

03

## Влияние осаждения и коагуляции частиц на параметры текущих в трубе наноаэрозолей

© Т.Р. Аманбаев

Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауэзова,  
160012 Шымкент, Казахстан  
Институт математики и математического моделирования,  
050010 Алматы, Казахстан  
e-mail: tulegen\_amanbaev@mail.ru

Поступило в Редакцию 26 апреля 2020 г.

В окончательной редакции 6 сентября 2020 г.

Принято к публикации 25 сентября 2020 г.

Изучено влияние процессов осаждения и коагуляции частиц, обусловленных броуновской диффузией, на параметры аэрозолей, текущих в трубе. Задача рассмотрена в двумерной постановке с учетом неоднородного профиля скорости среды поперек трубы. При разных числах Кнудсена численным методом конечных разностей получены распределения концентрации и радиуса кластеров, сформированных из-за коагуляции частиц, в продольном и поперечном направлениях. Обнаружено, что, двигаясь по каналу, кластеры достигают конечного предельного размера. Обсуждено влияние определяющих параметров на распределение дисперсных характеристик смеси внутри трубы и на предельный размер кластеров.

**Ключевые слова:** броуновская диффузия, диффузионное осаждение, коагуляция, кластер, число Кнудсена.

DOI: 10.21883/JTF.2021.03.50515.146-20

### Введение

Когда мельчайшие (например, наноразмерные) частицы твердого или жидкого вещества движутся вместе с потоком газа через канал, вследствие броуновской диффузии они могут приблизиться к стенкам канала и прилипнуть к ним. Исходя из доли частиц, прошедших через канал, может быть определен броуновский коэффициент диффузии частиц и, следовательно, их размеры. Этот метод широко применяется для определения дисперсности аэрозолей и используется на практике достаточно давно [1–7]. Кроме того, процесс диффузионного осаждения частиц используется также при тонкой очистке от вредных аэрозольных частиц небольших объемов газа (в частности, при создании стерильных условий в медицинской и микробиологической промышленности, точном машиностроении и т. п.) [8]. Изучение течений аэрозолей в каналах имеет важное значение в медицинских приложениях (движение аэрозолей в дыхательных путях и т. п.) [9]. В последнее время возникла необходимость более детального исследования течений наноаэрозолей в связи с бурным развитием наноаэрозольных технологий, таких, как получение нанопорошков и наноаэрозолей с заданными характеристиками, нанесение заданной толщины специальных покрытий из наночастиц, получение высококачественных оптических волокон и т. п. [10,11].

Течение аэрозолей зачастую может сопровождаться коагуляцией частиц [3,12–17], что приводит к росту размеров частиц, и, как следствие, сказывается на их подвижности. Оценки показывают, что при достаточной концентрации частиц процесс коагуляции сильно влияет на размеры кластеров и его надлежит учитывать

при анализе дисперсного состава аэрозолей, текущих в каналах. Между тем совместное влияние процессов броуновского осаждения и коагуляции на параметры дисперсной смеси, текущей в трубе, практически не изучено. Отметим работу [13], где наряду с осаждением и коагуляцией учитывается еще термофорез, связанный с наличием градиента температуры газа. При этом изменение размеров частиц, обусловленное их коагуляцией, в [13] не анализируется.

Цель настоящей работы — изучение влияния процессов диффузионного осаждения частиц на стенки трубы и их коагуляции на дисперсные характеристики потока аэрозолей в трубе.

В настоящей работе под термином „частица“ подразумевается как собственно твердая частица, так и жидкая капля. Наряду с термином „частица“ применительно к твердым частицам используется также термин „кластер“.

### 1. Основные допущения и постановка задачи

#### 1.1. Основные допущения

Рассматривается стационарное движение смеси газа с мелкими (радиусом  $\lesssim 100$  nm) частицами в трубе. Предполагается, что процессы коагуляции частиц и их осаждения на стенки канала происходят за счет броуновской диффузии. В качестве характерного размера кластера, появляющегося из-за коагуляции частиц, берется радиус шара, объем которого равен объему кластера. Считается, что смесь локально-монодисперсна (в каждом

элементарном объеме имеются частицы только одного размера). Радиус трубы намного больше средней длины свободного пробега молекулы газа и радиуса частиц, но значительно меньше длины трубы.

Течение в трубе происходит при небольших числах Рейнольдса, так что течение среды можно считать ламинарным с параболическим профилем скорости поперек трубы. Оценки показали, что влиянием поперечной силы Сэфмана, появляющейся в таких сдвиговых потоках, в рассматриваемых условиях можно пренебречь. Полагается, что межфазное скольжение отсутствует. Данное предположение обосновывается тем, что при радиусах частиц 1–100 nm характерное время выравнивания скоростей фаз в стоксовом режиме с учетом поправки Каннингема–Милликена (учитывающего изменение условий обтекания малых частиц) [12] составляет порядка  $10^{-8}$ – $10^{-6}$  s, что намного меньше времени пребывания смеси в трубе. В предельном случае отсутствия межфазного скольжения поперечная сила в сдвиговых потоках равна нулю независимо от профиля скорости и наличия стенок [18]. Процесс гравитационной седиментации дисперсных частиц из-за малости их размеров не учитывается. Задача рассматривается в двумерной постановке с осевой симметрией. Диффузией частиц в осевом направлении трубы, ввиду преобладания в этом направлении конвективного движения, пренебрегается.

