15

# Моделирование процесса теплоотдачи сверхпроводящих пленок в резистивном состоянии

#### © М.А. Васютин, Н.Д. Кузьмичев, Д.А. Шилкин

Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, 430005 Саранск, Россия e-mail: vasyutinm@mail.ru

Поступило в Редакцию 28 мая 2020 г. В окончательной редакции 12 сентября 2020 г. Принято к публикации 13 сентября 2020 г.

Проведен анализ теплопереноса в системе контакты-пленка-подложка в условиях, когда отвод тепла от образца в подложку недостаточен для обеспечения отсутствия перегрева образца. Для низких температур предложен метод увеличения теплоотвода от тонкопленочных образцов при пропускании через них электрического тока большой плотности. В качестве основного фактора усиления теплоотвода использовано свойство аномально высокой теплопроводности меди при температурах от 5 до 50 К. Численно решено уравнение теплопроводности для системы пленка-подложка при условии дополнительной теплоотдачи в потенциальные контакты. Показано, что контакты из бериллиевой бронзы могут обеспечивать эффективный теплоотвод от образцов сверхпроводящих пленок, находящихся в резистивном состоянии, в условиях сильного джоулевого тепловыделения.

Ключевые слова: вольт-амперные характеристики, сверхпроводящие пленки, теплопроводность, бериллиевая бронза, неоднородное уравнение теплопроводности, 3-я краевая задача.

DOI: 10.21883/JTF.2021.03.50534.183-20

#### Введение

При проведении экспериментов по исследованию вольт-амперных характеристик (ВАХ) и других параметров образцов, связанных с пропусканием через них сильного тока, необходимым является выполнение условия достаточного теплоотвода. Особенно важно это тогда, когда изучаются сверхпроводящие пленки в резистивном состоянии, переходящие в нормальное состояние при перегреве. Условно образцы пленок можно разделить на две группы: нанометрового размера (вискеры, узкие каналы и т.п.) и микрометрового (широкие пленки, ленты и др.). Если образцы первого типа используются обычно в качестве детекторов [1,2], и уменьшение размеров здесь напрямую связано с увеличением чувствительности, то вторая группа часто применяется в сильноточной технике, где и необходимо учитывать нагревание токонесущих элементов. Применение широких и относительно толстых пленок возможно в сверхпроводящих магнитах и накопителях энергии, которые исследуются сейчас в качестве альтернативы аккумуляторам [3–5].

При изучении токонесущих свойств тонких пленок для формирования контактов используют напыление, ультразвуковую сварку и другие методы, сильно влияющие на образец. Его повторное исследование в других экспериментах после этого невозможно. Магнитные измерения лишь косвенно позволяют определять транспортные характеристики [6]. Комплексное изучение сильноточных характеристик образца неразрушающими методами можно обеспечить прижимными контактами. В этом случае материал контактов должен обладать не только хорошей электропроводностью, но и высокими характеристиками упругих свойств. В настоящей работе исследуются контакты из бериллиевой бронзы (BeCu).

## Физические свойства контактов. Оценка теплоотвода

Рассмотрим систему контакты-пленка-подложка--медная основа на примере сверхпроводящей пленки нитрида ниобия (NbN), напыленной на кварцевую подложку (рис. 1). Пленка нитрида ниобия обладает высоким удельным сопротивлением в нормальном состоянии. В качестве материала контактов используем бериллиевую бронзу толщиной 0.13 mm. Упругие свойства бериллиевой бронзы, в частности, предел усталости превосходят даже свойства пружинной стали, что вместе с высокой коррозионной стойкостью делает этот материал чрезвычайно подходящим для изготовления пружин и прижимных контактов [7]. Кроме этого, бериллиевая бронза обладает высокой электро- и теплопроводностью (содержит 98% меди), что особенно важно при проведении транспортных исследований.

Электропроводность бериллиевой бронзы составляет 30% от электропроводности меди [8], которая при температуре T = 14.5 К имеет значение  $\sigma = 7.143 \cdot 10^9$  S/m) [8]. Теплопроводность бериллиевой бронзы определяется формулой Смита и Палмера для сплава [9]:

$$\lambda = 2.392 \cdot 10^{-8} \sigma T + 7.539. \tag{1}$$



Рис. 1. Схематическое расположение пленки с контактами, подложки и медной основы.

Тогда, подставляя электропроводность бериллиевой бронзы  $\sigma_{BeCu}$  в формулу (1), получим для ее теплопроводности —  $\lambda_{BeCu} = 751$  W/(m·K).

