

Особенности распределения электрических полей в пластинах анизотропных полупроводников в поперечном магнитном поле

© В.В. Филиппов[¶], Е.Н. Бормонтов*

Липецкий государственный педагогический университет,
398020 Липецк, Россия

* Воронежский государственный университет,
394006 Воронеж, Россия

(Получена 8 августа 2012 г. Принята к печати 24 сентября 2012 г.)

Построена макроскопическая модель эффектов Холла и магнетосопротивления в анизотропных полупроводниковых пластинах. Полученные путем решения краевой задачи электродинамики результаты позволяют производить расчет распределения потенциала и вихревых токов в анизотропных полупроводниках при различных расположениях токовых контактов в зависимости от параметров анизотропии материала образца. Результаты работы имеют непосредственное практическое значение для исследования физических свойств анизотропных полупроводников и моделирования явлений электронного переноса в приборах, изготовленных на базе анизотропных полупроводников.

1. Введение

Среди явлений, связанных с переносом носителей заряда, гальваномагнитные зарекомендовали себя как наиболее ценные для определения параметров полупроводников. В настоящее время на основе гальваномагнитных явлений подробно разработаны методы измерения характеристик полупроводниковых материалов, не обладающих анизотропией физических свойств [1,2]. В то же время в современной электронике и микроэлектронике все большее применение находят полупроводниковые соединения, в кристаллах которых из-за сложности строения решеток под давлением или под влиянием внешних полей наблюдается анизотропия электрических, термоэлектрических и гальваномагнитных свойств [3–6]. Круг наблюдаемых явлений, связанных с переносом заряда в анизотропных полупроводниках, намного шире, чем в изотропных [3,7–9]. В связи с этим разработка методов исследования характеристик анизотропных полупроводников становится все более актуальной.

При измерениях кинетических коэффициентов анизотропных материалов необходимо учитывать ряд факторов: конечные размеры и форму образцов, угол ориентации кристаллографических направлений относительно границ образцов, расположение и размеры токовых контактов и др. Проблема здесь в первую очередь заключается в сложном характере распределений электрического потенциала и плотности тока в образцах, обладающих анизотропией электрических параметров [10–14].

В данной работе рассмотрены эффекты Холла и Гаусса в анизотропных монокристаллах и пленках с монополярной проводимостью. Полученное решение может быть использовано при исследовании анизотропных материалов электроники, а также для анализа процессов

в датчиках Холла и магнетосопротивления, датчиках термоэда и других электронных приборах.

2. Расчет распределения потенциала

В рассматриваемом случае плоский образец прямоугольной формы вырезан так, что его грани $y = 0, b$ составляют некоторый угол θ с направлением главных кристаллографических осей, а толщина d образца значительно меньше его длины a и ширины b , токовые контакты расположены на оси симметрии образца, магнитное поле с индукцией \mathbf{B} направлено перпендикулярно плоскости xy (рис. 1, а). Таким образом, рассматриваем двумерную задачу. Кроме того, принимаем условие, что ширина токовых контактов удовлетворяет требованию $2c \ll a, b$, т. е. их шунтирующим влиянием на распределение потенциала можно пренебречь (рассматривается эффект только физического магнетосопротивления).

Тензор электрической проводимости материала анизотропного образца с монополярной проводимостью в области относительно слабых магнитных полей принимает вид [7,15]

$$\hat{\sigma}^H = \frac{1}{k} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} + R_z B \sigma_1 \sigma_2 \\ \sigma_{xy} - R_z B \sigma_1 \sigma_2 & \sigma_{yy} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$k = 1 + \alpha_1 \mu_1 \mu_2 B^2, \quad R_z = r \mu_i \sigma_i = r / (n_0 e), \quad (2)$$

где σ_{ij} — компоненты симметричного тензора проводимости в отсутствие магнитного поля, определяются следующими выражениями [16]:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_2 \sin^2 \theta, \\ \sigma_{yy} = \sigma_1 \sin^2 \theta + \sigma_2 \cos^2 \theta, \\ \sigma_{xy} = 0.5(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta. \end{cases} \quad (3)$$

[¶] E-mail: wwfilippow@mail.ru

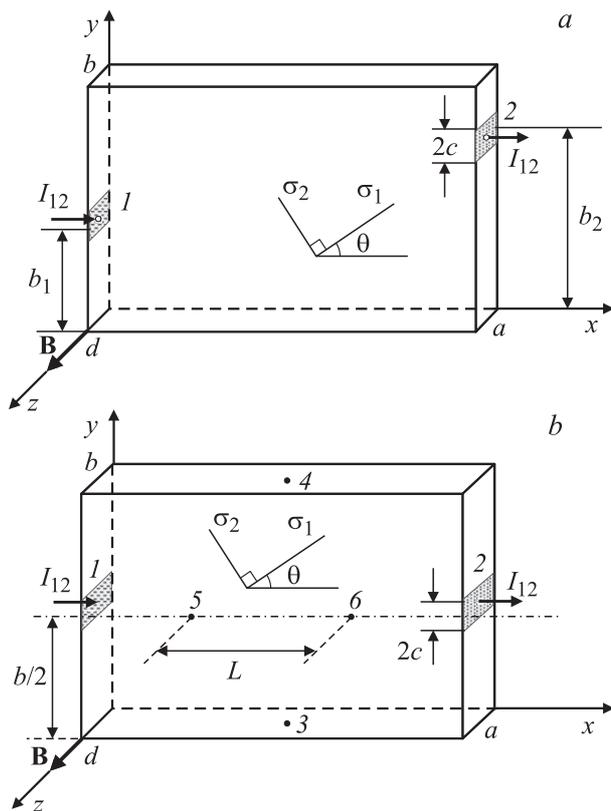


Рис. 1. Схема расположения контактов на анизотропном образце прямоугольной формы, помещенном в однородное поперечное магнитное поле. *a* — асимметричное положение токовых контактов 1, 2; *b* — схема расположения контактов 1–5 при измерениях эффектов Холла и Гаусса.