## 1.2. Постановка задачи

Уравнения сохранения числа частиц и их объемного содержания для двумерного, с осевой симметрией, стационарного движения аэрозолей в цилиндрической системе координат в рамках принятых допущений имеют вид (уравнения конвективной диффузии):

$$2U \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\partial n}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rD \frac{\partial n}{\partial r} \right) - J, \quad (1)$$

$$2U \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( rD \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$\alpha = \alpha^0 n, \quad \alpha^0 = \frac{4}{3} \pi a^3, \quad (3)$$

где  $n$ ,  $\alpha$  — концентрация частиц и их объемная доля, которые связаны между собой соотношениями (3),  $a$ ,  $\alpha^0$  — радиус и объем частицы (кластера),  $x$ ,  $r$  — продольная и поперечная координаты,  $R$  — радиус трубы,  $D$  — коэффициент диффузии частиц,  $J$  — интенсивность коагуляции частиц. Множитель  $2U(1 - r^2/R^2)$  перед производными по  $x$  представляет пуазейловский (параболический) профиль скорости ( $U$  — средняя по поперечному сечению скорость). Следует отметить, что в уравнении для объемной доли частиц (2) отсутствует член, ответственный за коагуляцию, так как очевидно, что коагуляция частиц никак не влияет на объемное содержание дисперсного компонента. При известных значениях  $n$  и  $\alpha$  соотношения (3) позволяют находить радиус кластера.

В случае отсутствия коагуляции ( $J = 0$ ) уравнения (1) и (2) оказываются эквивалентными. В уравнениях (1), (2) коэффициент диффузии  $D$  зависит, вообще говоря, от радиуса кластера  $a$ , а также от других параметров, см. ниже. В общем случае, в частности, при наличии коагуляции величины  $a$ , а потому и  $D$  не постоянны во всем объеме смеси, так что параметр  $D$  не может быть вынесен из-под знака производной.

Поставим граничные условия: на оси трубы примем условие симметрии течения, на стенках канала — условие равенства нулю концентрации и объемного содержания частиц (условие исчезновения частиц), а на границе  $x = 0$  примем условия во входном сечении трубы:

$$\frac{\partial n}{\partial r}(0, x) = 0, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial r}(0, x) = 0, \quad (4)$$

$$n(R, x) = 0, \quad \alpha(R, x) = 0, \quad n(r, 0) = n_0, \quad \alpha(r, 0) = \alpha_0.$$

Здесь  $n_0$ ,  $\alpha_0$  — концентрация и объемная доля частиц во входном сечении трубы.

Учитывая принятые допущения о монодисперсности смеси и о том, что коагуляция частиц происходит в результате их броуновской диффузии, выражение для  $J$  в первом приближении запишем в форме [3,11,12]:

$$J = \frac{K}{2} n^2, \quad (5)$$

где  $K$  — так называемая константа (или коэффициент) коагуляции.

## 1.3. Коэффициенты диффузии и коагуляции

Для коэффициента диффузии  $D$  имеем формулу Эйнштейна (с поправочным коэффициентом  $C$ ) [12]:

$$D = \frac{k_B T}{6\pi\mu a} C, \quad (6)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $\mu$ ,  $T$  — вязкость и температура несущей среды. Поправочный коэффициент  $C$  учитывает переход от сплошного режима течения вокруг частицы к свободно-молекулярному и зависит от числа Кнудсена  $\text{Kn}$ , увеличиваясь с ростом  $\text{Kn}$ . Для  $C$  имеется следующее выражение, найденное в [19] теоретически (на основе приближенного решения уравнения Больцмана):

$$C = \frac{15 + 12c_1 \text{Kn} + 9(c_1^2 + 1)\text{Kn}^2 + 18c_2(c_1^2 + 2)\text{Kn}^3}{15 - 3c_1 \text{Kn} + c_2(8 + \pi\sigma)(c_1^2 + 2)\text{Kn}^2},$$

$$c_1 = \frac{2 - \sigma}{\sigma}, \quad c_2 = \frac{1}{2 - \sigma}, \quad \text{Kn} = \frac{\lambda}{a}.$$

Здесь  $\lambda$  — средняя длина свободного пробега молекулы газа. Параметр  $\sigma$  принимает значения от 0.79 до 1.0 [19]. Данная формула описывает величину  $C$  во всем диапазоне изменения числа  $\text{Kn}$ , включая как предельные ситуации малых и больших значений  $\text{Kn}$ , соответствующие сплошному ( $\text{Kn} \ll 1$ ) и свободно-молекулярному

( $\text{Kn} \gg 1$ ) режимам, так и промежуточных значений числа  $\text{Kn}$  ( $\text{Kn} \sim 1$ ). Необходимо отметить, что представленное выше соотношение для  $C$  хорошо согласуется с поправочным коэффициентом в форме Каннингема–Милликена [20]. Следуя [20], положим  $\sigma = 1$ , тогда формула для  $C$  примет более простой вид

$$C = \frac{5 + 4\text{Kn} + 6\text{Kn}^2 + 18\text{Kn}^3}{5 - \text{Kn} + (8 + \pi)\text{Kn}^2}. \quad (7)$$

В таком виде поправочный коэффициент  $C$  используется в [14]. Заметим, что имеются также и другие соотношения для  $C$  [21,22], которые примерно одинаково описывают зависимость поправочного коэффициента  $C$  от числа Кнудсена.

