде всего, более мягкий материал демонстрирует

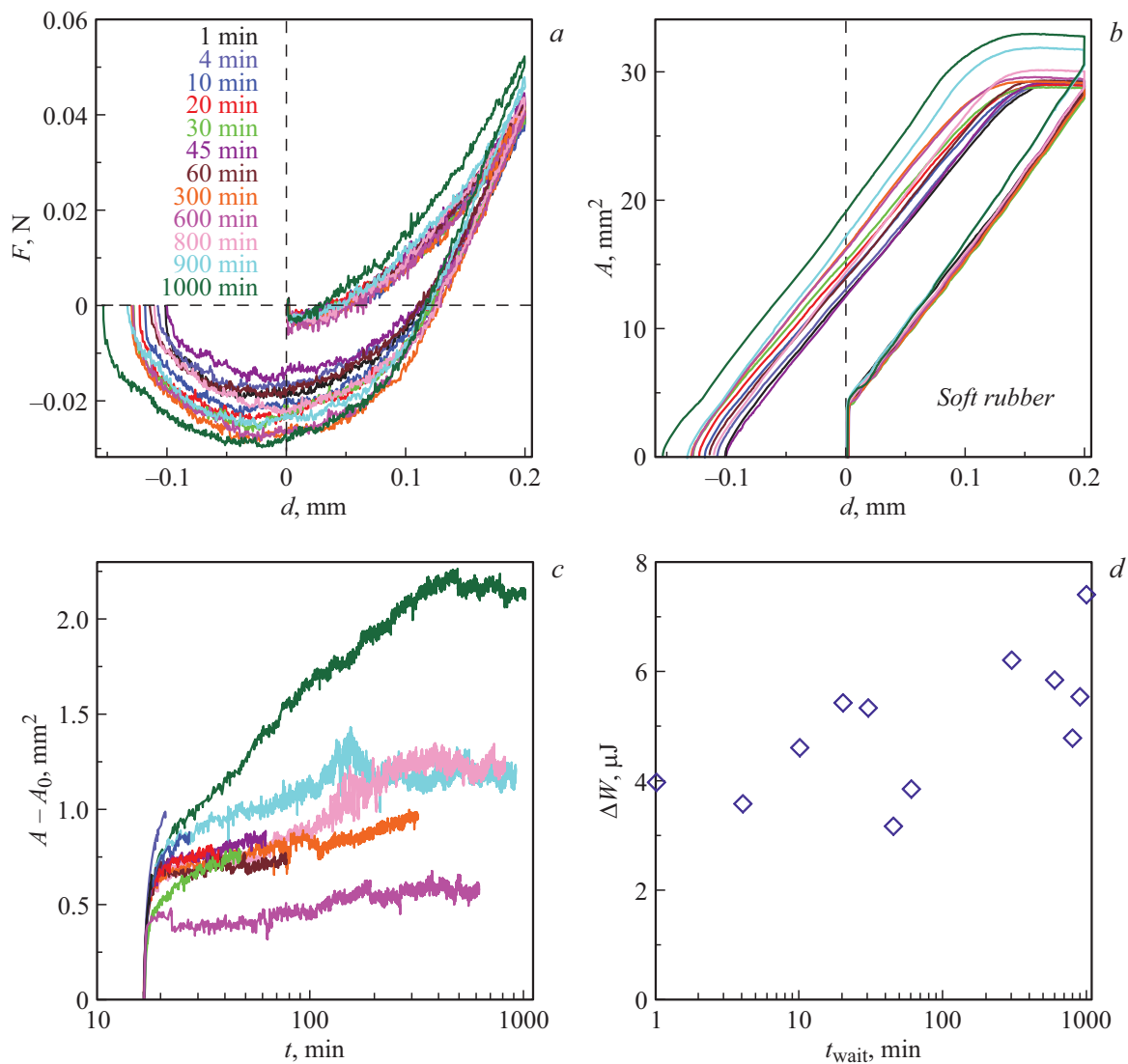


Рис. 7. Зависимости, аналогичные показанным на рис. 6, при использовании в качестве эластомера более мягкой резины CRG N0505 с толщиной 5 mm.

гораздо меньшую нормальную силу F при такой же глубине вдавливания d . Помимо этого в случае более мягкого эластомера существенно снижается прочность контакта, под которой мы, как и ранее, понимаем максимальное значение внешней силы $|F_{\min}|$, которую необходимо приложить для разрушения контакта [39]. Эта сила соответствует абсолютному значению минимальной силы F на зависимостях $F(d)$, приведенных на рис. 6, *a* и 7, *a*. Тот факт, что с уменьшением упругого модуля эластомера уменьшается адгезионная прочность, противоречит теории JKR для полупространства, поскольку в JKR в случае параболического индентора адгезионная прочность задается выражением $|F_{\min}| = 3\pi R\Delta\gamma/2$ (10) и не зависит от упругих характеристик материала эластомера. Более того, абсолютно таким же образом определяется адгезионная прочность и в случае контакта между жестким индентором и тонким слоем эластомера, расположенным на жесткой

подкладке, в предельном случае, когда радиус контакта намного превышает толщину эластомера $a \gg h$ [40]. Однако в промежуточном диапазоне толщин эластомера, отличном от предела полупространства и предела малой толщины слоя, адгезионная прочность контакта может зависеть от модуля упругости эластомера [37], что и показывают результаты проведенного эксперимента. Другим существенным отличием является то, что в случае, показанном на рис. 7, *b*, контакт в точке первого касания распространяется гораздо интенсивней, чем в случае более жесткого эластомера (рис. 6, *b*). Зависимости площади контакта от глубины индентирования $A(d)$ на рис. 6, *b* и 7, *b* специально приведены в одинаковых диапазонах на обеих осях, чтобы их легче было сравнивать. Так, в случае „hard rubber“ (рис. 6, *b*) контакт в точке первого касания распространяется несущественно, что говорит о довольно слабом влиянии адгезионного взаимодействия в фазе индентирования. Поэтому при использовании

эластомера CRG N3005 фаза индентирования хорошо описывается безадгезионной теорией Герца [25,39,41]. Отметим, что в случае более мягкого эластомера CRG N0505 площадь контакта A распространяется гораздо интенсивней не только в точке первого контакта, но и на протяжении всей фазы индентирования, что видно из сравнения рисунков. Так, рис. 6, *b* показывает, что при максимальной глубине индентирования $d_{\max} = 0.2 \text{ mm}$ площадь контакта A составляет около 23 mm^2 , в то время как на рис. 7, *b* при той же d_{\max} значение этой площади уже порядка 30 mm^2 . Сравнение результатов, представленных на рис. 6, *c* и 7, *c*, также говорит о том, что более мягкий эластомер на протяжении фазы покоя длительностью t_{wait} показывает более существенное увеличение размера контакта. Если в случае CRG N3005 после момента остановки площадь A относительно быстро увеличивается приблизительно на значение $\Delta A = (A - A_0) \sim 0.3 \text{ mm}^2$, то при индентировании в материал CRG N0505 это значение составляет $\Delta A \sim 0.7 \text{ mm}^2$. Отметим также то, что в случае использования более мягкого эластомера наблюдается существенно меньшее значение диссипации энергии ΔW в полном цикле индентирования, что следует из сравнения рис. 6, *d* и 7, *d*.