Компоненты вектора плотности тока **j** определяются равенствами

$$j_x = -\frac{1}{k} \left[\sigma_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + (\sigma_{xy} + R_z \sigma_1 \sigma_2 B) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right],$$

$$j_y = -\frac{1}{k} \left[\sigma_{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + (\sigma_{xy} - R_z \sigma_1 \sigma_2 B) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right]. \quad (4)$$

Здесь σ_1 и σ_2 — главные компоненты тензора электрической проводимости, μ_1 и μ_2 — дрейфовые подвижности носителей заряда по направлениям компонент σ_1 и σ_2 соответственно, n_0 — концентрация свободных носителей заряда, R_z — компонента тензора коэффициента Холла. Холл-фактор r и постоянная геометрического магнетосопротивления α определяются механизмами рассеяния, температурой, параметрами анизотропии, величиной магнитного поля и др. [1,7,8].

В области постоянных электрических и магнитных полей в установившемся режиме при отсутствии источников и стоков зарядов

$$\text{div} \mathbf{j} = 0. \quad (5)$$

Отсюда следует краевая задача для потенциала $\varphi(x, y)$ электрического поля в области образца:

$$\sigma_{xx} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \sigma_{yy} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + 2\sigma_{xy} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = 0; \quad (6)$$

$$\left[\sigma_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + (\sigma_{xy} + R_z B \sigma_1 \sigma_2) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] \Big|_{x=0} = \begin{cases} 0, & y \in [0; b_1 - c] \cup (b_1 + c; b] \\ -\frac{I_{12} k}{2cd}, & y \in [b_1 - c; b_1 + c] \end{cases}; \quad (7)$$

$$\left[\sigma_{xx} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + (\sigma_{xy} + R_z B \sigma_1 \sigma_2) \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right] \Big|_{x=a} = \begin{cases} 0, & y \in [0; b_2 - c] \cup (b_2 + c; b] \\ -\frac{I_{12} k}{2cd}, & y \in [b_2 - c; b_2 + c] \end{cases}; \quad (8)$$

$$\left[\sigma_{yy} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + (\sigma_{xy} - R_z B \sigma_1 \sigma_2) \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] \Big|_{y=0, b} = 0. \quad (9)$$

Здесь последние два равенства — граничные условия для смешанных производных потенциала, следующих из требования, что нормальная составляющая плотности тока равна нулю всюду на поверхности образца, кроме точек под токовыми электродами, где плотность тока постоянна.

Краевая задача (6)–(9) не принадлежит к числу типичных задач Дирихле или Неймана и представляет собой внутреннюю задачу о нахождении потенциала в ограниченной области со смешанными граничными условиями в виде наклонной производной. Нами разработан способ решения задач такого типа с применением математического аппарата комплексных рядов Фурье [17].

Нетрудно показать, что путем замены переменных

$$t = (\xi_2 - i\xi_1)x + iy, \quad \bar{t} = -(\xi_2 + i\xi_1)x + iy, \quad (10)$$

$$\xi_1 = \sigma_{xy} / \sigma_{xx}, \quad \xi_2 = \sigma_0 / \sigma_{xx}, \quad \sigma_0 = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2} = \sqrt{\sigma_{xx} \sigma_{yy} - \sigma_{xy}^2} \quad (11)$$

уравнение (6) переходит в уравнение

$$\frac{\partial^2 \varphi^*}{\partial t \cdot \partial \bar{t}} = 0. \quad (12)$$

В соответствии с указанным комплексный потенциал $\varphi^*(x, y)$ представим в виде ряда Фурье,

$$\varphi^*(x, y) = \sum_{n=0, \pm 1, \dots} X_n [\beta_n (\xi_2 - i\xi_1)x] \exp(i\beta_n y), \quad \beta_n = \frac{\pi n}{b}, \quad (13)$$

в котором $X_n(x)$ удовлетворяет уравнениям

$$\xi_3 \frac{\partial^2 X_n}{\partial x^2} + 2i\beta_n \xi_4 \frac{\partial X_n}{\partial x} - \beta_n^2 X_n(x) = 0, \quad (14)$$

$$\xi_3 = \sigma_{xx} / \sigma_{yy}, \quad \xi_4 = \sigma_{xy} / \sigma_{yy} \quad (15)$$

и граничным условиям

$$\left[\frac{dX_n}{dx} + i(\xi_1 + \xi_2 \sigma_0 R_z B) \beta_n X_n \right] \Big|_{x=0} = \frac{2kI_{12}P_n}{\sigma_{xx}db} \frac{\sin(\beta_n c)}{\beta_n c} \cos(\beta_n b_1), \quad (16)$$

$$\left[\frac{dX_n}{dx} + i(\xi_1 + \xi_2 \sigma_0 R_z B) \beta_n X_n \right] \Big|_{x=a} = \frac{2kI_{12}P_n}{\sigma_{xx}db} \frac{\sin(\beta_n c)}{\beta_n c} \cos(\beta_n b_2), \quad (17)$$

$$n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, P_n = \begin{cases} 1 & \text{при } n \neq 0, \\ 0.5 & \text{при } n = 0. \end{cases} \quad (18)$$