Коэффициент коагуляции зависит от режима обтекания частицы, и в предельных случаях сплошного и свободно-молекулярного режимов выражается известными формулами [13,20]. В промежуточном режиме можно воспользоваться известным подходом Фукса, приводящим к приближенной зависимости коэффициента коагуляции от размера частиц и других параметров дисперсной смеси — вязкости и температуры газа, плотности частиц и т.п. [3], которая часто применяется для исследования процесса коагуляции в дисперсных системах [14,23]

$$K = 16\pi a D \left( \frac{a}{2a + \sqrt{2}g} + \frac{\sqrt{2}D}{ca} \right)^{-1}, \quad (8)$$

$$g = \frac{1}{6al} [(2a + l)^3 - (4a^2 + l^2)^{3/2}] - 2a,$$

$$l = \frac{8D}{\pi c}, \quad c = \left( \frac{8k_B T}{\pi \rho_p^0 \alpha^0} \right)^{1/2}, \quad \alpha^0 = \frac{4}{3} \pi a^3.$$

Здесь  $l, c$  — „кажущаяся“ средняя длина свободного пути частиц и их средняя скорость [3],  $\rho_p^0$  — плотность вещества частиц. Как отмечено в [23], имеется достаточное количество экспериментальных и теоретических исследований по измерению и расчету коэффициента коагуляции в переходном режиме [24–27], результаты которых удовлетворительно согласуются с формулой (8).

Таким образом, уравнения (1)–(3) с граничными условиями (4) и соотношения (5)–(8) составляют полную систему, описывающую поведение дисперсных параметров аэрозолей, движущихся в трубе при наличии процессов осаждения и коагуляции частиц.

## 2. Безразмерные переменные и определяющие параметры

Введем безразмерные переменные:

$$\xi = \frac{x D_\lambda}{2UR^2}, \quad \bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{n} = \frac{n}{n_0}, \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_0},$$

$$\bar{a} = \frac{a}{a_0} = \left( \frac{\bar{\alpha}}{\bar{n}} \right)^{1/3}, \quad D_\lambda = \frac{k_B T}{6\pi\mu\lambda}.$$

Параметр  $D_\lambda$  можно трактовать как коэффициент диффузии частицы, радиус которой равен средней длине свободного пробега молекулы окружающей газовой среды.

Анализ безразмерных уравнений показал, что дисперсный состав движущихся в трубе аэрозолей при наличии процессов осаждения и коагуляции частиц определяется тремя безразмерными критериями:

$$\text{Kn}_0 = \frac{\lambda}{a_0}, \quad \Phi = \pi R^2 \lambda n_0, \quad B = \mu \left( \frac{\lambda}{k_B T \rho_p^0} \right)^{1/2}.$$

Параметр  $\text{Kn}_0$  при фиксированном  $\lambda$  фактически устанавливает начальный размер частиц (критерий Кнудсена часто применяют для классификации частиц по размерам [10]). Параметр  $\Phi$  представляет собой число частиц в цилиндрической трубе с радиусом основания  $R$  и высотой  $\lambda$  и отвечает за интенсивность процесса коагуляции. При фиксированных  $\lambda$  и  $R$  задание значения  $\Phi$  равносильно заданию начальной концентрации частиц  $n_0$ . Оценки показали, что для смеси воздуха с характерными значениями физико-химических параметров  $\mu \sim 10^{-5} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ,  $\lambda \sim 0.1 \mu\text{m}$ ,  $T \sim 10^2 \text{ K}$ ,  $k_B \sim 10^{-23} \text{ J/K}$  и частиц плотностью  $\rho_p^0 \sim 10^3 \text{ kg/m}^3$  критерий  $B \sim 1$ .

Важно отметить, что при отсутствии коагуляции течение смеси в трубе в рамках принятого здесь способа обезразмеривания характеризуется единственным критерием — числом Кнудсена  $\text{Kn}_0$ .

Таким образом, основными определяющими параметрами поставленной задачи являются два параметра —  $\text{Kn}_0$  и  $\Phi$ , которые характеризуются при фиксированных  $\lambda$  и  $R$  соответственно начальным радиусом частиц и их концентрацией.

Далее для удобства верхнюю черту у безразмерных переменных опускаем.