Таким образом, из сравнения экспериментов, проведенных с двумя типами эластомеров, мы установили, что при индентировании в более мягкий эластомер площадь контакта нарастает гораздо интенсивней за счет более выраженного адгезионного взаимодействия. Как мы указывали выше, в фазе индентирования распространению контакта оказывает сопротивления некая „сила трения“, которая, судя по всему, зависит и от упругих свойств эластомера. Обсуждаемый эффект во многом вызван еще и тем, что в случае полупространства равновесное значение радиуса контакта в точке первого касания задается соотношением

$$a = \left(\frac{2\pi R^2 \Delta y}{E^*} \right)^{1/3}, \quad (15)$$

которое следует из (7). Выражение (15) показывает увеличение равновесного значения радиуса контакта a с уменьшением упругого модуля E^* . Именно (15) объясняет то, почему хорошие адгезионные свойства демонстрируют, как правило, более мягкие материалы. Однако соотношение (15) не объясняет почти полное отсутствие адгезионного вклада в распространении зоны контакта при использовании более жесткого эластомера CRG N3005.

Основной целью теоретической части настоящей работы является построение модели упрочнения контакта со временем. Для этого необходимо проанализировать зависимость адгезионной прочности $|F_{\min}|$ от времени ожидания t , полученную экспериментально. На рис. 8, *a* и *b* символами приведены значения силы $|F_{\min}|$, соответствующие всем экспериментам, показанным на рис. 6, *a* и 7, *a*, как функции времени t , выраженного в секундах.

Здесь t — время, прошедшее от момента первого контакта до момента, в который на соответствующей зависимости $F(d)$ наблюдается значение $F = |F_{\min}|$. На рис. 8 видна тенденция нарастания адгезионной силы $|F_{\min}|$ с увеличением времени контакта t , причем наиболее интенсивное и однозначное нарастание адгезионной прочности контакта наблюдается на относительно малых временах t . Будем считать, что величина $|F_{\min}|$ нарастает от некоторого минимального значения F_1 до максимального F_2 . За минимальное значение примем наименьшую силу $|F_{\min}|$, которая наблюдалась в сериях экспериментов, это значение показано на обеих панелях рис. 8 нижней штриховой линией. В эксперименте исследовалось влияние времени покоя индентора t_{wait} , которое изменялось в довольно широком диапазоне — от 1 до 1000 min. Результаты экспериментов, приведенные на рис. 8, показывают, что прочность контакта нарастает приблизительно за время $t_{\text{wait}} = 2 \cdot 10^4 \text{ s}$. С дальнейшим увеличением времени t_{wait} изменения $|F_{\min}|$ приобретают скорее случайный характер, поскольку показывают немонотонное поведение $|F_{\min}|(t)$. В предыдущей работе [25] для аппроксимации аналогичных зависимостей $|F_{\min}|(t)$ мы использовали степенную функцию $|F_{\min}|(t) \sim t^b$, которая вполне адекватно описывает увеличение $|F_{\min}|$ со временем в диапазоне используемых значений t_{wait} . В настоящей работе будем считать, что величина $|F_{\min}|$ никогда не опускается ниже значения F_1 . Это наблюдается экспериментально, но не может быть описано с помощью степенной функции.

Кроме того, положим, что при превышении некоторого времени t контакт больше не упрочняется, а величина $|F_{\min}|$ принимает максимальное значение F_2 , что наблюдается для многих физических процессов [42,43], связанных с образованием химических связей. Учесть указанные особенности позволяет функция вида [42,43]

$$|F_{\min}| = F_1 + (F_2 - F_1)(1 - \exp(-kt)), \quad (16)$$

позволяющая представить процесс перехода параметра $|F_{\min}|$ из состояния F_1 в состояние F_2 по экспоненциальному закону. На рис. 8 сплошными линиями показаны аппроксимации (16), рассчитанные методом наименьших квадратов (МНК). При этом в обоих случаях в качестве F_1 используется минимальное из 12 значений $|F_{\min}|$ (эти значения показаны на рис. 8 символами), которые были найдены в соответствующей серии экспериментов. В качестве величины F_2 для аппроксимации используется усредненное значение $|F_{\min}|$ по 5 последним точкам на зависимостях на рис. 8, соответствующим наибольшим временам t . Таким образом, значения F_1 и F_2 в функции (16) определяются непосредственно из экспериментальных данных, а методом наименьших квадратов находится только величина показателя степени k . При реализации процедуры МНК последние 5 точек на зависимостях $|F_{\min}|(t)$ не учитываются, поскольку считается, что на этих временах прочность контакта становится максимальной