Опуская весьма громоздкую процедуру решения уравнения (14) с граничными условиями (16), (17), запишем окончательное выражение для действительной части $\varphi^*(x, y)$, которая имеет смысл потенциала электрического поля в области образца, с точностью до членов, содержащих B^2 :

$$\varphi(x, y) = \varphi^{(0)}(x, y) + \varphi^{(H)}(x, y) + \varphi^{(M)}(x, y), \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \varphi^{(0)}(x, y) &= \frac{I_{12}(\sigma_{xy}y - \sigma_{yy}x)}{bd\sigma_0^2} \\ &- \frac{2I_{12}}{bd\sigma_0} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin(\beta_n c)}{\beta_n^2 c} \frac{1}{\text{sh}(\xi_2 \beta_n a)} \right. \\ &\times \left\{ \text{ch}(\xi_2 \beta_n x) \cos[\beta_n(y - \xi_1(x - a))] \cos(\beta_n b_2) \right. \\ &\left. \left. - \text{ch}[\beta_n \xi_2(a - x)] \cos[\beta_n(y - \xi_1 x)] \cos(\beta_n b_1) \right\} \right\}; \quad (20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi^{(H)}(x, y) &= -\frac{I_{12}R_z B}{bd} y \\ &- \frac{2I_{12}R_z B}{bd} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\sin(\beta_n c)}{\beta_n^2 c} \frac{1}{\text{sh}(\xi_2 \beta_n a)} \right. \\ &\times \left\{ \text{sh}(\xi_2 \beta_n x) \sin[\beta_n(y - \xi_1(x - a))] \cos(\beta_n b_2) \right. \\ &\left. \left. + \text{sh}[\beta_n \xi_2(a - x)] \sin[\beta_n(y - \xi_1 x)] \cos(\beta_n b_1) \right\} \right\}; \quad (21) \end{aligned}$$

$$\varphi^{(M)}(x, y) = \alpha_2 \mu_1 \mu_2 B^2 \varphi_0(x, y). \quad (22)$$

Здесь постоянная $\alpha_2 = \alpha_1 - r^2$ определяет величину физического магнетосопротивления.

Потенциал $\varphi(x, y)$ с точностью до членов B^2 представляется в виде трех слагаемых (19), где $\varphi^{(0)}$ — потенциал электрического поля при отсутствии внешнего магнитного поля, $\varphi^{(H)}$ — потенциал холловского электрического поля, $\varphi^{(M)}$ — потенциал электрического поля, возникающего в образце в результате проявления магнетосопротивления.

При дальнейшем анализе распределения потенциала будем рассматривать случай симметричного положения

токовых контактов на боковых гранях: $b_1 = b_2 = b/2$ (рис. 1, б). Распределение потенциала при таком положении контактов несколько упрощается и представимо в виде

$$\begin{aligned} \varphi(x, y) &= \frac{I_{12}(1 + \alpha_2 \mu_1 \mu_2 B^2)}{bd\sigma_0} \\ &\times \left[\frac{(\sigma_{xy}y - \sigma_{yy}x)}{\sigma_0} - 2 \sum_{n=2,4,6,\dots} \left\{ \frac{(-1)^{n/2}}{\beta_n^2 c} \frac{\sin(\beta_n c)}{\text{sh}(\beta_n \xi_2 a)} \left\{ \text{ch}(\beta_n \xi_2 x) \right. \right. \right. \\ &\times \cos[\beta_n(y - \xi_1(x - a))] - \text{ch}[\beta_n \xi_2(x - a)] \\ &\times \cos[\beta_n(y - \xi_1 x)] \left. \left. \right\} \right\} \right] - \frac{I_{12}R_z B}{bd} \left\{ y + 2 \sum_{n=2,4,6,\dots} \left[\frac{(-1)^{n/2}}{\beta_n^2 c} \right. \right. \\ &\times \frac{\sin(\beta_n c)}{\text{sh}(\beta_n \xi_2 a)} \left\{ \text{sh}(\beta_n \xi_2 x) \sin[\beta_n(y - \xi_1(x - a))] \right. \\ &\left. \left. + \text{sh}[\beta_n \xi_2(a - x)] \sin[\beta_n(y - \xi_1 x)] \right\} \right] \right\}. \quad (23) \end{aligned}$$

Согласно полученному распределению потенциала, нетрудно показать, что при $\sigma_1 = \sigma_2 = 1/\rho^{(0)}$ относительное магнетосопротивление и эдс Холла с точностью до членов B^2 определяются соответственно равенствами

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\rho^{(H)}}{\rho^{(0)}} &= \frac{\rho^{(H)} - \rho^{(0)}}{\rho^{(0)}} = \alpha_2 \mu^2 B^2 = (\alpha_1 - r^2) \mu^2 B^2, \\ \mathcal{E}^{(H)} &= U_{3,4}^{(H)} = \varphi_3 - \varphi_4 = \frac{I_{12}R_z B}{d}. \quad (24) \end{aligned}$$

Данные выражения полностью соответствуют известным зависимостям физического магнетосопротивления и эдс Холла для изотропных полупроводников в области относительно слабых магнитных полей [1,2].

Полученное выражение (23) для потенциала позволяет определить величины эффектов Холла и Гаусса на одном и том же образце при неизменном положении токовых контактов. Представленное распределение потенциала, в отличие от работ [10–14], получено с точностью до членов B^2 в явном виде, что значительно облегчает его применение.

3. Вихревые токи анизотропии

Согласно полученным формулам для потенциала электрического поля нетрудно показать:

$$[\nabla, \mathbf{E}] = \text{rot} \mathbf{E} = 0,$$

$$[\nabla, \mathbf{j}] = \text{rot} \mathbf{j}$$

$$= \mathbf{e}_z \left[\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} (\sigma_{xx} - \sigma_{yy}) + \sigma_{xy} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right) \right] \neq 0. \quad (25)$$

Выражения (23) указывают на то, что в образце также существует вихревая составляющая вектора плотности тока \mathbf{j} , в то время как электрическое поле \mathbf{E} является

потенциальным, безвихревым. Эта составляющая ранее была названа вихревыми токами анизотропии (ВТА). Как показывают расчеты, ВТА существуют в анизотропных материалах, т.е. при $\sigma_1 \neq \sigma_2$. Данный факт позволяет при моделировании линий тока электрического поля представить ВТА как дополнительную составляющую плотности тока, возникающую в анизотропном образце, по сравнению с изотропным, как это было предложено в работах [10–14].