## 3. Осредненные по поперечному сечению трубы характеристики потока

Одними из важных характеристик потока смеси являются осредненные по поперечному сечению трубы концентрация частиц  $N$ , их объемная доля  $A$  и радиус  $A$  (здесь и далее следует отличать латинскую  $A$  от греческой  $A$ ). Средняя концентрация определяется из условия равенства расходов числа частиц:

$$\int_0^1 2\pi r u(r, \xi) n(r, \xi) dr = N(\xi) \int_0^1 2\pi r u(r, \xi) dr,$$

где  $u$  — безразмерная (отнесенная к средней скорости  $U$ ) скорость потока в трубе, которая в рассматриваемом здесь случае равна  $u = 2(1 - r^2)$  (пуазейловский

профиль скорости). Таким образом, для средней по сечению трубы концентрации имеем:

$$N(\xi) = \frac{\int_0^1 r(1-r^2)n(r, \xi)dr}{\int_0^1 r(1-r^2)dr} = 4 \int_0^1 r(1-r^2)n(r, \xi)dr.$$

Аналогично определяется средняя по поперечному сечению объемная доля частиц:

$$A(\xi) = \frac{\int_0^1 r(1-r^2)\alpha(r, \xi)dr}{\int_0^1 r(1-r^2)dr} = 4 \int_0^1 r(1-r^2)\alpha(r, \xi)dr.$$

Средний радиус частиц по поперечному сечению рассчитывается по формуле

$$A = \left(\frac{A}{N}\right)^{1/3}.$$

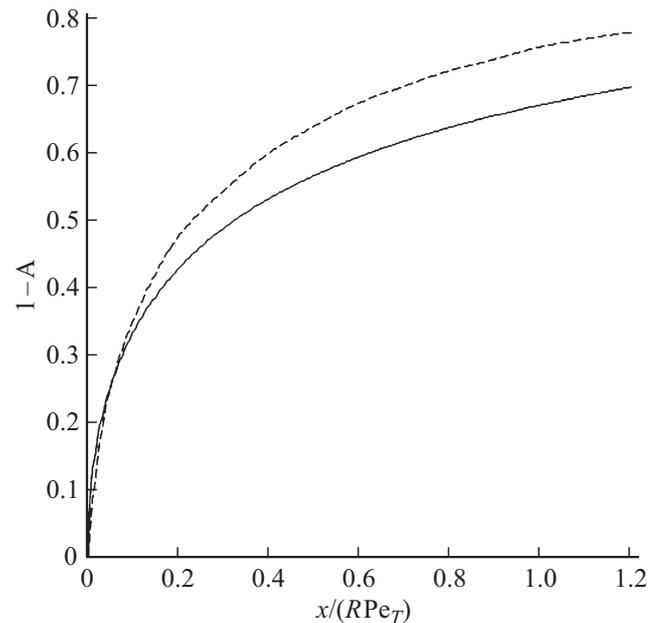
Далее под терминами „средняя концентрация“ и „средний радиус“ будем подразумевать осредненные по сечению трубы значения концентрации и радиуса кластеров соответственно.

#### 4. Результаты расчетов

Ниже обсуждаются некоторые результаты расчетов, полученные численным интегрированием конечно-разностным методом [28] системы дифференциальных уравнений (1), (2) с граничными условиями (4) (после раскрытия производной по радиальной координате и приведения системы к безразмерной форме). Размеры шагов по осевой и радиальной координатам выбирались такими, чтобы выполнялся устойчивый счет.

Распределение вдоль трубы средней концентрации  $N$  при отсутствии коагуляции, полученное здесь расчетным путем, сравнивалось с известным приближенно-аналитическим решением Гормлея–Кеннеди [2]. Сравнение показало почти полное их совпадение, что подтверждает корректность счета конечно-разностным методом.

Имеет смысл сравнить результаты вычислений с расчетными данными, приведенными в [13], где наряду с осаждением и коагуляцией учитывается еще термофорез в сильно нагретой смеси кислорода с кремниевыми частицами в трубе, с пуазейловским распределением скорости аэрозолей. Из-за отрицательного поперечного градиента температуры термофорез приводил к дополнительному перемещению частиц в сторону стенки канала и тем самым усиливал эффект осаждения частиц на стенки канала. Для коэффициента коагуляции в промежуточном режиме (когда  $Kn_0 \sim 1$ ) в [13] используется гармоническое среднее между значениями коэффициента в предельных сплошном и свободно-молекулярном