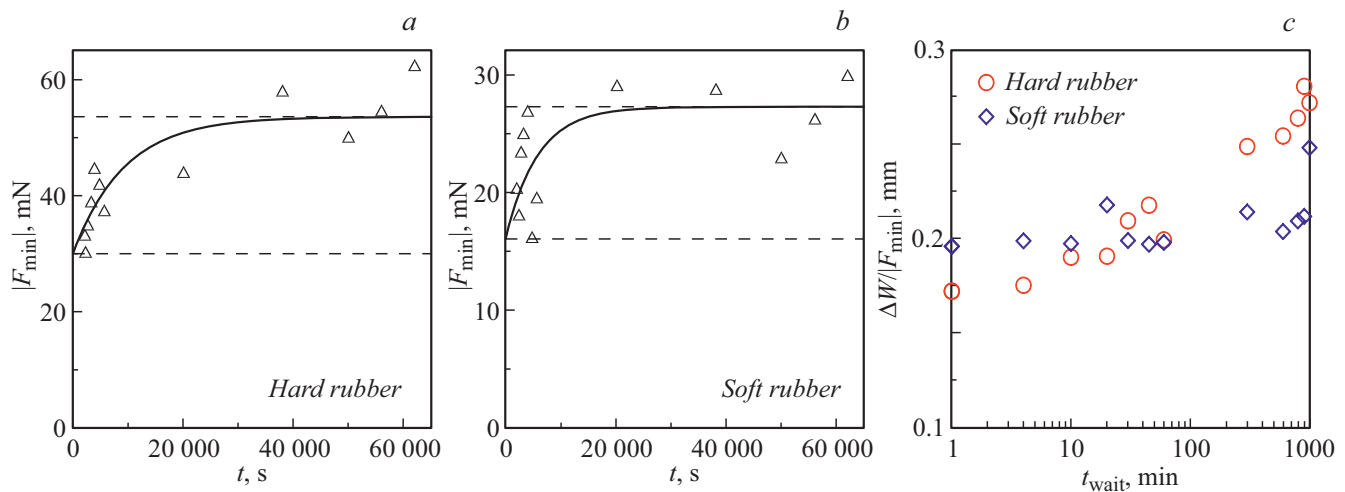


Рис. 8. Зависимости абсолютного значения минимальной адгезионной силы $|F_{\min}|$ на стадии разрушения контакта от времени t , прошедшего от момента первого контакта до момента, в который реализуется значение $|F_{\min}|$. *a* — соответствует эксперименту с более жестким эластомером CRG N3005, результаты которого показаны на рис. 6. *b* — отвечает результатам для более мягкого эластомера CRG N0505, приведенным на экспериментальном рис. 7. *c* — зависимости отношения диссипации механической энергии ΔW , показанной на рис. 6 и 7, к величине адгезионной прочности контакта $|F_{\min}|$, которая приведена на рисунках *a* и *b*. Символы-кружки соответствуют эластомеру CRG N3005, символы-ромбы отвечают более мягкому материалу CRG N0505.

и с дальнейшим увеличением времени больше не нарастает. На обеих панелях рис. 8 сплошными линиями показаны рассчитанные аппроксимации (16), имеющие вид $|F_{\min}| = 29.943 + 23.604 \cdot (1 - \exp(-1.076 \cdot 10^{-4}t))$ в случае „hard rubber“ для рис. 8, *a* и $|F_{\min}| = 16.025 + 11.221 \cdot (1 - \exp(-1.72 \cdot 10^{-4}t))$ для случая „soft rubber“, который показан на рис. 8, *b*.

Отметим, что использование функций вида (16) является феноменологическим подходом к рассматриваемому вопросу, который пренебрегает целым рядом эффектов. На самом деле процесс упрочнения — это сложный процесс, поскольку упрочнение связей имеет локальную природу и в том числе зависит от величины напряжений (давления), которые неравномерно распределены по зоне контакта. Например, в [25] описывается эксперимент, в котором показано, что прочность контакта нарастает не только с увеличением времени ожидания t , но и с ростом максимальной глубины индентирования d_{\max} , поскольку с увеличением d_{\max} увеличиваются контактные напряжения. В центре контакта в процессе индентирования реализуются максимальные напряжения, поэтому контакт в этой области будет иметь наибольшую прочность. При построении феноменологической модели мы будем учитывать, что различные участки индентора находясь в контакте различное время — чем дольше та или иная часть индентора находится в контакте, тем прочнее становится контакт в этой области. Однако для упрощения моделирования будем пренебрегать влиянием неоднородного распределения давления в зоне контакта на скорость установления химических связей. Учет распределения давления также можно провести, поскольку используемый метод MDR позволяет это сделать. Однако для этого необходимо

проведение дополнительных экспериментов, что выходит за рамки настоящей работы.

Основной целью работы является исследование влияния продолжительности контакта на его адгезионную прочность, однако нами дополнительно был проведен расчет диссипации механической энергии ΔW в полном цикле индентирования. Соответствующие зависимости показаны на рис. 6, *c* и 7, *c*. Величина диссипации энергии в адгезионном контакте определяет коэффициент восстановления при соударении сферических частиц, который играет большую роль в технологических процессах, связанных с гранулированными средами, поэтому важно знать факторы, от которых зависит уровень диссипации в адгезионном контакте. Из сравнения рис. 6, *c* и 7, *c* следует, что более жесткий эластомер дает существенно большее значение диссипации механической энергии. Это частично связано с тем, что более жесткий материал показывает большую адгезионную прочность. Чем выше адгезионная прочность, тем ниже по оси ординат находится кривая $F(d)$, соответствующая разрушению контакта, поэтому увеличивается площадь геометрической фигуры, которая определяет диссипацию ΔW . Поскольку диссипация нарастает с увеличением адгезионной прочности $|F_{\min}|$, у нас возникла идея проанализировать отношение величин $\Delta W/|F_{\min}|$, которое измеряется в mm. Полученный результат показан на рис. 8, *c*. Из рисунка следует, что во всех рассмотренных случаях указанное отношение находится в узком диапазоне от 0.17 до 0.28 mm, хотя значения ΔW сильно отличались в экспериментах с различными эластомерами. Также видно, что в экспериментах со временем ожидания $t_{\text{wait}} < 100$ min отношение $\Delta W/|F_{\min}| \approx 0.2$ mm, а это значение совпадает с максимальной глубиной инденти-

рования в соответствующих экспериментах d_{\max} . В [39] изучалось влияние шероховатости на адгезионную прочность, и было обнаружено, что в широком диапазоне шероховатостей также наблюдалось соотношение