Таким образом, построенная нами математическая модель характеризует вихревую составляющую не только качественно, но и количественно. Вихревой ток имеет наибольшее значение в местах сгущений линий тока. Именно в этих областях вихревые токи анизотропии оказывают наиболее значительное влияние на распределение электрического поля в образце.

Наличие аналитических выражений для потенциала, плотности тока и вихревых токов позволяет осуществлять компьютерное моделирование электрического поля в образцах. Такое моделирование дает возможность более глубоко исследовать структуру электрического тока в анизотропных кристаллах и пленках. На рис. 2 представлены модели распределения потенциала и тока проводимости в тонком образце квадратной формы ($a = b$) со следующими параметрами анизотропии и размером контактов: $\sigma_1/\sigma_2 = 10$, $\theta = \pi/6$, $c = b/50$, токовые контакты расположены на оси симметрии ($b_1 = b_2 = b/2$). Здесь на рис. 2, *a* показано распределение эквипотенциалей и линий тока в изотропном образце, на рис. 2, *b* — распределение эквипотенциалей и линий тока в анизотропном образце, на рис. 2, *c* — распределение ВТА в анизотропном образце (в изотропном они отсутствуют), число эквипотенциалей — 21, токовых линий — 13.

Видно, что электрическое поле в изотропном образце имеет распределение, симметричное относительно линии контактов 1, 2 (см. рис. 1). Наибольшее значение плотности электрического тока имеет в приконтактных областях, в средней же части образца поле практически равномерное, вихревые токи во всей области образца отсутствуют.

Как показывает проведенное моделирование (рис. 2, *b*), наличие ВТА существенно меняет распределение электрического поля в анизотропном образце по сравнению с изотропным. Действие ВТА приводит к увеличению концентрации линий тока проводимости в окрестности прямой, соединяющей контакты, так как в данной области вихревая и безвихревая токовые составляющие совпадают по направлению. В приповерхностных частях образца они направлены противоположно друг другу, что вызывает ослабление электрического тока в этих областях. Как показывает расчет, степень увеличения или уменьшения электрического тока в различных областях анизотропного образца по сравнению с изотропным с аналогичными геометрическими параметрами определяется параметром σ_1/σ_2 .

В анизотропном образце действие ВТА (рис. 2, *c*) приводит к существенному вытеснению линий электрического тока к боковым граням $y = 0, b$ по сравнению с изотропным образцом, обладающим теми же

геометрическими параметрами. Как показывает моделирование, плотность тока на гранях $y = 0, b$ анизотропных образцов значительно превышает плотность тока в изотропных материалах при тех же размерах

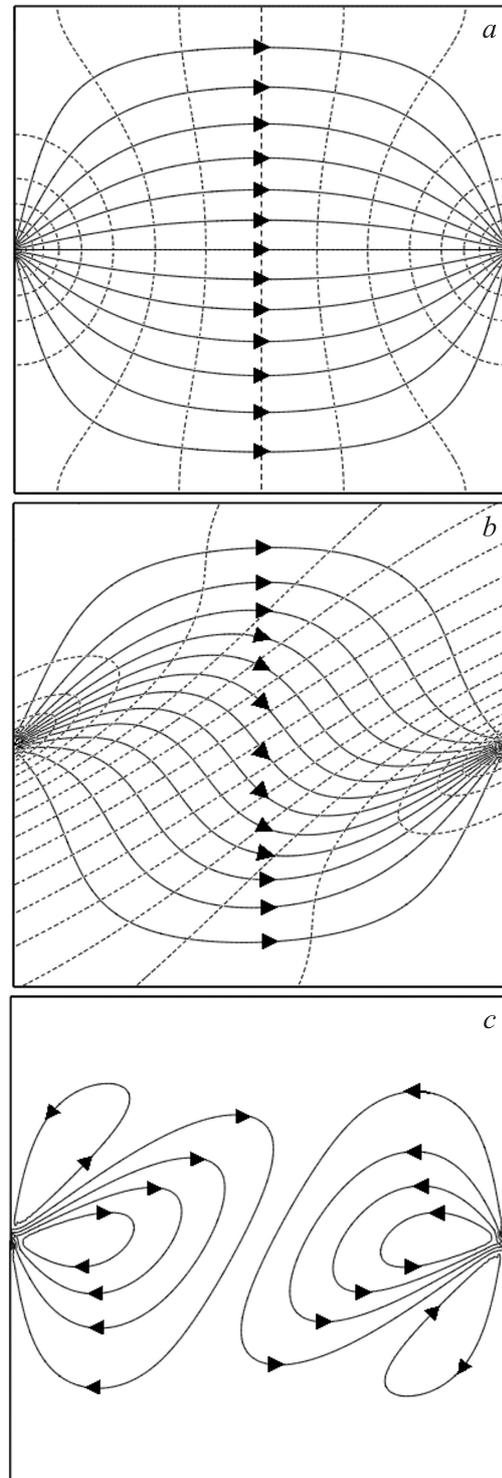


Рис. 2. Модели электрического поля, тока проводимости (*a, b*) и вихревых токов анизотропии (*c*) в тонких квадратных изотропном (*a*) и анизотропном (*b, c*) образце. Сплошные линии — линии тока, пунктирные — эквипотенциали.

образцов. Результаты полученного нами решения для потенциала и плотности электрического тока позволяют количественно вычислить степень этого превышения и проанализировать полученные экспериментальные результаты. Данное распределение тока проводимости и ВТА приводит к поперечному гальваноанизотропному эффекту: возникновению поперечного квазихолловского поля в направлении оси y .