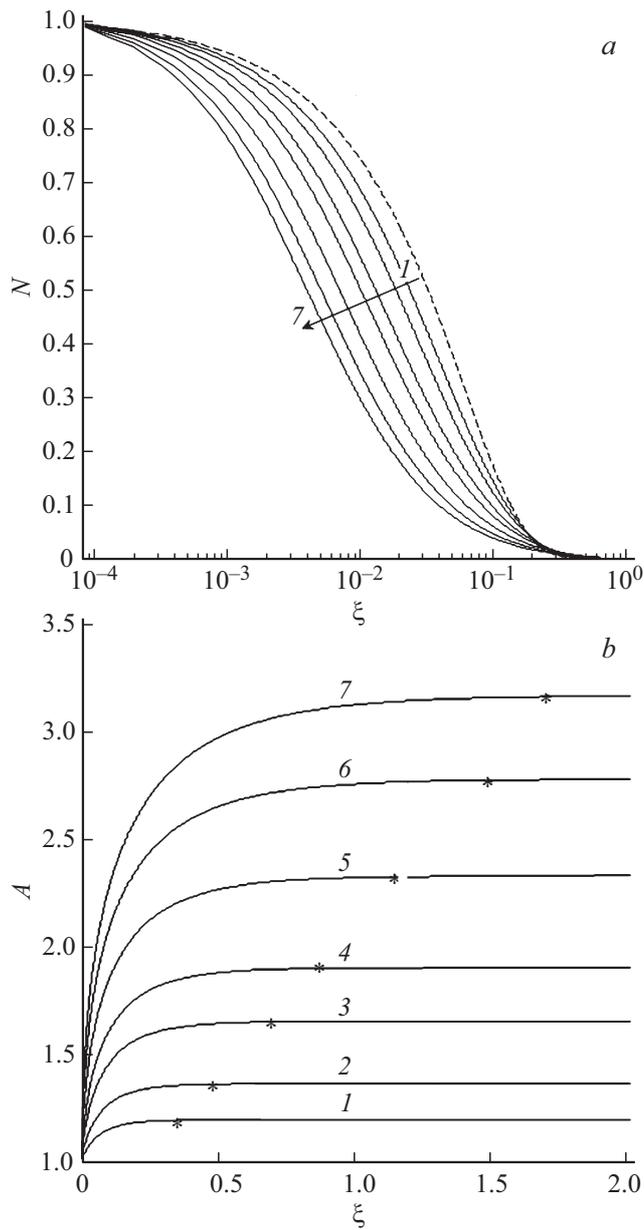


**Рис. 1.** Эффективность осаждения частиц диаметром 1 nm и концентрацией  $n_0 = 10^{16} \text{ 1/m}^3$  вдоль трубы радиусом 0.01 m: сплошная кривая — результаты расчетов, полученные в настоящей работе, штриховая — данные [13] ( $Pe_T$  — температурное число Пекле, равно 42.6).

режимах. На рис. 1 сравниваются результаты расчетов эффективности осаждения  $(1 - A)$  частиц, полученные в настоящей работе и в [13]. Сравнение показывает, что они отличаются друг от друга не очень сильно, причем величина эффективности осаждения из [13] в подавляющей части интервала изменения безразмерной координаты несколько превышает данные настоящей работы, что объясняется, в частности, влиянием термофореза частиц, учитываемого в [13].

Далее проанализируем результаты расчетов, полученные при различных значениях основных определяющих параметров. На рис. 2, 3 продемонстрированы характеры изменения средних по поперечному сечению концентрации  $N$  (рис. 2, a, 3, a) и размера кластеров  $A$  (рис. 2, b, 3, b) вдоль трубы для фиксированных значений числа Кнудсена  $Kn_0 = 1; 10$  (в частности, для воздуха при нормальных условиях эти значения соответствуют радиусам частиц 70 и 7 nm) и разных значений параметра  $\Phi$ . Для сравнения штриховыми кривыми показаны распределения параметров при отсутствии коагуляции. Видно, что при наличии коагуляции концентрация частиц уменьшается быстрее, чем при его отсутствии (за исключением небольшой зоны, соответствующей малым  $N \ll 1$ ). С ростом параметра  $\Phi$  средняя концентрация частиц уменьшается, что связано с усилением влияния процесса коагуляции.

По мере движения смеси вдоль трубы кластеры достигают некоторого предельного размера  $A_*$  на определенном расстоянии от входа  $\xi_*$ . Связано это с тем, что