$$\Delta W \approx |F_{\min}|d_{\max}. \quad (17)$$

Основное отличие [39] от настоящей работы состоит в том, что в [39] после достижения максимальной глубины индентирования d_{\max} сразу начиналось движение индентора в обратную сторону, т.е. рассматривалась ситуация с $t_{\text{wait}} = 0 \text{ min}$. Если сразу после достижения d_{\max} осуществлять движение в обратную сторону, то обе кривые $F(d)$ в точке $d = d_{\max}$ показывают плавное монотонное уменьшение силы F с уменьшением d . Однако если выждать некоторое время t_{wait} , за это время покоя контакт расширится, уменьшив при этом действующую нормальную силу F за счет увеличения ее адгезионной составляющей. На рис. 6 и 7 видно, что с увеличением значения t_{wait} площадь контакта в состоянии покоя при $d = d_{\max}$ нарастает. Поэтому с увеличением t_{wait} нижняя кривая $F(d)$, соответствующая отрыву, показывает резкое уменьшение силы при $d = d_{\max}$, что хорошо прослеживается на рис. 6, а. То есть диссипация энергии с увеличением времени покоя при максимальной глубине индентирования увеличивается не только за счет увеличения контактной прочности $|F_{\min}|$, но и за счет распространения контакта в фазе покоя и соответствующего уменьшения нормальной силы. Если при достижении максимальной глубины индентирования сразу осуществлять отрыв индентора, не дав контакту распространиться, диссипация энергии ΔW в полном цикле индентирования хорошо описывается аппроксимацией (17). Об этом свидетельствуют данные большого количества экспериментов для инденторов различных радиусов и шероховатостей [39]. При этом отметим, что в [39] не приводится непосредственно отношение $\Delta W/|F_{\min}|$, но для всех рассмотренных случаев (всего 144 эксперимента) были рассчитаны значения адгезионной прочности $|F_{\min}|$ и диссипации энергии ΔW , что позволяет определить отношение $\Delta W/|F_{\min}|$ и убедиться в справедливости соотношения (17). Отклонение от (17) в [39] наблюдалось для больших амплитуд шероховатостей, при которых контакт терял односвязность. При больших шероховатостях получаемые зависимости $F(d)$ на стадии отрыва уже не могут быть описаны в рамках подхода JKR, поскольку демонстрируют наличие точек перегиба, которые соответствуют устойчивым контактными конфигурациям.

4. Феноменологическая модель адгезионного гистерезиса

4.1. Формулировка модели и влияние времени покоя

Гистерезисное поведение, показанное на рис. 3, получается естественным образом при введении в рас-

смотрение эффективной поверхностной энергии γ_{eff} , значения которой отличаются в фазах индентирования и отрыва. Многочисленные эксперименты показывают, что в фазе индентирования γ_{eff} принимает существенно меньшее значение, чем при отрыве. В результате это и приводит к наблюдаемому гистерезису [25,30,32,35]. Причина, приводящая к различным значениям эффективной поверхностной энергии, до сих пор не выяснена. Одна из теорий, позволяющая описать такой гистерезис, основана на предположении о химической неоднородности поверхности индентора [35,44]. В указанных работах рассмотрена ситуация, в которой на поверхности индентора чередуются однородные кольцевые области — обладающие радиальной симметрией полосы с различными значениями поверхностной энергии $\Delta\gamma$. В этом случае воссоздается гистерезисное поведение, показанное на рис. 3, без введения различных значений γ_{eff} в фазах индентирования и отрыва. Такой специфический тип химической неоднородности был выбран для того, чтобы был применим MDR, который мы также используем и в настоящей работе. MDR позволяет количественно точно описывать контакт между телами, обладающими аксиальной симметрией. Из [35,44] следует, что рассматриваемое гистерезисное поведение будет наблюдаться и в ситуации, когда поверхность индентора обладает случайно распределенными химически неоднородными областями. Однако проведенные нами эксперименты показывают, что гистерезис при изменении направления сдвига имеет место даже тогда, когда перед экспериментом проводится тщательная химическая очистка поверхности индентора [25]. Из рис. 2 следует, что в случае полупространства значение адгезионной прочности задается выражением [6]

$$|F_{\min}| = \frac{3}{2} \pi R \Delta\gamma, \quad (18)$$

поскольку это максимальное абсолютное значение нормальной силы на стадии отрыва. Сила $|F_{\min}|$ (18) соответствует отрицательному значению глубины индентирования d и реализуется только за счет адгезионного взаимодействия. Из (18) следует, что в случае полупространства при неизменном радиусе индентора R адгезионная прочность может возрастать только за счет увеличения поверхностной энергии $\Delta\gamma$.

В разд. 3.2 настоящей работы мы провели расчет процесса индентирования в резиновый лист с фиксированной толщиной, используя метод граничных элементов для слоистых систем [37]. Для точного описания ситуации, показанной на рис. 6 и 7, также необходимо проводить аналогичное моделирование, поскольку в эксперименте использовались листы резины с толщиной $h = 5 \text{ mm}$. Но при учете толщины слоя используемый метод MDR существенно усложняется [45]. Поэтому для упрощения рассмотрения будем действовать в пределах приближения полупространства, для которого справедливы все соотношения, приведенные в разд. 1 настоящей

работы. При этом будем опираться на экспериментальные результаты, полученные для эластомера конечной толщины (рис. 6 и 7). Это не позволит добиться точного количественного соответствия, но не отразится на общих выводах проведенного далее исследования. Для определения зависимости удельной работы адгезии $\Delta\gamma$ от времени контакта t будем использовать связь между эмпирическим выражением (16), определяющим адгезионную прочность контакта, и аналогичным соотношением для полупространства (18). При моделировании остановимся на случае более жесткого эластомера CRG N3005, экспериментальные результаты для которого продемонстрированы на рис. 6. Связано это с тем, что, согласно данным рис. 5, резина CRG N3005 в диапазоне используемых скоростей сдвига демонстрирует более стабильные упругие свойства, а в проведенном далее моделировании мы пренебрегаем вязко-упругими эффектами, считая эластомер упругим. Для случая контакта более жесткой резины CRG N3005 и индентора радиусом $R = 22 \text{ mm}$ при сравнении (16) и (18) получим зависимость

$$\Delta\gamma = 0.517 - 0.228 \cdot \exp\{-1.076 \cdot 10^{-4}t\}, \quad (19)$$

которую будем использовать в дальнейшем моделировании. Выражение (19) говорит о том, что удельная работа адгезии $\Delta\gamma$ тем выше, чем дольше индентор находится в контакте. Мы предполагаем, что такой эффект связан с химическими реакциями, протекающими в зоне контакта, однако возможно и другое объяснение. Дело в том, что любая поверхность обладает шероховатостями. Чем дольше индентор находится в контакте, тем более плотно шероховатости заполняются материалом эластомера за счет его частичной релаксации на неоднородно напряженных участках, которые возникают из-за шероховатостей. В результате такой релаксации будет увеличиваться реальная площадь контакта и адгезионная прочность [39]. В [25] мы провели серию экспериментов и пришли к выводу, что в рассматриваемом случае преобладает первый механизм — упрочнение контакта за счет химических реакций. Однако в [25] использовался отшлифованный до зеркального блеска индентор, в то время как в настоящей работе описывается эксперимент, в котором поверхность индентора специально изготавливалась шероховатой для обеспечения диффузного рассеяния света, поэтому в рассматриваемом случае могут присутствовать оба эффекта.