4. Поперечное напряжение анизотропии

Как показывает полученное распределение потенциала (23), между противоположными симметричными точками 3 и 4 анизотропного образца (рис. 1, b) уже при отсутствии внешнего магнитного поля существует некоторая разность потенциалов:

$$U_{34}^{(0)} = \varphi_3^{(0)} - \varphi_4^{(0)} = \frac{I_{12}\sigma_{xy}}{\sigma_0^2 d} = \frac{I_{12}}{2\sigma_1\sigma_2 d} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\theta. \quad (26)$$

Так как вследствие малой площади токовых контактов их шунтирующее влияние мало, поперечная квазихолловская разность потенциалов (26) не зависит от координаты x и геометрических размеров образца a и b , а определяется лишь параметрами анизотропии среды.

Явление возникновения $U_{34}^{(0)}$ в определенной степени аналогично эффекту Холла в изотропном образце. Однако поперечное напряжение $U_{34}^{(0)}$ и эдс Холла имеют различный физический смысл. Эдс Холла возникает в ограниченных образцах в результате разделения зарядов под действием силы, действующей на носители заряда со стороны внешнего магнитного поля. Поперечное напряжение $U_{34}^{(0)}$ в анизотропных пленках и кристаллах имеет смысл падения напряжения вследствие более сложного по сравнению с изотропными материалами распределения линий плотности электрического тока [10,11]. Разность потенциалов $U_{34}^{(0)}$ целесообразно назвать поперечным напряжением анизотропии (ПНА), поскольку это напряжение обусловлено отличной от нуля компонентой σ_{xy} тензора электрической проводимости.

5. Определение компоненты тензора коэффициента Холла

При исследовании изотропных материалов эдс Холла $\mathcal{E}^{(H)}$, как правило, измеряют между точками 3 и 4, расположенными симметрично на гранях $y = 0, b$ (рис. 1, b) ближе к середине образца, т.е. при $x \approx a/2$. Из выражения (23) непосредственно определяется поперечная разность потенциалов $U_{34}^{(H)}$ между симметричными точками 3, 4 на гранях $y = 0, b$ (рис. 1, b) в присутствии внешнего магнитного поля. Расчеты эдс Холла показали, что ряды во втором слагаемом (23) при $y = 0, b$ суммируются аналитически [18], и для разности потенциалов

между точками 3 и 4 получаем относительно простую формулу

$$U_{34}^{(H)} = \frac{I_{12}R_z B}{d} + \frac{(1 + \alpha_2\mu_1\mu_2 B^2)I_{12}\sigma_{xy}}{\sigma_1\sigma_2 d} = \mathcal{E}^{(H)} + (1 + \alpha_2\mu_1\mu_2 B^2)U_{34}^{(0)}. \quad (27)$$

В области относительно слабых магнитных полей, в линейном приближении по величине индукции внешнего магнитного поля, получаем

$$U_{34}^{(H)} = \frac{IR_z B}{d} + \frac{I\sigma_{xy}}{\sigma_1\sigma_2 d} = \mathcal{E}^{(H)} + U_{34}^{(0)}. \quad (28)$$

Видно, что выражение для эдс Холла $\mathcal{E}^{(H)}$ в линейном приближении совпадает с формулой Ван-дер-Пау для изотропных образцов [1,2]. Несмотря на сложное распределение электрического поля в анизотропных образцах (23), возникшее поперечное холловское поле является однородным.

Как показывают последние выражения, при практических измерениях эдс Холла в анизотропных пленках и кристаллах необходимо иметь в виду, что даже в случае симметричного расположения измерительных контактов 3, 4 (рис. 1, b) измеренное напряжение $U_{34}^{(H)}$ является алгебраической суммой поперечного напряжения анизотропии $U_{34}^{(0)}$ и эдс Холла $\mathcal{E}^{(H)}$. Величина ПНА зависит от параметров анизотропии полупроводника и может являться весьма существенной в сравнении с эдс Холла, т.е. из результатов полученных измерений необходимо каким-либо способом исключить величину ПНА, вносящую дополнительную погрешность в результаты полученных измерений. Исключить влияние ПНА на результат измерения эдс Холла возможно одним из следующих способов.

1) При симметричном расположении холловских контактов 3, 4 величину ПНА можно учесть, измерив до включения внешнего магнитного поля напряжение между этими контактами компенсационным методом. Дополнительная разность потенциалов, возникающая после включения магнитного поля, и будет представлять собой эдс Холла.

2) Измерения разности потенциалов между контактами 3, 4 производить два раза, при противоположных направлениях магнитного поля. Поскольку знак ПНА не зависит от направления магнитного поля (26), а знак эдс Холла при этом меняется на противоположный, эдс Холла будет равна среднему значению измеренных напряжений.

3) Холловские контакты можно располагать несимметрично, но на одной эквипотенциальной линии [10]. Поскольку выше доказано, что холловское электрическое поле в анизотропном образце является однородным, несимметричное расположение измерительных контактов не будет влиять на величину эдс Холла. Этот способ предпочтителен при изготовлении датчиков Холла из анизотропных пленок и кристаллов, так как в этом случае стремятся свести к нулю все факторы, сопутствующие эдс Холла.

6. Определение величины физического магнетосопротивления

Физическое магнетосопротивление измеряют, как правило, вдоль одной из кристаллографических осей. При этом стремятся, чтобы измерительные контакты располагались на одной токовой линии, чего очень сложно добиться ввиду сложности распределения токовых линий в анизотропном образце при $\theta \neq 0$ [10]. Как было указано выше, при постановке краевой задачи (6)–(9) не учитывалось шунтирующее влияние токовых электродов, поэтому измерительные контакты для уменьшения методической погрешности, вносимой геометрическим магнетосопротивлением, не стоит располагать вблизи токовых контактов 1 и 2. В рассмотренном нами случае контакты 5 и 6 для измерения физического магнетосопротивления располагаются на равных расстояниях от токовых контактов и удалены друг от друга на расстояние L (рис. 1, б).

