

К теории электронных состояний системы „квантовая точка—графен—подложка $\text{SiO}_2 + n^+ \text{-Si}^{\text{c}}$ “

© З.З. Алисултанов[†]

Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук,
119991, Москва Россия

Институт физики им. Х.И. Амирханова Дагестанского научного центра Российской академии наук,
367003 Махачкала, Россия

(Получена 24 мая 2012 г. Принята к печати 28 августа 2012 г.)

Исследованы электронные состояния системы „квантовая точка—монослой графена—подложка $\text{SiO}_2 + n^+ \text{-Si}^{\text{c}}$ “ во внешнем магнитном поле. Получено аналитическое выражение для величины переходящего заряда в такой системе. Рассмотрены электронные состояния системы „квантовая точка—бислой графена—подложка $\text{SiO}_2 + n^+ \text{-Si}^{\text{c}}$ “. Исследуемые системы интересны с точки зрения возможности управления оптическими свойствами квантовой точки с помощью приложенного электрического поля.

1. Введение

После получения графена — двумерной модификации атомов углерода [1] и изучения его уникальных свойств [1–3] экспериментальное и теоретическое исследование этого материала стали актуальной проблемой современной физики конденсированного состояния. Необычные свойства графена делают этот материал перспективным для нанoeлектроники. Так, например, в работе [3] было показано, что с помощью приложенного электрического поля можно легко управлять количеством и типом носителей в графене. Прикладывая напряжение с различной полярностью, можно легировать графен как электронами, так и дырками. А в бислой графена, под воздействием внешнего электрического поля, открывается щель. Более того, шириной щели можно управлять с помощью поля, что особенно интересно с практической точки зрения. Эти эффекты могут стать одними из ключевых при создании электронных устройств на основе графена.

В работе [4] впервые после экспериментального получения графена был рассмотрен вопрос об эпитаксиальном графене, который не менее интересен, чем изолированный (см., например, [4–11]). В работах [7–11] были теоретически исследованы электронные состояния эпитаксиального графена, находящегося на поверхности металлов и полупроводников [7–9], на поверхности размерно-квантованной пленки [10], а в [11] было продемонстрировано влияние ферми-жидкостных эффектов на электронные состояния эпитаксиального графена. Особенно активное теоретическое исследование эпитаксиального графена стало возможным, на наш взгляд, после появления работ Давыдова [7–9], в которых была предложена модель эпитаксиального графена, которая заключается в том, что эпитаксиальный графен представляется в виде адсорбированных на поверхности подложки атомов углерода, выстроенных в структуре графена. Для описания предложенной модели Давы-

дов использовал модели Андерсона—Ньюнса [12,13] и Халдейна—Андерсона [14]. Предложенная модель позволяет получать аналитические выражения и приводит к вполне адекватным результатам (см., например, [7–11]). Отметим в этой связи, что большинство теоретических расчетов в этом направлении делаются численными методами в рамках формализма функционала плотности. Указанная модель была использована Давыдовым также при разработке теории адсорбции на графене [15,16], что представляет большой практический интерес.

В своих предыдущих работах [10,11,17] мы отмечали особую важность исследования электронных состояний графена, взаимодействующего с низкоразмерными структурами. Такое исследование очень интересно с практической точки зрения. Так, в работе [17] была предложена модель системы, которая может стать важным элементом для нанoeлектроники при создании твердотельных систем с управляемыми параметрами. В работе [17] были исследованы электронные состояния системы „квантовая точка—монослой графена—подложка $\text{SiO}_2 + n^+ \text{-Si}^{\text{c}}$ “ („КТ—МГ— $\text{SiO}_2 + n^+ \text{-Si}^{\text{c}}$ “). В рамках модели, предложенной Давыдовым, было получено аналитическое выражение для заряда перехода как функции приложенного напряжения. С помощью последнего можно управлять переходящим зарядом, следовательно, появляется возможность управлять количеством носителей в КТ, что в свою очередь означает возможность варьирования оптических свойств КТ. В данной работе будет продолжено исследование, начатое в работе [17]. Исследуются именно электронные состояния системы „КТ—МГ— $\text{SiO}_2 + n^+ \text{-Si}^{\text{c}}$ “, помещенной во внешнее магнитное поле. Такая система интересна по той причине, что в магнитном поле энергия электронов графена также оказывается полностью квантованной. Кроме того, исследованы электронные состояния системы „квантовая точка—бислой графена—подложка $\text{SiO}_2 + n^+ \text{-Si}^{\text{c}}$ “ („КТ—БГ— $\text{SiO}_2 + n^+ \text{-Si}^{\text{c}}$ “) и показано, что данная система не менее интересна, чем система, содержащая монослой графена.