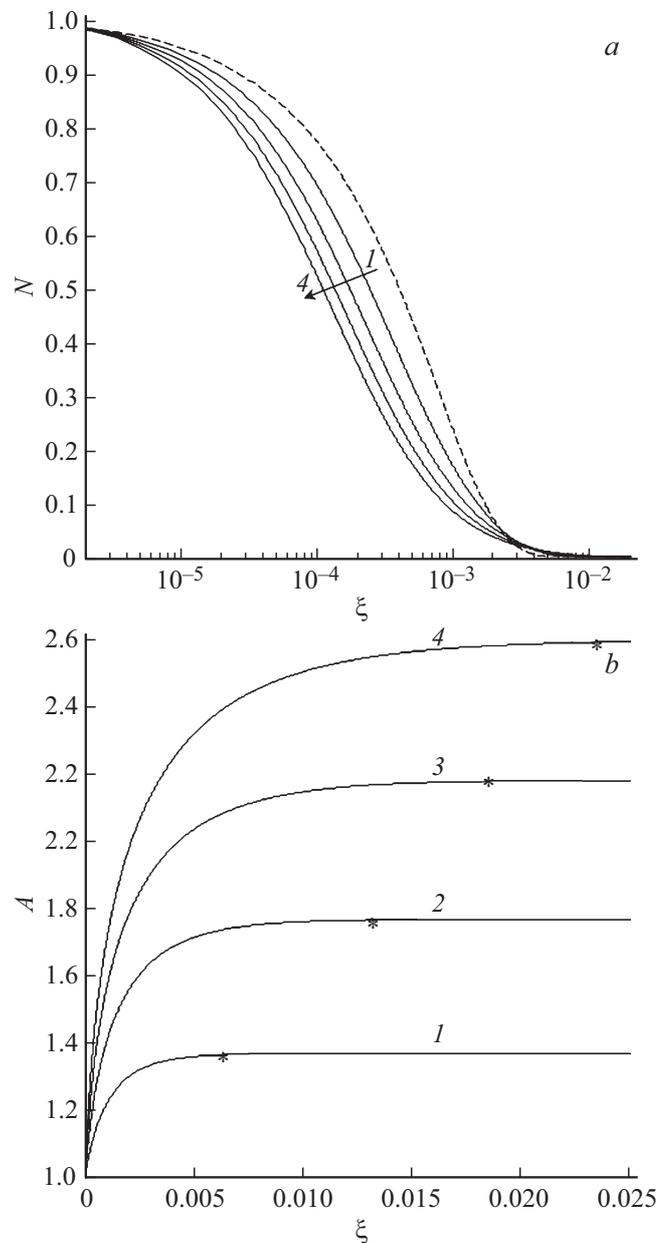
**Рис. 2.** Распределения безразмерных осредненных по сечению трубы концентрации (a) и радиуса (b) кластеров вдоль трубы при  $Kn_0 = 1$  и разных значениях параметра  $\Phi = 0.5$  (кривая 1), 1 (2), 2 (3), 3 (4), 5 (5), 7.5 (6), 10 (7). Штриховая кривая — отсутствие коагуляции.

процесс осаждения частиц лимитирует рост кластеров из-за коагуляции, уменьшая их концентрацию и объем в смеси, причем увеличение параметра  $\Phi$  приводит к росту предельного размера кластеров. Для наглядности символом „\*“ на графиках показано приблизительное положение характерной точки  $\xi_*$ , где кластер достигает предельного размера  $A_*$ . Видно, что расстояние  $\xi_*$  с ростом  $\Phi$  существенно увеличивается.

Сравнивая рис. 2, 3 между собой, можно отметить, что с увеличением числа Кнудсена эффект коагуляции проявляется при больших значениях  $\Phi$ , при этом про-

цессы осаждения и коагуляции происходят значительно быстрее (об этом, в частности, свидетельствует заметное сокращение характерного расстояния  $\xi_*$ ). Последнее вполне объяснимо, так как с ростом числа Кнудсена увеличивается коэффициент диффузии, который ответствен за интенсивность процессов осаждения и коагуляции.

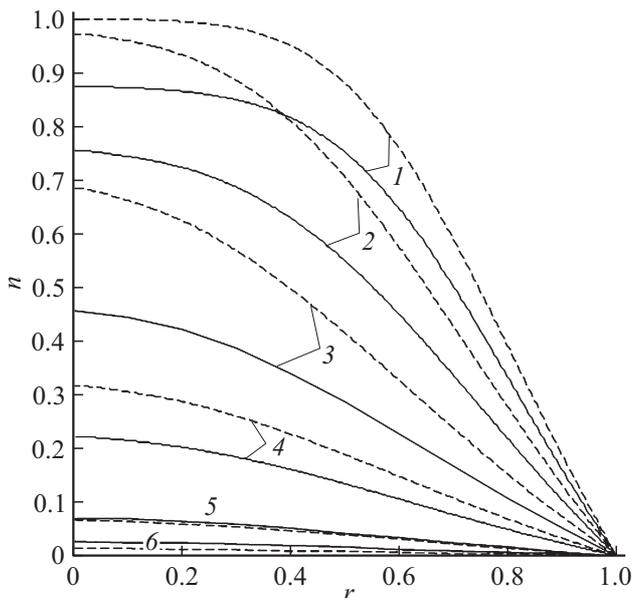
На рис. 4 показаны характерные распределения безразмерной концентрации частиц в радиальном направлении в разных поперечных сечениях канала. Для сравнения штриховыми кривыми представлены распределения концентрации при отсутствии процесса коагуляции. Видно, что по мере отдаления от входа неоднород-