При экспериментальном исследовании ВАХ пленки необходимо обеспечить хороший теплоотвод, чтобы ее нагрев не превышал нескольких десятых градуса. Для оценки повышения температуры  $\Delta T$  пленки при пропускании через нее одиночного импульса, представляющего собой линейно увеличивающийся от времени ток, будем считать, что все выделившееся в ней тепло Q<sub>1</sub> поглощается потенциальными контактами. Масса контактов mBeCu более чем на два порядка превышает массу пленки (исследуемые образцы имели длину l = 9 mm, ширину b = 5 mm, толщину d = 400 nm, температура перехода пленок в сверхпроводящее состояние Т<sub>с</sub> находилась в пределах 16.2-16.5 К, ширина перехода ~ 0.1 К.). Тогда  $\Delta T = Q_1 / (m_{\text{BeCu}} c_{\text{BeCu}}),$  $Q_1 = (1/3)R(I_{\text{max}})^2 t_0$ . Здесь  $R = 2.5 \Omega$  — сопротивление пленки в нормальном состоянии,  $I_{\text{max}} = 1.12 \text{ A}$  максимальное значение тока,  $t_0$  — длительность импульса тока,  $c_{\text{BeCu}} \approx 7.5 \text{ J/(kg·K)}$  — удельная теплоемкость ВеСи, близкая к теплоемкости меди при  $T = 20 \,\mathrm{K}$  [8],  $m_{\mathrm{BeCu}} = 40 \,\mathrm{mg}$ . Для  $t_0 = 25 \,\mu\mathrm{s}$  получим  $\Delta T = 0.09 \,\mathrm{K}.$ 

Оценим отношение мощностей  $P_1/P_2$  тепловыделения  $P_1 = (1/3)R(I_{\text{max}})^2$  и теплопоглощения  $P_2 = \lambda_{\text{BeCu}}(\partial T/\partial x)S$  ( $S = 0.1 \text{ cm}^2$  — площадь потенциальных контактов, составляющая около 20% площади пленки),  $\partial T/\partial x = 0.7 \text{ K/mm}$  — градиент температуры в потенциальных контактах при повышении температуры на  $\Delta T$  при толщине контактов  $\Delta x = 0.13$  mm. Тогда  $P_1/P_2 \approx 0.2$ . Высокая мощность теплопоглощения обусловлена увеличением теплопроводности меди более, чем на порядок при температурах от 5 до 50 K [8,9].

### 2. Моделирование процесса теплопереноса

Учитывая высокую теплопроводность контактов и еще более высокую теплопроводность медной основы, можно ограничиться анализом процесса нагрева пленки и подложки. Температуру контактов и медной основы будем считать постоянной и равной температуре, поддерживаемой в эксперименте.

Считая, что тепло равномерно распределяется по сечениям, параллельным поверхностям пленки и подложки, можно свести задачу к одномерному случаю. При этом изменение температуры будет происходить лишь по оси *x*.

Для нахождения распределения температуры в системе пленка-подложка при пропускании через пленку импульса тока используем неоднородное уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + f(x, t), \qquad (2)$$

где  $a^2 = \lambda / c_p \rho = 4.3 \cdot 10^{-2} \, \mathrm{cm}^2 / \mathrm{s}$  — коэффициент температуропроводности подложки,  $c_{\rm p} = 17 \, {\rm J/(kg \cdot K)}$  удельная теплоемкость подложки при 20 К [8],  $\rho = 2200 \, \mathrm{kg/m^3}$ плотность подложки,  $\lambda =$  $= 0.16 \, \text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ теплопроводность кварцевой подложки при 20 К, Т — температура пленки, t — время, х — координата с началом на внешней от подложки плоскости пленки, направленная перпендикулярно в сторону подложки (рис. 1).  $f(x, t) = P(x, t)/(c_{\text{NbN}} \cdot \rho_{\text{NbN}}),$ P(x, t) — объемная плотность мощности источника (пленки),  $c_{\rm NbN} = 17 \, {\rm J/(kg \cdot K)}$ тепла удельная \_\_\_\_ теплоемкость пленки при  $T = 13.5 \,\mathrm{K}$ (сумма решеточной и электронной теплоемкости),  $\rho_{\rm NbN} =$ = 8400 kg/m<sup>3</sup> — плотность пленки. Учитывая, что сила тока линейно возрастает за время  $t_0$  от 0 до  $I_{\text{max}}$ , величина P(x, t) определяется законом Джоуля–Ленца:

$$P(x, t) = \rho j_0^2 t^2$$
, если  $x \le d$  и  $t \le t_0$ .