[†] E-mail: zaur0102@gmail.com

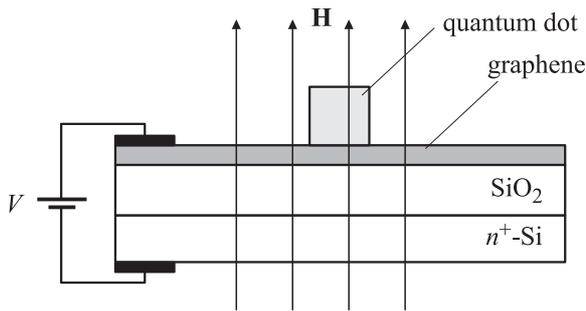


Рис. 1. Структурная схема системы „КТ–МГ–SiO₂ + n⁺-Si“, помещенной во внешнее магнитное поле.

2. Электронные состояния системы „КТ–МГ–SiO₂ + n⁺-Si“ во внешнем магнитном поле

Рассмотрим помещенную во внешнее магнитное поле систему, состоящую из эпитаксиального монослоя графена и сформированной на нем КТ (рис. 1). Размеры графена считаются намного большими дебройлевской длины волны его электронов, так что квантовыми размерными эффектами в графене можно пренебречь. Кроме того, будем пренебрегать расщеплением уровней КТ в магнитном поле. Заметим, что это приближение, вообще говоря, достаточно грубое, так как известно, что при понижении размерности происходит существенная перенормировка значения g -фактора [18] и его сильной анизотропии [19]. Однако для качественных расчетов эти эффекты все же остаются несущественными.

Как известно, энергетический спектр двумерного электронного газа в графене, помещенного во внешнее магнитное поле, имеет вид

$$\varepsilon_{\text{MLG}}(n) = \pm \hbar v_F \sqrt{2neH/\hbar c},$$

где v_F — скорость Ферми, которая для электронов графена имеет значение порядка 10^8 см/с, e — заряд электрона, H — величина напряженности магнитного поля, $c \approx 3 \cdot 10^{10}$ см/с — скорость света в вакууме; индекс MLG означает „MonoLayer Graphene“. Следовательно, плотность состояний графена имеет вид

$$\rho_{\text{MLG}}(\varepsilon) = \sum_{n=0}^{n_F} \frac{\Gamma}{[\varepsilon - \varepsilon_{\text{MLG}}(n)]^2 + \Gamma^2}, \quad (1)$$

n_F — число состояний под уровнем Ферми в графене, Γ — затухание одночастичных возбуждений в графене за счет внутренних столкновительных процессов. Энергия Ферми электронов графена отлична от нуля благодаря приложенному напряжению на затворе (рис. 1). В модели Андерсона для спектральной функции КТ получаем

$$A(\varepsilon) = \frac{\pi |U|^2 \rho_{\text{MLG}}(\varepsilon)}{(\varepsilon - E_n)^2 + [\pi |U|^2 \rho_{\text{MLG}}(\varepsilon)]^2}, \quad (2)$$

где E_n — энергетический спектр электронов КТ, U — потенциал гибридизации. Подробный вывод выражения

для спектральной функции КТ, взаимодействующей с графеном, дается в *Приложении*. Для плотности состояний КТ в приближении $\Gamma \rightarrow 0$ соответственно получим

$$\rho(\varepsilon) = \pi^2 |U|^2 \sum_{n,i}^{m_F n_F} \frac{\delta(\varepsilon - E_i) \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\text{MLG}}(n))}{(\varepsilon - E_i)^2 + \pi^2 |U|^4 \rho_{\text{MLG}}^2(\varepsilon)}, \quad (3)$$