Для моделирования процесса индентирования будем использовать MDR, описанный в разд. 1 настоящей работы. Этот метод предполагает аналитический подход и использование численной процедуры. В численной модели нормальная сила определяется не интегралом (8), а суммой сил, создаваемых всеми сжатыми и натянутыми пружинами, находящимися в контакте (рис. 1):

$$F = E^* \Delta x \sum u(x_i). \quad (20)$$

Если рассчитывать нормальную силу согласно процедуре (20), определяя при этом радиус контакта по

правилу Гесса (5), то мы в точности получим кривую JKR, показанную на рис. 2. Нас интересует другой случай, в котором со временем происходит упрочнение контакта по закону (19). Как уже было указано выше, моделирование в рамках MDR заключается в погружении жесткого профиля $g(x)$ в основание, состоящее из массива невзаимодействующих пружин, каждая из которых имеет жесткость $\Delta k = E^* \Delta x$ (2). При этом находится пружина в контакте или нет, определяется по правилу (5).

В рамках предлагаемого в настоящей работе подхода мы предполагаем, что адгезионные связи упрочняются со временем из-за протекания в контакте химических реакций. Такое упрочнение происходит за счет увеличения значения удельной работы адгезии $\Delta\gamma$, которое описывается эмпирической формулой (19). Будем считать, что величина $\Delta\gamma$ начинает увеличиваться только после того, как пружины входят в контакт. При этом, основываясь на экспериментальных данных, представленных на рис. 6, стоит отдельно выделить фазы индентирования и отрыва, поскольку в фазе индентирования наблюдается довольно слабый вклад адгезии в распространение контакта. Поэтому при моделировании процесса индентирования для области индентора, которая находится вне контакта, будем полагать $\Delta\gamma = \gamma_{\text{eff},1}$. При таком подходе уровень энергии $\gamma_{\text{eff},1}$ полностью определяет характер распространения контакта в фазе индентирования. Согласно рис. 6, для резины CRG N3005 в фазе индентирования адгезия практически не сказывается на распространении контакта, однако на зависимостях $F(d)$ в начале фазы индентирования все же наблюдается небольшое отрицательное значение нормальной силы, усреднение которого по всем 12 экспериментам дает значение $F_{\text{min}} = -2.35 \text{ mN}$, сравнимое с точностью используемого сенсора силы ME K3D40. Однако, поскольку отрицательное значение F_{min} наблюдается во всех 12 экспериментах, а полученное $F_{\text{min}} = -2.35 \text{ mN}$ представляет усреднение по всей серии экспериментов, реализация отрицательного значения упругой силы в начале фазы индентирования является объективным фактом. Об этом свидетельствует также небольшое увеличение площади контакта A за счет адгезии в точке первого касания (вставка на рис. 6, *b*). Значение силы F_{min} на стадии индентирования соответствует точке $B(0; -8/9)$ на рис. 2, поэтому в размерном виде оно определяется как $F_B = -4\pi R \Delta\gamma / 3$. Таким образом, из сопоставления найденного F_{min} и F_B найдем удельную работу адгезии на стадии индентирования, в рассматриваемом случае она составит¹ $\gamma_{\text{eff},1} = 0.0255 \text{ J/m}^2$.

¹ В настоящей работе мы описываем эксперимент с индентором, имеющим радиус $R = 22 \text{ mm}$, в то время как ранее в [25] был проведен похожий эксперимент, в котором радиус индентора составлял $R = 40 \text{ mm}$. За счет большего радиуса индентора в описанном в [25] эксперименте на стадии индентирования реализовалось усредненное по 6 проведенным экспериментам значение $F_{\text{min}} = -5.24 \text{ mN}$. С учетом радиуса индентора это приводит к значению $\gamma_{\text{eff},1} = 0.031 \text{ J/m}^2$, близкому к полученному в настоящем исследовании.

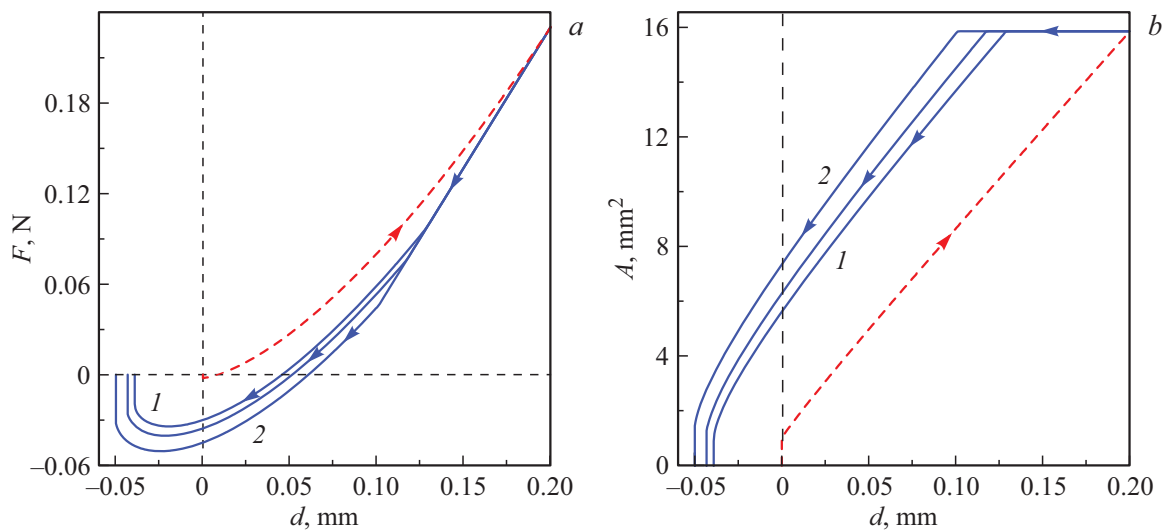


Рис. 9. *a* — зависимости нормальной силы от глубины индентирования, полученные в результате моделирования при радиусе индентора 22 мм, удельной работе адгезии для чистой поверхности до контакта $\gamma_{\text{eff},1} = 0.0255 \text{ J/m}^2$, упругих параметрах $\nu = 0.47$, $E = 0.324 \text{ МПа}$, скорости сдвига индентора $v = 0.2 \text{ }\mu\text{m/s}$, глубине индентирования $d_{\text{max}} = 0.2 \text{ мм}$ и использовании выражения (18). Штриховая кривая одинакова для всех ситуаций и соответствует фазе индентирования. Кривые 1 и 2 отвечают фазе отрыва при временах ожидания $t_{\text{wait}} = 0$ и 300 min, находящаяся между ними непрономерованная кривая соответствует промежуточному значению $t_{\text{wait}} = 60 \text{ min}$. *b* — зависимости площади контакта от глубины индентирования, соответствующие кривым на панели (а) рисунка.