Здесь  $\rho \approx 440 \mu \Omega \cdot \text{сm}$  — удельное сопротивление пленки в нормальном состоянии,  $j_0 = I_{\text{max}}/(dbt_0)$ .

Уравнение теплопроводности (2) можно решать численно без нахождения явной функции. Начальным условием для нашей задачи будет T(x, 0) = 13.5 К. Левое граничное условие (верхняя граница пленки) —  $\partial T(0, t)/\partial x = H[T(0, t) - 13.5$  К] (3-я краевая задача), правое граничное условие (нижняя граница подложки) — T(h+d, t) = 13.5 К (1-я краевая задача). Здесь h — толщина подложки ( $h \gg d$ ), а H — параметр, равный отношению теплоотдачи к теплопроводности материала ( $[H] = m^{-1}$ ). После неявной разностной аппроксимации уравнения (2) для решения полученной системы линейных уравнений с трехдиагональной матрицей применялся метод прогонки [10].

Параметр *H* был найден с помощью симметрии задачи. Для этого вначале находилось такое значение *H*, при котором максимум нагрева пленки приходился на ее середину ( $x = 0.2 \,\mu$ m). В этом случае теплоотдача верхней и нижней поверхностей пленки будет одинаковой. Так как теплопроводности подложки и контактов известны, то можно оценить требуемую H, учитывая, что площадь контактов составляет 20% площади пленки. Было получено  $H = 50 \,\mu$ m<sup>-1</sup>. Для этого значения параметра решения уравнения (2) представлены на рис. 2. Из рисунка видно, что температура пленки быстрее всего нарастает на ее нижнем крае (граничащем с подложкой). После прекращения подачи тока температура быстро спадает в пленке и подложке. Максимальный нагрев пленки имеет значение  $\Delta T \approx 0.2$  К.

На рис. 3 показана зависимость максимальной температуры локального нагрева  $\Delta T_{\rm max}$  от *H*. Максимальный нагрев пленки мало меняется для *H*, большей  $20\,\mu {\rm m}^{-1}$ , не опускаясь ниже 0.17 К (при приближении к первой краевой задаче). Таким образом, расчетное значение *H* взято с большим запасом, что доказывает возможность использования применяемого метода экспериментального исследования ВАХ.

Уравнение (2) можно решить и аналитически. Его решение для полубесконечной прямой  $(d \ll h)$  с теми же условиями имеет вид

$$T(x,t) = \int_0^t \int_0^d G(x,z,t-\tau)f(z,\tau)dzd\tau,$$

где  $G(x, z, t - \tau)$  — функция Грина для 3-й краевой задачи [11]. Нахождение функции T(x, t) производилось также численно. Полученные зависимости были аналогичны изображенным на рис. 2. При этом максимальное повышение температуры имело значение около 0.2 K, что совпадает с вышеприведенным результатом численного решения уравнения (2).



**Рис. 2.** Результаты расчета нагрева пленки NbN в зависимости от времени для разных  $x, \mu$ m: I = 0.01, 2 = 0.1, 3 = 0.4, 4 = 3.5, 5 = 8. На вставке приведены зависимости нагрева пленки от x для разных времен  $t, \mu$ s: I = 100, 2 = 200, 3 = 250, 4 = 252, 5 = 256.



**Рис. 3.** Зависимость температуры максимального локального нагрева пленки NbN от параметра *H*. На вставке показаны ВАХ пленки NbN при T = 13.5 K в магнитном поле с индукцией B = 6 T для разных  $t_0$  (1 - 250,  $2 - 25 \mu$ s).

#### 3. Эксперимент

ВАХ сверхпроводящих образцов нитрида ниобия измерялись четырехконтактным методом при температуре 13.5 К. Измерения проводились с помощью криомагнитной системы 8T CryoFree-404, позволяющей охлаждать образцы до 6 К в постоянном магнитном поле с индукцией до 8 Т. Поле было направлено перпендикулярно плоскости образцов. Температура измерялась с помощью датчика Cernox CX-1050 и контроллера LakeShore 335. Погрешность измерения температуры была меньше 0.01 К. Для формирования одиночного импульса через токовые контакты и регистрации отклика с потенциальных контактов использовались генератор АСК-4106 и осциллограф АСК-3107 с частотными полосами пропускания не ниже 100 MHz. Подробнее техника измерений и параметры пленок приведены в работе [12].