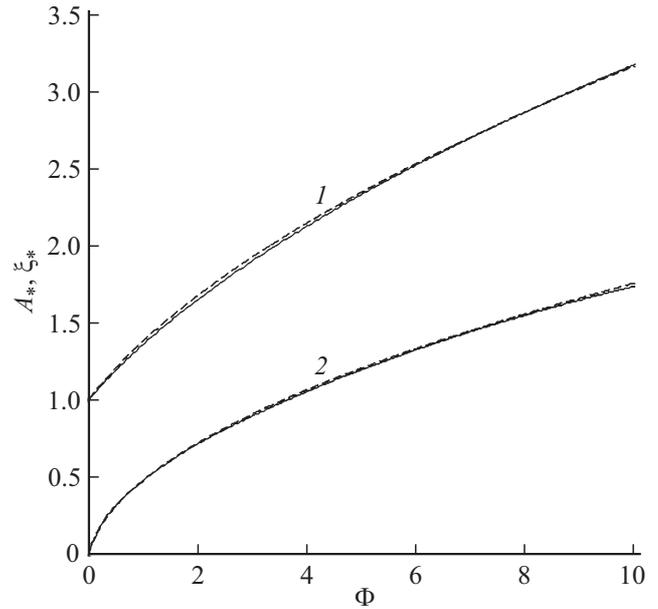
**Рис. 3.** То же, что на рис. 2, но при  $Kn_0 = 10$ :  $\Phi = 50$  (кривая 1), 100 (2), 150 (3), 200 (4). Штриховая кривая — отсутствие коагуляции.

ность распределения концентрации постепенно спадает. Концентрация частиц в сечениях недалеко от входа при наличии коагуляции меньше, чем при его отсутствии, что объясняется уменьшением концентрации из-за коагуляции. Однако по мере удаления от входа трубы различие между распределениями концентрации при наличии и в отсутствие коагуляции, постепенно уменьшаясь, исчезает, и далее наступает ситуация, когда концентрация частиц при наличии коагуляции становится даже больше, чем при ее отсутствии (кривые 5, 6, отвечающие распределениям концентрации в сечениях с безразмерными координатами  $\xi = 0.2$  и  $0.3$ ). Такое поведение концентрации обусловлено уменьшением подвижности кластеров в броуновском движении из-за их укрупнения за счет коагуляции и наглядно демонстрирует влияние изменения размеров кластеров при коагуляции на интенсивность броуновской диффузии. Этим же обстоятельством объясняется отмеченная выше особенность поведения средней концентрации  $N$  при наличии и в отсутствие коагуляции в области малых значений  $N$  (рис. 2, а, 3, а), где кривые распределения  $N$ , несмотря на наличие коагуляции (сплошные кривые), проходят выше, чем в случае ее отсутствия (штриховая линия).

Расчеты показали, что распределения размеров кластеров в радиальном направлении практически однородны, так что радиус кластеров можно считать функцией, зависящей только от одной переменной, а именно от продольной координаты  $\xi$ . Это означает, что коэффициент броуновской диффузии  $D$  в уравнениях (1), (2) вполне можно выносить за знак производной по  $r$ . При этом уравнение (2) можно решить с помощью



**Рис. 4.** Распределения безразмерной концентрации частиц в радиальном направлении на разных поперечных сечениях при  $Kn_0 = 1$ ,  $\Phi = 1$ : 1 —  $\xi = 0.01$ , 2 —  $0.02$ , 3 —  $0.05$ , 4 —  $0.1$ , 5 —  $0.2$ , 6 —  $0.3$ . Штриховая кривая — отсутствие коагуляции.



**Рис. 5.** Зависимости предельного радиуса  $A_*$  (кривая 1) и характерной координаты  $\xi_*$  (2) от параметра  $\Phi$  при  $Kn_0 = 1$ . Штриховые кривые — аппроксимационные формулы (9).

подхода, примененного в [2] для уравнения (1) при отсутствии коагуляции ( $J = 0$ ), и получить приближенно-аналитическое решение отдельно для  $\alpha$  (аналогичное установленному в [2] решению для  $n$ ).

Зависимости предельного радиуса кластеров  $A_*$  и характерной безразмерной координаты  $\xi_*$  от параметра  $\Phi$  при числе Кнудсена  $Kn_0 = 1$  подробно проиллюстрированы на рис. 5. Для небольших значений  $\Phi$  величина  $\xi_*$  с ростом  $\Phi$  резко увеличивается, затем растет плавно. Полученные расчетные зависимости величин  $A_*$  и  $\xi_*$  от  $\Phi$  достаточно хорошо аппроксимируются следующими функциями:

$$A_* = \sqrt{1 + \frac{\pi}{3.5} \Phi}, \quad \xi_* = 0.13(\sqrt{1 + 21\Phi} - 1), \quad (9)$$

графики которых на рис. 5 показаны штриховыми кривыми.

### Заключение

Построена замкнутая система уравнений, описывающая изменение параметров дисперсной смеси (включая размеры кластеров), движущейся в трубе при наличии процессов осаждения и коагуляции частиц. Установлены основные определяющие критерии рассматриваемой задачи. Расчетным путем получены распределения концентрации и радиуса кластеров в осевом и радиальном направлениях при разных значениях числа Кнудсена. Показано, что процесс коагуляции частиц вносит существенный вклад на распределение характеристик потока в трубе. В частности, совместное влияние коагуляции и

осаждения приводит к тому, что радиус кластеров по мере движения вдоль канала стремится к некоторому предельному значению, зависящему от определяющих параметров смеси. Обнаружено, что с увеличением числа Кнудсена характерное расстояние, на котором достигается предельный размер кластеров, сокращается, тогда как с ростом начальной концентрации частиц предельный радиус кластеров и указанное характерное расстояние увеличиваются. Установлено, что в рассматриваемых диапазонах изменения определяющих параметров распределение радиусов кластеров в радиальном направлении практически однородное. Построены аппроксимационные формулы, которые с большой точностью описывают поведение зависимостей упомянутых величин от определяющих параметров.