где m_F — число состояний под уровнем Ферми в КТ. КТ можно представить в виде трехмерной прямоугольной потенциальной ямы с бесконечно высокими стенками. Такая аппроксимация латерального потенциала достаточно эффективна при аналитических расчетах и вполне разумна (см., например, [20]). Тогда для энергетического спектра электронов КТ имеем $E_i = \pi^2 \hbar^2 i^2 / 2mL^2 = E_1 i^2$, где L — линейный размер КТ. Для КТ с $L = 10$ нм имеем $E_1 = 0.01$ эВ. Интегрируя (3) от нуля до $\Delta\Omega_F = (E_F - \varepsilon_F)$, можно получить выражение для переходящего заряда

$$\langle n \rangle_{\pm} = \pm \pi^2 |U|^2 \times \sum_{n,i}^{m_F n_F} \frac{\Theta(\Delta\varepsilon_F - \varepsilon_{\text{MLG}}(n))}{[\varepsilon_{\text{MLG}}(n) - E_i]^2 + \pi^2 |U|^4 \rho_{\text{MLG}}^2[\varepsilon_{\text{MLG}}(n)]}, \quad (4)$$

где

$$\rho_{\text{MLG}}[\varepsilon_{\text{MLG}}(n)] = \sum_{n'=0}^{n_F} \frac{\Gamma}{(\varepsilon_{\text{MLG}}(n) - \varepsilon_{\text{MLG}}(n'))^2 + \Gamma^2}$$

и $\Gamma \rightarrow 0$, знак „плюс“ соответствует переходу заряда из КТ в графен ($\varepsilon_F < E_F$), а „минус“ — переходу заряда из графена в КТ ($\varepsilon_F > E_F$); ε_F — локальная энергия Ферми электронов графена, $E_F = E_{m_F}$ — локальная энергия Ферми электронов КТ. Прикладывая напряжение с различной полярностью, можно допировать графен как электронами, так и дырками [3], что означает управление величиной ε_F . Тем самым можно легко управлять величиной переходящего заряда. Уровень Ферми графена

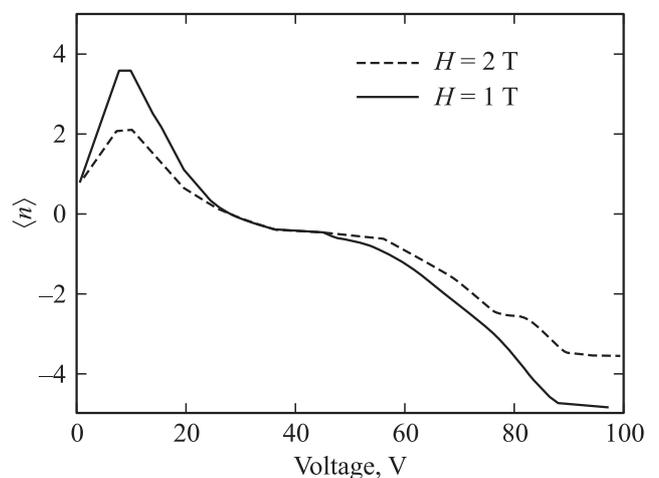


Рис. 2. Зависимость величины переходящего заряда от приложенного напряжения в системе „КТ–МГ–SiO₂ + n⁺-Si“ во внешнем магнитном поле.

зависит от приложенного напряжения V следующим образом [3]:

$$\varepsilon_F = \varepsilon(n_F) = hv_F \sqrt{\frac{2n_F e H}{hc}} = hv_F \sqrt{\frac{\xi V}{ed}}, \quad n_F = \frac{\xi V hc}{2e^2 d H}, \quad (5)$$

где d — толщина подложки, ξ — диэлектрическая проницаемость подложки. Учитывая в выражении (4) зависимость (5), можно легко определить величину переходящего заряда как функцию от приложенного напряжения (рис. 2). Кривая на рис. 2 построена для подложки толщиной $d = 2 \cdot 10^{-5}$ см, при значениях напряженности магнитного поля $H = 1$ и 2 Тл. Кроме того, положено, что $E_F = 1$ эВ, $\Gamma = 0.001$ эВ, $\xi = 4.5$. Возможность управления величиной переходящего заряда в свою очередь означает, что можно регулировать количество носителей в КТ. От последнего, как известно, зависят оптические свойства КТ. Возможность регулировать оптические свойства КТ очень важна с прикладной точки зрения.

