11,05

Квазиодномерные модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле“: фаза Имри–Ма в пространствах размерности, большей нижней критической

© А.А. Берзин[1], А.И. Морозов[2], А.С. Сигов[1]

[1] МИРЭА — Российский технологический университет,
Москва, Россия
[2] Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
Долгопрудный, Московская обл., Россия
E-mail: assigov@yandex.ru

Поступила в Редакцию 11 сентября 2020 г.
В окончательной редакции 11 сентября 2020 г.
Принята к публикации 13 сентября 2020 г.

Исследована фазовая диаграмма „температура–концентрация дефектов“ квазиодномерных моделей Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле“. Изучено противоборство тенденции к возникновению дальнего порядка вследствие слабого взаимодействия между одномерными спиновыми цепочками и тенденции к образованию фазы Имри–Ма, в которой параметр порядка следует за флуктуациями случайного поля, созданного дефектами. Показана возможность возникновения фазы Имри–Ма в ситуации, когда размерность пространства превосходит нижнюю критическую размерность. Рассмотрен вопрос о наличии дальнего порядка в модели Изинга со случайными полями в пространстве с критической размерностью $d_l = 2$.

Ключевые слова: дефекты типа „случайное локальное поле“, квазиодномерная модель Изинга, фазовая диаграмма, фаза Имри–Ма.

DOI: 10.21883/FTT.2021.01.50411.195

1. Введение

При температуре, отличной от абсолютного нуля, дальний порядок в цепочке изинговских спинов отсутствует. С понижением температуры в бездефектной системе одномерный радиус корреляции спинов экспоненциально растет. При достижении им критического размера в квазиодномерной системе становится существенным слабое обменное взаимодействие спинов, принадлежащих соседним спиновым цепочкам. Происходит кроссовер от одномерного поведения к d-мерному ($d \geq 2$), и в системе возникает дальний порядок.

В квазиодномерной системе изинговских спинов с дефектами типа „случайное локальное поле“ может возникнуть другой сценарий поведения системы. При понижении температуры T ниже некоторого значения T^* происходит переход от динамических флуктуаций параметра порядка к его статическим флуктуациям, которые следуют за флуктуациями случайного поля дефектов. В результате возникает неупорядоченное состояние Имри–Ма, которое сохраняется вплоть до абсолютного нуля температуры.

Реализуется первый или второй сценарий, зависит от соотношения между характерным масштабом статических флуктуаций, зависящим от концентрации дефектов, и критическим радиусом корреляции, который определяется межцепочечным взаимодействием. Настоящая работа посвящена нахождению областей физических параметров, отвечающих указанным сценариям и построению фазовой диаграммы „температура–концентрация дефектов“ рассматриваемой системы.

2. Энергия системы классических изинговских спинов

Энергия обменного взаимодействия классических изинговских спинов, образующих d-мерную квадратную решетку, в приближении взаимодействия ближайших соседей равна

$$w_{ex} = -\frac{1}{2} J \sum_{i,\delta} \sigma_i \sigma_{i+\delta}, \tag{1}$$

где $J > 0$ — обменный интеграл, проекция спина на легкую ось σ_i принимает значение ± 1, суммирование по i ведется по всей решетке спинов, а по δ — по ближайшим к данному спину соседям.

Энергия взаимодействия спинов со случайными локальными полями дефектов равна

$$w_{def} = -\sum_{l} \sigma_l h_l, \tag{2}$$

суммирование ведется по случайно расположенным в узлах решетки дефектам, h_l — локальное поле l-того дефекта, которое случайным образом принимает значение $\pm h_0$.

3. Наличие дальнего порядка в двумерной модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле“

Хорошо известно, что нижняя критическая размерность модели Изинга с короткодействующим обменным взаимодействием и случайными полями (random-field Ising model) равна двум [1–3]. Вместе с тем в вопросе о существовании дальнего порядка при размерности пространства $d_l = 2$ существуют противоположные точки зрения. В работах [4,5] на этот вопрос дан отрицательный ответ, в то время как в работах [6,7] было показано, что в области слабых случайных полей при нулевой температуре дальний порядок имеет место. Следует отметить, что авторы, как правило, рассматривают квадратную решетку изинговских спинов, в которой случайное поле существует на каждом узле решетки, а его величина описывается гауссовским распределением.