Полученные результаты позволяют, в частности, оценить оптимальные размеры трубы, при которых процессы осаждения и коагуляции частиц полностью завершаются.

#### Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № BR05236656).

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### Список литературы

- [1] J. Townsend. *Phil. Trans.*, **193**, 129 (1900).
- [2] P. Gormley, M. Kennedy. *Proc. Roy. Irish Acad.*, **52A**, 163 (1949).
- [3] Н.А. Фукс. *Механика аэрозолей* (Изд. АН СССР, М., 1955) [N.A. Fuchs. *The Mechanics of Aerosols* (Dover, NY, 1989).]
- [4] Н.А. Фукс, А.Г. Сутугин. *Успехи химии*, **11**, 1965 (1968).
- [5] C.N. Davies. *J. Aerosol Sci.*, **4** (4), 317 (1973).
- [6] E.O. Knutson. *Aerosol Science and Technology*, **31** (2–3), 83 (1999).
- [7] Ю.Н. Самсонов. *Коллоид журнал*, **75** (6), 771 (2013). [Y.N. Samsonov. *Colloid J.*, **75** (6), 706 (2013).]
- [8] Е.Р. Шукин, Н.В. Малай, З.Л. Шулиманова. *Науч. ведомости БелГУ. Сер. Матем., Физ.*, **26**, 83 (2013).
- [9] B. Asgharian, F.J. Miller, O. Price, J.D. Schroeter, D.R. Einstein, R.A. Corley, T. Bentley. *J. Aerosol Sci.*, **99**, 107 (2016). DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jaerosci.2016.01.016>
- [10] Н.В. Малай, Е.Р. Шукин. *ЖТФ*, **89** (4), 500 (2019). [N.V. Malai, E.R. Shchukin. *Tech. Phys.*, **64** (4) 458 (2019).]
- [11] В.И. Анিকেев, Д.А. Степанов, А. Ермакова. *Теоретические основы химической технологии*, **45** (2), 155 (2011). [V.I. Anikeev, D.A. Stepanov, A. Ermakova. *Theor. Foundations Chem. Engineer.*, **45** (2), 141 (2011).]
- [12] П. Райст. *Аэрозоли. Введение в теорию* (Мир, М., 1987). [P. Reist. *Introduction to Aerosol Science* (A Division of Macmillan, NY, 1984).]
- [13] S.E. Pratsinis, K.-S. Kim. *J. Aerosol Sci.*, **20** (1), 101 (1989).
- [14] F.E. Kruijs, K.A. Kusters, S.E. Pratsinis, B. Scarlett. *Aerosol Science and Technology*, **19** (4), 514 (1993). DOI: 10.1080/02786829308959656
- [15] М.В. Тимофеева. *ЖТФ*, **89** (4), 491 (2019). [M.V. Timofeeva. *Tech. Phys.*, **64** (4), 449 (2019).]
- [16] S.H. Park, S.N. Rogak. *Aerosol Science and Technology*, **37** (12), 947 (2003).
- [17] C.N. Davies. *J. Aerosol Sci.*, **10** (2), 151 (1979).
- [18] Е.С. Асмолов. *Поперечная миграция малых частиц в сдвиговых и нестационарных потоках. Автореферат* (МГУ им. М.В. Ломоносова, М., 2015), 35 с.
- [19] W.F. Phillips. *Phys. Fluids*, **18** (9), 1089 (1975).
- [20] A.A. Lushnikov. *Introduction to Aerosols. Chapt. 1 in Aerosols — Science and Technology* (Wiley-VCH Verlag GmbH&Co, KGaA, Weinheim, 2010)
- [21] N.A. Fuchs, I.V. Stechkina. *Trans. Faraday Soc.*, **58**, 1949 (1962).
- [22] R.A. Gussman. *J. Applied Meteorology*, **8**, 999 (1969).
- [23] W.W. Szymanski, A. Majerowicz, P.E. Wagner. *Aerosol Science and Technology*, **11** (1), 1 (1989).
- [24] P.E. Wagner, M. Kerker. *J. Chem. Phys.*, **66**, 638 (1977).
- [25] S.K. Loyalka. *J. Colloid Interface Sci.*, **57** (3), 578 (1976).
- [26] M. Sitarski, J.H. Seinfeld. *J. Colloid Interface Sci.*, **61** (2), 261 (1977).
- [27] B. Nowakowski, M. Sitarski. *J. Colloid Interface Sci.*, **83** (2), 614 (1981).
- [28] В.М. Пасконов, В.И. Полежаев, Л.А. Чудов. *Численное моделирование процессов тепло- и массообмена* (Наука, М., 1984)