3. Электронные состояния системы „КТ–БГ–SiO₂ + n⁺-Si“

Рассмотрим теперь в той же модели электронные состояния системы „КТ–БГ–SiO₂ + n⁺-Si“ (рис. 3). Энергетический спектр бислоя графена в приближении сильной связи может быть записан следующим образом [3]:

$$\varepsilon_{BLG}(k) = \left[\Delta^2 + v_F^2 h^2 k^2 + \frac{t_{\perp}^2}{2 \pm (4\Delta^2 v_F^2 h^2 k^2 + t_{\perp}^2 v_F^2 h^2 k^2 + t_{\perp}^4 / 4)^{1/2}} \right]^{1/2},$$

где k — двумерный волновой вектор электронов бислоя; t_{\perp} — эффективная энергия перехода между слоями ($t_{\perp} \approx 0.5$ эВ); Δ — щель в спектре электронов бислоя графена, вызванная приложенным внешним полем; $v_F = 3/2ta$ — скорость Ферми для электронов монослоя графена ($v_F \approx 10^8$ см/с); t — энергия перехода на ближайшие соседние атомы в структуре монослоя графена ($t \approx 2.8$ эВ); a — расстояние между ближайшими атомами в монослое графена; индекс BLG означает

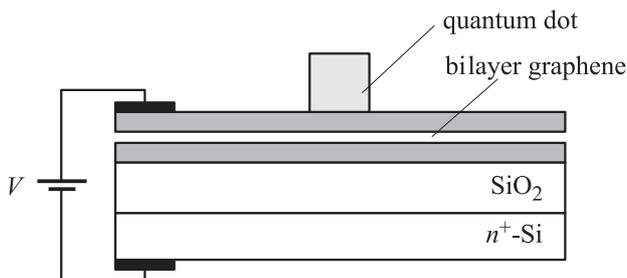


Рис. 3. Структурная схема системы „КТ–БГ–SiO₂ + n⁺-Si“.

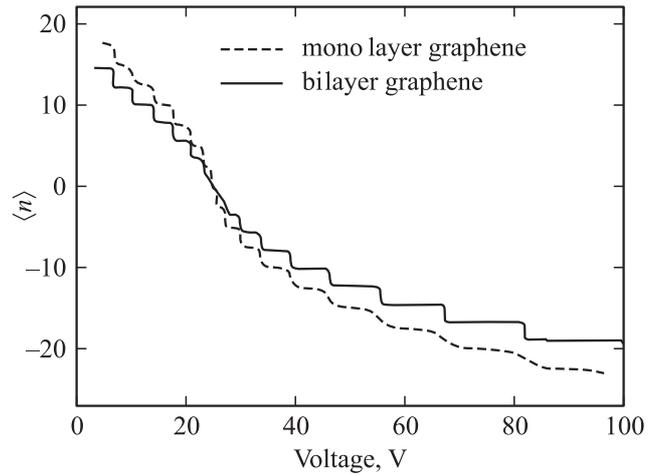


Рис. 4. Зависимость величины переходящего заряда от напряжения приложенного поля в системе „КТ–БГ–SiO₂ + n⁺-Si“.

„BigLayer Graphene“. При условии $\Delta = t$ выражение для энергетического спектра для зоны проводимости можно переписать в виде

$$\varepsilon_{BLG}(k) = \Delta - 2\Delta v_F^2 h^2 k^2 / t_{\perp}^2 + v_F^4 h^4 k^4 / (2t_{\perp}^2 \Delta). \quad (6)$$

Используя это выражение для энергетического спектра, легко найти плотность состояний бислоя графена

$$\rho_{BLG}(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{8v_F^4 h^4 (\varepsilon - \Delta) / (t_{\perp}^2 \Delta) + 32\Delta^2 v_F^4 h^4 / t_{\perp}^4}}. \quad (7)$$