Проведенная далее процедура моделирования состоит в следующем. На стадии индентирования профиль $g(x)$ погружается в упругое основание. При этом контактный радиус вычисляется по правилу Гесса (5), которое определяется значением удельной работы адгезии $\Delta\gamma = \gamma_{\text{eff},1} = 0.0255 \text{ J/m}^2$. Упругая сила F рассчитывается по формуле (20). После того, как индивидуальная пружина входит в контакт, для нее, согласно правилу (19), нарастает значение $\Delta\gamma$. При этом сразу после контакта (19) дает значения $\Delta\gamma \gg \gamma_{\text{eff},1}$, что автоматически обеспечивает наличие гистерезиса даже при нулевом времени покоя индентора t_{wait} . Описанная процедура приведет к тому, что для тех пружин, которые более длительное время находились в контакте, значение $\Delta\gamma$ будет выше. Как мы указывали ранее, скорость образования химических связей увеличивается с ростом давления в зоне контакта, что явно в модели не учитывается. Однако все же предлагаемая модель приводит к возникновению самых прочных связей именно в областях контакта, в которых в процессе индентирования реализуются наибольшие значения давления. Это происходит за счет того, что область самого высокого давления при вдавливании сферического индентора всегда находится в центре контакта. Поскольку центр индентора находится наиболее длительное время в контакте, именно в центре будет реализоваться максимальное значение $\Delta\gamma$ и максимальная прочность контакта.

Полученное в моделировании процесса индентирования неоднородное распределение $\Delta\gamma$ по области контакта отразится только на фазе отрыва, поскольку устойчивость крайних пружин проверяется по прави-

лу (5), в которое входит значение $\Delta\gamma$. В начальной фазе индентирования указанная процедура воссоздает ситуацию, когда по всей поверхности индентора реализуется единственное значение $\gamma_{\text{eff},1}$, поскольку $\Delta\gamma$ возрастает только для пружин, уже находящихся в контакте. Из этого следует, что для фазы индентирования зависимость $F(d)$ может быть рассчитана аналитически по формулам теории JKR при постоянном значении $\Delta\gamma = \gamma_{\text{eff},1}$. Используя эту зависимость и зависимость радиуса контакта a от глубины индентирования d , при известной скорости сдвига индентора можно аналитически рассчитать распределение поверхностной энергии $\Delta\gamma$ по области контакта в конце фазы индентирования. В фазе отрыва уже безальтернативно необходимо проводить полноценное моделирование.

На рис. 9 приведены зависимости упругой силы F и площади контакта A от глубины индентирования d , полученные в результате описанной выше процедуры моделирования процесса индентирования. Штриховая кривая на рисунках отвечает фазе индентирования. Эта кривая одинакова для всех случаев, что согласуется с экспериментальными данными, показанными на рис. 6. Кривые 1 и 2 на рисунке соответствуют временам ожидания $t_{\text{wait}} = 0$ и 300 min, между ними расположена кривая, полученная при $t_{\text{wait}} = 60 \text{ min}$. Все кривые на рисунке хорошо воспроизводят экспериментальное поведение, показанное на рис. 6, включая упрочнение контакта при увеличении значения t_{wait} , а также гистерезис силы и площади при изменении направления сдвига. Как на теоретическом рис. 9, так и на экспериментальном рис. 6 при изменении направления сдвига прослеживается ин-

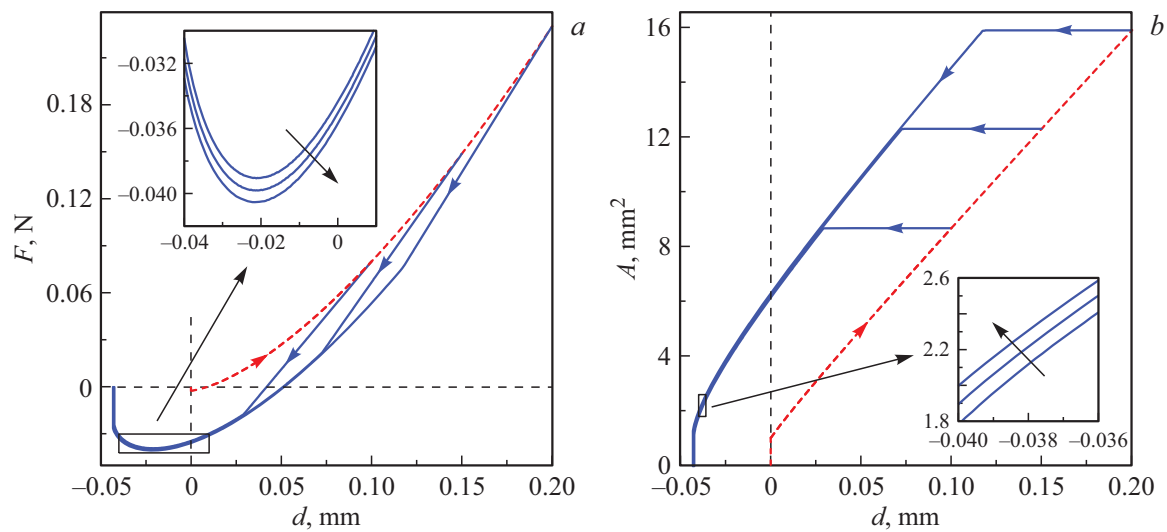


Рис. 10. Зависимости, аналогичные приведенным на рис. 9, для времени ожидания $t_{\text{wait}} = 60 \text{ min}$, скорости сдвига $v = 0.2 \mu\text{m/s}$ и трех значений максимальной глубины индентирования: $d_{\text{max}} = 0.1, 0.15$ и 0.2 mm . На вставках — увеличенные фрагменты зависимостей, показанные на основных рисунках прямоугольниками. Направление увеличения d_{max} на вставках к рисункам показано стрелкой.