Для контроля перегрева образцов ток пропускался за разное время  $t_0$ : от 25 до 250  $\mu$ s. При этом ВАХ образцов совпадали в пределах ошибки измерений (вставка на рис. 3). Важно отметить, что если для оценки нагрева пленки применять элементарный расчет без учета теплоотвода в потенциальные контакты и подложку, то получается неверный результат — рост температуры на десятки градусов.

#### 4. Обсуждение

При моделировании процесса теплопереноса в системе пленка-подложка тепло, отводимое от пленки в потенциальные контакты, учитывалось значением параметра *H*, которое в данном случае определялось в том числе и толщиной пленки. Так как нагреванием контактов можно пренебречь, то моделирование распределения тепла в контактах является излишним.

Граничное условие при x = d в моделировании не учитывалось, так как коэффициент температуропроводности пленки близок по величине к коэффициенту температуропроводности подложки ( $a^2 \approx 4 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$ ). Уравнение теплопроводности содержит только один параметр — коэффициент температуропроводности.

Правое граничное условие (подложка-медная основа) является довольно "жестким", потому что медная основа, к которой крепилась подложка с пленкой, практически не нагревается в силу очень высокой теплопроводности меди при температуре эксперимента и массы, превышающей массу подложки на 3–4 порядка.

#### Заключение

Таким образом, в работе решено неоднородное уравнение теплопроводности для системы пленка-подложка с граничными условиями, учитывающими теплоотвод от пленки в контакты, подложку и медную основу (термостат). Показано, что применение контактов из бериллиевой бронзы позволяет проводить транспортные измерения с токами высокой плотности (10<sup>4</sup>-10<sup>5</sup> A/cm<sup>2</sup>) без значительного нагрева образцов.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### Список литературы

- F.W. Carter, T. Khaire, C. Chang, V. Novosad. Appl. Phys. Lett., 115 (9), 092602 (2019). https://doi.org/10.1063/1.5115276
- [2] Y. Ren, D. Zhang, K. Zhou, W. Miao, W. Zhang, S. Shi, V. Seleznev, I. Pentin, Y. Vakhtomin, K. Smirnov. AIP Advances. 9 (7), 075307 (2019). DOI: 10.1063/1.5090132
- [3] Y. Suzuki, N. Iguchi, K. Adachi, A. Ichiki, T. Hioki, C.-W. Hsu, R. Sato, S. Kumagai, M. Sasaki, J.-H. Noh, Y. Sakurahara, K. Okabe, O. Takai, H. Honma, H. Watanabe, H. Sakoda, H. Sasagawa, H. Doy, S. Zhou, H. Hori, S. Nishikawa, T. Nozaki, N. Sugimoto, T. Motohiro. J. Phys.: Conf. Series. 897 (Conf. 1), 012019 (2017). DOI:10.1088/1742-6596/897/1/012019
- [4] N. Sugimoto, N. Iguchi, Y. Kusano, T. Fukano, T. Hioki,
   A. Ichiki, T. Bessho, T. Motohiro. Supercond. Sci. Technol.,
   30 (1), 015014 (2016). DOI:10.1088/0953-2048/30/1/015014
- [5] N. Sugimoto, T. Motohiro. Vacuum, 93, 13 (2013). http://dx.doi.org/10.1016/j.vacuum.2012.12.002
- [6] Д.М. Гохфельд. ФТТ, 56 (12), 2298 (2014). https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/41115
  [D.M. Gokhfeld. Phys. Sol. St., 56 (12), 2380 (2014). https://link.springer.com/article/10.1134/S1063783414120129]
- [7] Справочник конструктора точных приборов. Под ред. И.Я. Левина. (ОБОРОНГИЗ, М., 1953), с. 552.
- [8] Таблицы физических величин. Справочник. Под ред. акад. И.К. Кикоина. (Атомиздат, М., 1976), 1008 с.

- [10] Л.И. Турчак, П.В. Плотников. Основы численных методов (Физматлит, М., 2005), с. 230.
- [11] Б.М. Будак, А.А. Самарский, А.Н. Тихонов. Сборник задач по математической физики (Наука, М., 1972)
- [12] М.А. Васютин, Н.Д. Кузьмичев, Д.А. Шилкин. ФТТ, 58 (2), 231 (2016). https://journals.ioffe.ru/articles/viewPDF/42701
   [М.А. Vasyutin, N.D. Kuz'michev, D.A. Shilkin. Phys. Sol. St., 58 (2), 236 (2016). DOI: 10.1134/S1063783416020311]