Соответственно для плотности состояний КТ

$$\rho(\varepsilon) = \sum_{n=1}^{n_F} \frac{\frac{b}{\sqrt{(\varepsilon - \Delta + 4\Delta^3 / t_{\perp}^2)}}}{\left[(\varepsilon - E_n)^2 + \frac{b^2}{(\varepsilon - \Delta + 4\Delta^3 / t_{\perp}^2)} \right]}, \quad (8)$$

где $b^2 = t_{\perp}^2 \Delta |U|^4 / (8v_F^4 h^4)$. Для оценки величины переходящего заряда возьмем следующие значения параметров, входящих в выражение для плотности состояний: $\Delta \approx 0.08$ эВ, $U \approx 0.2$ эВ, $t_{\perp} \approx 0.5$ эВ, $b \approx 0.003$ (эВ)^{3/2}. Кроме того, очевидно, что можно пренебречь малым членом $4\Delta^3 / t_{\perp}^2 \approx 0.002$ эВ. Интегрируя выражение (8) от нуля до $\Delta\Omega_F = (E_F - \varepsilon_F)$, можно получить величину переходящего заряда в данной системе

$$\langle n \rangle_{\pm} = \pm \int_0^{E_F - \varepsilon_F} \rho(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (9)$$

Тем самым, как обсуждалось выше, в рассматриваемой системе появляется возможность управлять величиной переходящего заряда с помощью приложенного поля. Используя для энергии Ферми графена формулу $\varepsilon_F = v_F h \sqrt{\xi V / ed}$, можно связать величину переходящего заряда с напряжением приложенного электрического поля. На рис. 4 представлен численный расчет величины переходящего заряда от напряжения.

Расчет проводился с помощью формулы $\langle n \rangle = \int_0^{E_F - \varepsilon_F} \rho(\varepsilon) d\varepsilon [\theta(E_F - \varepsilon_F) - \theta(\varepsilon_F - E_F)]$, где $\theta(\varepsilon)$ — единичная функция Хевисайда. Кривая на рис. 4 построена

для подложки толщиной $d = 2 \cdot 10^{-5}$ см. Кроме того, положено, что $E_F = 1$ эВ, $\xi = 4.5$. На рис. 4 с помощью результатов, полученных в работе [17], представлена также зависимость переходящего заряда от поля для случая монослоя графена (пунктирная линия). Видно, что величина переходящего заряда в случае бислоя меньше, чем в случае монослоя. Это можно, по-видимому, понять из соображений, что в случае бислоя электрону приходится преодолевать два барьера, а в случае монослоя — один. Таким образом, система „КТ–БГ–SiO₂ + n⁺-Si“ представляет собой еще одну структуру с легко управляемыми параметрами.

Насколько известно автору, приведенные выше системы ранее не рассматривались. На наш взгляд, указанные эффекты имеют достаточно практический интерес. Отметим, что экспериментальное наблюдение этих эффектов возможно, если разность между энергетическими уровнями КТ намного превышает тепловую энергию, т.е. $\Delta E_n > k_B T$ (k_B — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура).

Приложение

Получим выражение для плотности состояний КТ, взаимодействующей с графеном. Удобнее всего это сделать с помощью техники функций Грина в формализме Каданова–Бейма. Исходные уравнения имеют вид [10,21]:

$$\begin{aligned} & [\omega - E_n] g_{n,n'}^{\leq}(\omega) - \sum_{n''} \{ \sigma_{n,n''}^{\leq}(\omega) g_{n'',n'}^A(\omega) \\ & \quad + \sigma_{n,n''}^R(\omega) g_{n'',n'}^{\leq}(\omega) \} = 0, \\ & [\omega - E_n] g_{n,n'}^{R,A}(\omega) - \sum_{n''} \{ \sigma_{n,n''}^{R,A}(\omega) g_{n'',n'}^{R,A}(\omega) \} = \delta_{nn'}. \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Здесь n — квантовое число, описывающее движение электронов КТ; E_n — энергия электронов; g^{\leq} , $g^{R,A}$ — корреляционная функция, запаздывающая и опережающая функции Грина электрона КТ; $\sigma^{R,A}$ — соответствующие массовые операторы; σ^{\leq} — обобщенный интеграл столкновений. Массовый оператор $\sigma^{R,A}$ состоит из двух частей: $\sigma^{R,A} = \sigma_0^{R,A} + \sigma_{\text{int}}^{R,A}$, где σ_0 — массовый оператор изолированной КТ; σ_{int} — вклад в массовый оператор КТ, обусловленный взаимодействием с подложкой. Этот вклад имеет вид

$$\sigma_{\text{int},n,n'}^{\leq(R,A)}(\omega) = \sum_{\substack{ik \\ i'k'}} U_{n,ik}(\omega) G_{ik,i',k'}^{\leq(R,A)}(\omega) U_{i',k',n'}(\omega), \quad (\text{П.2})$$