В отсутствие магнитного поля для ориентированного кристалла ($\theta = 0$) разность потенциалов между контактами 5 и 6 определяется, согласно (23), следующими выражениями:

$$U_{56}^{(0)} = \frac{I_{12}L}{bd\sigma_1}(1 + Q), \tag{29}$$

$$Q = \frac{4}{L} \times \sum_{n=2,4,\dots} \left\{ \frac{\sin(\beta_n c)}{\beta_n c} \frac{\text{ch}[\beta_n \xi(a + L)/2] - \text{ch}[\beta_n \xi(a - L)/2]}{\beta_n \xi \text{sh}(\beta_n \xi a)} \right\}, \tag{30}$$

где $\xi = \sqrt{\sigma_2/\sigma_1}$, $\beta_n = \pi n/b$. (31)

После включения магнитного поля при том же значении тока I_{12} напряжение $U_{56}^{(H)}$ будет отличаться от $U_{56}^{(0)}$ на величину

$$\Delta U_{56} = U_{56}^{(H)} - U_{56}^{(0)} = \frac{I_{12}L(1 + Q)}{bd\sigma_1} \alpha_2 \mu_1 \mu_2 B^2. \tag{32}$$

Согласно полученным выражениям (29)–(32), нетрудно рассчитать величину физического магнетосопротивления между контактами 5 и 6:

$$\Delta R_{56} = \frac{\Delta U_{56}}{I_{12}} = \frac{U_{56}^{(H)} - U_{56}^{(0)}}{I_{12}} = \frac{L(1 + Q)}{bd\sigma_1} \alpha_2 \mu_1 \mu_2 B^2. \tag{33}$$

Значение физического магнетосопротивления между различными точками образца, согласно полученному распределению потенциала (23), сильно зависит от геометрических размеров образца и параметров анизотропии θ и σ_1/σ_2 . В то же время величина относительного магнетосопротивления остается не зависящей от расположения контактов и поворота угла анизотропии θ . Так,

например,

$$\Delta R_{56}/R_{56}^{(0)} = \Delta U_{56}/U_{56}^{(0)} = (U_{56}^{(H)} - U_{56}^{(0)})/U_{56}^{(0)} = \alpha_2 \mu_1 \mu_2 B^2. \tag{34}$$

Определение величины магнетосопротивления образца между контактами 5 и 6 не включает в себя значение сопротивления контактов, если измерение падения напряжения производить компенсационным способом.

7. Экспериментальная проверка. Практические рекомендации

Экспериментальная проверка распределения потенциала (23) в отсутствие магнитного поля была проведена на тетрагональных монокристаллах диарсенида кадмия CdAs₂, полученных методом направленной кристаллизации [19]. На рис. 1 плоскости xu соответствует кристаллографическая плоскость (100), σ_1 и σ_2 являются проводимостями по направлениям кристалла [001] и [010] соответственно ($\sigma_1 = 2600 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$, $\sigma_2 = 900 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$), величина угла — $\theta = \pi/6$, что позволяло вычислить компоненты тензора проводимости согласно формулам (3). Для опытного получения распределения потенциала был вырезан образец с размерами $a = 8.4 \text{ мм}$, $b = 4 \text{ мм}$, $d = 1 \text{ мм}$; размер токовых контактов $2c = 0.4 \text{ мм}$.

На основании (23) было получено теоретическое распределение потенциала $\varphi^{(0)}(x)$ на гранях $y = 0, b$ при $\mathbf{B} = 0$. На рис. 3 расчетные кривые $\varphi^{(0)}(x)$ представлены сплошными линиями для тока $I_{12} = 0.1 \text{ А}$. Затем при помощи подвижного зонда и высокоомного вольтметра В2-34 измерялось это же распределение

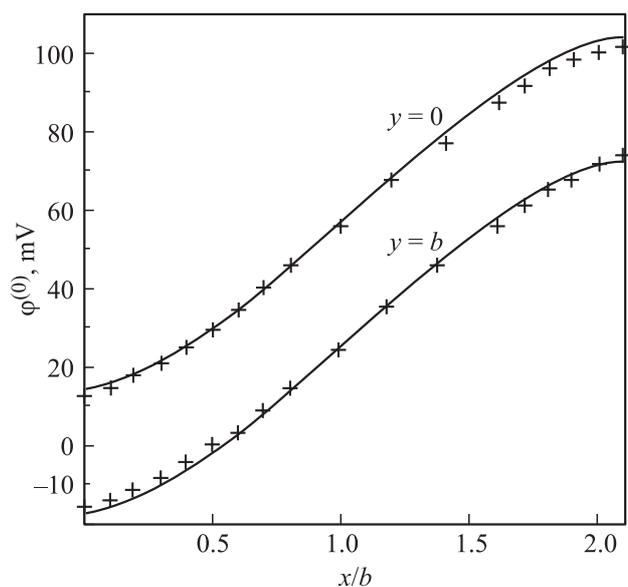


Рис. 3. Сравнение теоретических расчетов распределения потенциала $\varphi^{(0)}$ (сплошная линия) на гранях $y = 0, b$ и экспериментальных измерений потенциала (точки).