Рассмотрим более реалистическую модель, в которой случайные поля создаются дефектами. Приведем для этого случая аргументы Имри и Ма [1]. Среднее (в расчете на одну ячейку) поле дефектов в области с линейным размером L (в единицах постоянной решетки), обусловленное статистическими флуктуациями числа дефектов с противоположным направлением случайного поля, равно $h_0 c^{1/2}/L^{d/2}$, где $c \ll 1$ безразмерная концентрация дефектов (их число в расчете на элементарную ячейку) [8]. Выигрыш в энергии за счет возникновения фазы Имри–Ма, в которой параметр порядка в каждой области размером L направлен по среднему полю, составляет в расчете на одну ячейку величину

$$w_{\mathrm{I-M}} \approx -\frac{h_0 c^{1/2}}{L^{d/2}}. \tag{3}$$

Проигрыш в энергии за счет возникновения резких доменных стенок на границах областей составляет в расчете на одну ячейку величину

$$w_{ex} \approx \frac{2dJ}{L}. \tag{4}$$

Таким образом, при $d < 2$ фаза Имри–Ма становится энергетически более выгодной при достаточно большом значении L. Оптимальное значение L^*, отвечающее минимуму суммарной энергии $w_{\mathrm{I-M}} + w_{ex}$, и само минимальное значение энергии w^* равны для $d = 1$ соответственно

$$L^* \approx \frac{16J^2}{ch_0^2}, \tag{5}$$

$$w^* \approx -\frac{ch_0^2}{8J}. \tag{6}$$

При $d = 2$ зависимость $w_{\mathrm{I-M}}$ и w_{ex} от L одинакова. Но при $J^2 \gg ch_0^2$ состояние с дальним порядком оказывается основным. Это простое энергетическое рассмотрение находится в согласии с выводами работ [6,7]. Следовательно, фаза Имри–Ма отсутствует в двумерной системе, и следовательно, во всех квазидвумерных системах в пространствах с $d > 2$.

Перейдем к рассмотрению возможности существования фазы Имри–Ма в квазиодномерной системе со слабым взаимодействием между спиновыми цепочками.

4. Квазиодномерная модель Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле“

Пусть индекс m нумерует параллельные спиновые цепочки, образующие в перпендикулярном срезе $d-1$-мерную квадратную решетку ($d \ge 2$), а индекс i — спины вдоль данной цепочки. Тогда энергия взаимодействия спинов имеет вид

$$w_{ex} = -J_{\parallel} \sum_{i,m} \sigma_{i,m}\,\sigma_{i+1,m} - \frac{1}{2} J_{\perp} \sum_{i,m,\delta} \sigma_{i,m}\,\sigma_{i,m+\delta}, \tag{7}$$

суммирование по i и m ведется по всей решетке спинов, а по δ — по ближайшим к данной соседним цепочкам. Обменное взаимодействие соседних спинов, принадлежащих одной цепочке, $J_{\parallel} > 0$ намного превосходит таковое между соседними спинами, принадлежащими разным цепочкам $J_{\perp} > 0$. Энергия взаимодействия спинов со случайными локальными полями дефектов задается формулой (2), если считать, что индекс l задает пару индексов i_l, m_l.

Температура кроссовера от одномерного к d-мерному поведению и возникновения дальнего порядка в приближении среднего поля находится из условия обращения восприимчивости системы спинов в бесконечность [9] или из условия равенства температуры и энергии взаимодействия коррелированного участка спинов, задаваемого одномерным радиусом корреляции $r_{\parallel}$, с молекулярным полем

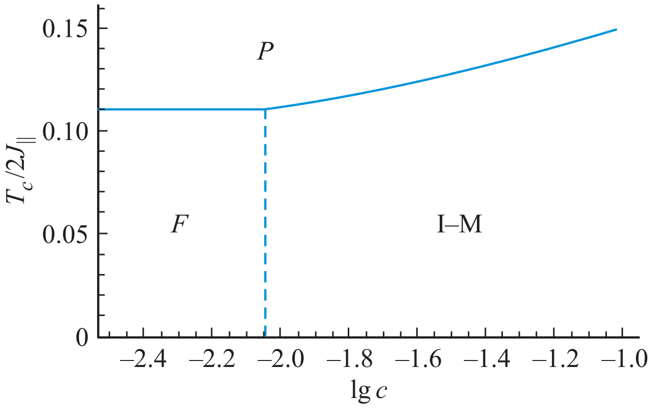
$$T \approx zJ_{\perp} r_{\parallel}, \tag{8}$$

где z — число спиновых цепочек, ближайших к данной. В нашей модели $z = 2(d-1)$. Согласно [9]

$$r_{\parallel} = \frac{1}{2}\exp\left(\frac{2J_{\parallel}}{T}\right). \tag{9}$$

Подставляя выражение для $r_{\parallel}$ в формулу (8) и решая получившееся уравнение самосогласования для T методом итераций, получаем для температуры ферромагнитного перехода в бездефектной системе [9]

$$T_c \approx \frac{2J_{\parallel}}{\ln\left(\frac{4J_{\parallel}}{zJ_{\perp}}\right)}. \tag{10}$$



Фазовая диаграмма квазиодномерной модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле" при $z = 4$, $h_0^2/J_\parallel^2 = 10^{-1}$ и $J_\perp/J_\parallel = 10^{-4}$: P — парамагнитная фаза, F — ферромагнитная фаза, I–M — фаза Имри–Ма.