тервал глубин индентирования d , на котором площадь контакта сохраняется постоянной, за счет чего реализуется линейный участок $F(d)$ с постоянной контактной жесткостью. Таким образом, достигнуто качественное совпадение между результатами эксперимента и предложенной для его описания численной модели.

Проведенное моделирование, результаты которого показаны на рис. 9, соответствует случаю полупространства, однако в эксперименте (рис. 6) в качестве эластомера использовался слой резины с ограниченной толщиной $h = 5 \text{ mm}$, поэтому теоретические результаты и результаты моделирования имеют количественные различия. Для более точного численного соответствия теоретических и экспериментальных результатов необходимо проводить моделирование в рамках метода редукции размерности для слоя ограниченной толщины [45], что существенно усложняет рассмотрение и не является целью настоящей работы.

4.2. Влияние глубины индентирования

Формально предложенная феноменологическая модель позволяет описывать влияние глубины индентирования d_{max} на прочность адгезионного контакта. Однако следует учитывать, что модель содержит как параметр только время контакта, в то время как скорость установления химических связей будет дополнительно зависеть от контактных напряжений, увеличивающихся с глубиной индентирования. Для точного построения модели необходимо провести ряд дополнительных экспериментов с различной глубиной индентирования d , как это было сделано в [25], после чего можно будет установить зависимость эффективной удельной работы адгезии γ_{eff} от времени контакта и глубины инденти-

рования. Однако такой подробный анализ выходит за рамки настоящей работы. Поскольку с увеличением глубины индентирования увеличивается и время контакта, функция в виде (19) также будет качественно описывать упрочнение контакта с ростом d_{max} . При этом стоит понимать, что исследование влияния глубины индентирования в рамках предлагаемой феноменологической модели может дать только некоторое грубое приближение, поскольку влияние контактных напряжений на прочность контакта не учитывается. С другой стороны, экспериментально было выяснено, что рост глубины индентирования дает лишь небольшое увеличение адгезионной прочности [25], что может быть показано и в рамках предложенной модели при оперировании только временной зависимостью (19). Проведем такие расчеты с целью выяснения, какой вклад в прочность контакта способно оказать нарастание времени контакта за счет увеличения глубины индентирования.

На рис. 10 показаны зависимости, аналогичные приведенным на рис. 9, но соответствующие различным значениям глубины индентирования d_{max} . Из рисунка следует, что с увеличением d_{max} возрастает площадь фигуры, ограниченной зависимостями $F(d)$ в фазе индентирования и в фазе отрыва, а значит, возрастает диссипация механической энергии. Фаза индентирования осуществляется по единственной зависимости $F(d)$, не зависящей от величины d_{max} . Существенные различия между рассматриваемыми ситуациями наблюдаются только в начале фазы отрыва. Если в фазе отрыва глубина индентирования d принимает значение меньше некоторого критического, то при дальнейшем ее уменьшении все три зависимости $F(d)$ находятся очень близко друг к другу. Такое поведение согласуется с экспериментальными наблюдениями, описанными в работе [11].

А именно в [11] выяснено, что вид гистерезиса при отрыве индентора зависит от максимальной глубины индентирования, но вблизи разрушения контакта он становится независимым от величины d_{\max} . На рис. 10 показано, что за счет того, что контакт упрочняется со временем, а с увеличением d_{\max} время контакта возрастает, даже в зоне отрыва зависимости $F(d)$ отличаются (вставка на рисунке).

Заключение

В работе предложена феноменологическая модель, формально описывающая упрочнение адгезионного контакта с течением времени за счет протекания в зоне контакта химических реакций. Исследование показало, что прочность контакта увеличивается с увеличением глубины индентирования, поскольку при этом возрастает время контакта. Разработанная модель позволяет описать адгезионный гистерезис, возникающий при изменении направления сдвига индентора. Подобное гистерезисное поведение наблюдалось в многочисленных экспериментах, которые проводились на разных геометрических масштабах — от АФМ экспериментов до исследований макроскопических контактов. Результаты моделирования качественно согласуются с экспериментальными данными. Разработанная модель позволяет описывать диссипацию энергии в осциллирующем адгезионном контакте, поэтому она может быть использована для расчета систем демпфирования механической энергии за счет адгезии. Указанная диссипация происходит вне зависимости от скорости сдвига индентора. Это делает принципиально возможным использование таких систем в ситуациях, когда необходимо демпфировать низкочастотные колебания, при которых отсутствуют ярко выраженные вязкоупругие эффекты и связанный с ними канал диссипации энергии.

Дополнительные материалы к этой статье доступны в электронном виде (см. переводную версию).