где G — функция Грина электрона графена; i, k — совокупность квантовых чисел, описывающих движение электрона в графене; U — потенциал гибридизации.

Система уравнений (П.1), (П.2) совместно с уравнениями движения для функций Грина электронов графена описывает общий случай, когда учтены все возможные взаимодействия адатома с подложкой и между собой.

В дальнейших выражениях мы опускаем часть массового оператора для изолированной КТ, считая σ_0 учтенным при определении энергетического спектра. Первое уравнение (П.1) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} & \sum_n [\omega - E_n] g_{n,n'}^{\leq}(\omega) - \sum_n \{ \Sigma_{\text{int}n}^{\leq}(\omega) g_{n,n'}^A(\omega) \\ & \quad + \Sigma_{\text{int}n}^R(\omega) g_{n,n'}^{\leq}(\omega) \} = 0, \end{aligned}$$

где

$$\Sigma_{\text{int}n}^{\leq}(\omega) = \sum_{n'} \sigma_{\text{int}n',n}^{\leq}(\omega), \quad \Sigma_{\text{int}n}^{R,A}(\omega) = \sum_{n'} \sigma_{\text{int}n',n}^{R,A}(\omega).$$

Отсюда получаем

$$[\omega - E_n - \Sigma_{\text{int}n}^R(\omega)] g_{n,n'}^{\leq}(\omega) = \Sigma_{\text{int}n}^{\leq}(\omega) g_{n,n'}^A(\omega). \quad (\text{П.3})$$

Второе уравнение (П.1) аналогично можно переписать в виде

$$[\omega - E_n - \Sigma_{\text{int}n}^{R,A}(\omega)] g_{n,n'}^{R,A}(\omega) = 1. \quad (\text{П.4})$$

Из уравнений (П.3) и (П.4) получаем

$$g_{n,n'}^{\leq}(\omega) = g_{n,n'}^{R,A}(\omega) \Sigma_{\text{int}n}^{\leq}(\omega) g_{n,n'}^A(\omega). \quad (\text{П.5})$$

Полагая, что потенциал гибридизации — постоянная величина, можно показать, что для $\Sigma_{\text{int}n}^{\leq}(\omega)$ имеет место выражение

$$\Sigma_{\text{int}n}^{\leq}(\omega) = \sum_{n'} U_n U_{n'}^* \sum_{ik} G_{ik}^{\leq}(\omega).$$

Полагая далее, что $U_n U_{n'}^* = |U|^2 \delta_{nn'}$, получим окончательно

$$\Sigma_{\text{int}}^{\leq}(\omega) = |U|^2 \sum_{ik} G_{ik}^{\leq}(\omega). \quad (\text{П.6})$$

Для корреляционной функции электрона графена имеем

$$G_{ik}^{\leq}(\omega) = f(\omega) A_{ik}(\omega), \quad (\text{П.7})$$

$f(\omega)$ — функция распределения Ферми–Дирака; $A_{ik}(\omega)$ — спектральная функция графена, которая в одночастичном приближении без учета перенормировки энергетического спектра за счет кулоновского и кристаллического потенциалов имеет вид

$$A_{ik}(\omega) = \frac{\Gamma}{(\omega - \varepsilon_{ik})^2 + \Gamma^2}. \quad (\text{П.8})$$

Здесь ε_{ik} — энергия электронов подложки, Γ — затухание одночастичных состояний в графене. Используя выражения (П.5)–(П.8), окончательно можно получить следующее выражение для корреляционной функции КТ:

$$g_n^{\leq}(\omega) = f(\omega) a_n(\omega), \quad (\text{П.9})$$

где $g_n^{\leq} = g_{nn}^{\leq}$, а спектральная функция КТ имеет вид

$$a_n(\omega) = \frac{|U|^2 \sum_{ik} A_{ik}(\omega)}{[\omega - E_n]^2 + |U|^4 \left(\sum_{ik} A_{ik}(\omega) \right)^2}. \quad (\text{П.10})$$

Плотность состояний соответственно определяется как $\rho(\omega) = \sum_n a_n(\omega)$.