Поправка к энергии основного состояния невзаимодействующих бездефектных спиновых цепочек за счет взаимодействия между цепочками и возникновения d-мерного дальнего порядка в расчете на одну ячейку составляет величину

$$w_d = -\frac{zJ_\perp}{2}. \qquad (11)$$

Дефекты типа „случайное локальное поле" при $2J_\parallel > h_0$ не изменяют энергии упорядоченного состояния в силу случайного знака поля дефекта.

Если же в системе реализуется фаза Имри–Ма, то корреляция между цепочками оказывается нарушенной, и поправка к энергии основного состояния невзаимодействующих бездефектных спиновых цепочек за счет взаимодействия со случайными полями описывается формулой (6) с $J \equiv J_\parallel$.

Таким образом, для возникновения фазы Имри–Ма необходимо, чтобы

$$|w^*| > |w_d|, \qquad (12)$$

откуда получаем условие для концентрации дефектов

$$c > \frac{4zJ_\perp J_\parallel}{h_0^2}. \qquad (13)$$

Для $c \sim 10^{-2}$ и $h_0^2/J_\parallel^2 \sim 10^{-1}$ это дает условие $J_\perp/J_\parallel \lesssim 10^{-4}$. В случае столь слабого обменного взаимодействия существенным может стать диполь-дипольное взаимодействие между спинами. Для возникновения фазы Имри–Ма его величина также должна не превосходить $10^{-4}J_\parallel$.

Следовательно, фаза Имри–Ма может наблюдаться только в случае очень слабого взаимодействия между спиновыми цепочками.

Температура ее возникновения, то есть температура перехода от динамических флуктуаций параметра порядка к его статическим флуктуациям, индуцированным крупномасштабными флуктуациями случайного поля дефектов, происходит при температуре T^*, которая находится из условия $L^* = r_\parallel$ [10]:

$$T^* \approx \frac{2J_\parallel}{\ln\left(\frac{32J_\parallel^2}{ch_0^2}\right)}. \qquad (14)$$

Легко видеть, что условие (12) эквивалентно условию $T^* > T_c$.

Фазовая диаграмма квазиодномерной модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле" в переменных „температура–концентрация дефектов" изображена на рисунке.

Хорошо известно [3], что немагнитная примесь замещения или вакансия в двухподрешеточном коллинеарном антиферромагнетике, находящемся во внешнем магнитном поле, представляет собой дефект типа „случайное локальное поле". Величина локального поля прямо пропорциональна индукции приложенного коллинеарно намагниченностям подрешеток магнитного поля. Состояние Имри–Ма может возникнуть в коллинеарной фазе квазиодномерного антиферромагнетика в случае выполнения условия (13).

5. Выводы

Сформулируем основные выводы работы.

1. В случае малой концентрации дефектов типа „случайное локальное поле" для нижней критической размерности $d_l = 2$ в модели с одинаковым по величине обменным взаимодействием со всеми ближайшими соседями основным является состояние с дальним порядком.

2. В случае квазиодномерной модели Изинга с дефектами типа „случайное локальное поле" — возможно возникновение неупорядоченной фазы Имри–Ма несмотря на то, что низкотемпературное поведение системы является эффективно d-мерным с $d \geq 2$, то есть размерность пространства может превосходить нижнюю критическую размерность, полученную для случая, когда величина обменного взаимодействия со всеми ближайшими соседями одинакова.

3. Для возникновения фазы Имри–Ма необходимо, чтобы обмен между спинами соседних спиновых цепочек был на четыре (и более) порядков слабее обмена спинов в цепочке.

Финансирование работы

Работа поддержана Российским научным фондом (соглашение № 17-12-01435-П).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Y. Imry, S.-k. Ma. Phys. Rev. Lett. **35**, 1399 (1975).
[2] J. Imbrie. Phys. Rev. Lett. **53**, 1747 (1984).
[3] Вик.С. Доценко. УФН **165**, 481 (1995)
[4] M. Aizerman, J. Wehr. Phys. Rev. Lett. **62**, 2503 (1989).
[5] L. Leuzzi, G. Parizi. Phys. Rev. B **88**, 224204 (2013).
[6] C. Frontera, E. Vives. Phys. Rev. E **59**, R1295 (1999).
[7] S. Sinha. Phys. Rev. E **87**, 022121 (2013).
[8] А.И. Морозов, А.С. Сигов. Письма в ЖЭТФ **90**, 818 (2009).
[9] D.J. Scalapino, Y. Ymry, P. Pincus. Phys. Rev. B **11**, 2042 (1978).
[10] А.А. Берзин, А.И. Морозов, А.С. Сигов. ФТТ **62**, 281 (2020).

Редактор Т.Н. Василевская