Параметры образцов для измерения распределения холловского потенциала

Образец CdAs ₂	a , 10 ⁻³ м	b , 10 ⁻³ м	d , 10 ⁻³ м	θ	$2c$, 10 ⁻³ м	σ_1 , Ом ⁻¹ · м ⁻¹	σ_2 , Ом ⁻¹ · м ⁻¹	R_z , м ³ /Кл
#1	15.00	10.00	3.00	0	1.00	42.10	8.91	$1.82 \cdot 10^{-3}$
#2	7.65	4.75	1.85	$\pi/6$	0.50	1300	450	$3.75 \cdot 10^{-5}$

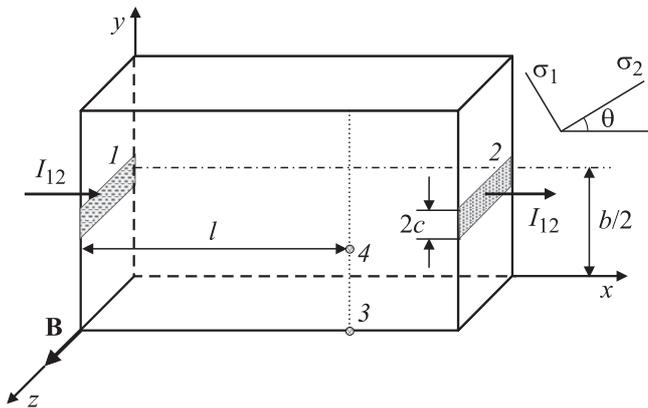


Рис. 4. Схема расположения токовых (1, 2) и измерительных (3, 4) контактов при экспериментальной проверке распределения холловского потенциала.

потенциала относительно отрицательного электрода, который был заземлен. Погрешность измерений потенциала не превышала 5%. Экспериментальные значения потенциала представлены на рис. 3 точками. Некоторые отклонения экспериментальных точек от теоретических кривых объясняются погрешностью определения координаты положения зонда и неоднородностями на границах образца.

Экспериментальная проверка холловского распределения потенциала в полупроводниковом образце, описываемого выражением (23), проводилась на тетрагональных кристаллах CdAs₂. По анизотропным образцам, помещенным в поперечное магнитное поле с индукцией $B = 0.5$ Тл, пропускался постоянный электрический ток 20 мА от стабилизированного источника питания БСП-45. Измерялась холловская разность потенциалов между контактами 3, 4 (рис. 4), в качестве которых использовались прижимные вольфрамовые зонды. Положение контакта 3 с координатами $(l, 0)$ оставалось фиксированным, контакт 4 с координатами (l, y) перемещался параллельно оси y . Экспериментальные значения напряжения U_{34} сопоставлялись с теоретическими значениями, рассчитанными согласно (23).

Значения электропроводности опытных образцов заранее были определены для ориентированных кристаллов стандартным двухзондовым методом [2] и представлены в таблице. Компоненты тензора коэффициента Холла R_z для образцов найдены согласно описанной выше методике из измерений в поперечном магнитном поле,

не превышающем 0.5 Тл. Основным фактором рассеяния считали акустические фононы, соответственно в выражениях (1), (2) полагаем $r = 1.18$, $\alpha_1 = 1.77$ [1, 2, 8]. Напряжения измерялись с помощью высокоомного вольтметра В2-34, положение подвижного вольфрамового зонда контролировалось с помощью микроскопа МБС-10. Экспериментальные значения U_{34} представлены графически в виде точек на рис. 5 (сплошные линии — теоретические зависимости). Для экспериментального определения холловского потенциала вычиталась соответствующая разность потенциалов при выключенном магнитном поле (при том же положении токовых и измерительных контактов), соответствующие значения представлены на рис. 6. Видно, что теоретические значения напряжений хорошо согласуются с данными экспериментов. Инструментальная погрешность измерений

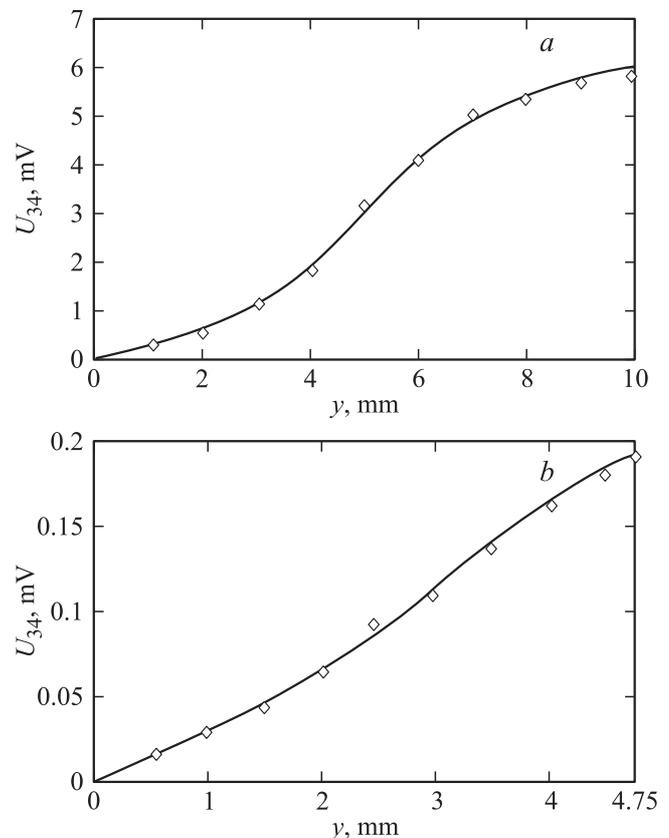


Рис. 5. Сопоставление экспериментальных значений холловского потенциала (точки) с теоретическими значениями (сплошные кривые): a — образец #1, $l = 4$ мм; b — образец #2, $l = 2$ мм.