Список литературы

- [1] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. *Science*, **306**, 666 (2004).
- [2] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, M.I. Katsnelson, I.V. Grigorieva, S.V. Dubonos, A.A. Firsov. *Nature*, **438**, 197 (2005).
- [3] A.H. Castro Neto, F. Guinea, N.M.R. Peres, K.S. Novoselov, A.K. Geim. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 109 (2008).
- [4] C. Berger, Z. Song, T. Li, X. Li, A.Y. Ogbazghi, R. Feng, Z. Dai, A.N. Marchenkov, E.H. Conrad, P.N. First, W.A. Heer. *J. Phys. Chem. B*, **108**, 19912 (2004).
- [5] G. Giovannetti, P.A. Khomyakov, G. Brocks, V.M. Karpan, J. Van den Brink, P.J. Kelly. *Phys. Rev. Lett.*, **101**, 026 803 (2008).
- [6] P.A. Khomyakov, G. Giovannetti, P.C. Rusu, J. Van den Brink, P.J. Kelly. *Phys. Rev. B*, **79**, 195 425 (2009).
- [7] С.Ю. Давыдов. *Письма ЖТФ*, **37**, 64 (2011).
- [8] С.Ю. Давыдов. *ФТП*, **45**, 629 (2011).
- [9] С.Ю. Давыдов. *ФТП*, **45**, 1102 (2011).
- [10] З.З. Алисултанов, Р.П. Мейланов. *ФТТ*, **54**, 1398 (2012).
- [11] З.З. Алисултанов, Р.П. Мейланов. *ФММ*, **113**, 1504 (2012).
- [12] P.W. Anderson. *Phys. Rev.*, **124**, 41 (1961).
- [13] D.M. Newns. *Phys. Rev.*, **178**, 1123 (1969).
- [14] F.D.M. Haldane, P.W. Anderson. *Phys. Rev. B*, **13**, 2553 (1976).
- [15] С.Ю. Давыдов, Г.И. Сабирова. *Письма ЖТФ*, **36**, 77 (2010).
- [16] С.Ю. Давыдов, Г.И. Сабирова. *ФТТ*, **53**, 608 (2011).
- [17] З.З. Алисултанов, Р.П. Мейланов, А.К. Нухов, Г.М. Мусаев, Э.И. Идаятов. *Письма ЖТФ*, **38**, 1 (2012).
- [18] M. Bayer, V.B. Timofeev, T. Gutbrod, A. Forchel, R. Steffen, J. Oshinovo. *Phys. Rev. B*, **52**, R11 623 (1995).
- [19] В.К. Калевич, Б.П. Захарченя, О.М. Федорова. *ФТТ*, **37**, 283 (1995).
- [20] G.W. Bryant. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1140 (1987).
- [21] Р.П. Мейланов, Б.А. Абрамова, М.М. Гаджиалиев, В.В. Джабраилов. *ФТТ*, **44**, 12 (2002).

Редактор Т.А. Полянская

The theory of electron states of the „quantum dot–graphene–substrate SiO₂ + n⁺-Si“

Z.Z. Alisultanov

Prokhorov General Physics Institute,
Russian Academy of Sciences,
119991 Moscow, Russia,
Daghestan Scientific Centre,
Russian Academy of Sciences,
367003 Makhachkala, Russia

Abstract In this paper we investigated the electronic states of the „quantum dot–monolayer graphene–substrate SiO₂ + n⁺-Si“ system in external magnetic field. We obtained analytical expression for the charge transfer in this system. Moreover, we investigated the electronic states of the „quantum dot–bilayer graphene–substrate SiO₂ + n⁺-Si“ system. Research such systems is interesting from the point of view of controlling the optical properties of a quantum dot by applied electric field.