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Немецкого научно-исследовательского сообщества (DFG), проект РО 810-55-1.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] S. Gorb. *Adhesion and friction in biological systems* (Springer, Netherlands, 2012)
- [2] M. Ciavarella, J. Joe, A. Papangelo, J.R. Barber. *J. Roy. Soc. Interface*, **16** (151), 20180738 (2019). DOI: 10.1098/rsif.2018.0738
- [3] P. Schmitt, D. Eberlein, C. Ebert, M. Tranitz, I. Eitner, H. Wirth. *Energy Proced.*, **38**, 380 (2013). DOI: 10.1016/j.egypro.2013.07.293
- [4] A.I. Dmitriev, A.Y. Nikonov, W. Österle. *Lubricants*, **4** (3), 24 (2016). DOI: 10.3390/lubricants4030024
- [5] G. Carbone, E. Pierro, S.N. Gorb. *Soft Matter*, **7** (12), 5545 (2011). DOI: 10.1039/C0SM01482F
- [6] K.L. Johnson, K. Kendall, A.D. Roberts. *Proc. Royal Soc. Lond. A*, **324** (1558), 301 (1971). DOI: 10.1098/rspa.1971.0141
- [7] B.V. Derjaguin, V.M. Muller, Y.P. Toporov. *J. Colloid Interf. Sci.*, **53** (2), 314 (1975). DOI: 10.1016/0021-9797(75)90018-1
- [8] D. Maugis. *J. Colloid Interf. Sci.*, **150** (1), 243 (1992). DOI: 10.1016/0021-9797(92)90285-T
- [9] E. Popova, V.L. Popov. *Phys. Mesomech.*, **21** (1), 1 (2018). DOI: 10.1134/S1029959918010010
- [10] J. Joe, J.R. Barber, M.D. Thouless. *Front. Mech. Eng.*, **6**, 31 (2020). DOI: 10.3389/fmech.2020.00031
- [11] W. Deng, H. Kesari. *Sci. Rep.*, **9**, 1639 (2019). DOI: 10.1038/s41598-018-38212-z
- [12] L. Pastewka, M.O. Robbins. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **111** (9), 3298 (2014). DOI: 10.1073/pnas.1320846111
- [13] R.W. Style, C. Hyland, R. Boltyanskiy, J.S. Wettlaufer, E.R. Dufresne. *Nat. Commun.*, **4**, 2728 (2013). DOI: 10.1038/ncomms3728
- [14] S. Karpitschka, L. van Wijngaarden, J.H. Snoeijer. *Soft Matter*, **12** (19), 4463 (2016). DOI: 10.1039/C5SM03079J
- [15] J. Long, G. Wang, X. Feng, S. Yu. *Int. J. Solids. Struct.*, **84**, 133 (2016). DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2016.01.021
- [16] A. Papangelo, J. Scheibert, R. Sahli, G. Pallares, M. Ciavarella. *Phys. Rev. E*, **99** (5), 053005 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevE.99.053005
- [17] J. Scheibert, R. Sahli, M. Peyrard. *Front. Mech. Eng.*, **6**, 18 (2020). DOI: 10.3389/fmech.2020.00018
- [18] B. Lorentz, A. Albers. *Tribol. Int.*, **59**, 259 (2013). DOI: 10.1016/j.triboint.2012.08.023
- [19] A.I. Dmitriev, A.Y. Nikonov, W. Österle. *Lubricants*, **6** (2), 43 (2018). DOI: 10.3390/lubricants6020043
- [20] J.F. Waters, P.R. Guduru. *Proc. Roy. Soc. A*, **466** (2117), 1303 (2010). DOI: 10.1098/rspa.2009.0461
- [21] J.F. Waters, P.R. Guduru. *Proc. Roy. Soc. A*, **467** (2132), 2209 (2011). DOI: 10.1098/rspa.2010.0617
- [22] J.F. Waters, J. Kalow, H. Gao, P.R. Guduru. *J. Adhesion*, **88** (2), 134 (2012). DOI: 10.1080/00218464.2012.648061
- [23] J.F. Waters, H.J. Gao, P.R. Guduru. *J. Adhesion*, **87** (3), 194 (2011). DOI: 10.1080/00218464.2011.557325
- [24] I.A. Lyashenko, V.L. Popov. *AIP Conf. Proc.*, **2167** (1), 020201 (2019). DOI: 10.1063/1.5132068
- [25] Я.А. Ляшенко, В.Л. Попов. *ЖТФ*, **90** (10), 1769 (2020). DOI: 10.21883/JTF.2020.10.49812.57-20 [I.A. Lyashenko, V.L. Popov. *Tech. Phys.*, **65** (10), 1695 (2020). DOI: 10.1134/S1063784220100126]
- [26] I. Argatov. *Fact. Univ. Ser. Mech. Eng.*, **17** (2), 181 (2019). DOI: 10.22190/FUME190330024A
- [27] V.L. Popov, M. Heß, E. Willert. *Handbook of contact mechanics: exact solutions of axisymmetric contact problems* (Springer, Berlin, 2019). DOI: 10.1007/978-3-662-58709-6
- [28] M. Heß. *Über die exakte Abbildung ausgewählter dreidimensionaler Kontakte auf Systeme mit niedrigerer räumlicher Dimension* (Cuvillier Verlag, Berlin, 2011). ISBN: 978-3869558233

- [29] I.A. Lyashenko, Z.M. Liashenko. Ukr. J. Phys., **65** (3), 205 (2020). DOI: 10.15407/ujpe65.3.205
- [30] Z. Liu, H. Lu, Y. Zheng, D. Tao, Y. Meng, Y. Tian. Sci. Rep., **8**, 6147 (2018). DOI: 10.1038/s41598-018-24587-6
- [31] V.L. Popov. AIP Conf. Proc., **2167** (1), 020286 (2019). DOI: 10.1063/1.5132153
- [32] S. Dalvi, A. Gujrati, S.R. Khanal, L. Pastewka, A. Dhinojwala, T.D.B. Jacobs. Proc. Natl. Acad. Sci. USA, **116** (51), 25484 (2019). DOI: 10.1073/pnas.1913126116
- [33] Q. Li, R. Pohrt, V.L. Popov. Front. Mech. Eng., **5**, 7 (2019). DOI: 10.3389/fmech.2019.00007
- [34] H. Kesari, J.C. Doll, B.L. Pruitt, W. Cai, A.L. Lew. Philos. Mag. Lett., **90** (12), 891 (2010). DOI: 10.1080/09500839.2010.521204
- [35] Я.А. Ляшенко, В.Л. Попов. Письма в ЖТФ, **46** (21), 44 (2020). DOI: 10.21883/PJTF.2020.21.50197.18431 [I.A. Lyashenko, V.L. Popov. Tech. Phys. Lett., **46** (11), 1092 (2020). DOI: 10.1134/S1063785020110097]
- [36] Электронный ресурс. Режим доступа: <https://www.k-tanac.co.jp/crystalnone>
- [37] Q. Li, R. Pohrt, I.A. Lyashenko, V.L. Popov. P.I. Mech. Eng. J.-J. Eng., **234** (1), 73 (2020). DOI: 10.1177/1350650119854250
- [38] J.A. Greenwood. Tribol. Lett., **65**, 159 (2017). DOI: 10.1007/s11249-017-0938-1
- [39] I.A. Lyashenko, R. Pohrt. Front. Mech. Eng., **6**, 49 (2020). DOI: 10.3389/fmech.2020.00049
- [40] A. Papangelo. Facta Univ. Ser. Mech. Eng., **16**, 19 (2018). DOI: 10.22190/FUME180102008P
- [41] H. Hertz. J. für die reine Angew. Math., **92**, 156 (1882). DOI: 10.1515/crll.1882.92.156
- [42] В.Р. Регель, А.И. Слуцкер, Э.Е. Томашевский. *Кинетическая природа прочности твердых тел* (Наука, М., 1974)
- [43] В.А. Петров, А.Я. Башкарев, В.И. Веттегрень. *Физические основы прогнозирования долговечности конструкционных материалов* (Политехника, СПб., 1993)
- [44] V.L. Popov. Preprints, 2020030131 (2020). DOI: 10.20944/preprints202003.0131.v1
- [45] I. Argatov, M. Heß, V.L. Popov. ZAMM — J. Appl. Math. Mech., **98** (4), 622 (2018). DOI: 10.1002/zamm.201700213