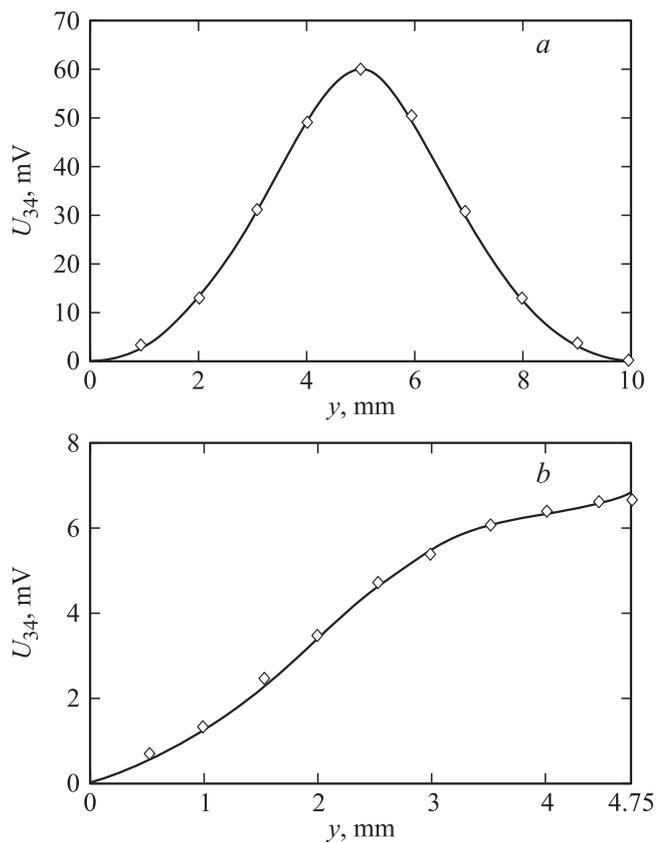


Рис. 6. Сопоставление экспериментальных значений потенциала при выключенном магнитном поле (точки) с теоретическими значениями (сплошные кривые): *a* — образец # 1, $l = 4$ мм; *b* — образец # 2, $l = 2$ мм.

не превышала 6% и преимущественно определялась погрешностью установки зонда.

Следует отметить, что для уменьшения погрешности измерений эффекта Холла и магнетосопротивления необходимо стремиться к тому, чтобы контакты по возможности располагались на периметре образца и имели малую площадь. Требования к омичности контактов и к величине их сопротивлений не являются жесткими, если измерение разности потенциалов между контрольными точками производить компенсационным способом.

В заключение авторы выражают благодарность сотруднику ИОНХ РАН проф. С.Ф. Маренкину за предоставление монокристаллов.

Список литературы

- [1] Е.В. Кучис. *Гальваномагнитные явления и методы их исследования* (М., Радио и связь, 1990).
- [2] В.В. Батавин, Ю.А. Концевой, Ю.В. Федорович. *Измерение параметров полупроводниковых материалов и структур* (М., Радио и связь, 1985).
- [3] С.Ф. Маренкин, В.М. Трухан. *Фосфиды, арсениды цинка и кадмия* (Минск, Вараскин, 2010).
- [4] А.А. Снарский, А.М. Пальти, А.А. Ащеулов. *ФТП*, **31** (11), 1281 (1997).
- [5] В.В. Лучинин, Ю.М. Таиров. *Наноиндустрия*, № 1, 36 (2010).
- [6] Л.И. Королева, Д.М. Заширинский, Т.М. Хапаева, С.Ф. Маренкин, Р. Шимчак, Б. Крзуманска, В. Добровольский, Л. Киланский. *ФТТ*, **51** (2), 286 (2009).
- [7] Б.М. Аскеров. *Электронные явления переноса в полупроводниках* (М., Наука, 1985) гл. 5.
- [8] П.И. Баранский, И.С. Буда, И.В. Даховский, В.В. Коломиец. *Электрические и гальваномагнитные явления в анизотропных полупроводниках* (Киев, Наук. думка, 1977).
- [9] С.А. Немов, Г.Л. Тарангасов, В.И. Прошин, М.К. Житинская, Л.Д. Иванова, Ю.В. Гранаткина. *ФТП*, **43** (12), 1629 (2009).
- [10] Н.Н. Поляков. *Изв. вузов. Физика*, № 12, 14 (1989).
- [11] М.Ю. Хухрянский. *ФТП*, **30** (9), 1552 (1996).
- [12] Л.А. Битюцкая, Е.Н. Бормонтов, А.Р. Регель, В.Ф. Сынов. *ФТП*, **15** (10), 2043 (1981).
- [13] Л.А. Битюцкая, Е.Н. Бормонтов, А.Р. Регель, В.Ф. Сынов. *Письма ЖТФ*, **8** (14), 868 (1982).
- [14] В.В. Филиппов. *Изв. вузов. Физика*, № 1, 51 (2009).
- [15] П. Ю, М. Кардона. *Основы физики полупроводников* (М., Физматлит, 2002) гл. 5, с. 213.
- [16] Дж. Най. *Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц* (М., Мир, 1967) ч. 1, гл. 2, с. 59.
- [17] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике для научных работников и инженеров* (М., Наука, 1973) гл. 4, с. 146.
- [18] А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. *Интегралы и ряды. Элементарные функции* (М., Наука, 1981) т. 1, гл. 5, с. 740.
- [19] С.Ф. Маренкин, А.М. Раухман, В.Б. Лазарев. *Неорг. матер.*, **25** (8), 1240 (1989).

Редактор Л.В. Шаронова

Features of the distribution of electric fields in anisotropic semiconductor wafers in a transverse magnetic field

V.V. Filippov, E.N. Bormontov*

Lipetsk State Pedagogical University,
398020 Lipetsk, Russia

* Voronezh State University,
394006 Voronezh, Russia

Abstract We construct a macroscopic model of the magnetoresistance and Hall effects in anisotropic semiconductor wafers. Obtained by solving the boundary problem of electrodynamics, the results allow calculation of potential distribution and eddy currents in anisotropic semiconductors at different locations of the current contacts, depending on the anisotropy parameters of the sample material. The results have the practical importance for the study of physical properties of anisotropic semiconductors and simulation of electron transport phenomena in devices fabricated on the basis of anisotropic semiconductors.